

Capítulo 3

Desempenho de Canceladores de Interferência Paralelos

Analisa-se neste capítulo o desempenho dos canceladores de interferência paralelo multiestágio com dispositivo de decisão *hard* e *soft* do tipo linear ilimitado e tangente hiperbólica. Para cada um destes canceladores foram obtidos desempenhos via simulação Monte Carlo⁴⁶ considerando cancelamento total e parcial em canal AWGN e com desvanecimento Rayleigh Plano. Visando tornar mais diligente a análise de desempenho, uma vez que simulações MCS consomem demasiado tempo e recursos computacionais, algumas considerações sobre tratamentos analíticos usados na análise de desempenho de sistemas de comunicação são feitas na seção 3.2, sendo derivado na seção 3.3 um modelo analítico para o desempenho do detector PIC multiestágio relativamente genérico baseado em [Hui 98] e [Yoon 93].

Neste modelo foram obtidas expressões para a probabilidade de erro de bit do detector PIC-HD e PIC-SD Tanh com cancelamento total e parcial com fatores otimizados analiticamente a cada estágio. O modelo considera canais Rayleigh multipercurso, sendo facilmente adaptado aos casos particulares de canais Rayleigh Plano e AWGN. Ressalte-se que o modelo tratado aqui não considera o ganho de desempenho obtido com qualquer tipo de diversidade⁴⁷ quando em canal com desvanecimento multipercurso.

As simulações Monte Carlo mostraram que entre os canceladores de interferência paralelo multiestágio com diversos dispositivos de decisão analisados, o PIC-SD com decisor Tanh e cancelamento parcial resulta no melhor desempenho, tanto em canal AWGN como em Rayleigh Plano, sendo que em canal estático a melhoria em relação ao PIC-HD e PIC-SD Linear ilimitado torna-se maior.

⁴⁶ Detalhes sobre os procedimentos adotados estão no apêndice F.

⁴⁷ Por exemplo temporal, através da incorporação de receptor RAKE no estágio inicial do receptor PIC.

3.1 Comparação de Desempenho de Detectores MuD-IC em canal AWGN

Com o propósito de obter análises comparativas de desempenho em diferentes cenários, são admitidos nesta seção sistemas DS/CDMA síncronos, assíncronos e quase-síncronos com códigos curtos e conjuntos de *seqüências determinísticas* ou *randômicas* (PN). Em sistemas cujos conjuntos de seqüências de espalhamento sejam determinísticas com boas propriedades de correlação cabe a seguinte distinção: sistemas *síncronos de fase preferencial*, *quase-síncronos de fase preferencial* e *assíncronos*, uma vez que para cada um destes sistemas resultam distintos desempenhos. Em ambiente de simulação, cabe ainda a distinção entre sistemas *assíncronos com atrasos discretos em T_c* e *puramente assíncronos* com atrasos discretos em $\frac{T_c}{N_s}$ com $N_s > 1$. Aos sistemas com conjuntos de seqüências puramente randômicas não se aplica a primeira e a segunda classificação, uma vez que neste tipo de conjunto não existe controle das propriedades de correlação e se está interessado na obtenção do desempenho médio a partir de um grande conjunto de seqüências.

A combinação de códigos curtos e seqüências aleatórias em uma ambiente de simulação reproduz satisfatoriamente as condições de interferência de um sistema com códigos longos ($T < N$) e seqüências determinísticas, caso seja considerado detecção em T ou alguns períodos de bits. Exemplos de sistemas celulares de segunda e a terceira geração que utilizam códigos de espalhamento com períodos muito maiores que a duração de bit, tanto no canal direto como no reverso, são os padrões celulares móveis IS-95 e W-CDMA, seção 4.6. Portanto justifica-se a adoção de códigos curtos em todas as análises e simulações feitas neste trabalho.

Deve-se enfatizar que aos canceladores de interferência subtrativos aplicam-se igualmente bem qualquer conjunto de códigos de espalhamento PN ou determinísticos, contanto que estes códigos sejam conhecidos no receptor.

Esquemas de detecção MuD IC são igualmente aplicáveis a sistemas assíncronos e síncronos. A situação mais favorável para a detecção dos sinais em um MuD ocorre quando todos os sinais são recebidos sincronamente no receptor e o conjunto de seqüências é do tipo determinística com boas propriedades de correlação, como por exemplo Gold, Kasami etc, resultando em baixa interferência de múltiplo acesso devido às baixas correlações cruzadas entre o usuário detectado e todos os interferentes. Apesar desta condição ser restritiva, ela ocorre no canal direto dos sistemas móveis para os sinais gerados pela mesma ERB em uma única célula. No entanto, é o canal reverso que, em última instância, determina a capacidade do sistema, uma vez que na maioria dos sistemas práticos as excelentes características de correlação cruzada das seqüências determinísticas

são parcialmente perdidas devido ao assincronismo dos sinais recebidos na ERB, representando um aumento substancial da MAI.

Em ambiente de simulação cabe a seguinte observação em relação à determinação de desempenho de sistemas DS/CDMA com seqüências *assíncronas*. A redução no tempo de simulação obtida fazendo-se número de amostras por chip $N_s = 1$ implica em pior desempenho em relação às seqüências *puramente assíncronas*, pois se os instantes de transição dos dados de todos os usuários ativos não estão alinhados, então, na média, será gerado menos efeito interferente de um usuário sobre os demais. Isto acontece uma vez que os intervalos de sub-chip produzidos pela multiplicação de duas seqüências de espalhamento dentro do espectro espalhado e a respectiva integral (caracterizando-se a correlação cruzada entre as duas seqüências) é, na média, menor que no caso das seqüências assíncronas com alinhamento de chip. Portanto, deve-se elevar ao máximo o número de amostras por chip afim de tornar a caracterização do sistema simulado mais próxima da realidade, isto é totalmente assíncrono; o aumento excessivo de N_s pode tornar inviável o tempo de simulação MCS devido ao aumento do tamanho das matrizes e vetores. O apêndice H apresenta considerações experimentais para a determinação do N_s mínimo.

Note-se que, a rigor, no caso de usuários assíncronos e/ou potências recebidas não uniformes ($NFR \neq 0$), faz-se necessária a estimativa de um maior número de parâmetros, a saber, atrasos entre os usuários e suas respectivas potências.

A seguir são mostrados resultados de simulação Monte Carlo (MCS) para canceladores PIC Total e Parcial com decisores HD, SD do tipo Linear ilimitado e Tanh, empregando-se seqüências de Gold e Randômicas em canais AWGN e recepção BPSK coerente. Os resultados MCS apresentados focalizam os sistemas puramente assíncronos com atrasos discretos em $\frac{T_c}{N_s}$ e número de amostras por chip $N_s = 3$.

3.1.1 Resultados de Simulação MCS em canal AWGN e Recepção Coerente BPSK

Foram realizadas simulações Monte Carlo para os principais tipos de detectores MuD-PIC, quer seja para quantificar exatamente a taxa de erro de bits destes detectores, quer seja para se ter uma idéia do comportamento de um modelo analítico proposto ou ainda analisar os já existentes.

Expressões analíticas para o desempenho PIC-SD Total utilizadas aqui e obtidas em [Kaul 95], [Buehrer 96d], [Buehrer 96c] foram derivadas considerando Aproximação Gaussiana (GA) e seqüências randômicas em canais AWGN síncronos e assíncronos (2.144), com a troca do fator $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{2}$ na expressão do desempenho no caso síncrono. Estas expressões não levam em conta o termo

polarização existente nos estágios canceladores após o estágio Convencional MFB, resultando na redução de desempenho não computada nas expressões.

Na tabela 3.1 estão resumidos as principais características dos sistemas DS/CDMA e condições de simulação analisados. Considerações a respeito do ajuste da potência de ruído é feita no apêndice G. No apêndice I estão descritas as principais rotinas implementadas em MatLab v.5.0 utilizadas neste trabalho. A maioria destes algoritmos determinam figuras de desempenho de detectores MuD, tais como BER e robustez *near-far*, quer seja empregando simulação Monte Carlo quer seja utilizando métodos puramente analíticos ou iterativo-analíticos.

Sistema	Síncrono e assíncrono, taxa única; código curto: $T = N$.
Canal	AWGN
Modulação	BPSK Coerente
Sequência	<ul style="list-style-type: none"> • Gold31; Gold63 • Rndz31; Randz100 • Gold31 com atrasos discretos em T_c, uniform. distrib. em $\tau_k \in [0; N - 1]$ • Gold31 de fase Quase Preferencial, $\tau_k \in [0, 2T_c]$ • Gold31 com atrasos discretos em $\frac{T_c}{N_s}$, uniform. distrib. em $\tau_k \in [0; N - \frac{T_c}{N_s}]$
Detector	PIC-SD; PIC-HD de 3 stgs; Cancelamento Total ou Parcial
Decisor	$\text{sign}(\cdot)$; linear ilimitado; $\tanh(\cdot)$
Esimadores de Canal	<ul style="list-style-type: none"> • Amplitudes: média temporal amostras em MFB_{out} • Variância Ruído Total (PIC Tanh): idem
Amostras/Chip	Número de amostras por chip: $N_s = 1$ (síncrono); $N_s = 3$ (assíncrono)
Formatação de Chip	Quadrada
Simulação	Monte Carlo (MCS) com intervalo de confiança melhor que 95% com 300 a 900 iterações/pto, dependendo do $\frac{E_b}{N_0}$ e $L = \frac{K}{N}$
Frame	20 a 200 bits transmitidos, dependendo do $\frac{E_b}{N_0}$ e $L = \frac{K}{N}$

Tabela 3.1. Principais parâmetros de simulação utilizados.

Nos cálculos de desempenho obtidos através de simulação MCS variam-se as quantidades de realizações independentes por ponto e o número de bits transmitidos em cada realização, de tal forma a permitir a avaliação de desempenhos da ordem de 10^{-5} , em alguns casos até 10^{-6} , com razoável intervalo de confiança, como descrito no apêndice F. Em cada realização é transmitido um conjunto de bits (*frame*) em função de E_b/N_0 e do carregamento do sistema, L , como mostrado na tabela 3.2.

$\frac{E_b}{N_0}$, [dB]	n_{bits}	$L = \frac{K}{N}$	redução em n_{bits}
> 0 a 5	40	> 0 a 0,3	1
> 5 a 10	70	> 0,3 a 0,65	4/5
> 10	200	> 0,65 a 1	3/5
		> 1	1/2

Tabela 3.2. Número de bits gerados em uma realização Monte Carlo e canal AWGN em função do carregamento do sistema, L , e de E_b/N_0

Extensas simulações foram feitas considerando-se canceladores PIC Total e Parcial (as-)síncrono de 3 estágios com designação de pesos obtidos por busca iterativa não exaustiva (não otimizados) e empregando-se dispositivo de decisão limitador *hard*, linear ilimitado e tangente hiperbólica, figura 2.20. Desempenhos para os canceladores PIC com controle perfeito de potência ($NFR = 0$) e sob o efeito *near-far* foram obtidos combinando-se seqüências puramente randômicas e de Gold, com comprimento N , $RndzN$ e $GoldN$. Para o desempenho $BER \times$ Número de usuários, a razão entre energia de bit e ruído para o(s) usuário(s) de interesse foi mantido em $\frac{E_b}{N_0} = 8dB$ na maioria dos casos.

Nas figuras apresentou-se sempre o desempenho em cada ponto tomando-se a média dos desempenhos individuais sobre todas as realizações MCS e sobre todos os usuários, K ou, no caso de $NFR \neq 0$, sobre todos os usuários fracos, tipicamente, $K - 1$, $K - 2$, $K/2$ ou 1 usuário(s).

Os resultados de desempenho BER em função número de usuários ou $\frac{E_b}{N_0}$ para os seis detectores PIC são comparados ao limite *single user* (*SuB*), ao desempenho do detector Convencional (banco de correladores) e em muitos casos ao desempenho analítico obtido no 3º estágio de um PIC-SD Linear ilimitado Total sem considerar o efeito do termo polarização na obtenção das estatísticas de decisão, equação (2.144). Os resultados de simulação mostram que o modelo superestima o desempenho, isto é BER menores que as realmente obtidas via simulação Monte Carlo [Buehrer 96a]. Adicionalmente, os resultados de simulação mostram ainda que o melhor desempenho entre os detectores canceladores de interferência multiestágio é obtido com o PIC-SD Tanh, seguido pelo PIC-HD Parcial e no extremo inferior pelo PIC-SD Total.

Em termos de seqüências de espalhamento analisadas, foram comparados os desempenhos utilizando-se conjuntos de seqüências de espalhamento *randômicas* (PN) com as de Gold na condição de *fase preferencial* (FP-Gold), na condição *Quase Síncrona* (QS-Gold), onde a defasagem máxima entre as seqüências é de 1 a 3 chips em relação à condição de fase preferencial e quando as seqüências de Gold apresentarem defasagem discreta em T_c com distribuição uniforme no $[0; N - 1]$, resultando em seqüências com características de correlação próximas às puramente randômicas, denominada aqui de Pseudo-Gold. Evidentemente, em canais síncronos o melhor resultado de desempenho é obtido quando se emprega as seqüências FP-Gold, seguidas pelas QS-Gold, Pseudo-Gold e por fim as PN, mantidos os demais parâmetros de sistema. Para o caso assíncrono, as seqüências determinísticas terão alguma vantagem sobre as PN na determinação do desempenho devido à manutenção das excelentes propriedades de correlação em algumas condições de defasagem.

Para os Canceladores com decisores $sign(\bullet)$ e $\tanh(\bullet)$, assumiu-se na maioria dos casos estimativas perfeitas para as amplitudes e em alguns casos foram obtidas médias temporais à saída

do MFB, \hat{A}_k . Adicionalmente, o PIC-SD Tanh requer estimativa da variância total de ruído em cada estágio cancelador s , obtida também em alguns casos através de médias temporais em J amostras à saída dos MFB, em cada estágio, (2.198).

3.1.1.1 PIC Total \times Parcial, SD \times HD em canal AWGN Síncrono

As figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 sintetizam o desempenho médio sobre todos os usuários em função da população de usuários ativos crescente para os seis algoritmos canceladores de interferência paralelos de 3 estágios síncronos em canal AWGN considerando seqüências de espalhamento puramente randômicas de comprimento $N = 100$, controle perfeito de potência e $\frac{E_b}{N_0} = 9\text{dB}$. Assume-se estimativa perfeita para atrasos, τ_k , fase das portadoras, ϕ_k (uniformemente distribuídas no $[-\pi, \pi]$) e amplitudes, A_k . Para os PIC parciais foram obtidos desempenhos considerando vários conjuntos de coeficientes. Após algumas tentativas considerou-se os seguintes fatores de cancelamento parciais para os PIC Parciais de 3 estágios não otimizados: $SCF_{HD} = [0.6; 0.8; 1.0]$, $SCF_{SD} = [0.3; 0.8; 1.0]$, iguais aos adotados em [Buehrer 99]; para o decisor Tanh tomou-se os coeficientes em função do carregamento, $K = 5 : 10 : 95$ para os dois estágios iniciais: $SCF1_{TH} = 0,99 : 0,02 : 0,81$, $SCF2_{TH} = 0,990 : 0,015 : 0,855$ e $SCF3_{TH} = 1$. Note-se para todos os três tipos de algoritmos PIC um melhor desempenho para os PIC Parciais. O efeito do termo polarização sobre o PIC-SD Linear Total pode ser visto na figura 3.2: comparando-se o desempenho obtido no terceiro estágio com aquele previsto analiticamente nota-se grande discrepância no desempenho. De fato, as estatísticas de decisão polarizadas reduzem drasticamente o potencial desempenho, principalmente na região de alto carregamento. A atenuação do efeito do termo polarização sobre as estatísticas de decisão é obtida ponderando-se o cancelamento em cada estágios; o resultado final é um desempenho melhorado no 3º estágio do PIC-SD Parcial em relação ao previsto analiticamente. Finalmente, entre os canceladores analisados, o PIC-Tanh Parcial supera os demais PIC com decisores SD e HD, figura 3.4.

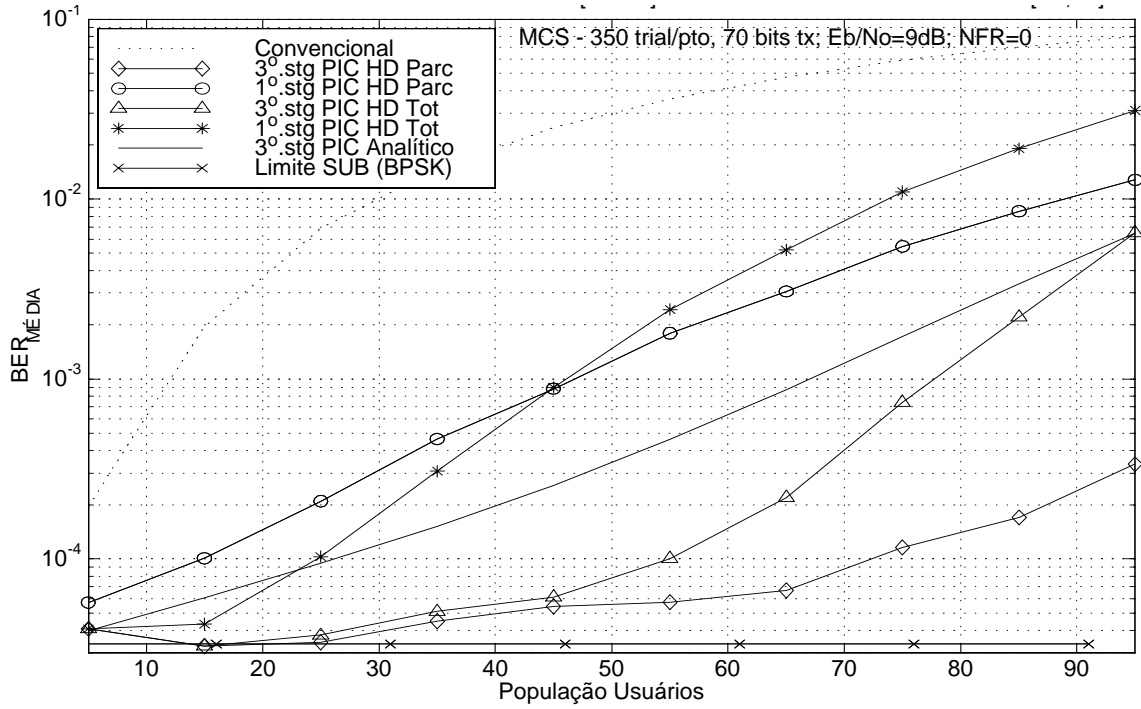


Figura 3.1. Primeiro e terceiro estágios de um PIC-HD Total e Parcial síncronos com $\xi = [0, 6; 0, 8; 1]$, RNDZ100 e estimação perfeita para as amplitudes.

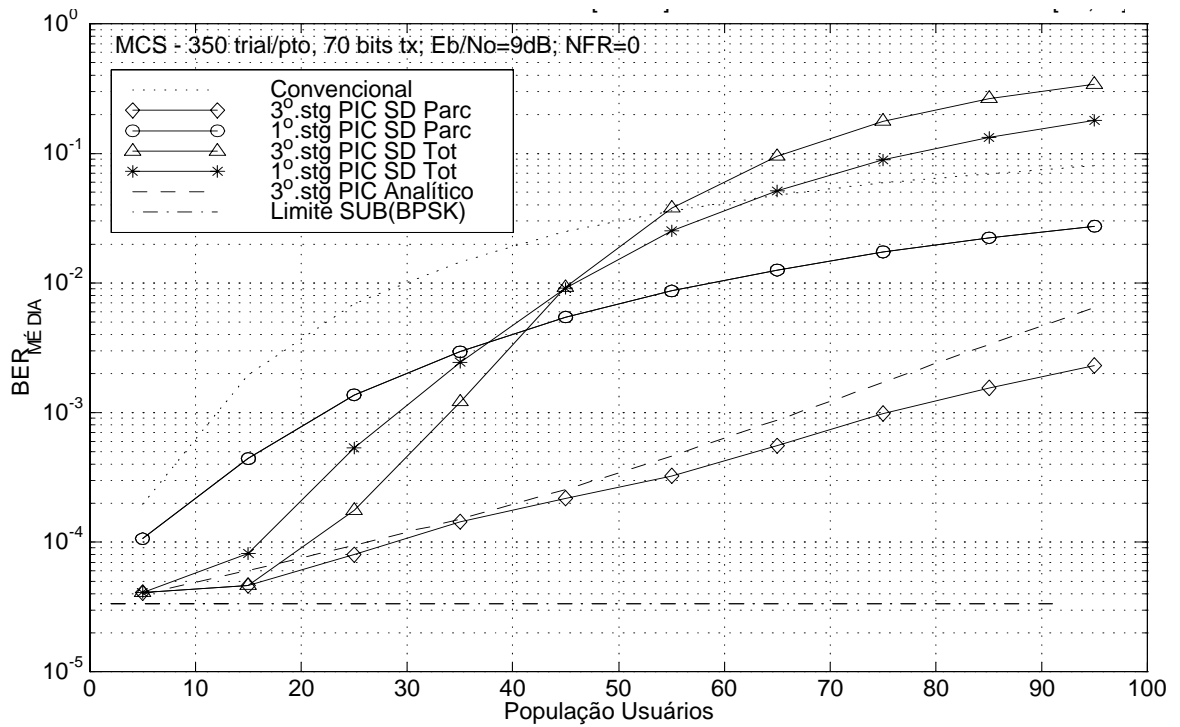


Figura 3.2. Primeiro e terceiro estágios para um PIC-SD Total e Parcial síncronos com $\xi_{SD} = [0, 3; 0, 8; 1]$ e RNDZ100.

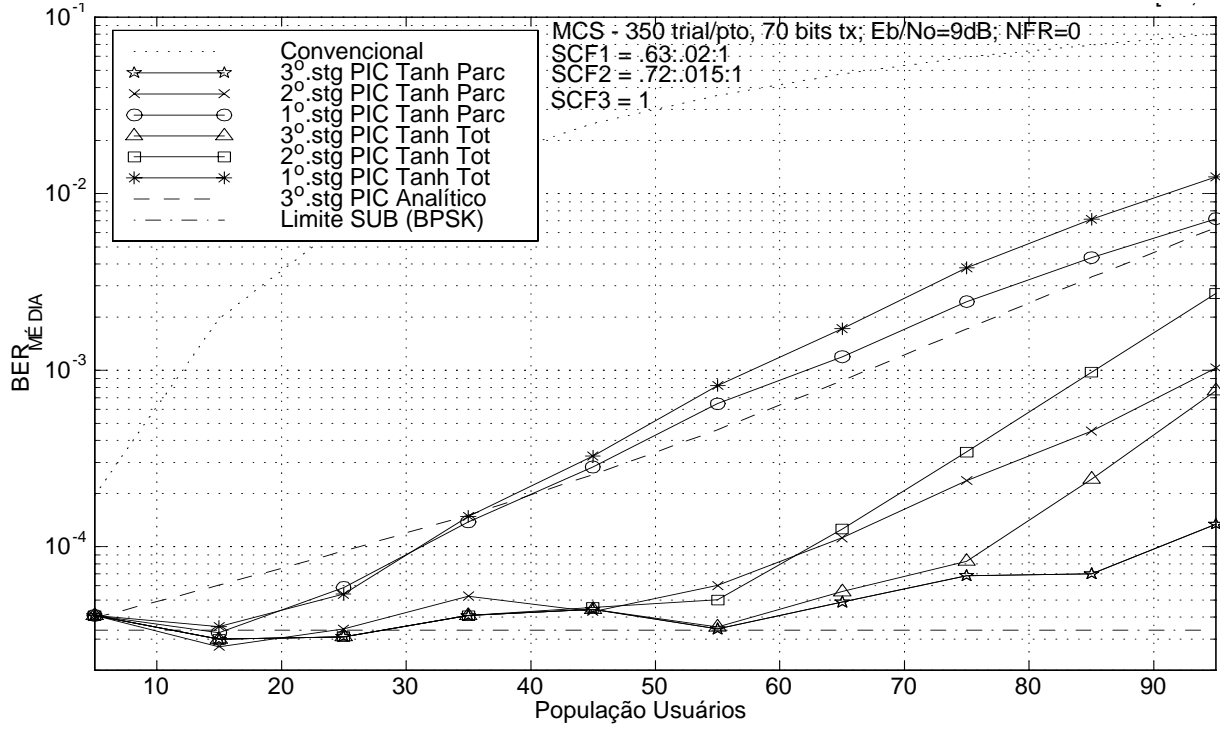


Figura 3.3. PIC Tanh Total e Parcial síncronos de 3 estágios com seqüências RNDZ100 com ξ função do número de usuários e estágios; estimativas para amplitudes, atrasos e fases supostas conhecidas e variâncias estimadas; $E_b/N_0 = 9\text{dB}$.

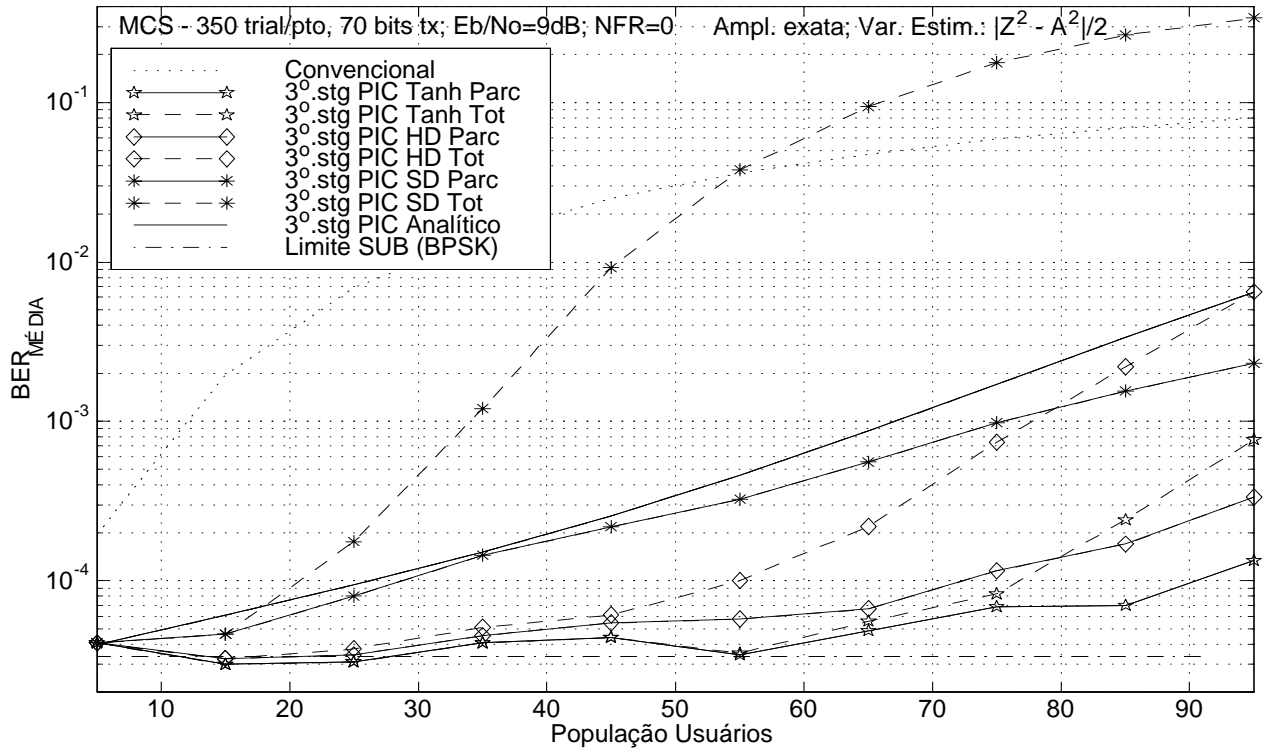


Figura 3.4. Terceiro estágio de um PIC Tanh, HD e SD Total e Parcial síncronos com RNDZ100; estimativas para amplitudes, atrasos e fases supostas conhecidas e variâncias estimadas; $E_b/N_0 = 9\text{dB}$. $NFR = 0$

Considerando agora o desempenho $\overline{BER} \times E_b/N_0$, mostra-se nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7 3.8 o comportamento obtido via simulação para um carregamento relativamente alto, $L = 80\%$. Aqui, estimam-se as energias recebidas através de médias de amostras à saída do MFB. Os coeficientes de cancelamento parciais foram ajustados agora para: $SCF_{HD;TH} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$; $SCF_{SD} = [0, 4; 0, 8; 0, 9]$, independentes da SNR e não otimizados. Mesmo assim, mais uma vez, nota-se na figura 3.8 a superioridade de desempenho atingida pelo PIC-Tanh Parcial. A técnica simples das médias de amostras à saída do MFB mostra-se eficiente na obtenção de estimativas para as amplitudes em canal AWGN. Note-se finalmente que o desempenho para o 3º estágio do PIC-SD Parcial apresenta relativa concordância ao desempenho analítico para o PIC-SD Total.

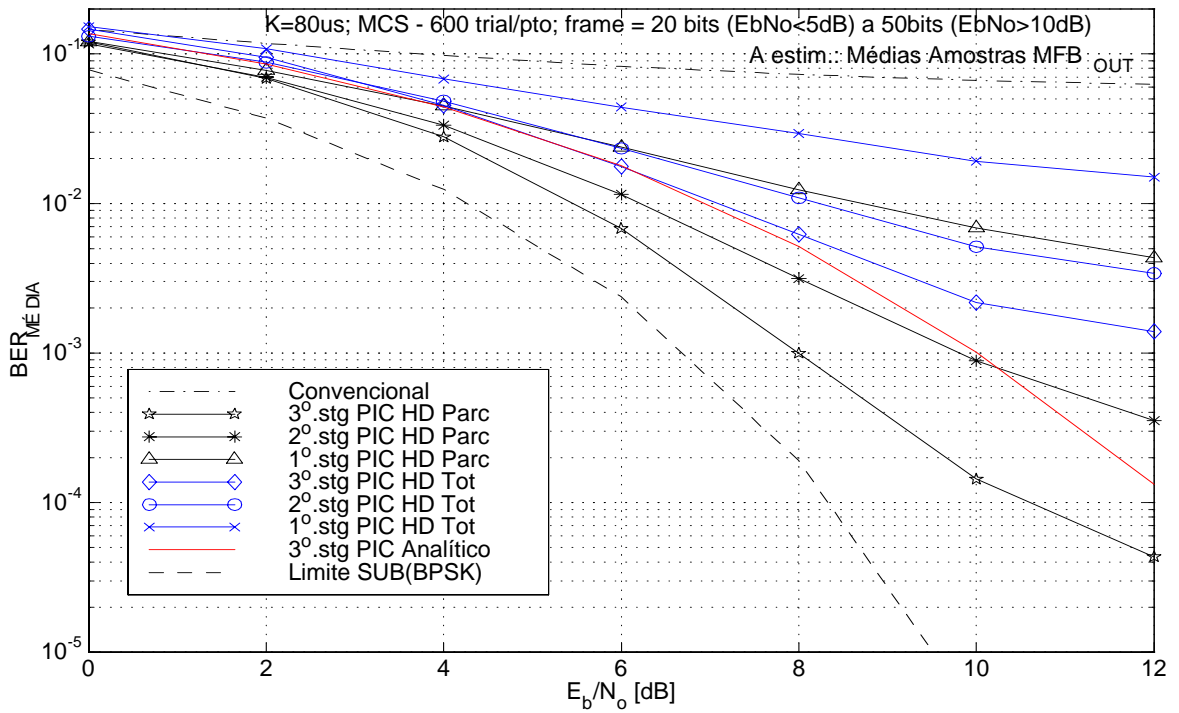


Figura 3.5. PIC Total e Parcial HD síncrono de 3 estágios; seqüências RNDZ100 e $K = 80 \mu s$; $SCF_{HD} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$; amplitudes estimadas como média temporal à saída do MFB.

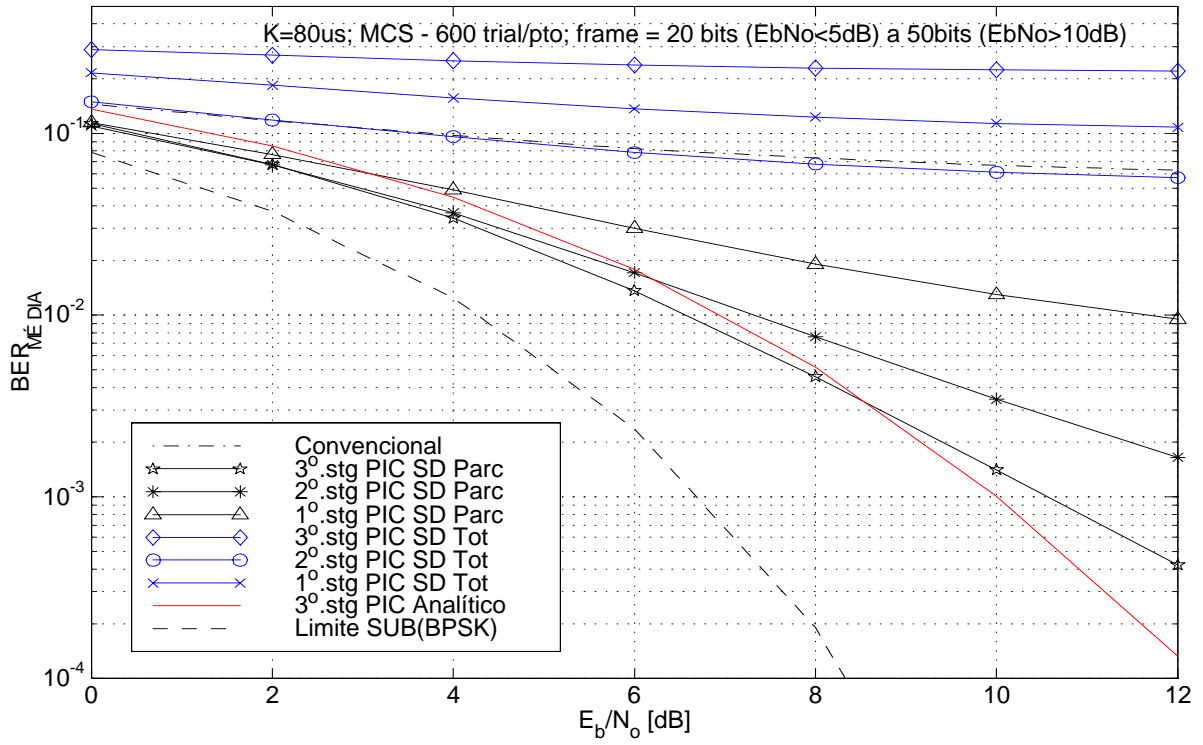


Figura 3.6. PIC Total e Parcial SD síncrono de 3 estágios; RNDZ100, $K = 80$ us e $\xi_{SD} = [0, 4; 0, 8; 0, 9]$.

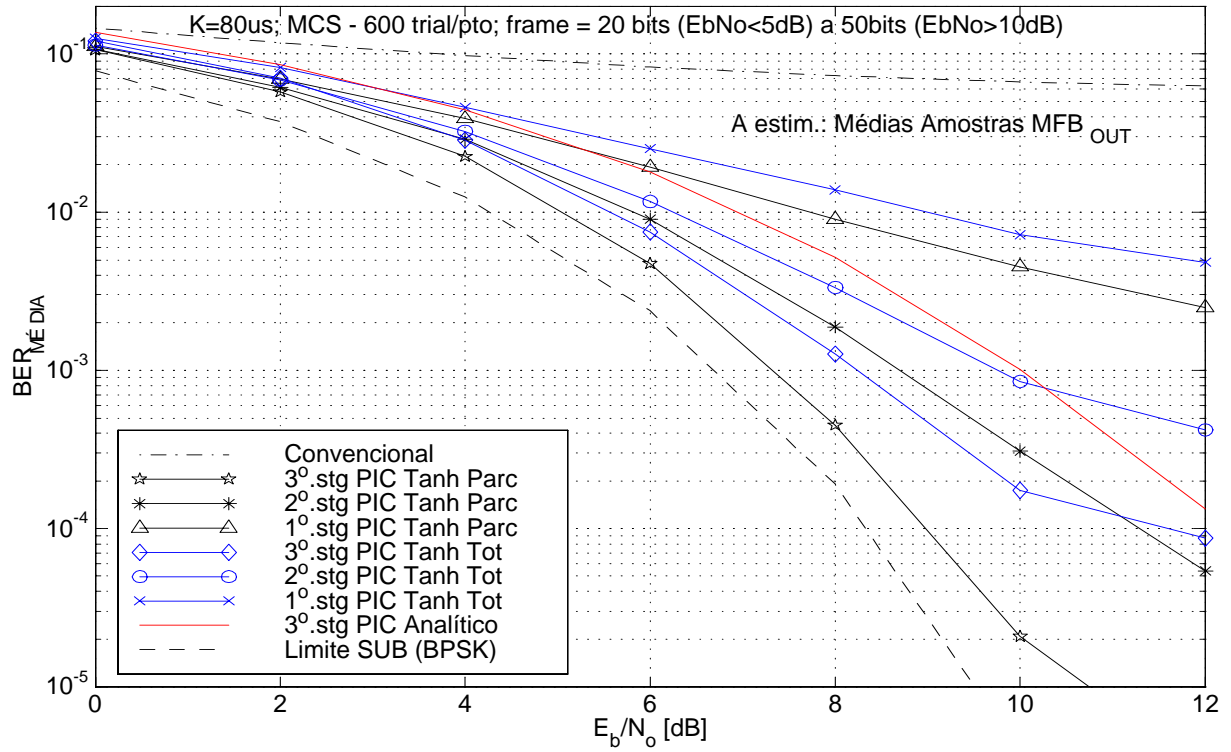


Figura 3.7. PIC Total e Parcial Tanh Síncrono de 3 estágios; Seq. RNDZ100, $K = 80$ us. e $\xi_{Tanh} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$; amplitudes estimadas como média temporal à saída do MFB.

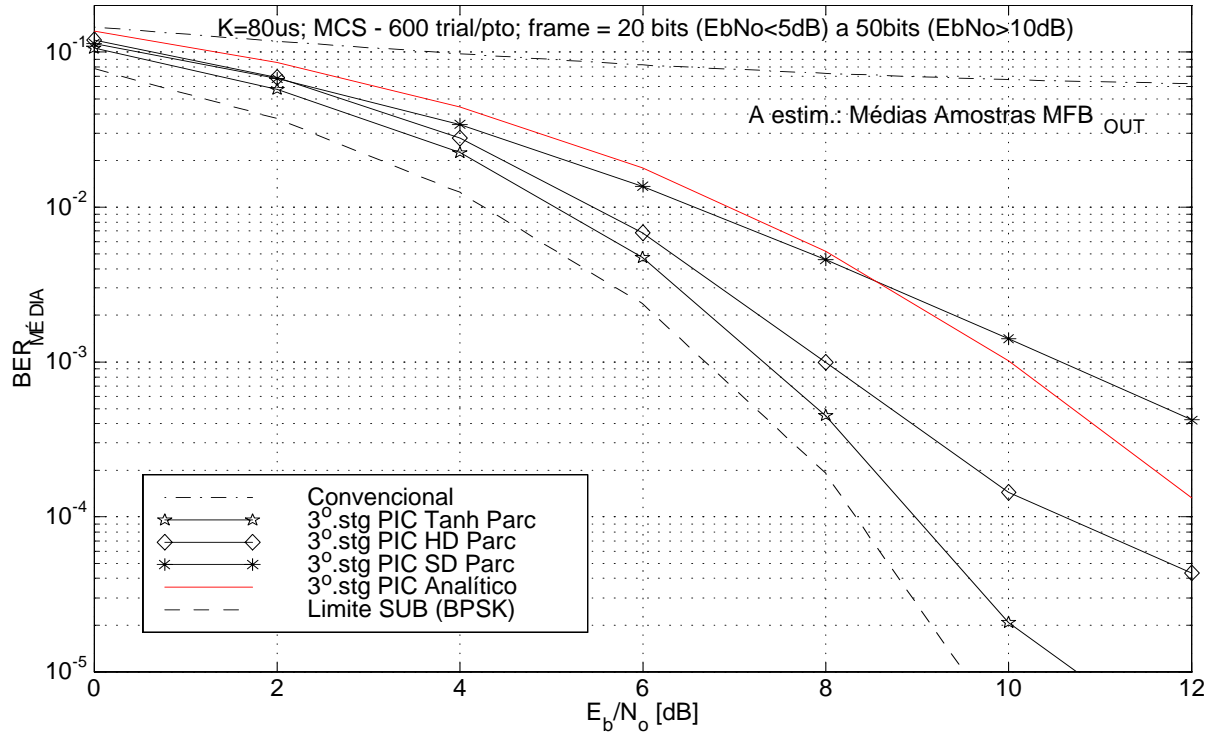


Figura 3.8. Terceiro estágio de um PIC Parcial Tanh, HD e SD síncronos, RNDZ100 e $K = 80$ us. $\xi_{HD;TH} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$, $\xi_{SD} = [0, 4; 0, 8; 0, 9]$ e amplitudes estimadas como média temporal à saída do MFB.

3.1.1.2 PIC Total \times Parcial, SD \times HD em canal AWGN Puramente Assíncrono

São considerados agora o desempenho dos algoritmos PIC cujos sinais recebidos apresentam assíncronismo de sub-chip da ordem de $\frac{T_c}{N_s}$ e uniformemente distribuídos no intervalo $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$, com T = período de bit; T_c = período e chip e N_s = número de amostras por chip; assume-se código curto: $T = N \cdot T_c$.

As figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 apresentam desempenhos médios sobre todos os usuários em função da população de usuários de taxa única ($K = 2$ a 34 us) em um sistema assíncrono com $\frac{E_b}{N_0} = 8$ dB e seqüências de espalhamento randômicas de comprimento $N = 31$. São considerados seis algoritmos para detecção multiusuário do tipo cancelamento de interferência paralelo: PIC Total e Parcial combinados aos decisores do tipo HD e SD Linear ilimitado e Tanh. O número de amostras por chip foi ajustado para $N_s = 3$, sendo este o valor mínimo no qual resulta desempenho semelhante entre o Convencional analítico e o simulado para $N = 31$ (veja apêndice H). Assumiu-se conhecimento exato dos parâmetros atraso, fase da portadora e amplitudes de todos os sinais recebidos no receptor: $\hat{\tau}_k = \tau_k$, $\hat{\phi}_k = \phi_k$ e $\hat{A}_k = A_k$; atrasos discretos e fases uniformemente distribuídos no $\tau_k \in \left[0; T - \frac{T_c}{3}\right]$, $\phi_k \in [0; 2\pi]$.

Para efeito de comparação foram incluídos os desempenhos dos receptores Convencional, o desempenho quando não há nenhum interferente (limite SuB) e o desempenho analítico do PIC-SD Total quando não se considera o efeito do termo polarização existentes nos estágios canceladores, resultando em desempenhos superestimados.

Novamente, para os três algoritmos PIC Parciais não foram otimizados os fatores de cancelamento parcial em cada estágio. Ao contrário, fixou-se valores, para cada estágio, independentemente da população de usuários e da E_b/N_0 . Também para canal AWGN puramente assíncrono, confirma-se o melhor desempenho do PIC-SD Tanh Parcial, seguido pelo HD Parcial, principalmente na região de alto carregamento. Com a otimização dos fatores SCF pode-se esperar melhoria adicional no desempenho para todos os esquemas de cancelamento parciais.

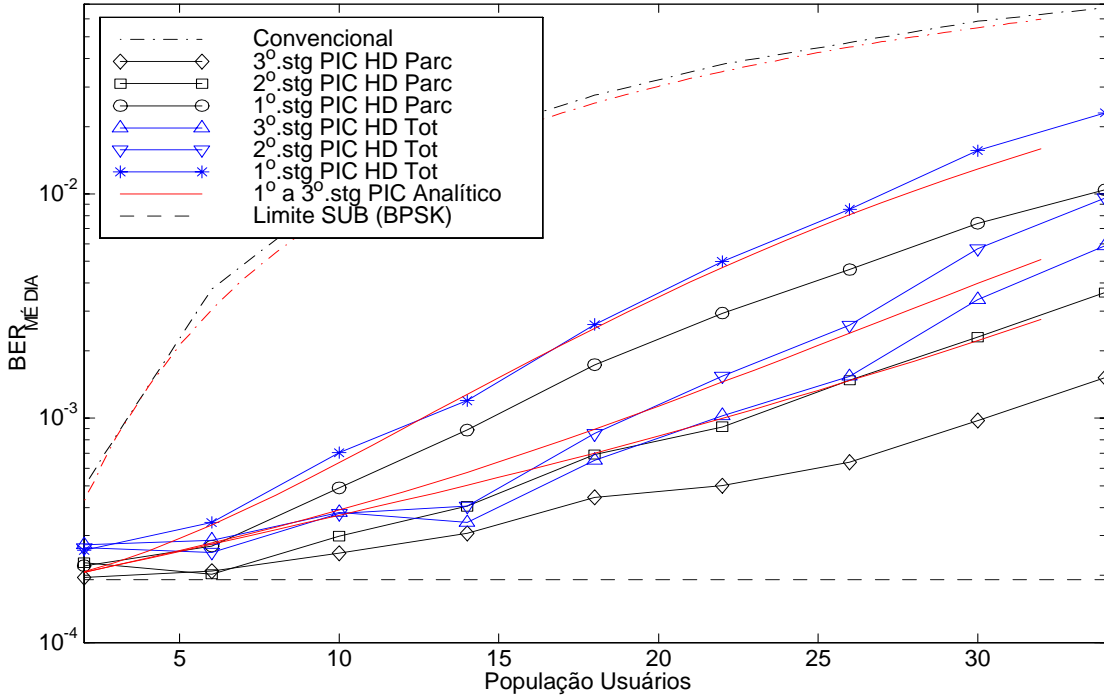


Figura 3.9. PIC de 3 estágios HD Total e Parcial assíncronos, $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$ e RNDZ31; controle perfeito de potência; $E_b/N_0 = 8\text{dB}$; atrasos discretos e uniformemente distribuídos no $\tau_k \in [0; T - \frac{T_c}{3}]$; frame de 70 bits.

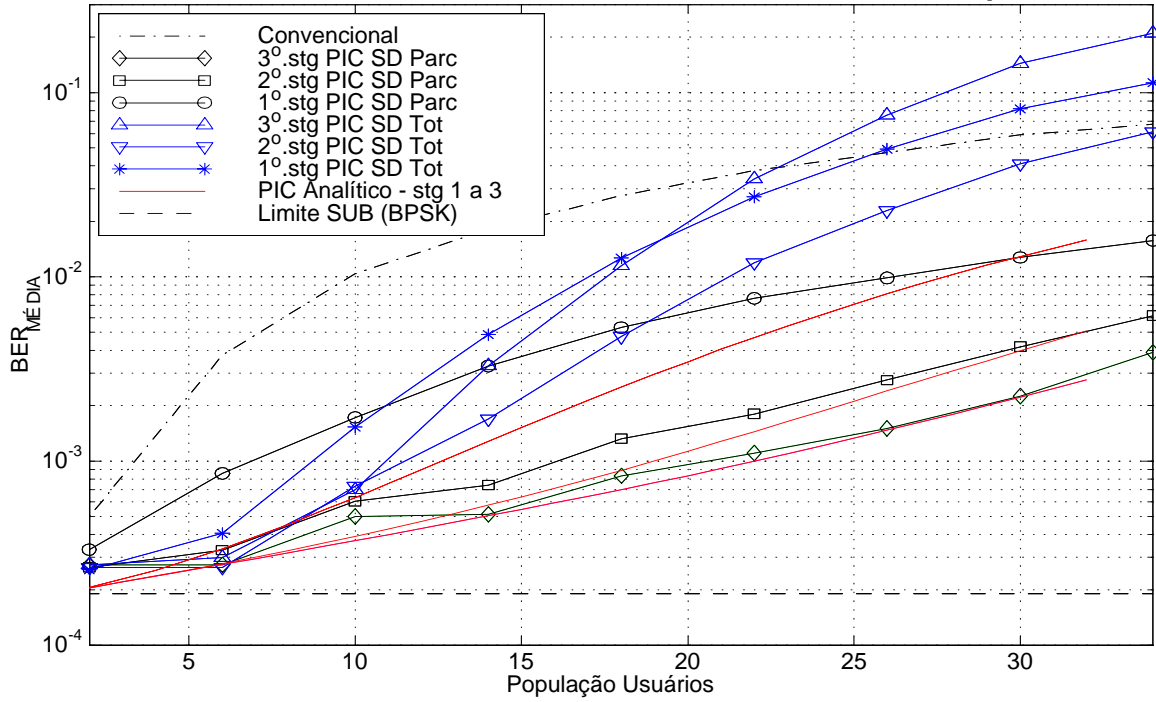


Figura 3.10. PIC-SD Total e Parcial de 3 estágios assíncrono, $\xi = [0,4;0,8;0,9]$ e RNDZ31. $E_b/N_0 = 8\text{dB}$; controle perfeito de potência, número de amostras por chip, $N_s = 3$.

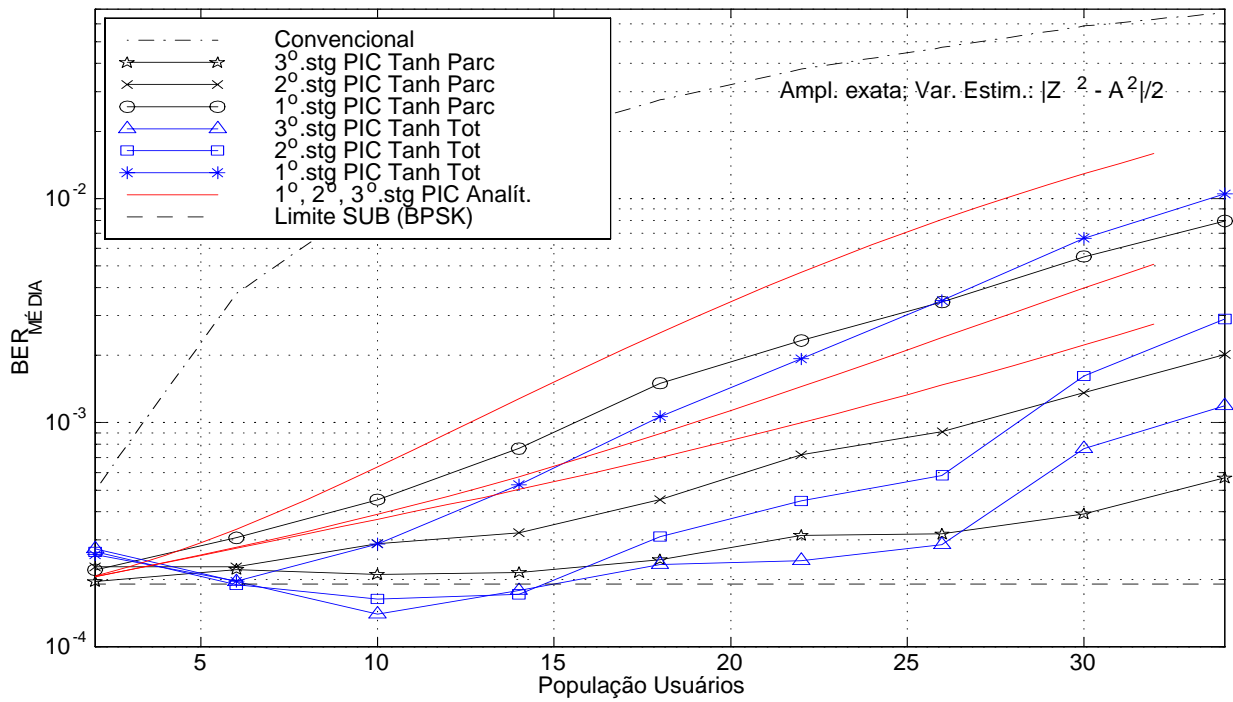


Figura 3.11. PIC 3 stg. Tanh Total e Parcial Assíncronos, $\xi = [0,7;0,8;0,9]$ e RNDZ31; estimativas para as variâncias de ruído residual total a cada estágio.

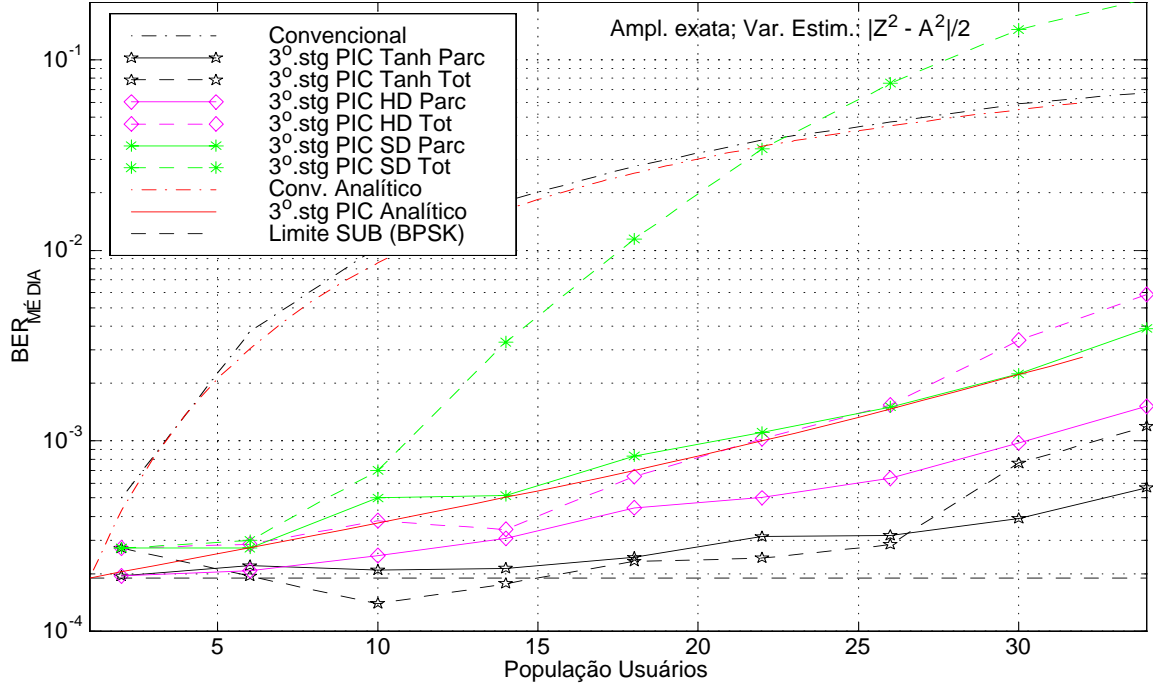


Figura 3.12. Terceiro estágio para PIC SD e HD, Total e Parcial, assíncronos, $\xi_{HD;TH} = [0.7; 0.8; 0.9]$; $\xi_{SD} = [0.4; 0.8; 0.9]$ e RNDZ31. variâncias do ruído residual total para o PIC Tanh estimadas a cada estágio. $E_b/N_0 = 8\text{dB}$.

Desempenhos médios sobre $K = 31$ usuários em função de E_b/N_0 com seqüências de Gold31 e controle perfeito de potência para os 6 algoritmos PIC de 3 estágios em canal AWGN assíncrono são mostrados nas figuras 3.13, 3.14 e 3.15. Adotou-se os mesmos fatores de cancelamento anteriores.

Embora sejam assumidos aqui conhecimento perfeito dos parâmetros energias, atrasos, fases das portadoras de todos os usuários, pode-se concluir que canceladores de interferência paralelo apresentam excelentes desempenhos em sistemas altamente carregados, $NFR = 0$ e canal AWGN. Entre os algoritmos analisados, particularmente o PIC-Tanh Parcial resulta em melhor desempenho.

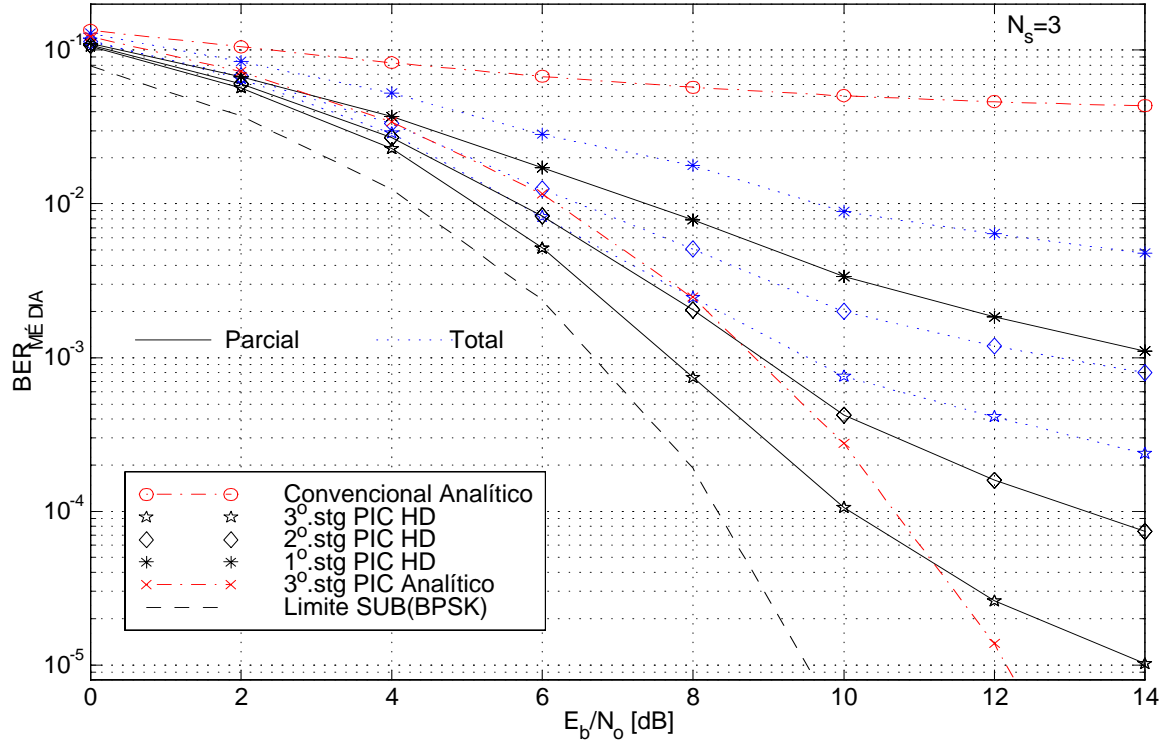


Figura 3.13. Desempenhos para um PIC-HD Assíncrono, Total e Parcial de 3 estágios com $\xi = [0,7;0,8;0,9]$; $K = 31$ usuários, $NFR = 0dB$ e GOLD31 com atrasos relativos discretos e uniformemente distribuídos em $\tau_k \in [0; T - T_c/3]$.

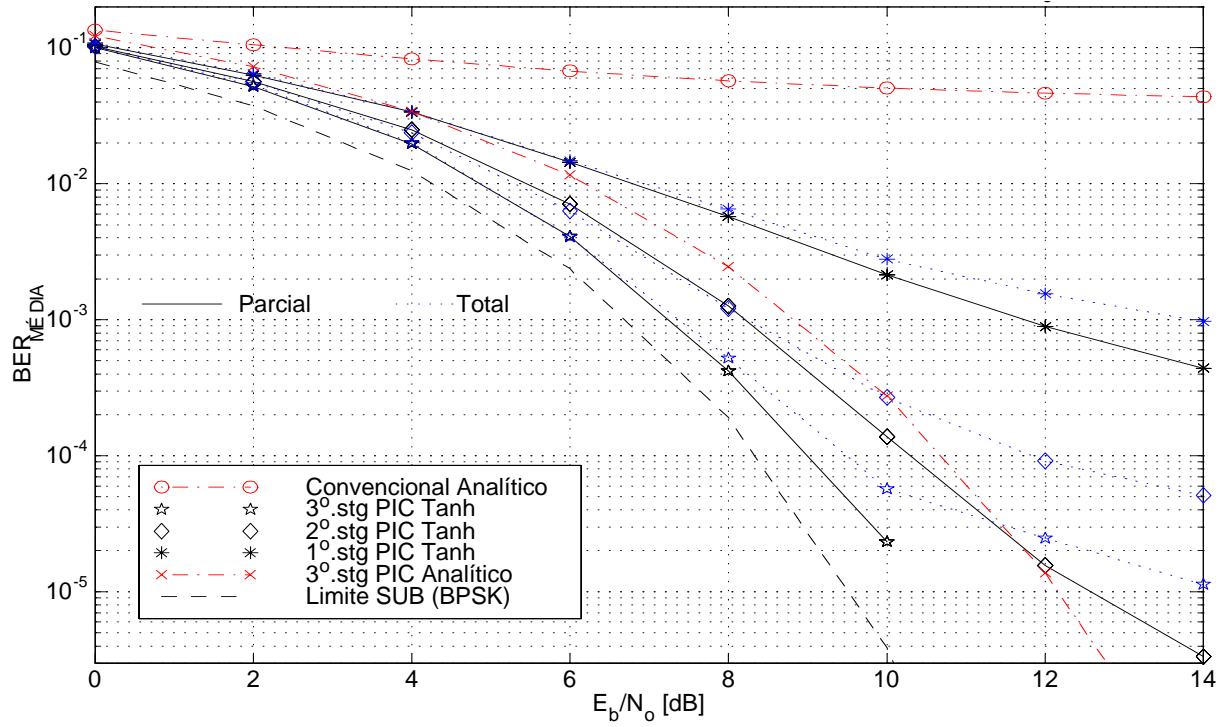


Figura 3.14. PIC-Tanh assíncrono, Total e Parcial de 3 estágios com $\xi = [0,7;0,8;0,9]$; $K = 31$ usuários, $NFR = 0dB$ e GOLD31 com atrasos relativos discretos e uniformemente distribuídos em $\tau_k \in [0; T - T_c/3]$.

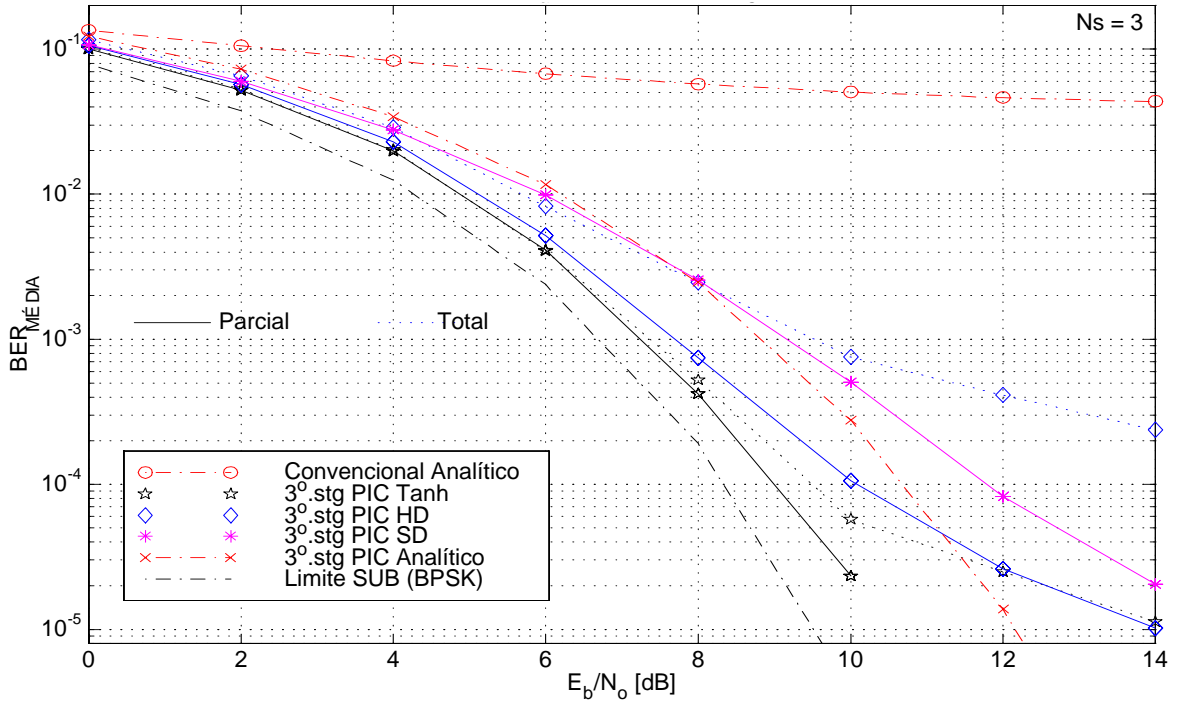


Figura 3.15. Terceiro estágio de PIC assíncronos, Total e Parcial com $\xi_{HD;TH} = [0.7; 0.8; 0.9]$ e $\xi_{SD} = [0.4; 0.8; 0.9]$; GOLD31 com atrasos relativos discretos e uniformemente distribuídos em $\tau_k \in [0; T - T_c/3]$; sistema altamente carregado, $L = 100\%$ e $NFR = 0dB$.

3.1.1.3 PIC Total \times Parcial, SD \times HD em canal AWGN Assíncrono discreto em T_c

Apesar da artificialidade da condição de atrasos discretos em T_c , ou seja com $N_s = 1$ e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$, não sendo normalmente satisfeita em sistemas assíncronos práticos, esta simplificação conduz a uma redução substancial no tempo de simulação e pode ser empregada como uma primeira aproximação (limite superior) na obtenção de desempenhos via simulação.

Considerando esta simplificação, foram comparados os desempenhos dos detectores MuD PIC-HD e PIC-SD Tanh de 3 estágios com controle perfeito de potência, $NFR = 0$ e seqüências de espalhamento Pseudo-Gold e PN de comprimento $N = 31$, atualizadas a cada nova realização Monte Carlo. Uma vez que os valores de correlação cruzada para os conjuntos de seqüências Pseudo-Gold estão entre as seqüências os valores de correlação que se obtém para as FP-Gold e as PN, menores MAI são atingidas com a utilização das seqüências Pseudo-Gold e portanto, mantidos todos os demais parâmetros de sistema, melhores desempenhos são obtidos com as seqüências Pseudo-Gold.

Foram considerados 400 a 450 realizações Monte Carlo por ponto e transmitidos número de bits (*frames*) conforme o carregamento e o $\frac{E_b}{N_0}$ do sistema, tabela 3.2. As figuras 3.16 e 3.17 apresentam o comportamento para o desempenho médio em função do carregamento com $\frac{E_b}{N_0} = 8dB$ e seqüências

Pseudo-Gold de comprimento $N = 31$; para todos os usuários assumem-se conhecimento perfeito dos parâmetros atraso, fase da portadora com distribuição uniforme em $[-\pi, \pi]$ e energias dos sinais recebidos.

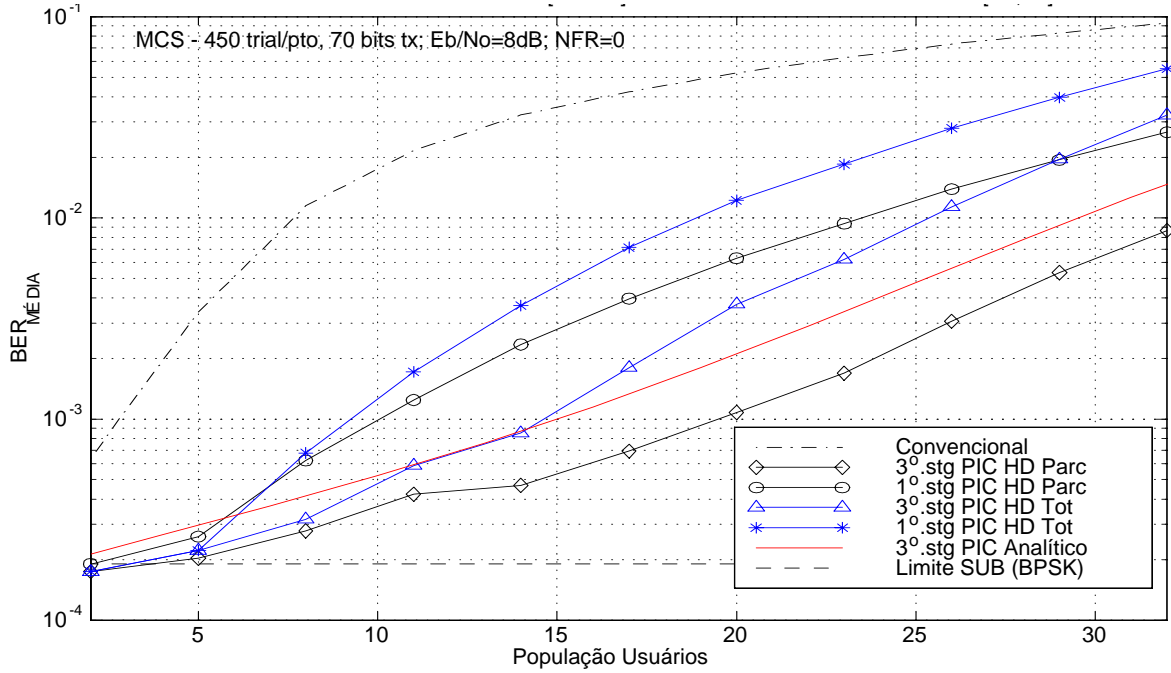


Figura 3.16. 1º e 3º estágios PIC-HD Total e Parcial assíncronos com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; GOLD31, $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$ e $NFR = 0$.

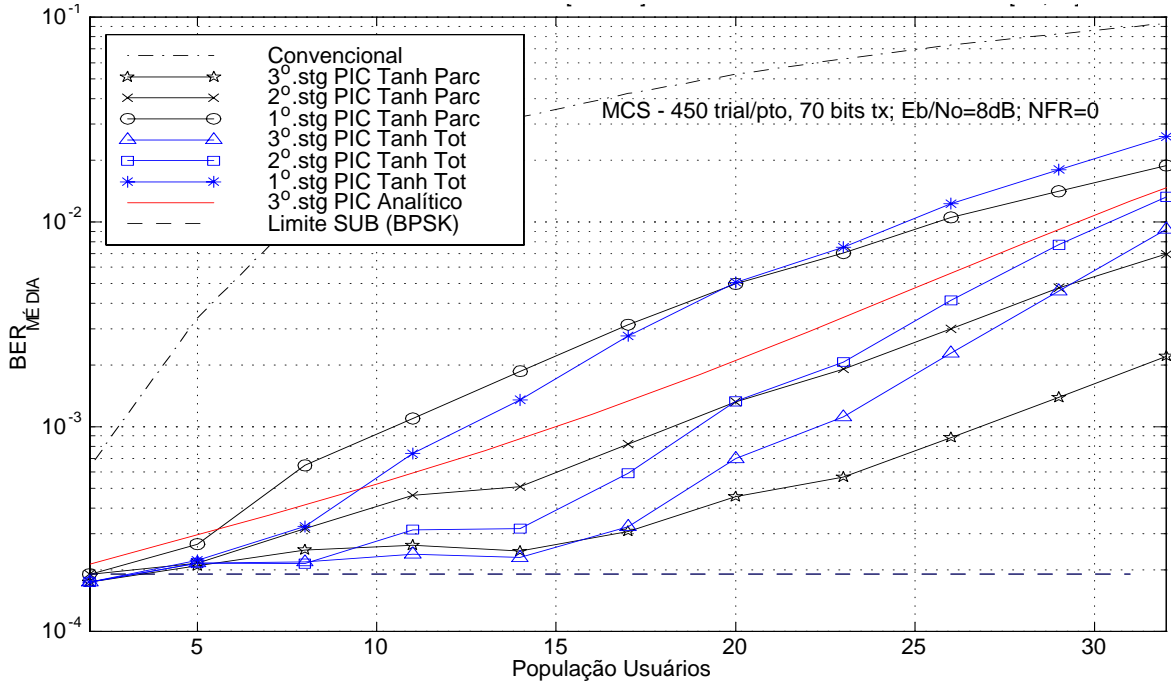


Figura 3.17. PIC Tanh Total e Parcial assíncronos de 3 estágios com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; GOLD31, $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$ e $E_b/N_0 = 8\text{dB}$; variância do ruído residual total estimada como médias temporais de J amostras à saída do MFB, a cada estágio s .

Como contraponto, mostra-se o desempenho empregando-se conjuntos de seqüências puramente randômicas, mantidos os demais parâmetros anteriores, figuras 3.18 e 3.19. Evidencia-se novamente o melhor desempenho do PIC-Tanh Parcial nos dois conjuntos de seqüências.

Uma comparação destes resultados com os obtidos anteriormente para o sistema puramente assíncrono (atrasos discretos em $\frac{T_c}{3}$), figuras 3.9 e 3.11, mostra que de fato a redução no número de amostras por chip ($N_s = 1$) em um sistema assíncrono subestima os desempenhos, uma vez que as correlações cruzadas parciais (2.22a) e (2.22b) atingem máximos e mínimos locais quando os atrasos são múltiplos inteiros de T_c , assumida formatação de chip retangular⁴⁸. O resultado é a maximização da MAI média cujos valores são proporcionais a (3.28) [Pursley 77]. Por outro lado, atrasos discretizados em sub-intervalos de T_c resultam em correlações cruzadas parciais médias menores e portanto o desempenho final médio será melhor que no caso da hipótese de atrasos discretos em T_c . No entanto, vale observar a expressiva redução no tempo de simulação alcançada com a adoção de $N_s = 1$, justificando-se o cálculo de desempenho com tal simplificação quando se deseja obter rapidamente figuras de desempenho aproximados para um receptor sob investigação.

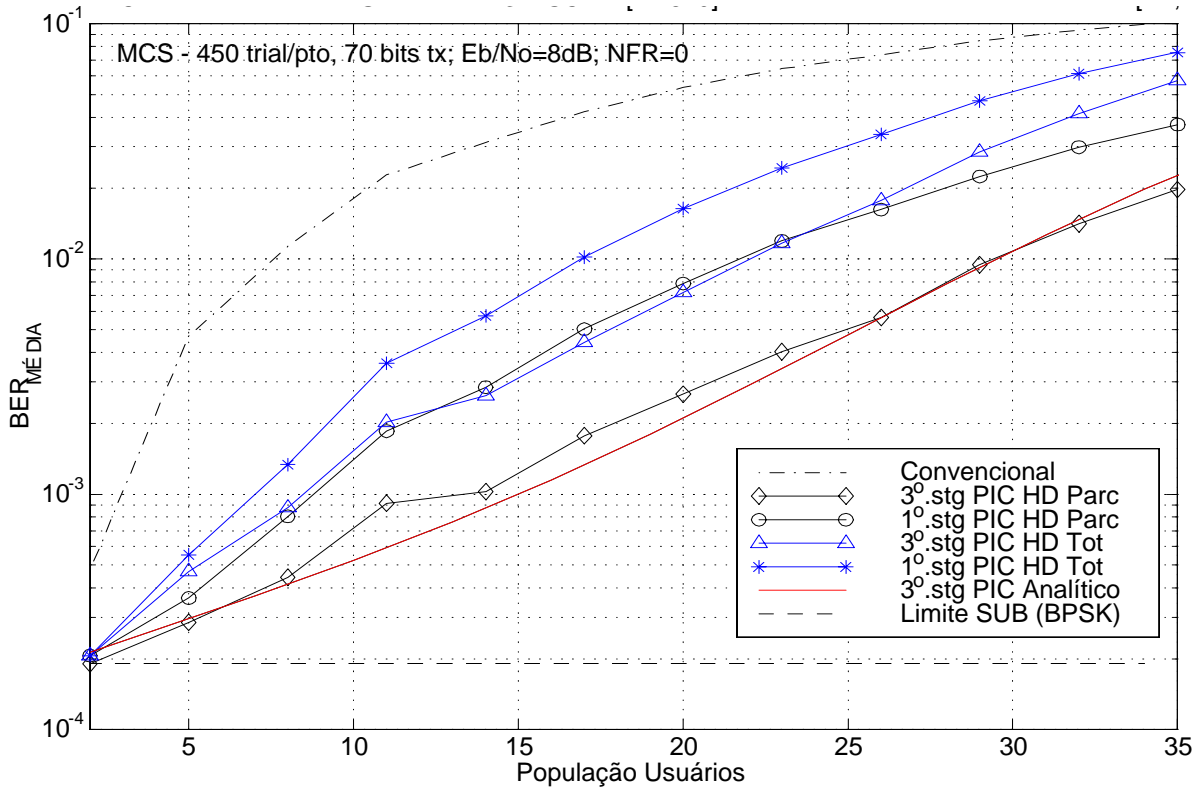


Figura 3.18. 1º e 3º estágios de um PIC HD Total e Parcial assíncronos com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; RNDZ31 e $\xi = [0.7; 0.8; 0.9]$. $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$. Controle perfeito de potência.

⁴⁸ Devido à redução na complexidade computacional dos algoritmos, adotou-se ao longo deste trabalho chip com formatação de onda retangular.

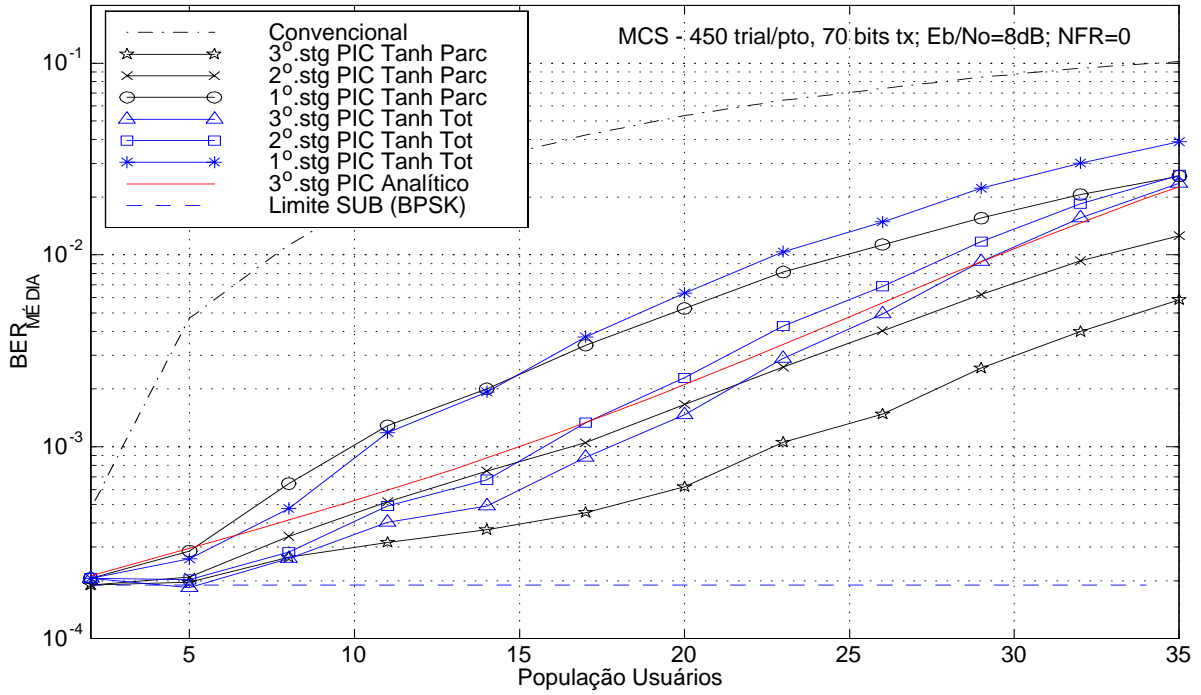


Figura 3.19. PIC Tanh Total e Parcial com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; RNDZ31, $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$ e $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$; variância do ruído residual total estimada a cada estágio como médias temporais de $J = 50$ amostras à saída do MFB; $NFR = 0$.

Finalmente, nas figuras 3.20 e 3.21 mostra-se o desempenho em termos de $\overline{BER} \times E_b/N_0$ para seqüências Rndz31 com *estimativa das energias recebidas dos usuários* como média de amostras à saída do banco de filtros casados em um sistema altamente carregado, $L = 100\%$. Mais uma vez, evidencia-se a superioridade de desempenho obtida através do algoritmo PIC-Tanh Parcial.

O método de estimativa das energias baseado em médias de amostras à saída do MFB constitui-se em um procedimento de baixa complexidade de implementação e relativa precisão em canais AWGN, como mostrado na seção 2.5. Compare-se como são próximos os respectivos desempenhos médios obtidos nas figuras 3.20 e 3.21 nos pontos de $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$ aos obtidos nas figuras 3.18 e 3.19, cujas energias dos sinais recebidos são admitidas conhecidas no receptor.

Como esperado, nota-se o melhor desempenho para os sistemas que empregam conjunto de seqüências Pseudo-Gold em relação às seqüências PN, uma vez que o primeiro conjunto apresenta melhores propriedades de correlação cruzada. Vale ressaltar que não está sendo comparado aqui a capacidade de obtenção de sincronismo do sistema DS/CDMA, associado às características de autocorrelação das seqüências.

Entre os algoritmos PIC, confirma-se o desempenho superior do PIC-Tanh Parcial síncrono e assíncrono para todas as condições de variações de parâmetros apresentados às custas de uma maior complexidade de implementação, uma vez que, este algoritmo requer a estimativa de um maior

numero de parâmetros; em relação ao PIC-SD Total, algoritmo mais simples, requer adicionalmente a estimativa dos parâmetros amplitude e variância total de ruído.

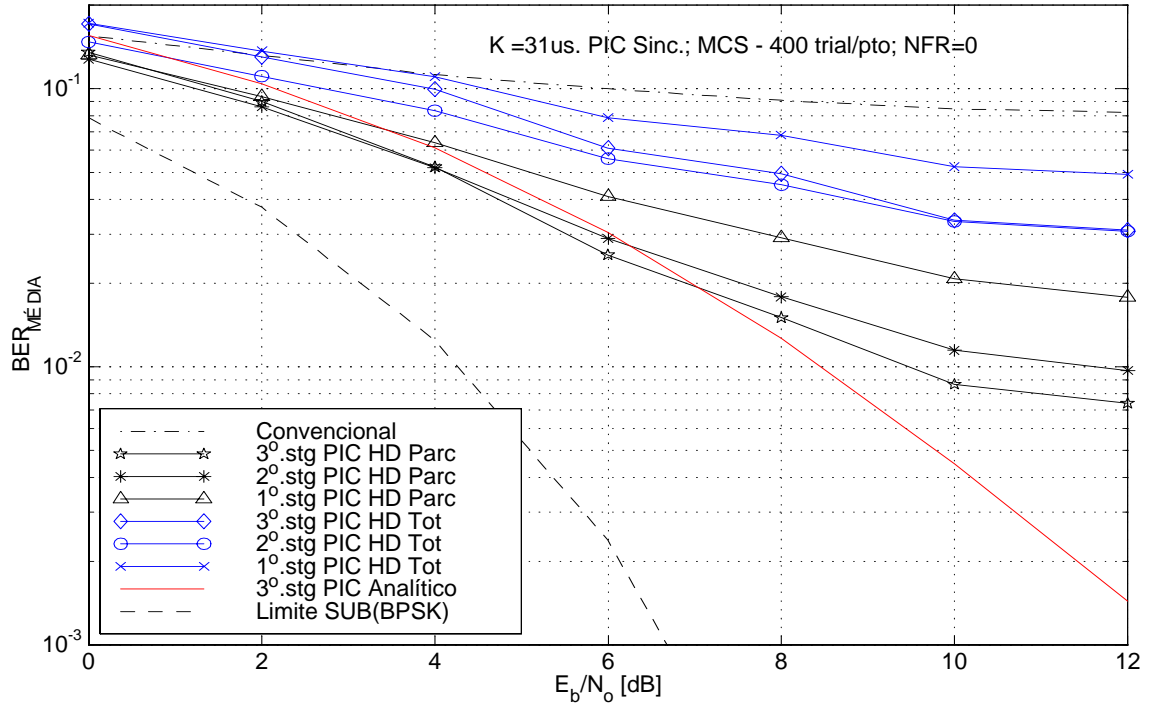


Figura 3.20. PIC-HD de 3 estágios assíncrono com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; seqüências RNDZ31; $\frac{K}{N} = 100\%$ e $NFR = 0dB$. Amplitudes estimadas como média temporal de amostras à saída do MFB. $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$.

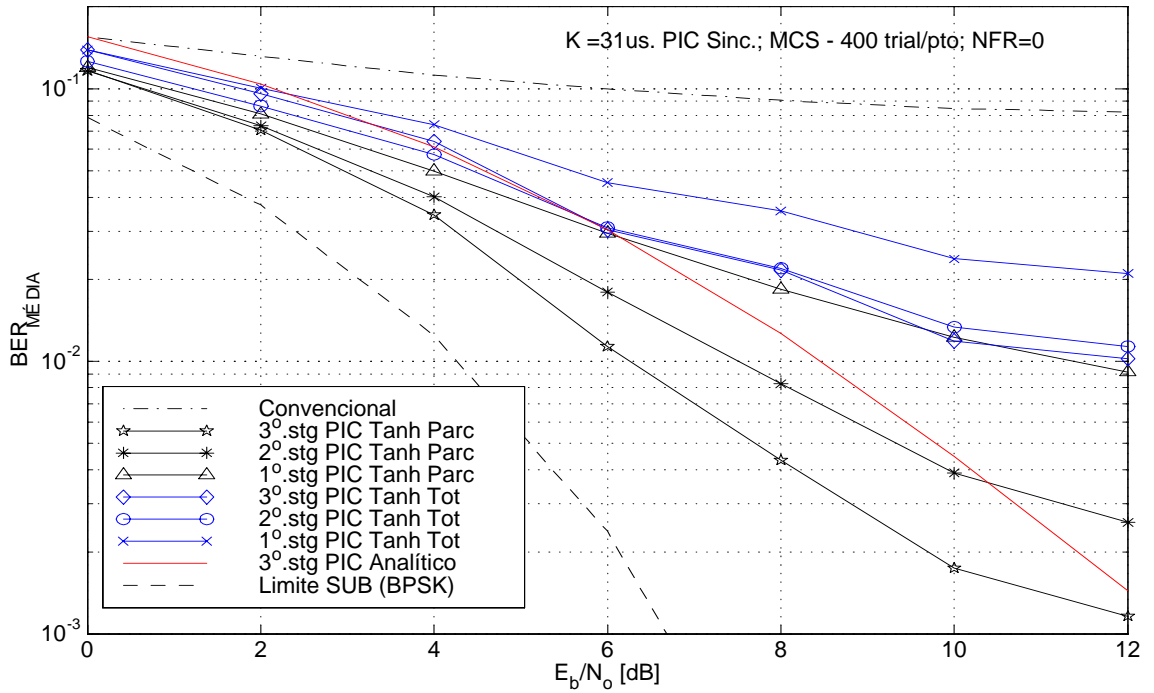


Figura 3.21. PIC-Tanh de 3 estágios com atrasos discretos em T_c e uniformemente distribuídos no $[0; N - 1]$; seqüências RNDZ31, $\frac{K}{N} = 100\%$ e $NFR = 0$. Amplitudes estimadas como média temporal de amostras à saída do MFB; $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$.

3.1.1.4 Controle Imperfeito de Potência (Efeito Near-Far)

Resultados da seção 2.4.6 indicam que os detectores multiusuário baseados no cancelamento de interferência não são resistentes ao efeito *near-far*. Mesmo assim, como já visto, estes detectores ainda apresentam maior robustez aos sinais dos usuários interferentes quando comparados ao receptor Convencional. Abaixo são mostrados resultados de simulação Monte Carlo considerando ambiente com desajuste de potência. A figura 3.22 apresenta a curva de desempenho médio sobre $K - 1$ usuários para o terceiro estágio dos três algoritmos PIC Parciais em canal AWGN síncrono considerando desajuste de potência para um único interferente no intervalo $NFR = [-15; +25] dB$, seqüências de espalhamento puramente randômicas, RNDZ31 e distintas populações de usuários $K = [6; 24]$; todos os $K - 1$ usuários transmitem com a mesma energia tal que $E_b/N_0 = 8dB$. Para efeito de referência inclui-se o desempenho analítico para o PIC-SD Total. Considera-se como limiar para a robustez *near-far* o valor $10P_e^{SUB}(E_b/N_0 = 8dB)$, seção 2.2.4. Note-se que a maior robustez é obtida pelo PIC-Tanh Parcial que mesmo em um sistema altamente carregado ($K = 24$ us), obtém $\Upsilon \approx 12dB$, enquanto que o receptor Convencional, extremamente sensível ao efeito *near-far*, não atinge robustez *near-far* mesmo em sistema levemente carregado ($L = \frac{6}{31} \approx 20\%$). A robustez *near-far* eleva-se para $\Upsilon \approx 22dB$ quando o sistema está levemente carregado ($K = 6$ usuários).

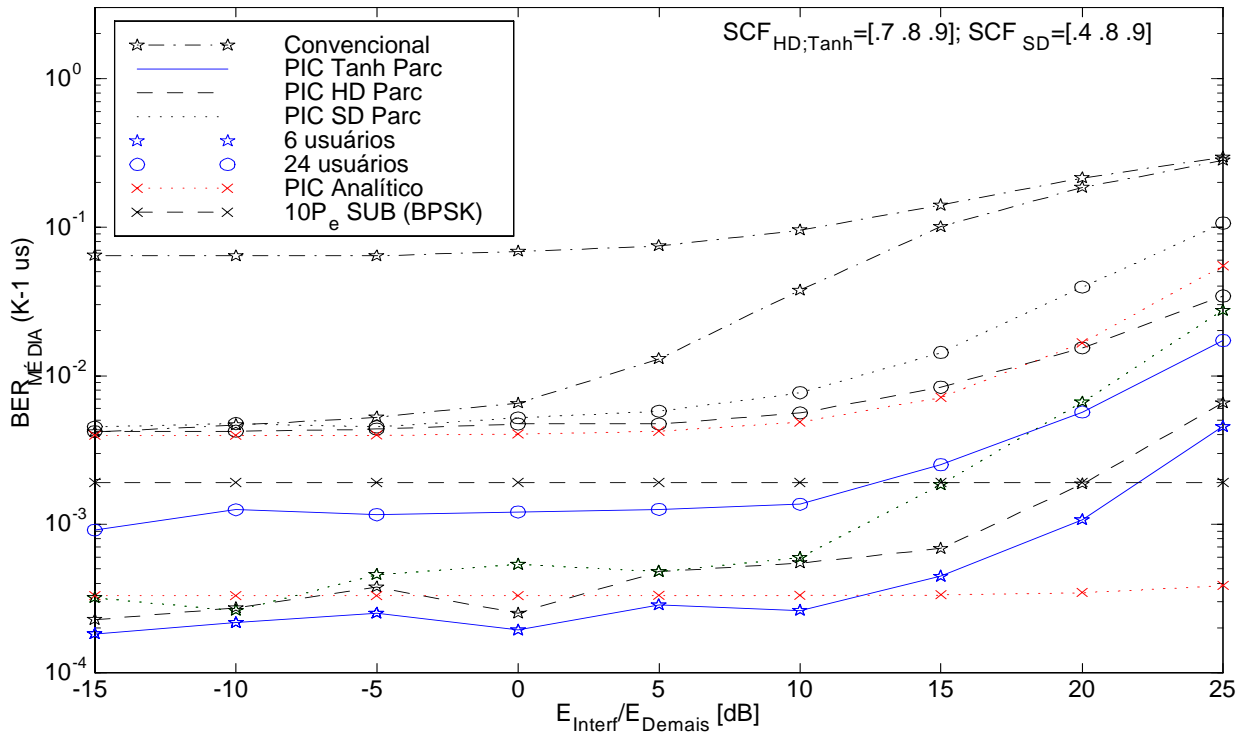


Figura 3.22. Desempenho Médio para $(K - 1)$ usuários de mesma potência $E_b/N_0 = 8dB$ em um PIC Parcial SD, HD e Tanh de 3 estágios sob efeito *near-far* de um único interferente. Load = $[\frac{6}{31}; \frac{24}{31}]$; canal síncrono e RNDZ31.

Considere a avaliação de robustez *near-far* para detectores PIC de 3 estágios e distintas populações de usuários, $K = [12; 18; 24; 32]$, em canal AWGN **assíncrono** considerando metade dos usuários interferentes na condição de *near-far*, seqüências de Gold31 com atrasos discretizados em $\frac{T_c}{N_s}$ e uniformemente distribuídos no $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$, com número de amostras por chip, $N_s = 3$. São mostradas nas figuras 3.23, 3.24, 3.25, 3.26 o desempenho médio sobre $K/2$ usuários de potência constante sendo a outra metade da população com potências variáveis resultando em $NFR = [-10; +15]$ para os detectores PIC-HD e PIC-SD Tanh. Uma síntese de desempenho para $K = 32$ usuários considerando o terceiro estágio para os 6 detectores PIC é apresentada na figura 3.27.

Mesmo na situação de forte efeito *near-far*, os canceladores de interferência subtrativos multiestágio com decisores *hard* e tanh operam satisfatoriamente bem, atingindo, para $K = 32$ ($L \approx 103\%$), uma robustez de $\Upsilon_{K/2} \approx 10dB$ com o PIC-HD Parcial e $\Upsilon_{K/2} \approx 11dB$ com o PIC-Tanh Parcial. Surpreendentemente, na figura 3.27 o PIC-Tanh Total em canal AWGN assíncrono mostra-se mais robusto ao efeito *near-far* que o PIC-Tanh Parcial. A causa desta inversão pode ser atribuída à não otimização dos fatores de cancelamento do PIC-Tanh Parcial para $K = 32$; uma vez que foi adotado após algumas tentativas os fatores $SCF_{Tanh} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$.

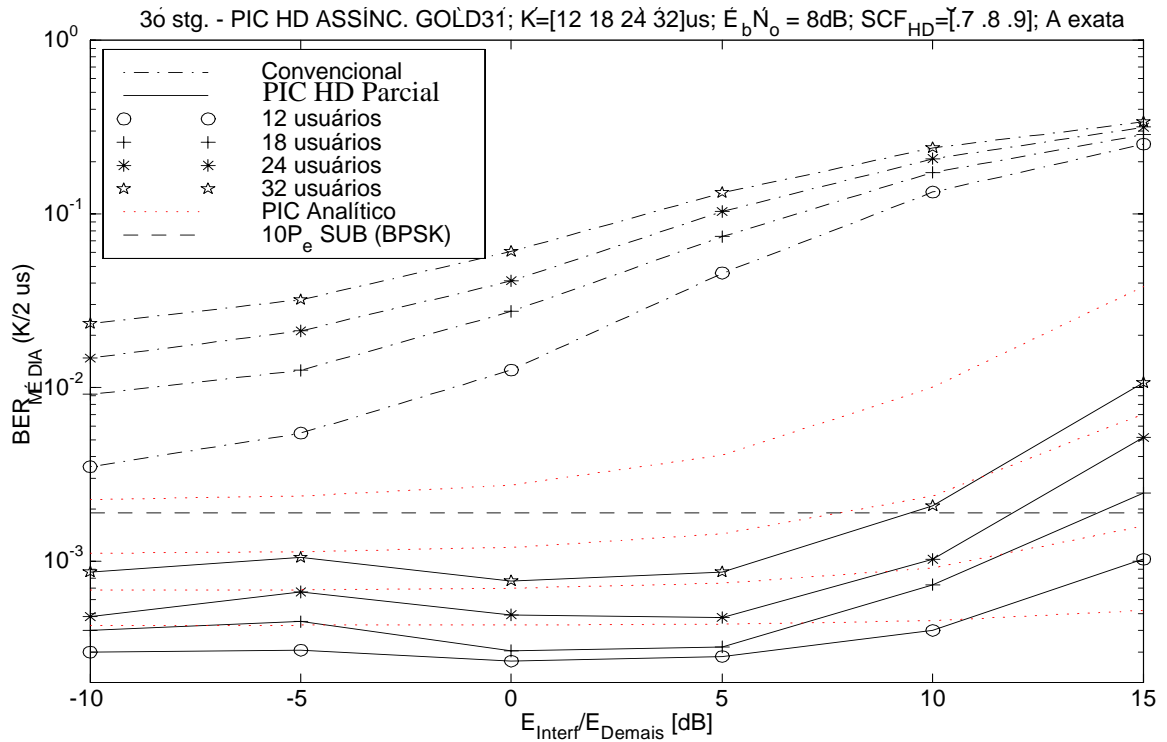


Figura 3.23. Desempenho médio sobre $K/2$ usuários para o 3º estágio de um PIC-HD Parcial assíncrono sob efeito *near-far* de $K/2$ us; $\frac{E_b}{N_0} = 8dB$, GOLD31 com atrasos discretos e uniformemente distribuídos em $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$, com $N_s = 3$; carregamento variável.

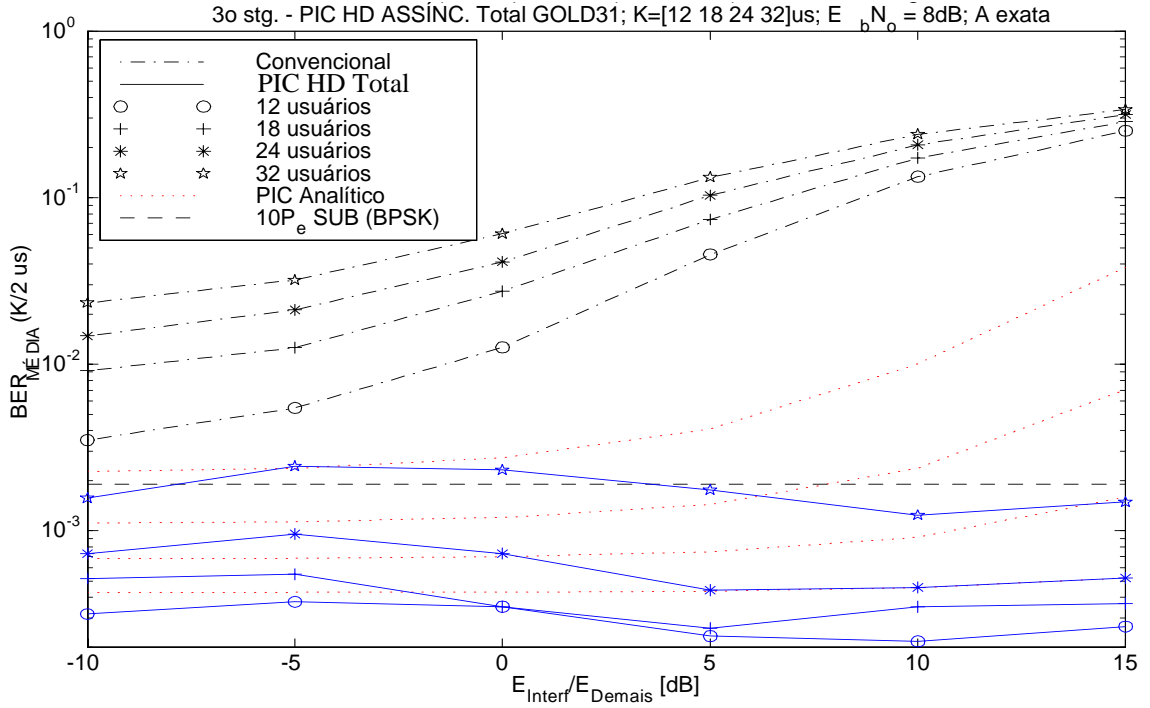


Figura 3.24. Desempenho médio sobre $K/2$ usuários para o 3º estágio de um PIC-HD Total assíncrono sob efeito *near-far* de $K/2$ us; $E_b/N_0 = 8dB$, GOLD31 com atrasos discretos e uniformemente distribuídos em $[0; T - \frac{T_c}{N_s}]$, com $N_s = 3$; carregamento variável.

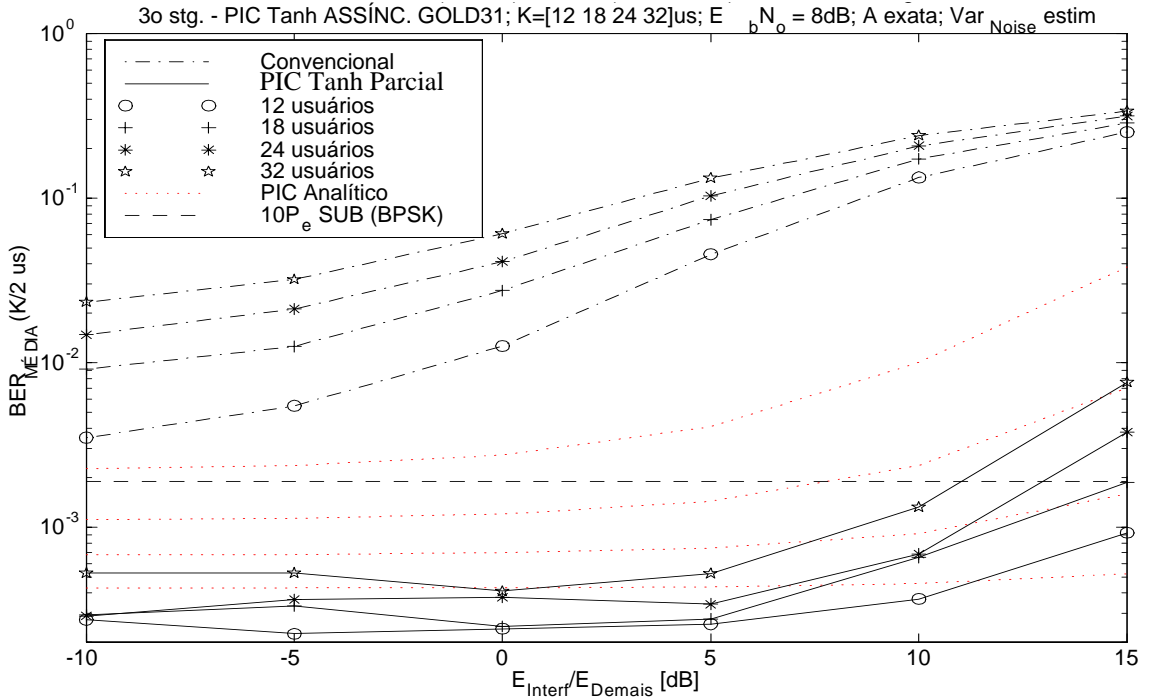


Figura 3.25. Desempenho médio sobre $K/2$ usuários para o 3º estágio de um PIC Tanh Parcial assíncrono sob efeito *near-far* de $K/2$ us; $E_b/N_0 = 8dB$, Gold31 com atrasos discretos e uniformemente distribuídos em $[0; T - \frac{T_c}{N_s}]$, com $N_s = 3$; carregamento variável.

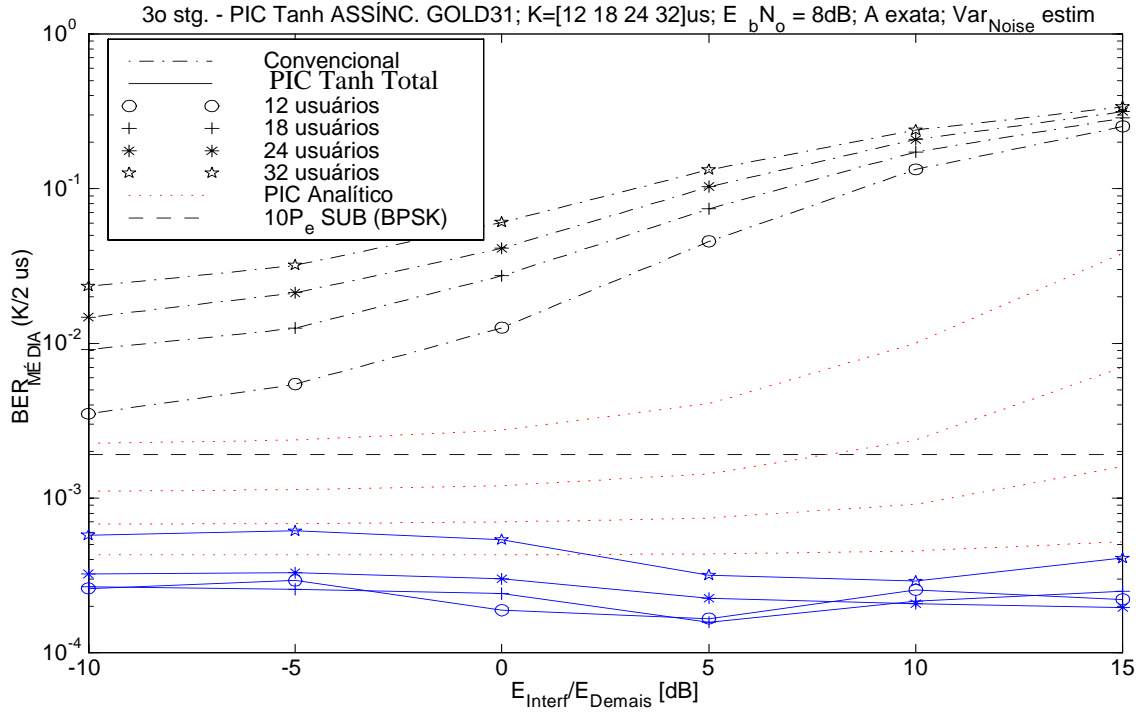


Figura 3.26. Desempenho médio sobre $K/2$ usuários para o 3º estágio de um PIC Tanh Total assíncrono sob efeito *near-far* de $K/2$ us; $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$, seqs. Gold31 com atrasos discretos e uniformemente distribuídos em $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$, com $N_s = 3$; carregamento variável.

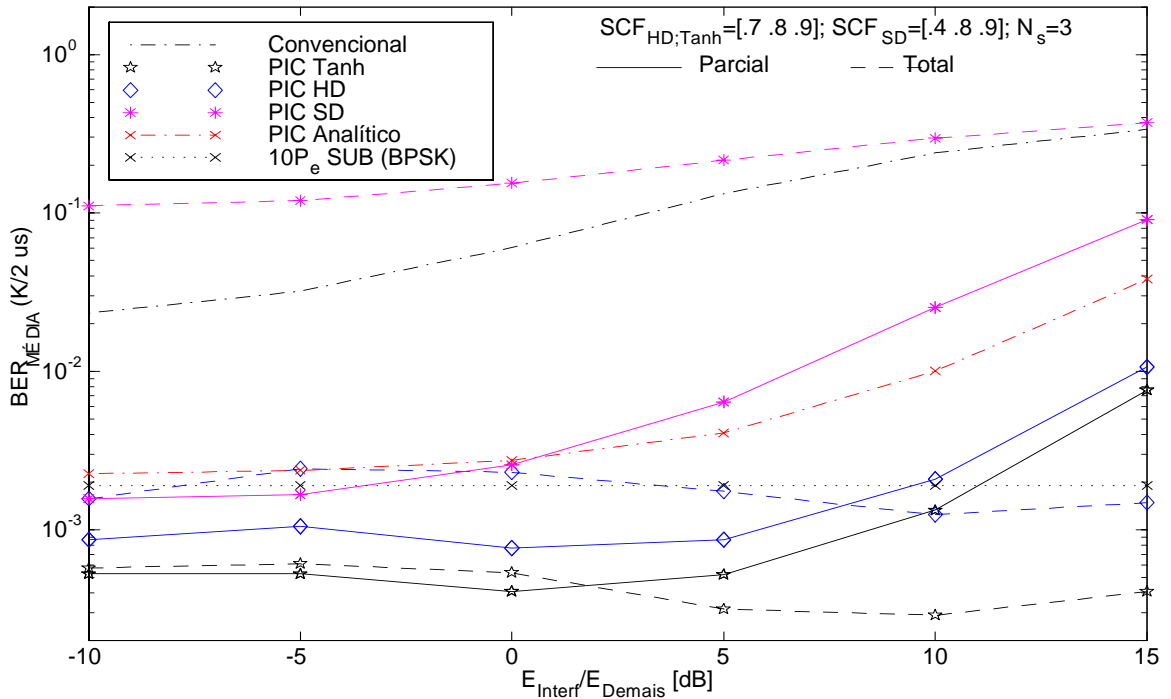


Figura 3.27. Desempenho médio sobre 16 usuários para o 3º estágio de um PIC HD, SD Linear e SD Tanh Parciais e Totais assíncronos sob efeito *near-far* de 16 us; $E_b/N_0 = 8\text{dB}$, GOLD31 com atrasos discretos e uniformemente distribuídos em $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$, com $N_s = 3$.

3.2 Métodos para a Análise de Sistemas com Desvanecimento

Esta seção descreve rapidamente duas ferramentas matemáticas utilizadas no modelamento e na obtenção de desempenhos de sistemas de comunicação em canais com desvanecimento, a ordenação estatística e a análise unificada (UA). A ordenação estatística auxilia na determinação do desempenho analítico de sistemas SIC a partir de uma descrição para a distribuição das amplitudes ordenadas. Já a UA é uma ferramenta genérica empregada na determinação da taxa de erro de bit de sistemas de comunicação. [Stein 64] apresentou resultados generalizados para a taxa de erros de sistemas de comunicação binários. [Proakis 89], Apêndice 4.B aplicou a UA à recepção multicanal e [Maciejko 81] a canais com desvanecimento. Resultados de desempenho para PIC-SD e outros MuD lineares em canais Rayleigh Plano, mostrados nesta seção, seguem o tratamento feito em [Maciejko 81] utilizando UA.

3.2.1 Ordenação Estatística

Uma vez que em SIC, e em qualquer outro cancelador de interferência subtrativo cujo desempenho final depende da ordem com que os sinais são detectados e cancelados, faz-se necessária a descrição estatística desta ordenação afim de se obter um tratamento analítico para o desempenho destas estruturas.

Em [Patel 94], [Johansson 96] foi proposto uma descrição para a distribuição das amplitudes ordenadas de todos os sinais recebidos em canais com *desvanecimento Rayleigh Plano* a partir de um método estatístico denominado ordenação estatística⁴⁹ [Papoulis 91] objetivando a análise e obtenção da taxa de erro de bit média de receptores SIC (ou IC). Neste procedimento, as expressões para variância do ruído, SNR e probabilidade de erro de bit obtidas para canal AWGN após j cancelamentos em uma estrutura SIC, seção 2.4.1.4, são condicionadas às amplitudes dos usuários, A_k , as quais formam um *conjunto ordenado de amplitudes para os K usuários*. Assume-se que estas amplitudes possuem distribuição Rayleigh de valor médio quadrático unitário, cuja função densidade de probabilidade será dada por $f(x) = 2x \exp[-x^2]$ e a respectiva função densidade cumulativa por $F(x) = 1 - \exp[-x^2]$, para $x \geq 0$ e 0 caso contrário. As PDF das amplitudes ordenadas, com $A_1 > A_2 > \dots > A_K$, são obtidas por:

$$f_{A_k}(x) = \frac{K!}{(K-k)!(k-1)!} F^{K-k}(x) [1 - F(x)]^{k-1} f(x) \quad (3.1)$$

⁴⁹ Tradução para *order statistics*.

com K = número total de usuários e cujos valores quadráticos médios para a ordenação A_k são dados por:

$$\mathbb{E} [A_k^2] = \int_0^\infty x^2 f_{A_k}(x) dx \quad (3.2)$$

Assim, a probabilidade de erro de bit para um SIC em canal com desvanecimento Rayleigh Plano, após o j –ésimo cancelamento será obtida descondicionado a probabilidade de erro de bit a partir da PDF do $(j + 1)$ –ésimo usuário de maior amplitude [Patel 94]:

$$\widehat{\text{Pe}}^{j+1} = \int_0^\infty Q\left(\frac{A_{j+1}}{\sqrt{\mathbb{E}_{A_k} [\chi_{j+1}]}}\right) f_{A_{j+1}}(x) dx \quad (3.3)$$

com $\mathbb{E}_{A_k} [\chi_{j+1}]$ obtida diretamente de (2.101) eliminando-se do cômputo a média sobre n bits. A probabilidade de erro de bit final da estrutura IC é obtida tomando-se a média das Pe sobre todos os usuários com amplitudes ordenadas em (3.3). Portanto, o *método de ordenação estatística* constitui uma ferramenta matemática válida e versátil⁵⁰ no modelamento de um canal com desvanecimento Rayleigh Plano.

3.2.2 Análise Unificada

[Maciejko 81] empregou análise unificada (UA) na obtenção da taxa de erro de bit de receptores digitais com vários esquemas de modulação em canal com desvanecimento e em presença de um interferente cocanal. O principal resultado obtido em [Maciejko 81] é uma expressão genérica para a BER de receptores digitais em canal com desvanecimento, função dos momentos das variáveis aleatórias complexas Gaussianas X e Y , aplicável diretamente a qualquer sistema MuD *linear* [Zvonar 93b]; admitindo-se que as v.a. X e Y possam ser identificadas às variáveis de decisão, a probabilidade de erro de bit será dada por:

$$\begin{aligned} \text{Pe} &= \Pr \{ |X^2| > |Y^2| \} \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{M_{xy} + M_{yx}}{\sqrt{(M_{xy} - M_{yx})^2 + 4M_{xx}M_{yy}}} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde os momentos são $M_{xx} = \mathbb{E} \{|X^2|\}$, $M_{yy} = \mathbb{E} \{|Y^2|\}$, $M_{xy} = \mathbb{E} \{|XY^*|\}$ e $M_{yx} = \mathbb{E} \{|YX^*|\}$ e as v.a. X e Y são componentes da estatística de decisão de qualquer detector.

⁵⁰ Apenas que a integral em (3.3) deve ser obtida através de métodos numéricos.

Nos casos em que a estatística de decisão do detector analisado puder ser modelada por duas ou uma v.a., então a expressão geral (3.4) será muito conveniente uma vez que envolve apenas simples transformações lineares e o cômputo dos momentos das componentes da variável de decisão, como nos casos dos receptores Convencional, Decorrelator e PIC-SD Linear Ilimitado, mostrados a seguir.

3.2.2.1 Limite Single User

Para um sistema com transmissão isolada ou na ausência de usuários interferentes, a \overline{BER} resultante torna-se um limite de desempenho, denominado SUB (*single user bound*). Com modulação BPSK probabilidade de erro de bit do sistema *single user* em canal AWGN é $\text{Pe}^{sub}(\gamma_0) = Q(\sqrt{2\gamma_0})$, onde $\gamma_0 = \frac{Eb_i}{N_o}$, relação energia de símbolo pela de ruído. A \overline{BER} para um sistema *single user* em canal com desvanecimento Rayleigh Plano é dado por [Proakis 89]

$$\text{Pe}^{sub} = \int_{x=0}^{\infty} P_e^{sub}(x) f_{\gamma_0}(x) dx = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_0}{1 + \bar{\gamma}_0}} \right) \quad (3.5)$$

onde $f_{\gamma_i}(x)$ é a PDF (função densidade de probabilidade) de γ_i , dadas respectivamente por

$$f_{\gamma_i}(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}_i} \exp[-x/\bar{\gamma}_i] \quad (3.6)$$

$$\gamma_i = \frac{|C_i|^2 E_i}{N_o} \quad (3.7)$$

com E_i = energia de símbolo do i -ésimo usuário; γ_i = relação sinal-ruído; $|C_i|^2$ = variável randômica com PDF Qui-Quadrada de 2 graus de liberdade (as amplitudes $|C_i|$ terão distribuição Rayleigh e as fases, θ_i , terão distribuição uniforme no $[0, 2\pi]$, apêndice G.2). A γ_i média será simplesmente:

$$\bar{\gamma}_i = \mathbb{E} \left[\frac{|C_i|^2 E_i}{N_o} \right] = \frac{E_i}{N_o} \mathbb{E} [|C_i|^2] = \frac{E_i}{N_o} \quad (3.8)$$

3.2.2.2 Convencional

A BER para o detector Convencional para K usuários em canais com desvanecimento Rayleigh Plano pode ser avaliada empregando-se UA [Stein 64]. O desempenho é obtido a partir da identificação e cálculo dos momentos das v.a. à saída do filtro casado. Para um sistema síncrono e canal Rayleigh Plano a equação (2.254) é simplificada com $\ell = 1$ e $S_{i,1} = 0$; a saída do MFB para o primeiro usuário torna-se:

$$z_1 = \underbrace{\sqrt{E_1} C_1 b_1}_{U_1, \text{ Sinal Desejado}} + \underbrace{\sum_{j=2}^K R_{1,j} \sqrt{E_j} C_j b_j}_{\text{MAI}} + \underbrace{\eta_1}_{\text{ruído}} \quad (3.9)$$

com $R_{1,j} = j$ -ésimo elemento da primeira linha da matriz de correlação normalizada, \mathbf{R} . Os momentos condicionados aos bits transmitidos, b_i , são obtidos identificando-se a estatística de decisão por $d = \text{Re}[XY^*]$, com as v.a. iguais $X = z_1$ e $Y = C_1$:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= \mathbb{E}\{|z_1|^2\} = E_1 + \sum_{j=2}^K (R_{1,j})^2 E_j + N_o \\ M_{xy} &= \mathbb{E}\{z_1 C_1^*\} = \sqrt{E_1} = M_{yx} \\ M_{yy} &= \mathbb{E}\{|C_1|^2\} = 1 \end{aligned}$$

A BER será obtida a partir de (3.4), resultando em [Wu 96]:

$$\text{Pe}_1^{\text{Conv}} = \frac{1}{2} \left(1 - \left[1 + \sum_{j=2}^K (R_{1,j})^2 \frac{E_j}{E_1} + \frac{1}{\bar{\gamma}_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.10)$$

com $\bar{\gamma}_1$ dado por (3.8). De (3.10), nota-se que o desempenho do detector Convencional é limitado pelos valores das correlações e das intensidades dos demais usuários.

3.2.2.3 Decorrelator

O desempenho do Decorrelator em canal AWGN não depende das amplitudes dos interferentes, apenas das correlações cruzadas; a equação (2.48) pode ser reescrita:

$$\text{Pe}_1^{\text{Decor}} = Q \left(\sqrt{\frac{2\gamma_1}{[\mathbf{R}^{-1}]_{11}}} \right) \quad (3.11)$$

Em canal com desvanecimento Rayleigh Plano, a \overline{BER} pode ser obtida integrando-se a (3.11) sobre a PDF da relação sinal-ruído do primeiro usuário (3.6):

$$\text{Pe}_1^{\text{Decor}} = \int_{x=0}^{\infty} P_e^{\text{Decor}}(x) f_{\gamma_1}(x) dx = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_1}{\bar{\gamma}_1 + [\mathbf{R}^{-1}]_{11}}} \right) \quad (3.12)$$

Similarmente ao canal AWGN, a \overline{BER} para o decorrelator em canal Rayleigh Plano não é afetada pela energia dos interferentes, apenas pela relação sinal-ruído média do usuário de interesse e pelas correlações cruzadas deste com os interferentes. Haverá degradação de desempenho com o aumento das correlações cruzadas devido ao aumento do ruído.

Aplicando análise unificada Zvonar e Brady [Zvonar 93a], [Zvonar 93b] obtiveram a \overline{BER} para o Decorrelator em canal Rayleigh Plano com erros nas estimativas de canal. A variável de decisão para o primeiro usuário é:

$$d = \text{Re}[XY^*] = \text{Re}[z_1 \hat{C}_1^*]$$

com \hat{C}_1^* = complexo conjugado das estimativas de canal com desvanecimento. Fazendo-se os erros para estas estimativas de canal do primeiro usuário iguais a $\varepsilon_1 = C_1^* - \hat{C}_1^*$ e assumindo-se que o estimador do canal seja do tipo MMSE, isto é $\mathbb{E}\{\hat{C}_1 \varepsilon_1^*\} = 0$, os momentos de X e Y podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} M_{xx} &= \mathbb{E}\{|z_1^2|\} = E_1 + N_o [\mathbf{R}^{-1}]_{11} \\ M_{yy} &= \mathbb{E}\{|\hat{C}_1|^2\} = \mathbb{E}\{[C_1 - \varepsilon_1] \hat{C}_1^*\} = \mathbb{E}\{C_1 \hat{C}_1^*\} \\ &= \mathbb{E}\{C_1 [C_1 - \varepsilon_1]^*\} = 1 - \mathbb{E}\{C_1^* \varepsilon_1\} = 1 - \mathbb{E}\{[\hat{C}_1 + \varepsilon_1] \varepsilon_1^*\} = 1 - \text{var}\{\varepsilon_1\} \\ M_{xy} &= M_{yx} = \mathbb{E}\{z_1 \hat{C}_1^*\} = \sqrt{E_1} \mathbb{E}\{C_1^* \hat{C}_1^*\} = \sqrt{E_1} (1 - \text{var}\{\varepsilon_1\}) \end{aligned}$$

onde $\text{var}\{\varepsilon_1\}$ é a variância para o erro da estimativa de canal do usuário 1. Note-se que para canal Rayleigh Plano, o valor médio quadrático para os coeficientes de canal é $\mathbb{E}\{|C_k|^2\} = 1$. Dos momentos acima, resulta a BER média para o primeiro usuário com erros nas estimativas de canal:

$$\text{Pe}_1^{\text{Decor-}\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_1 (1 - \text{var}\{\varepsilon_1\})}{\bar{\gamma}_1 + [\mathbf{R}^{-1}]_{11}}} \right) \quad (3.13)$$

Caso as estimativas sejam consideradas exatas, $\varepsilon_k = 0$ e então (3.13) reduz-se a (3.12).

3.2.2.4 PIC–SD Linear Ilimitado

A taxa de erro de bit média para um PIC–SD Linear ilimitado em canal com desvanecimento pode ser calculada empregando-se análise unificada. A partir de (2.172), o sinal para o primeiro usuário após cancelamento da MAI pode ser expresso como:

$$\tilde{y}_1 = \underbrace{\sqrt{E_1} C_1 b_1}_{U_1, \text{ Sinal Desejado}} + \underbrace{\sum_{j=2}^K \hat{R}_{1,j} \sqrt{E_j} C_j b_j}_{\text{MAI Residual}} + \underbrace{\hat{n}_1}_{\text{ruído}} \quad (3.14)$$

com $\hat{R}_{1,j}$ o j -ésimo elemento da primeira linha de $\hat{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{R} = (\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{R}$, seção 2.4.4.3.

Designando $X = \tilde{y}_1$ e $Y = C_1$, resultam os seguintes momentos:

$$\begin{aligned}
M_{xx} &= \mathbb{E} \{ |\tilde{y}_1|^2 \} = \sum_{j=1}^K \left(\hat{R}_{1,j} \right)^2 E_j + \varrho N_o \\
M_{xy} &= M_{yx} = \mathbb{E} \{ \tilde{y}_1^2 C_1^* \} = \hat{R}_{1,1} \sqrt{E_1} \\
M_{yy} &= \mathbb{E} \{ |C_1|^2 \} = 1
\end{aligned}$$

com $\varrho = \left[\tilde{\mathbf{R}} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{R}}^\top \right]_{1,1}$, resultando finalmente

$$\text{Pe}_1^{\text{PIC-}Lin} = \frac{1}{2} \left(1 - \left[1 + \sum_{j=2}^K \left(\frac{\hat{R}_{1,j}}{\hat{R}_{1,1}} \right)^2 \frac{E_j}{E_1} + \frac{\varrho}{\left(\hat{R}_{1,1} \right)^2 \bar{\gamma}_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.15)$$

Similarmente ao detector Convencional, o desempenho do PIC-SD Linear é afetado pela potência dos interferentes.

3.2.2.5 Resultados Analíticos e de Simulação Monte Carlo

A seguir faz-se uma breve avaliação da efetividade da análise unificada na determinação de desempenhos analíticos para os detectores lineares Decorrelator e PIC-SD Linear, além do Convencional, em um canal com desvanecimento Rayleigh Plano. Os resultados analíticos para o PIC-SD Linear são então comparados com os obtidos por simulação Monte Carlo. A partir dos algoritmos apresentados nas seções 2.4.1 e 2.4.4.3 estende-se a comparação incluindo-se os desempenhos via simulação para os detectores SIC-MF, SIC-SD, SIC-HD, PIC-SD Linear e aproximação de terceira ordem para o PIC-SD.

Todos os resultados a seguir foram obtidos assumindo-se sistema DS/CDMA totalmente síncrono com seqüências de Gold7 e $K = 4$ usuários, com e sem efeito *near-far*; sendo que na condição $NFR = [0; 6; 6; 6]$ dB obteve-se o desempenho para o usuário fraco; ganho de canal, $W_k = \sqrt{E_{b_k}} C_k$ com coeficientes de canal, $C_k = |C_k| \exp[-j\theta_k]$, constantes no período de um bit; modulação BPSK e estimativa perfeita para os parâmetros de canal. Para canais com desvanecimento Rayleigh, C terá média zero e variância complexa unitária, apêndice G.2.

Desempenho analítico a partir de (3.15) e resultados de simulação Monte Carlo para o detector PIC-SD Linear são mostrados nas figuras 3.28 e 3.29. São incluídos ainda o desempenhos analíticos para o detector Convencional (3.10), Decorrelator (3.12) e o limite Single User (3.5) em canal Rayleigh Plano, Gold7, $K = 4$ us, controle perfeito de potência e com $NFR = [0, 6, 6, 6]$ dB.

Para os detectores Convencional e PIC-SD Linear há a redução no desempenho devido ao efeito *near-far*.

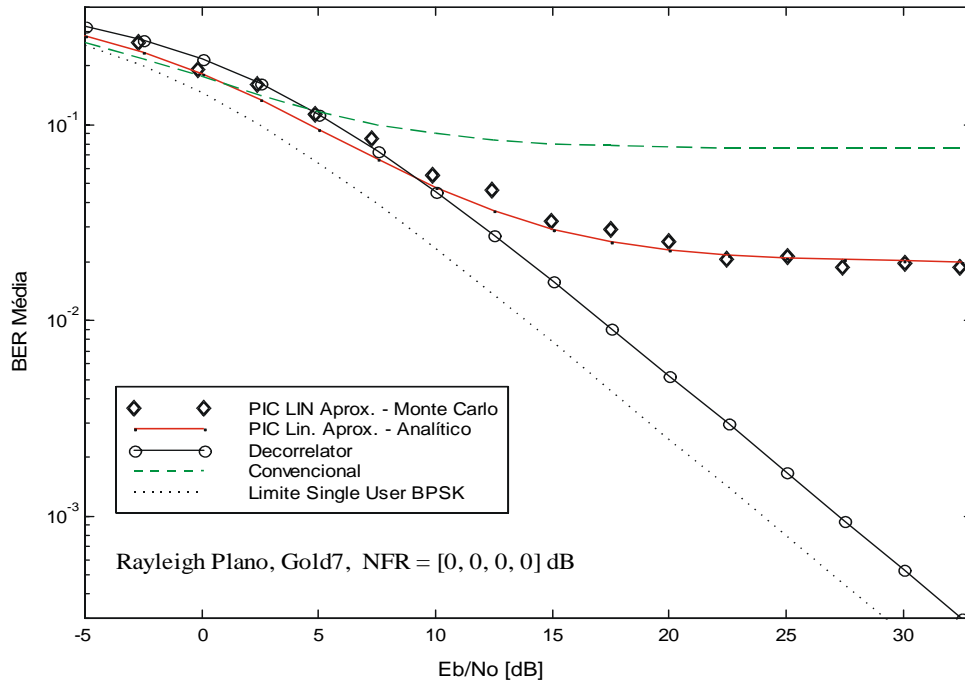


Figura 3.28. Desempenho MCS e analítico para o PIC-SD Linear em canal Rayleigh Plano; Gold7 e $K = 4$ us. Incluído os desempenhos analíticos para Convencional, Decorrelator e SUB.

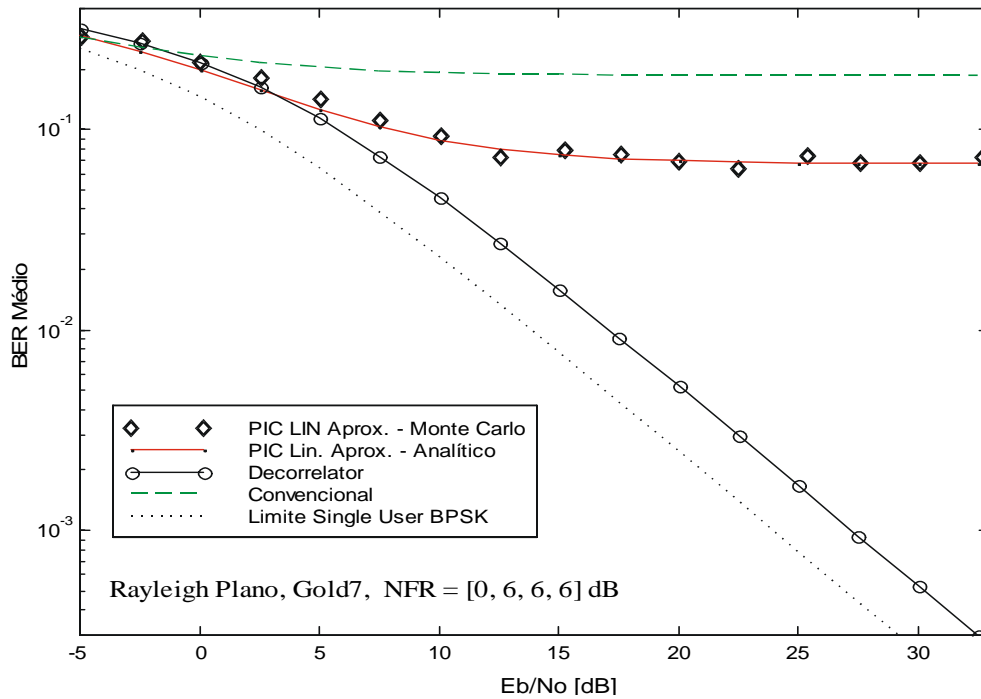


Figura 3.29. Desempenho MCS e analítico para o PIC-SD Linear em canal Rayleigh Plano; Gold7, 4 us e $NFR = [0, 6, 6, 6]$ dB. Incluído os desempenhos analíticos para Convencional, Decorrelator e SUB.

As figuras 3.30 e 3.31 mostram o desempenho para o PIC–SD com aproximação de terceira ordem. Note-se que a aproximação cúbica para a inversa da matriz de correlação resulta em um PIC aproximado com desempenho melhorado para a região de alta SNR em relação PIC–SD Linear Ilimitado (aproximação linear), uma vez que esta aproximação é mais próxima de \mathbf{R}^{-1} que a linear, possibilitando um maior cancelamento de MAI. No entanto, na região de baixo $\frac{E_b}{N_0}$, onde o efeito do AWGN aparece, o desempenho da aproximação cúbica é pior que a linear, aproximando-se mais do Decorrelator que tem a característica de introduzir ruído de fundo adicional em relação ao detector Convencional.

Ótima concordância entre o desempenho analítico e por simulação MCS é obtida para o Decorrelator na figura 3.32 na condição de controle perfeito de potência.

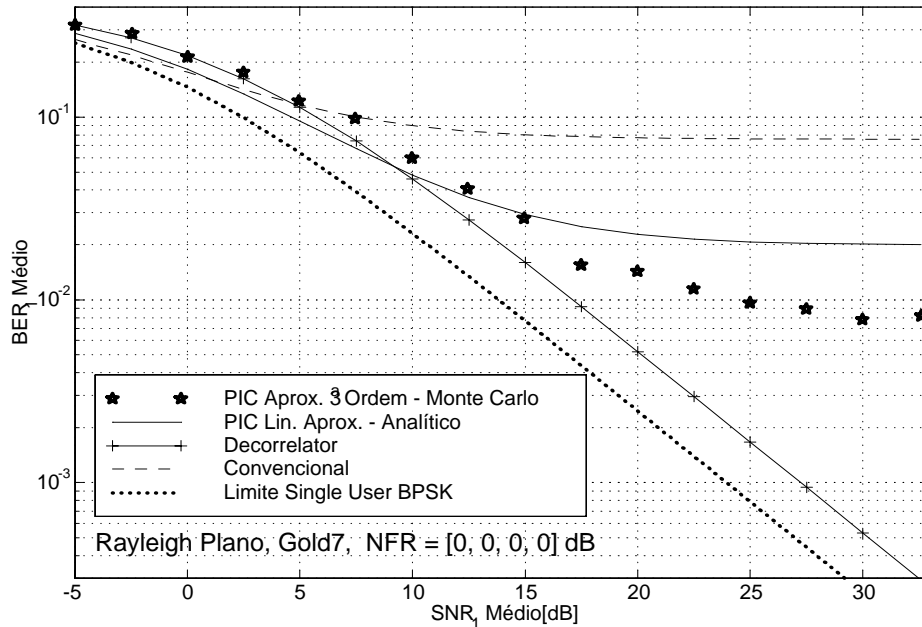


Figura 3.30. Aproximação de 3ª ordem para o detector PIC–SD e em canal Rayleigh Plano, Gold7, 4 us efeito *near-far*, $NFR = [0, 0, 0, 0]$ dB. São mostradas ainda as curvas analíticas para os detectores PIC–SD Linear, Convencional, Decorrelator e o limite *single user*.

São mostrados nas figuras 3.33, 3.34, 3.35, 3.36, 3.37 e 3.38 os desempenhos de simulação Monte Carlo para os SIC–MF, SIC–SD, SIC–HD, respectivamente. Note-se um progressivo aumento de desempenho quando se passa do SIC–MF para o SIC–SD e finalmente para o SIC–HD, aproximando-se do limite *single-user*, acompanhado de um progressivo aumento na complexidade de implementação. O SIC–HD requer estimativas para as amplitudes recebidas, assumidas exatas aqui, enquanto o SIC–MF é o algoritmo mais simples entre todos os MuD analisados neste trabalho.

Em canal com desvanecimento e condições ideais para as estimativas de todos os parâmetros de canal, os detectores IC Lineares, na forma do SIC–MF, SIC–SD, PIC–SD Linear e aproximação

de 3º ordem para o PIC–SD atingem desempenhos bastante modestos e bem inferiores aos obtidos com os esquemas de decisão *hard* ou SD do tipo Tanh. A seu favor, no entanto os IC lineares têm a simplicidade de implementação.

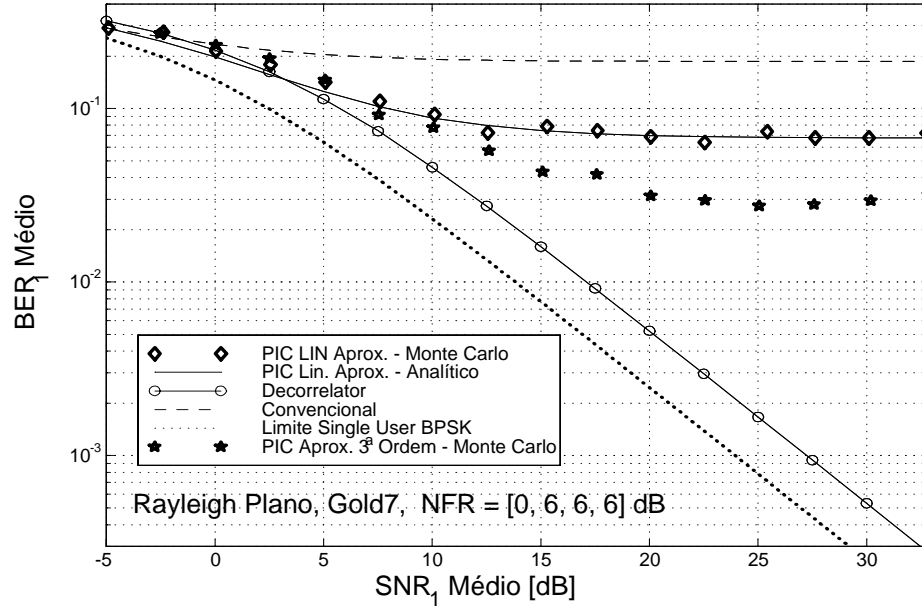


Figura 3.31. Aproximação de 3ª ordem para o detector PIC–SD e em canal Rayleigh Plano, Gold7, com efeito *near-far*, $NFR = [0, 6, 6, 6]$ dB. São mostradas ainda as curvas analíticas para os detectores PIC–SD Linear, Convencional, Decorrelator e o limite *single-user*.

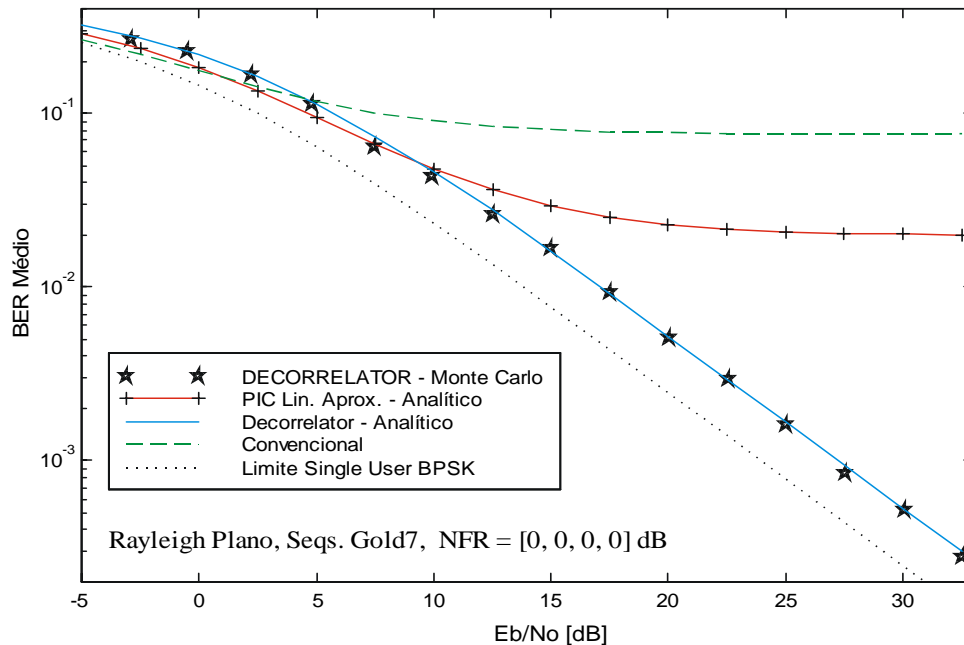


Figura 3.32. Simulação Monte Carlo versus desempenho analítico para o Decorrelator em canal Rayleigh Plano; Gold7 e $K = 4us.$; estão incluídos resultados analíticos para o SUB BPSK, Convencional e o PIC com aproximação de primeira ordem.

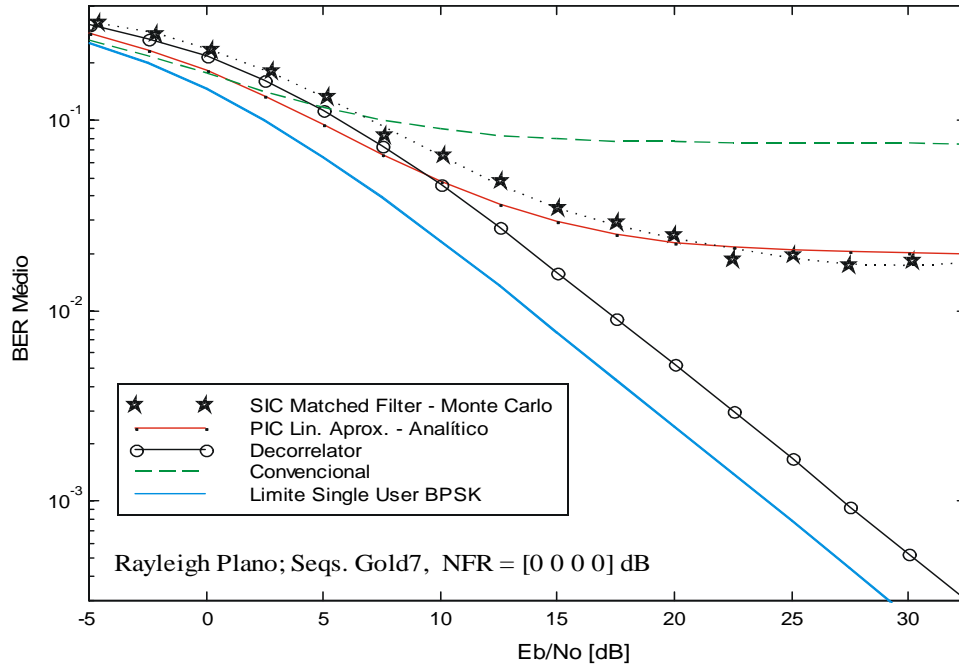


Figura 3.33. Simulação Monte Carlo para detector SIC–MF síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ us. e controle perfeito de potência.

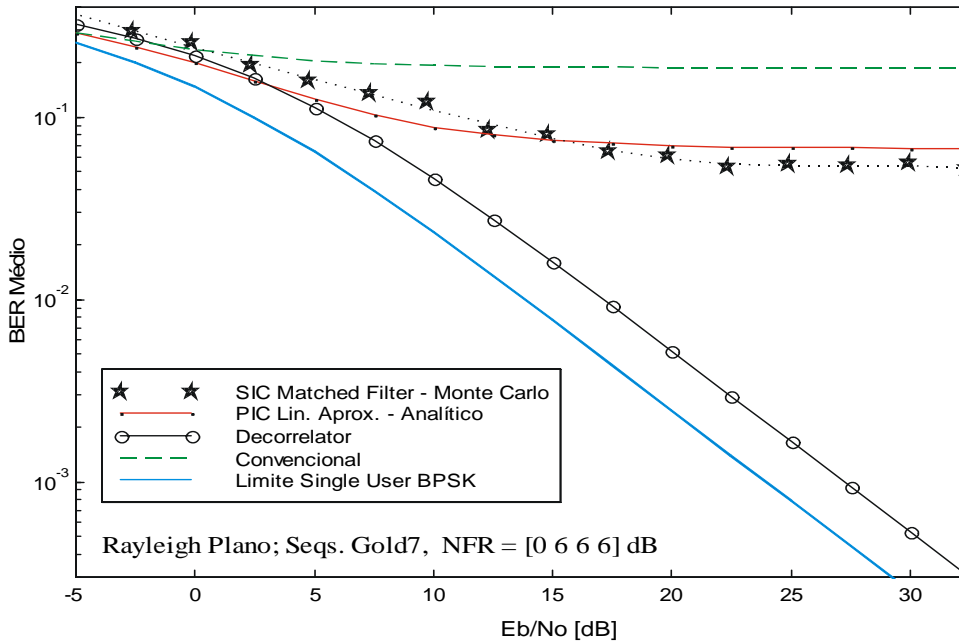


Figura 3.34. Simulação Monte Carlo para detector SIC–MF síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ us. e $NFR = [0, 6, 6, 6]$.

Os desempenhos analíticos previstos com a análise unificada mostraram-se bastante concordantes com o resultados de simulação obtidos para os detectores lineares Decorrelator e PIC–SD Linear em um canal com desvanecimento Rayleigh Plano e detecção considerando estimativas perfeitas para todos os parâmetros de sistema. Portanto, a UA é um método matemático expedito na determinação

do desempenho analítico de receptores MuD lineares, tanto para canais AWGN quanto para canais com desvanecimento.

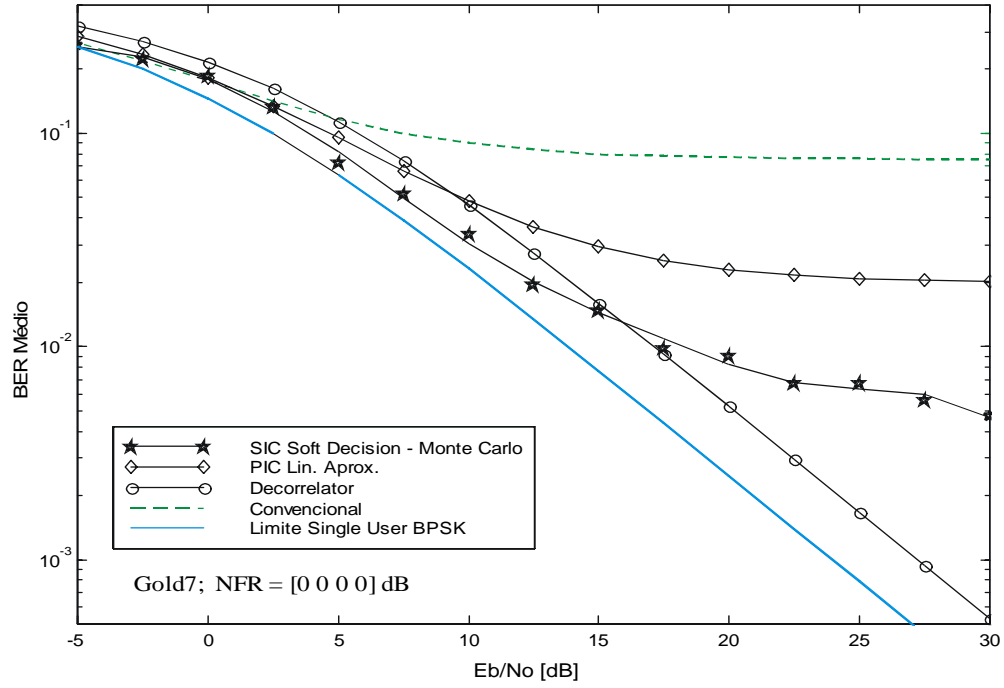


Figura 3.35. Simulação Monte Carlo para detector SIC–SD síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ us e controle perfeito de potência.

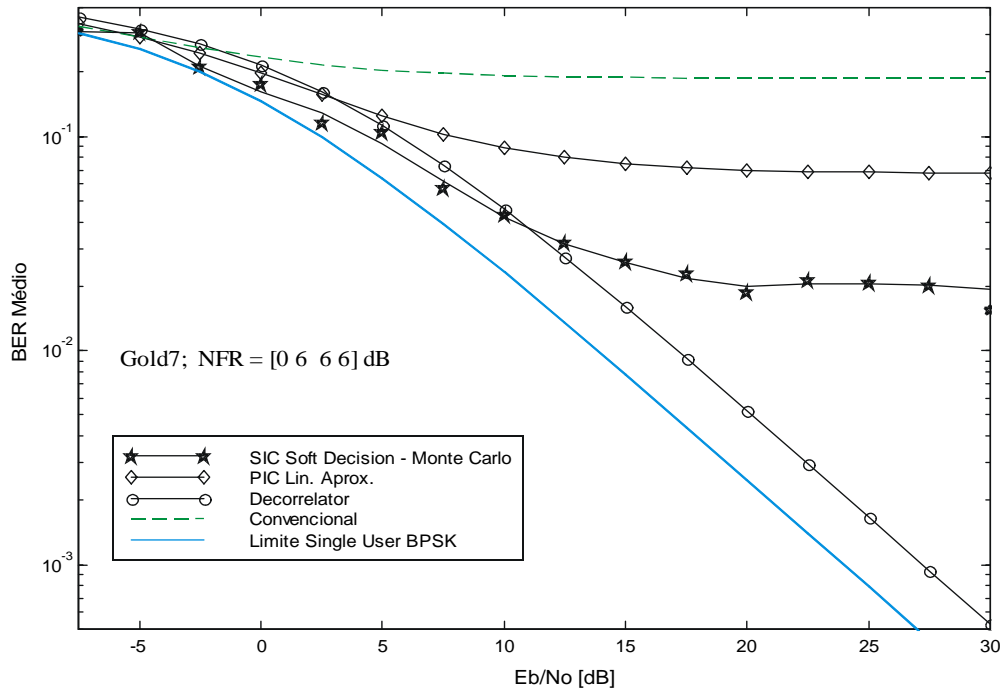


Figura 3.36. Simulação Monte Carlo para detector SIC–SD síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ usuários e $NFR = [0, 6, 6, 6]$ dB.

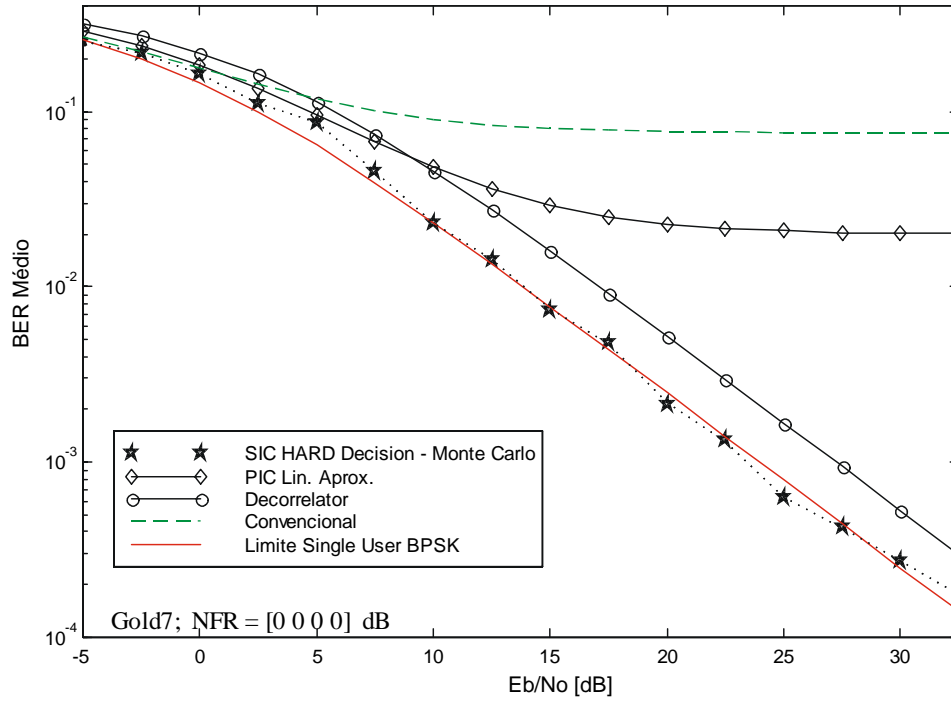


Figura 3.37. Simulação Monte Carlo para detector SIC–HD síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ usuários e controle perfeito de potência.

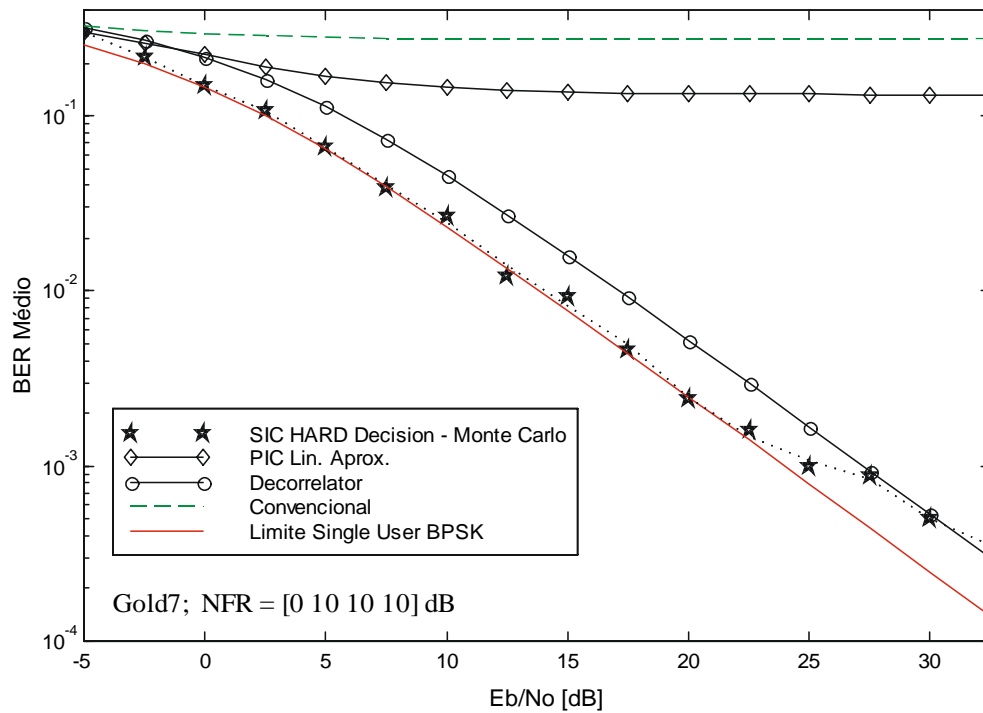


Figura 3.38. Simulação Monte Carlo para detector SIC–HD síncrono em canal Rayleigh Plano considerando Gold7, $K = 4$ usuários e $NFR = [0, 10, 10, 10]$ dB.

3.3 Desempenho Analítico para Canceladores de Interferência Paralelo Multiestágio

Em canais com desvanecimento multipercurso, a resposta impulsiva passa baixas complexa (2.233) e (2.224), considerando o k -ésimo usuário com L_k sinais multipercurso desvanecidos é dada por:

$$h_k(t) = \sum_{\ell=1}^{L_k} C_{k,\ell} \delta(t - \tau_{k,\ell}) e^{j\gamma_{k,\ell}} \quad (3.16)$$

onde $C_{k,\ell}$, $\tau_{k,\ell}$ e $\gamma_{k,\ell}$ é o ganho, atraso e fase do ℓ -ésimo caminho para o k -ésimo usuário.

Considerando um sistema DS/CDMA assíncrono com K usuários em canal com desvanecimento multipercurso Rayleigh, genericamente descrito na seção 2.1.4, para um determinado instante, o sinal recebido passa-banda na forma cossenoidal será:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^{L_k} \sqrt{2P_k} |C_{k,\ell}| b_k(t - \tau_{k,\ell}) s_k(t - \tau_{k,\ell}) \cos(\omega_c t + \phi_{k,\ell}) + \sigma n(t) \quad (3.17)$$

com $P_k = E_k/T$ a potência recebida para o sinal do k -ésimo usuário; ω_c = frequência angular da portadora; $|C_{k,\ell}|$ = módulo dos coeficientes de canal Rayleigh Plano, definido por (2.30); a fase do sinal recebido devido ao ℓ -ésimo caminho do k -ésimo usuário é definida por:

$$\phi_{k,\ell} = \gamma_{k,\ell} - \underbrace{\omega_c(\tau_{k,\ell} + T_k)}_{\text{atraso global}}$$

onde T_k = atraso de transmissão para o k -ésimo usuário assíncrono; assume-se que $\phi_{k,\ell}$ é uma variável randômica independente e uniformemente distribuída em $[0; 2\pi)$, sendo que o atraso global $t_{k,\ell} = \tau_{k,\ell} + T_k$ será também admitido uma variável i.i.d. e uniformemente distribuída em $[0; T)$.

3.3.1 Cancelamento Paralelo Multiestágio para a Interferência Cocanal

A estrutura utilizada no receptor consiste de um banco de filtros casados MFB seguido por etapas canceladoras paralelas, como sugerido nas figuras 2.24 e 2.43. Não será considerado uma estrutura receptora capaz de aproveitar as características de diversidade do canal, como por exemplo o receptor RAKE, objetivando simplificar a análise e as simulações MCS.

Admitindo-se, sem perda de generalidade, que o i -ésimo usuário seja o de interesse e adicionalmente assumindo-se que o receptor para o referido usuário seja capaz de obter sincronismo para o atraso e coerentemente recuperar a fase da portadora, a saída do MFB casada ao primeiro

caminho, $\ell = 1$, do respectivo usuário no instante $t = nT + \tau_{i,1}$ será dada de forma análoga a (2.254)⁵¹, resultando em:

$$z_i = \underbrace{\sqrt{\frac{P_i}{2}} T |C_{i,1}| b_{i,n}}_{U_i, \text{ Sinal Desejado}} + \underbrace{\mathcal{I}_{i,1}}_{\text{MAI}} + \underbrace{S_{i,1}}_{\text{Interf. Multipercurso}} + \underbrace{\eta_i}_{\text{ruído}} \quad (3.18)$$

com $b_{i,n}$ = n -ésimo bit transmitido pelo i -ésimo usuário, o ruído filtrado é dado por:

$$\eta_i = \int_{(n-1)T+\tau_{i,\ell}}^{nT+\tau_{i,\ell}} \sigma n(t) s_i(t - \tau_{i,1}) \cos(\omega_c t + \phi_{i,1}) dt \quad (3.19)$$

MAI:

$$\mathcal{I}_{i,1} = \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{\ell=1}^{L_k} \sqrt{\frac{P_k}{2}} x_{k,\ell} \quad (3.20)$$

com

$$x_{k,\ell} = |C_{k,\ell}| \cos(\phi_{k,\ell} - \phi_{i,1}) \left[\begin{aligned} &b_{k,n-m-1} R_{k,i}(t_{k,\ell} - t_{i,1} - mT) + \\ &+ b_{k,n-m} \check{R}_{k,i}(t_{k,\ell} - t_{i,1} - mT) \end{aligned} \right] \quad (3.21)$$

sendo $m = \lfloor t_{k,\ell} - t_{i,1}/T \rfloor$; $\ell = 1, 2, \dots, L_k$ com $k = 1, 2, \dots, K$; $R_{k,i}$ e $\check{R}_{k,i}$ são funções de correlação parcial, definidas por (2.22a) e (2.22b). Note-se a similaridade entre as equações (2.192) e (3.20) apenas que agora há adicionalmente os termos interferentes devido ao multipercurso e as diferenças de fases foram expressas na forma de cossenos.

Em canal multipercurso além da MAI devido aos outros usuários, há a *Interferência Multipercurso* ou *Auto Interferência*, $S_{k,\ell}$, seção 2.6.6, devido à influência das outras cópias do sinal do k -usuário sobre ele mesmo; este termo é calculado pela autocorrelação das cópias de sinal propagadas através dos outros caminhos, distintos de ℓ . No contexto desta seção, a interferência multipercurso dada pela equação (2.255), reduz-se a:

$$S_{i,1} = \sqrt{\frac{P_i}{2}} \sum_{\ell=2}^{L_i} x_{i,\ell} \quad (3.22)$$

Em um canal com desvanecimento multipercurso a *interferência cocanal* é definida pela soma das duas interferências; para o i -ésimo usuário e primeiro caminho, resulta:

$$CI_{i,1} = \mathcal{I}_{i,1} + S_{i,1} \quad (3.23)$$

⁵¹ Considerando apenas o primeiro correlator e apenas uma determinada amostra.

Em detecção MuD do tipo *cancelamento de interferência paralelo multiestágio*, o combate à *CI* é realizado minimizando-se a soma $S_{i,1} + \mathcal{I}_{i,1}$ em (3.18); a cada novo estágio cancelador reconstruções melhoradas para estes termos, $\hat{S}_{i,1} + \hat{\mathcal{I}}_{i,1}$, são obtidas e subtraídas da saída do MFB correspondente, z_i . Como a expectativa é obter versões mais confiáveis para estes termos a cada novo estágio, $v = 1, 2, \dots, V$, menores variâncias são obtidas com v crescente. Removendo estes termos da saída do MFB correspondente sobre o $(n - v)$ -ésimo bit do i -ésimo usuário, obtém-se a métrica de decisão no v -ésimo estágio cancelador; de forma análoga a (2.194), tem-se ainda para $\ell = 1$:

$$\begin{aligned} z_i(v) &= z_i - \hat{S}_{i,1}(v) - \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(v) \\ &= \underbrace{|C_{i,1}| \sqrt{\frac{P_i}{2}} b_{i,n-v} T}_{U_i, \text{ Sinal Desejado}} + \underbrace{\mathcal{I}_{i,1} - \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(v)}_{\text{MAI Residual,}} + \underbrace{S_{i,1} - \hat{S}_{i,1}(v)}_{\text{Interf. Multiperc. Res.}} + \underbrace{\eta_i}_{\text{AWGN}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

com os termos residuais definidos por: $\tilde{\mathcal{I}}_{i,1}(s) = \mathcal{I}_{i,1} - \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(s)$; $\tilde{S}_{i,1}(s) = S_{i,1} - \hat{S}_{i,1}(s)$. Substituindo (3.20) e (3.22) na equação acima, a saída do MFB correspondente ao i -ésimo usuário no v -ésimo estágio cancelador PIC resulta:

$$\begin{aligned} z_i(v) &= \underbrace{\eta_i}_{\text{AWGN}} + \underbrace{|C_{i,1}| \sqrt{\frac{P_i}{2}} T b_{i,n-v}}_{U_i, \text{ Sinal Desejado}} + \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{\ell=1}^{L_k} \sqrt{\frac{P_k}{2}} |C_{k,\ell}| \cos(\phi_{k,\ell} - \phi_{i,1}) \left[\begin{aligned} &\tilde{b}_{k,n-v-1-m}(v-1) R_{k,i}(t_{k,\ell} - t_{i,1} - mT) + \\ &\tilde{b}_{k,n-v-m}(v-1) \check{R}_{k,i}(t_{k,\ell} - t_{i,1} - mT) \end{aligned} \right] \\ &+ \sum_{\ell=2}^{L_i} \sqrt{\frac{P_i}{2}} |C_{i,\ell}| \cos(\phi_{i,\ell} - \phi_{i,1}) \left[\begin{aligned} &\tilde{b}_{i,n-v-1}(v-1) R_{i,i}(t_{i,\ell} - t_{i,1}) + \\ &\tilde{b}_{i,n-v}(v-1) \check{R}_{i,i}(t_{i,\ell} - t_{i,1}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde o padrão do erro de bit para o k -ésimo usuário, resultante da estimação incorreta de bit no $(v - 1)$ -ésimo estágio:

$$\tilde{b}_{k,j}(v-1) = b_{k,j} - \hat{b}_{k,j}(v-1) \quad (3.26)$$

e utilizado na reconstrução e cancelamento imperfeito da *CI* no v -ésimo estágio; m = número de bits deslocados relativo ao primeiro caminho do i -ésimo usuário.

Para a análise da taxa de erro de bit serão considerados para os estágios intermediários os decisores *hard* e *soft* do tipo Tanh, nas versões de cancelamento total e parcial. No último estágio, deve-se necessariamente realizar decisão *hard*.

3.3.2 BER Analítico para PIC–HD e PIC–SD Tanh Multiestágio

Derivam-se nesta seção expressões analíticas na forma recursiva, porém fechadas, para a taxa de erro de bit média do sistema, função da variância do ruído total ($CI + AWGN$) para o v –ésimo estágio cancelador paralelo com decisor *hard* e *soft* do tipo $\tanh(\cdot)$.

Assume-se que os termos da interferência cocanal terão distribuição Gaussiana; esta aproximação é tanto melhor quanto maior for a população de usuários e número de caminhos multipercurso, resultando em um grande número de sinais interferentes. Adicionalmente, admite-se estimativas perfeitas para os parâmetros fase, atraso e ganho de canal objetivando simplificar a análise.

3.3.2.1 BER para Estágio Inicial (MFB)

As variâncias para o estágio inicial (detector Convencional) são conhecidas e facilmente pode-se mostrar que [Hui 98], [Yoon 93], [Pursley 77]: $\text{var}[\eta_i] = N_0 T/4$;

$$\text{var}[\mathcal{I}_i] = \sum_{k=1, k \neq i}^K \frac{P_k T^2}{12 N^3} \overline{L}_k \mathbb{E}[(C_{k,\ell})^2] r_{ki} \quad (3.27)$$

com

$$\begin{aligned} r_{ki} &= 2N^2 + 4 \sum_{n=1}^{N-1} G_k(n) G_i(n) + \sum_{n=1-N}^{N-1} G_k(n) G_i(n+1) \\ &= 2N^2 + 4 \sum_{n=1}^{N-1} G_k(n) G_i(n) + 2 \sum_{n=0}^{N-1} G_k(n) G_i(n+1) \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde a função de autocorrelação aperiódica (parcial) discreta é definida a partir da correlação cruzada aperiódica, com a notação $G_a = G_{a,a}$, por [Pursley 77], [Fitzgerald 96]:

$$G_{a,b}(\ell) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{N-i-\ell} a_i b_{i+\ell} & 0 \leq \ell < N \\ \sum_{i=-\ell}^{N-1} a_i b_{i+\ell+N} & -N \leq \ell < 0 \\ 0 & |\ell| \geq N \end{cases} \quad (3.29)$$

e ainda as correlações cruzadas parciais par e ímpar, definidas em (2.22a) e (2.22b), podem ser expressas em função da autocorrelação aperiódica [Pursley 77]:

$$\begin{aligned} \check{R}_{k,i}(\tau) &= G_{k,i}(\ell) T_c + [G_{k,i}(\ell+1) - G_{k,i}(\ell)] (\tau - \ell T_c) \\ R_{k,i}(\tau) &= G_{k,i}(\ell - N) T_c + [G_{k,i}(\ell - N + 1) + G_{k,i}(\ell - N)] (\tau - \ell T_c) \end{aligned}$$

A variância para a auto interferência será:

$$\text{var} [S_i] = \frac{P_i}{4(\tau_m^{\max} - T_c)} (\overline{L}_i - 1) \mathbb{E} [(C_{k,\ell})^2] \int_{T_c}^{\tau_m^{\max}} [R_{i,i}(\tau)]^2 + [\check{R}_{i,i}(\tau)]^2 d\tau \quad (3.30)$$

com τ_m^{\max} = máximo atraso de espalhamento multipercurso do canal.

Assumindo-se que ambas as componentes da interferência cocanal tenham distribuição Gaussiana, embora esta hipótese não seja necessariamente correta, tal aproximação tem se mostrado razoável [Hui 98], [Yoon 93]. À saída do MFB, a relação sinal–ruído condicionada a um dado ganho de canal para o primeiro caminho do sinal do i -ésimo usuário, $C = C_{i,1}$, será:

$$SNR_i = \frac{U_i^2}{\text{var} [\eta_i + CI]} = \frac{C^2 \frac{P_i}{2} T^2}{\text{var} [\eta_i] + \text{var} [S_i] + \text{var} [\mathcal{I}_i]} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} SNR_i^{-1} = \frac{N_0}{2C^2 E_i} + \frac{(\overline{L}_k - 1) \mathbb{E} [(C_{i,\ell})^2]}{2C^2 T^2} \frac{1}{(\tau_m^{\max} - T_c)} \int_{T_c}^{\tau_m^{\max}} [R_{i,i}(\tau)]^2 + [\check{R}_{i,i}(\tau)]^2 d\tau + \\ + \frac{1}{6N^3 C^2} \sum_{k=1, k \neq i}^K \frac{P_k}{P_i} \overline{L}_k \mathbb{E} [(C_{k,\ell})^2] r_{ki} \end{aligned} \quad (3.32)$$

A probabilidade de erro de bit do estágio inicial (Convencional) condicionada ao ganho de canal é:

$$\begin{aligned} Pe_i(C) &= \Pr(\text{erro, estágio inicial} | C_{i,1} = C) \\ &= Q\left(\sqrt{SNR_i}\right) \end{aligned}$$

Descondicionando a probabilidade a partir da integração de $Pe_i(C)$ em relação à função densidade de probabilidade de C , resulta a $Pe_i = \int_{-\infty}^{\infty} Pe_i(C) \cdot f_C dC$. Para canal com desvanecimento, o resultando bem estabelecido na literatura para este descondicionamento é [Proakis 89]:

$$Pe_i[0] = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\gamma}_i}{1 + \overline{\gamma}_i}} \right) \quad (3.33)$$

com $\overline{\gamma}_i = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[\frac{S}{N_i} \right]$, onde a esperança é tomada em relação a C .

Obs.: para canal Rayleigh Plano, não existe o termo de auto interferência (3.22); a SNR na forma (3.32) será constituída apenas pelo primeiro e terceiro termo .

3.3.2.2 BER para o 1º estágio Cancelador Paralelo

Faz-se a análise da taxa de erro de bit média para um PIC de um estágio cancelador assumindo-se a disponibilidade de estimativas perfeitas para os parâmetros de canal; desta forma, o foco da análise será em torno das estimativas incorretas para os bits estimados, particularmente a *variância do erro de bit estimado*, a qual afeta decisivamente o desempenho do estágio posterior.

À saída do segundo MFB⁵², a potência do i -ésimo sinal desejado, U_i^2 , para um mesmo ganho de canal, C , e a variância do AWGN filtrado permanecem inalteradas em relação ao estágio inicial. Apenas os termos de CI nas estatísticas de decisão e na SNR_i serão distintos no processo de cancelamento multiestágio. Particularmente, as variâncias para a MAI e a auto interferência serão:

$$var \left[\tilde{\mathcal{I}}_i(1) \right] = \sum_{k=1, k \neq i}^K \mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_{k,n}(0) \right]^2 \right] \cdot var \left[\mathcal{I}_i^{(k,i)} \right] \quad (3.34)$$

$$var \left[\tilde{S}_i(1) \right] = \mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_{i,n}(0) \right]^2 \right] \cdot var \left[S_i \right] \quad (3.35)$$

onde $var \left[\mathcal{I}_i^{(k,i)} \right]$ é apenas o k -ésimo elemento da somatória que define (3.27),

$$var \left[\mathcal{I}_i^{(k,i)} \right] = \frac{P_k T^2}{12 N^3} \overline{L}_k \mathbb{E} \left[(C_{k,\ell})^2 \right] r_{ki} \quad (3.36)$$

com r_{ki} dado por (3.28). Já a *variância do erro de bit estimado*, $\mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_{k,n}(v-1) \right]^2 \right]$ depende do tipo decisor empregado e seu valor é decrescente em função do estágio cancelador. O cálculo desta variância é função das probabilidades condicionais das decisões de bit corretas e incorretas do estágio anterior (estágio $v-1$). Na próxima seção será analisado em detalhes a variância do erro de bit estimado para os decisores HD e SD Tanh, total e parcial.

A relação sinal-ruído e a probabilidade de erro de bit para o primeiro estágio cancelador resultam, de forma análoga ao estágio inicial, respectivamente:

$$SNR_i[1] = \frac{C^2 \frac{P_i}{2} T^2}{var[\eta_i] + var[\tilde{S}_i(1)] + var[\tilde{\mathcal{I}}_i(1)]} \quad (3.37)$$

$$Pe_i[1] = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\gamma}_i[1]}{1 + \overline{\gamma}_i[1]}} \right) \quad (3.38)$$

com $\overline{\gamma}_i[1] = \frac{1}{2} \mathbb{E} [SNR_i[1]]$, onde a esperança é tomada em relação a C .

⁵² O primeiro MFB é utilizado no estágio inicial, (0), receptor Convencional.

3.3.2.3 BER para o v -ésimo estágio Cancelador Paralelo

A extensão da análise anterior para o v -ésimo estágio cancelador é imediata; as variâncias para os termos CI resultam:

$$\text{var} [\tilde{\mathcal{I}}_i(v)] = \sum_{k=1, k \neq i}^K \mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_{k,n}(v-1) \right]^2 \right] \cdot \text{var} [\mathcal{I}_i^{(k,i)}] \quad (3.39)$$

$$\text{var} [\tilde{S}_i(v)] = \mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_{i,n}(v-1) \right]^2 \right] \text{var} [S_i] \quad (3.40)$$

as quais dependem, recursivamente, do padrão de erro de bit obtido no estágio anterior.

Fixando o ganho de canal, como anteriormente $C = C_{i,1}$, segue que a SNR para o i -ésimo usuário no v -ésimo estágio será:

$$SNR_i[v] = \frac{C^2 \frac{P_i}{2} T^2}{\text{var} [\eta_i] + \text{var} [\tilde{S}_i(v)] + \text{var} [\tilde{\mathcal{I}}_i(v)]} \quad (3.41)$$

resultando na probabilidade de erro de bit do v -ésimo estágio cancelador paralelo para o i -ésimo usuário:

$$\text{Pe}_i[v] = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\gamma}_i[v]}{1 + \overline{\gamma}_i[v]}} \right) \quad (3.42)$$

com $\overline{\gamma}_i[v] = \frac{1}{2} \mathbb{E} [SNR_i[v]]$, onde a esperança é mais uma vez tomada em relação a C .

3.3.3 Variância para o Erro de Bit Cancelado

A variância do erro de bit cancelado é de fundamental importância nesta análise. O padrão de erro de bit resultante do cancelamento imperfeito no estágio anterior ao considerado na equação (3.26) determinará em última instância a melhoria de desempenho do estágio atual. Para a obtenção da variância do erro de bit cancelado são necessárias as probabilidades condicionais de decisão de bits, correta e incorreta.

3.3.3.1 PIC-HD Total

As probabilidades condicionais de decisão de bits, para o j -ésimo bit de um específico usuário em um determinado estágio cancelador v , considerando o universo de símbolos $\{\pm 1\}$, são:

$$\begin{aligned} \Pr [\hat{b}_j(v) = b_j | b_j] &= 1 - P_e[v] \\ \Pr [\hat{b}_j(v) = -b_j | b_j] &= P_e[v] \end{aligned}$$

A variância do erro de bit cancelado no v -ésimo estágio em um PIC com decisor do tipo $\text{sign}(\cdot)$ será dada combinando-se os possíveis padrões de erro de bits como as respectivas probabilidades condicionais:

$$\begin{aligned}\mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_j(v) \right]^2 \right]_{HD} &= \underbrace{0^2 \cdot (1 - P_e[v])}_{\text{acerto}} + \underbrace{(2 \cdot b_{k,j})^2 \cdot P_e[v]}_{\text{erro}} \\ &= 4P_e[v]\end{aligned}\quad (3.44)$$

3.3.3.2 PIC–HD Parcial

Em um PIC com decisor HD ponderado pelo fator $0 \leq \xi_v \leq 1$ ao invés de se tentar cancelar totalmente a interferência, subtrai-se apenas parte da interferência cocanal estimada; sinais mais confiáveis serão ponderados por fatores ξ_v mais próximos de 1. Após cancelamento, a métrica de decisão no v -ésimo estágio é dada agora por:

$$\begin{aligned}z_i(v) &= z_i - \xi_v \left[\hat{S}_{i,1}(v) - \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(v) \right] \\ &= \underbrace{|C_{i,1}| \sqrt{\frac{P_i}{2}} b_{i,n-v} T}_{U_i, \text{ Sinal Desejado}} + \underbrace{\mathcal{I}_{i,1} - \xi_v \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(v)}_{\text{MAI Residual}} + \underbrace{S_{i,1} - \xi_v \hat{S}_{i,1}(v)}_{\text{Interf. Multiperc. Res.}} + \underbrace{\eta_i}_{\text{AWGN}}\end{aligned}\quad (3.45)$$

Ruído Residual Total

A variância do erro de bit cancelado no v -ésimo estágio para um específico usuário em um PIC–HD parcial será dada por:

$$\begin{aligned}\mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_j(v) \right]^2 \right]_{HD_parc} &= \underbrace{(1 - \xi_v)^2 \cdot (1 - P_e[v])}_{\text{acerto}} + \underbrace{(1 + \xi_v)^2 \cdot P_e[v]}_{\text{erro}} \\ &= (1 - \xi_v)^2 + 4\xi_v P_e[v]\end{aligned}\quad (3.46)$$

Note-se que a variância ainda depende de $P_e[v]$ e recai no caso anterior quando $\xi_v = 1$ (cancelamento Total).

3.3.3.3 PIC–SD com Decisor TANH Total e Parcial

Analogamente aos caso PIC–HD Parcial, a variância do erro de bit cancelado no v -ésimo estágio para um cancelador PIC com decisor *soft* do tipo função tanh será dado por

$$\begin{aligned}\mathbb{E} \left[\left[\tilde{b}_j(v) \right]^2 \right]_{TH_parc} &= \underbrace{[1 - \xi_v |\tanh(\cdot)|]^2 \cdot (1 - P_e[v])}_{\text{acerto}} + \underbrace{[1 + \xi_v |\tanh(\cdot)|]^2 \cdot P_e[v]}_{\text{erro}} \\ &= [1 - \xi_v |\tanh(\cdot)|]^2 + 4\xi_v |\tanh(\cdot)| P_e[v]\end{aligned}\quad (3.47)$$

Assim, quando o argumento da função \tanh torna-se muito grande, o decisor tende para a função $\text{sign}(\cdot)$ e recai-se no caso anterior, HD Parcial. Adicionalmente, se o fator de cancelamento $\xi_v \rightarrow 1$, recai-se no primeiro caso, HD Total.

Na expressão (3.47) o argumento da função \tanh é dado pela relação entre a energia do sinal e a variância do ruído residual total⁵³ no estágio cancelador considerado; para o v -ésimo estágio tem-se

$$\frac{z_i(v) \sqrt{E_i}}{\sigma_{\text{RRes}_i}^2(v)} \quad (3.48)$$

com a *variância do ruído residual total* dependente das estimativas para os termos interferentes cocanal do estágio anterior:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{RRes}_i}^2(v) &= \text{var} [\text{RRes}_i(v)] \\ &= \underbrace{\text{var} [\mathcal{I}_{i,1} - \xi_v \hat{\mathcal{I}}_{i,1}(v-1)]}_{\text{var. MAI Residual,}} + \underbrace{\text{var} [S_{i,1} - \xi_v \hat{S}_{i,1}(v-1)]}_{\text{var. Interf. Multiperc. Res.}} + \underbrace{\text{var} [\eta_i]}_{\text{var. AWGN}} \end{aligned} \quad (3.49a)$$

$$= \underbrace{\text{var} [\tilde{\mathcal{I}}_i(v)] + \text{var} [\tilde{S}_i(v)]}_{\text{Ruído Residual Total}} + \frac{N_0 T}{4} \quad (3.49b)$$

No cálculo analítico do desempenho, o numerador do argumento da função \tanh foi obtido tomando-se apenas o sinal de interesse, uma vez que se admite que o AWGN e a interferência cocanal residual podem ser aproximados por processos randômico Gaussianos de média zero. Assim, o numerador do argumento da $\tanh(\cdot)$ fica:

$$\begin{aligned} z_i(v) \sqrt{E_i} &= b_i |C_{i,1}| \sqrt{E_i} \cdot \sqrt{E_i} = |C_{i,1}| b_i E_i \\ &= b_i \frac{|C_{i,1}| A_i^2 \cdot T}{2} \\ &= b_i |C_{i,1}| P_i T \end{aligned} \quad (3.50)$$

Note-se que a hipótese admitida acima só é válida nas regiões de E_b/N_0 onde se possa distinguir no receptor o sinal da interferência, isto ocorre para as regiões de médio e alto E_b/N_0 .

Para canais Rayleigh Plano, a média para o ganho de canal (ou valor médio quadrático para os coeficientes de canal) é normalizado, $\mathbb{E}[|C_i|^2] = 1$; para canais com multipercurso, normalmente adota-se $\sum_{\ell=1}^{L_i} \mathbb{E}[|C_{i,\ell}|^2] = 1$.

⁵³ A secção 2.4.4.5 analisa PIC-SD Tanh em canal AWGN.

3.3.4 Minimizando a Variância do Erro de Bit Cancelado

É possível minimizar a variância do erro de bit cancelado em um decisor com cancelamento Parcial? Seja a equação (3.46); há um ξ_v^{Opt} tal que minimize a variância do erro, minimizando também a variância dos termos cocanal no estágio seguinte $v+1$, $var [\tilde{\mathcal{I}}_i(v+1)] + var [\tilde{S}_i(v+1)]$ e portanto este ξ_v ótimo minimizará a *BER* naquele estágio cancelador. Tomando a primeira e segunda derivada de (3.46):

$$\begin{aligned} \frac{d \{ (1 - \xi_v)^2 + 4\xi_v P_e[v] \}}{d\xi_v} &= 2\xi_v + 2(2P_e[v] - 1) \\ \frac{d^2 \{ (1 - \xi_v)^2 + 4\xi_v P_e[v] \}}{d\xi_v^2} &= 2 \end{aligned}$$

Portanto, igualando a zero a 1ª derivada obtém-se o coeficiente de cancelamento parcial otimizado, ξ_v^{Opt} , o qual resulta em *mínima variância do erro de bit cancelado* no estágio v :

$$\begin{aligned} 2\xi_v + 2(2P_e[v] - 1) &= 0 \\ \xi_v^{Opt}|_{HD} &= 1 - 2P_e[v] \end{aligned} \quad (3.51)$$

Interpretação para $\xi_v^{Opt}|_{HD}$:

- quando as estimativas para os bits do estágio anterior não forem confiáveis, devido ao baixo $\frac{E_b}{N_0}$ e/ou alto carregamento do sistema, resultando em uma elevada interferência cocanal, a BER naquele estágio será elevada. No limite, $P_e[v] = 1/2 \rightarrow \xi_v^{Opt} = 0$, não havendo nenhum cancelamento da interferência no estágio atual.
- quando as estimativas forem confiáveis (situação inversa do caso anterior para $\frac{E_b}{N_0}$ e/ou *Load*), a BER no estágio anterior ao considerado será desprezível. No limite, $P_e = 0$ e portanto, $\xi_v^{Opt} = 1$, recaindo no caso do cancelador total da interferência cocanal (PIC Total).

De forma análoga, chega-se à otimização do *fator de cancelamento parcial* para o decisor *Tanh*:

$$\begin{aligned} \frac{d \{ (1 - \xi_v |\tanh(\cdot)|)^2 + 4\xi_v |\tanh(\cdot)| P_e[v] \}}{d\xi_v} &= 2\xi_v \tanh^2(\cdot) + 2|\tanh(\cdot)| (2P_e[v] - 1) \\ \frac{d^2 \{ (1 - \xi_v |\tanh(\cdot)|)^2 + 4\xi_v |\tanh(\cdot)| P_e[v] \}}{d\xi_v^2} &= 2 \tanh^2(\cdot) \end{aligned}$$

Portanto, igualando a zero a 1ª derivada obtém-se o coeficiente de cancelamento parcial otimizado para decisor *Tanh*, $\xi_v^{Opt}|_{TH}$, cuja *variância do erro de bit cancelado* é *mínima* no estágio v :

$$\begin{aligned} 2\xi_v \tanh^2(\cdot) + 2|\tanh(\cdot)| (2P_e[v] - 1) &= 0 \\ \xi_v^{Opt}|_{TH} &= \frac{1 - 2P_e[v]}{|\tanh(\cdot)|} \end{aligned} \quad (3.52)$$

note-se que ξ_{vTH}^{Opt} é similar ao caso anterior, porém ponderado por $1/|\tanh(\cdot)|$ com o argumento da função \tanh para o estágio v dado por (3.48). Interpretação para $\xi_v^{Opt}|_{TH}$:

- quando as estimativas forem muito confiáveis, a BER no estágio anterior ao considerado será desprezível. No limite, $P_e[v] = 0$, o denominador da função $\tanh(\cdot)$ torna-se muito pequeno, isto é se $\tanh(\cdot) \rightarrow 1$, aproximando-se da função $\text{sign}(\cdot)$ e portanto, $\xi_v^{Opt}|_{TH} = 1$, recaindo no caso do PIC-HD Total.
- por outro lado, quando as estimativas para os bits do estágio anterior não forem confiáveis, resultando em elevada interferência cocanal, a BER naquele estágio será elevada. No limite, $P_e[v] = 1/2$ e a equação (3.52) para $E_b/N_0 \rightarrow 0$ diverge, tanto para canal AWGN quanto para Rayleigh, uma vez que a \tanh tende mais rapidamente para zero que o numerador; a figura 3.39 mostra o comportamento de ξ em função de E_b/N_0 para cancelador com decisor \tanh ; o procedimento de otimização de ξ só tem validade, devido à hipótese assumida para a equação (3.50), na região monotonicamente crescente das curvas, figura 3.39, isto é para $E_b/N_0 \geq 1,5$ dB (AWGN) e $E_b/N_0 \geq 2,0$ dB (Rayleigh); as curvas dão uma idéia dos valores de ξ válidos em função do E_b/N_0 do sistema: $0,86 \leq \xi_{Awgn}^{Opt} \leq 1$ e $0,72 \leq \xi_{Rayl}^{Opt} \leq 1$.

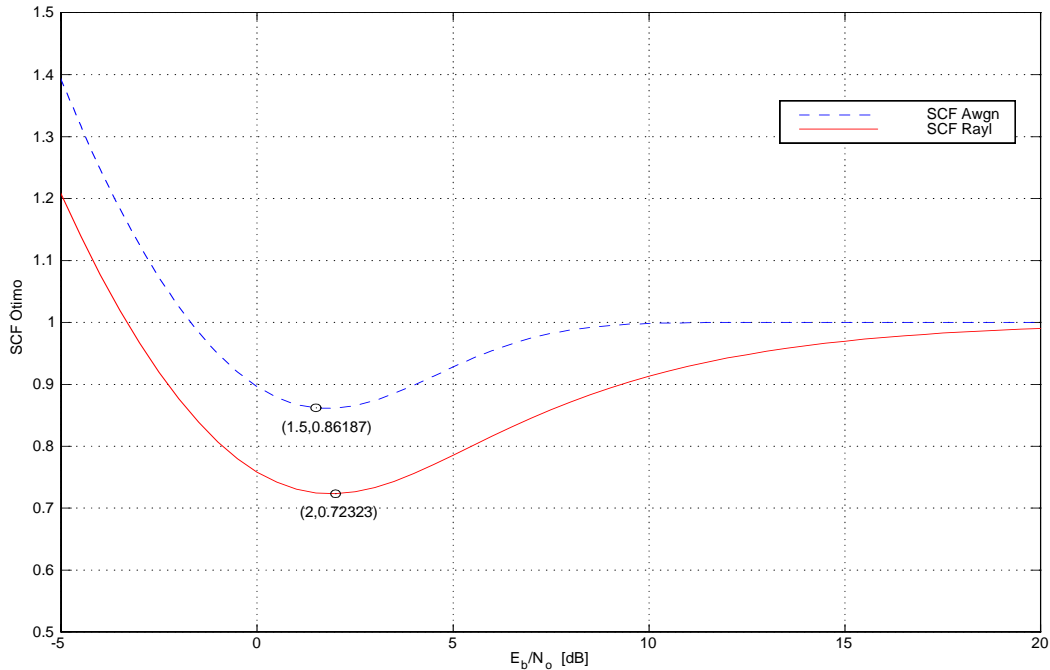


Figura 3.39. Comportamento do fator de cancelamento ξ para decisor \tanh , canal AWGN e Rayleigh.

O resultado indica que o procedimento de cancelamento parcial no esquema PIC com decisor Tanh não será efetivo em canais extremamente ruidosos. A vantagem do decisor Tanh Parcial sobre o Total será notado na região de média e alta $\frac{E_b}{N_0}$, tanto em canais AWGN quanto em canais com desvanecimento.

3.3.4.1 Resultados Analíticos

Nesta seção são mostrados desempenhos em termos de taxa de erro de bit média para o PIC–HD e PIC–SD Tanh, obtidas a partir do desenvolvimento analítico da seção anterior considerando dois perfis de canal: canal Rayleigh Plano e canal com desvanecimento multipercurso de dois raios com $\sum_{\ell=1}^2 \text{var}[C_{i,\ell}] = 1$, sendo o primeiro raio muito mais intenso que o segundo, $\text{var}[C_i] = [0,995; 0,005]$. Adicionalmente, assume-se estimação perfeita para os todos os parâmetros de canal.

A figura 3.40 mostra o desempenho em função de $\frac{E_b}{N_0}$ para o PIC–HD assíncrono de até 4 estágios para duas populações de usuários considerando canal Rayleigh Plano, Gold31 e otimização dos coeficientes ξ_v , apresentada na figura 3.41. Em um PIC–HD o melhor desempenho é alcançado com o cancelamento Parcial otimizado, tanto para $K = 16$ quanto para $K = 31$ usuários. Com coeficientes fixos e idênticos para todos os usuários a cada estágio, $\xi = [0,6; 0,8; 0,9]$, o PIC–HD Parcial resulta em alternância de desempenho em relação ao PIC–HD Total quando se passa de $K = 31$ para $K = 16$ usuários, indicando a efetividade do processo de otimização obtida analiticamente. Da figura 3.41 depreende-se que ξ_v^{Opt} terá valores crescentes com o número de estágio (estimativas mais confiáveis) e com os valores de $\frac{E_b}{N_0}$, assumindo valores decrescentes com o carregamento do sistema, em concordância com a teoria. Para efeito de comparação são mostrados ainda na figura 3.40 o desempenho alcançado com o receptor Convencional, Decorrelator ideal e o limite *single user*, seção 3.2.2.

Taxas de erro de bits média sobre o número de usuários fracos em função da população, considerando $E_b/N_0 = 21dB$, são mostradas nas figuras 3.42 e 3.43; estão indicados os valores de ξ_v^{Opt} em função de K (colunas) e do número de estágios (linhas). Novamente, o PIC–HD Parcial com coeficientes otimizados resulta em melhor desempenho que os demais, embora esta melhoria seja modesta em canal Rayleigh para os quatro estágios canceladores. Esta melhoria torna-se perceptível para carregamentos acima de $L \gtrsim 50\%$, dependendo do estágio e do $\frac{E_b}{N_0}$ do sistema. Caso os ξ_v não forem otimizados, por exemplo escolhidos como $\xi = [0,6; 0,8; 0,9]$, o desempenho do HD Parcial degrada-se em relação ao HD Total, tanto na condição de controle perfeito de potência quanto no caso de se ter dois usuários com $NFR = +10dB$, figura 3.43, sendo que na condição de desajuste de potência a degradação é acentuada. Note-se que para sistemas mediana e levemente carregados não há diferença perceptível para o desempenho analítico do HD Total e do Parcial otimizado.

Escolhas arbitrárias para ξ_v em ambiente com desajuste de potência e canal com desvanecimento podem comprometer decisivamente o desempenho do PIC–HD multiestágio, sendo melhor realizar o cancelamento total a cada estágio.

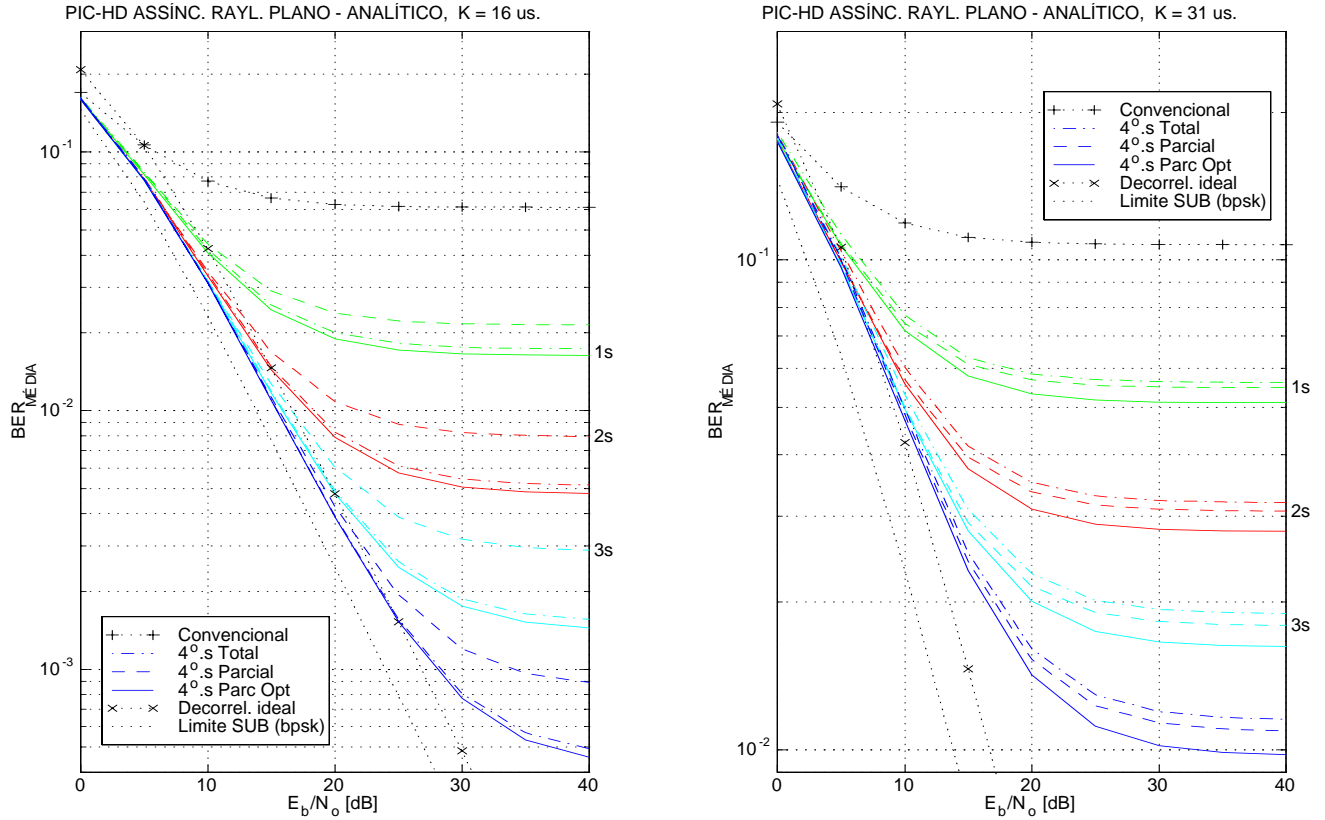


Figura 3.40. Desempenho analítico para cancelador PIC com decisor HD Total, Parcial e Parcial Otimizado em canal Rayleigh Plano. $NFR = 0$ dB; Gold31, $Load \approx 50\%$ e 100%

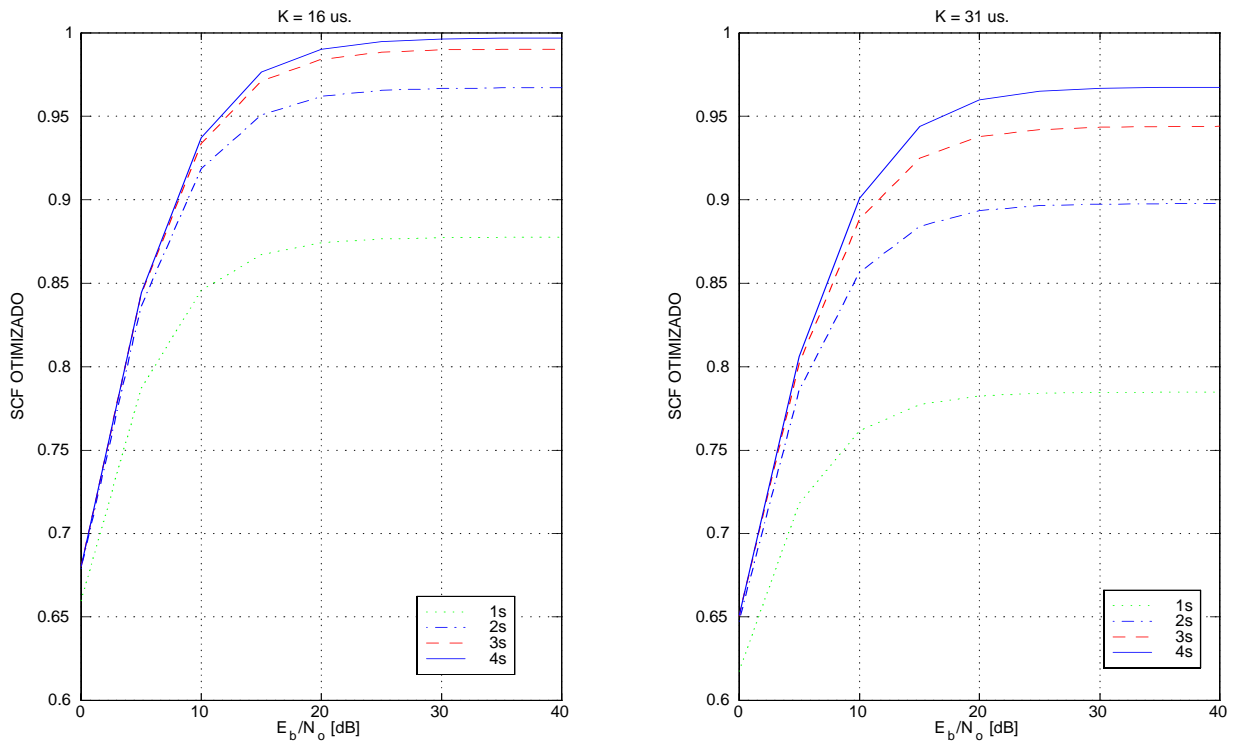


Figura 3.41. Otimização analítica dos ξ_v em um PIC-HD em função do número de estágios, E_b/N_0 e carregamento. $NFR = 0$, Gold31 e canal Rayleigh Plano.

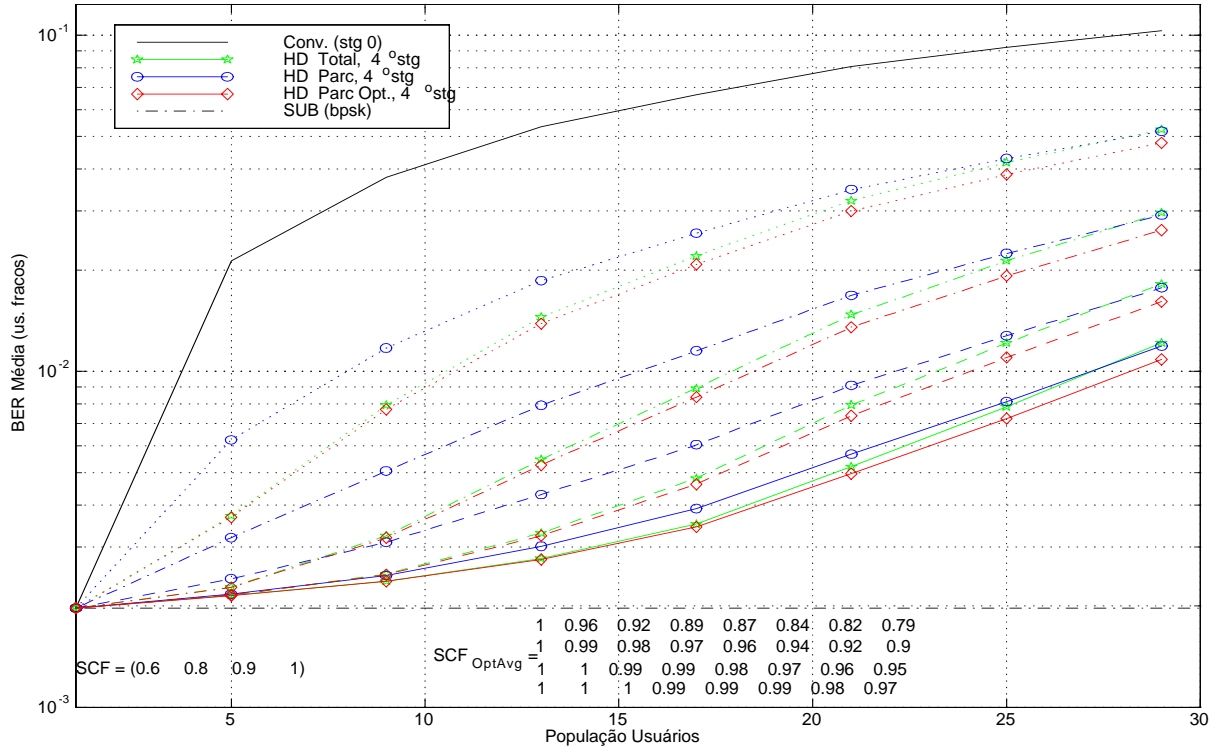


Figura 3.42. Desempenho analítico para o PIC-HD Total, Parcial e Parcial Otimizado em canal Rayleigh Plano em função do número de usuários. $NFR = 0dB$; Gold31 e $\frac{E_b}{N_0} = 21dB$. Mostra-se os valores de ξ_v^{Opt} em função de K (colunas) e estágios (linhas).

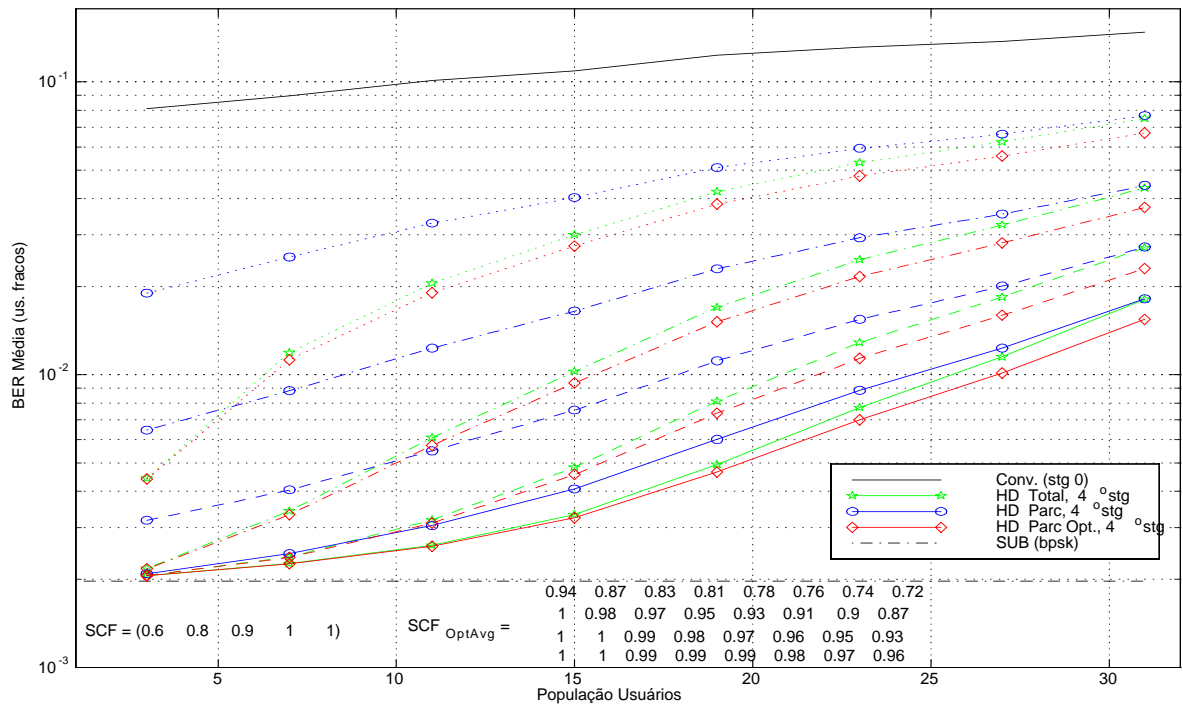


Figura 3.43. Desempenho analítico para o PIC-HD Total, Parcial e Parcial Otimizado em canal Rayleigh Plano em função do número de usuários. Dois usuários com $NFR = 10dB$; Gold31 e $\frac{E_b}{N_0} = 21dB$.

Os desempenhos analíticos para o PIC–SD Tanh Parcial com coeficientes otimizados, ξ_v^{Opt} , resultaram muito próximos aos do PIC–HD Parcial otimizado, para as mais variadas condições de operação do sistema. A figura 3.44 dá uma amostra da similaridade de desempenho analítico entre os dois tipos de decisores em um sistema assíncrono operando em canal multipercurso com $\frac{E_b}{N_0} = 17\text{dB}$ e Gold127. Para os três estágios canceladores, o desempenho atingido com o decisor Tanh e HD com coeficientes otimizados são praticamente iguais.

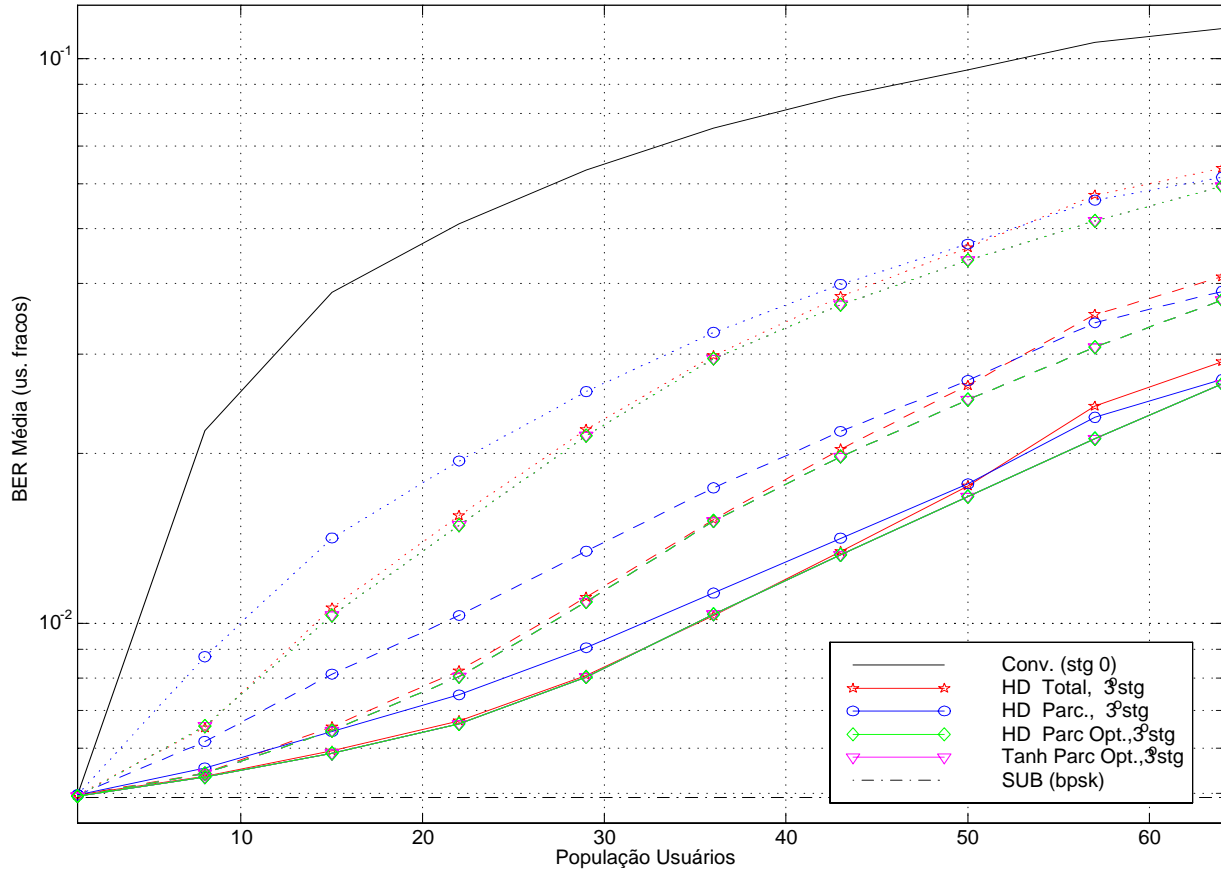


Figura 3.44. Similaridade de desempenho analítico para o PIC–SD Tanh e PIC–HD otimizados. São mostrados ainda PIC–HD Total, Parcial com $\xi_v = [0, 6; 0, 8; 0, 9]$; canal Rayleigh Lento com 2 raios, Gold127 e $\frac{E_b}{N_0} = 17\text{dB}$. Desempenho para o primeiro raio assumindo $\mathbb{E}[|C_{i,1}|^2] \lesssim 1$.

Em canal com desvanecimento, a melhoria no desempenho obtida com o esquema de cancelamento parcial otimizado é bem mais modesta quando comparada à melhoria obtida em canal AWGN⁵⁴ e só perceptível na região de alto carregamento do sistema. Em sistemas operando na região de baixa relação sinal–ruído, os ganhos de desempenho obtidos com cancelamento de interferência paralelo parcial com coeficientes otimizados e carregamentos significativos, $Load \geq 50\%$, tornam-se um pouco mais acentuados, porém ainda são modestos.

⁵⁴ Veja secção 3.1.

3.3.4.2 Resultados de Simulação versus Analítico

Desempenhos de detectores PIC obtidos via simulação Monte Carlo em canais com desvanecimento Rayleigh Plano assíncrono sob a hipótese de estimativas perfeitas de canal são comparados aos previstos analiticamente. O desempenho para o limite *single user* (SuB) é obtido apenas analiticamente, enquanto que para o Convencional, PIC–HD e PIC–SD Tanh as curvas de desempenho são obtidas analiticamente e por simulação Monte Carlo empregando um número suficiente de realizações por ponto e bits transmitidos de tal forma a garantir um intervalo de confiança de 95% com pelo menos 10 erros, apêndice F.

Inicialmente, a figura 3.45 apresenta as taxas de erro de bit em função da população de usuários para os detectores PIC Total com decisor SD Ilimitado, HD e Tanh de 3 estágios. Obteve-se o desempenho médio sobre $(K - 2)$ usuários fracos considerados seqüências de Gold31, $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB e população de usuários crescente ($K = 3$ a 31 usuários), sendo os dois últimos com $NFR = +10$ dB. Os resultados de simulação MCS para canal Rayleigh Plano confirmam uma pequena superioridade de desempenho do detector PIC Tanh, sendo que o pior desempenho é atingido com o decisor SD Linear, repetindo a tendência de desempenho do canal AWGN, avaliado na seção 3.1. Note-se porém que o ganho de desempenho do PIC–Tanh em relação ao PIC–HD torna-se insignificante para $S > 2$ estágios. Mesmo para $S = 2$, a melhoria de desempenho só é considerável para carregamentos acima de $L \approx 60\%$. No entanto, pode-se esperar uma maior diferença nos desempenhos com o aumento de $\frac{E_b}{N_0}$ do sistema.

Comparação de desempenho MCS \times analítico para o PIC–HD Parcial com ξ otimizado analiticamente, o PIC–HD Total e Parcial é feita na figura 3.46. Inicialmente o ξ^{Opt} para cada estágio e número de usuários é obtido durante o cálculo de desempenho analítico para o PIC–HD Parcial e em seguida este conjunto de valores é utilizado na simulação MCS. Note-se que na figura cada linha da matriz ξ_{HD}^{Opt} indica um estágio cancelador, $s = 1, \dots, 4$; os valores decrescentes dos coeficientes em cada linha são empregados considerando os correspondentes carregamentos crescentes do sistema, $K = 3, \dots, 31$. A otimização de ξ é obtida via (3.51). Para $E_b/N_0 = 10$ dB (região de baixa relação sinal-ruído) considerada nas figuras 3.45 e 3.46, nota-se desempenhos muito similares entre o PIC–HD Total em relação ao Parcial com ξ^{Opt} , ambos obtidos via simulação MCS. Ainda, o desempenho analítico para o PIC–HD Parcial é inferior ao obtido via simulação, para os três estágios canceladores, existindo boa concordância apenas para o estágio 0, MFB.

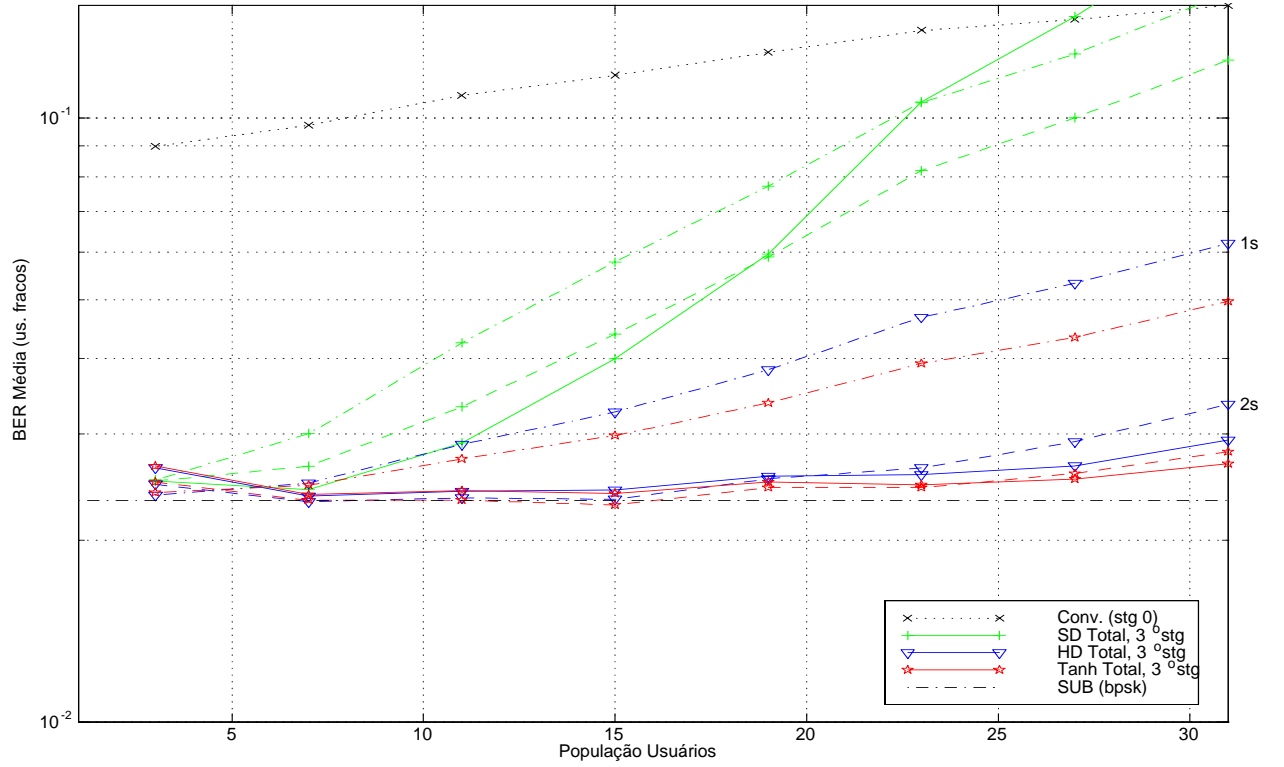


Figura 3.45. Resultados de simulação MCS para um PIC com decisor HD, SD Tanh e SD Linear Ilimitado em canal Rayleigh Plano assíncrono; $\frac{E_b}{N_0} = 10\text{dB}$.

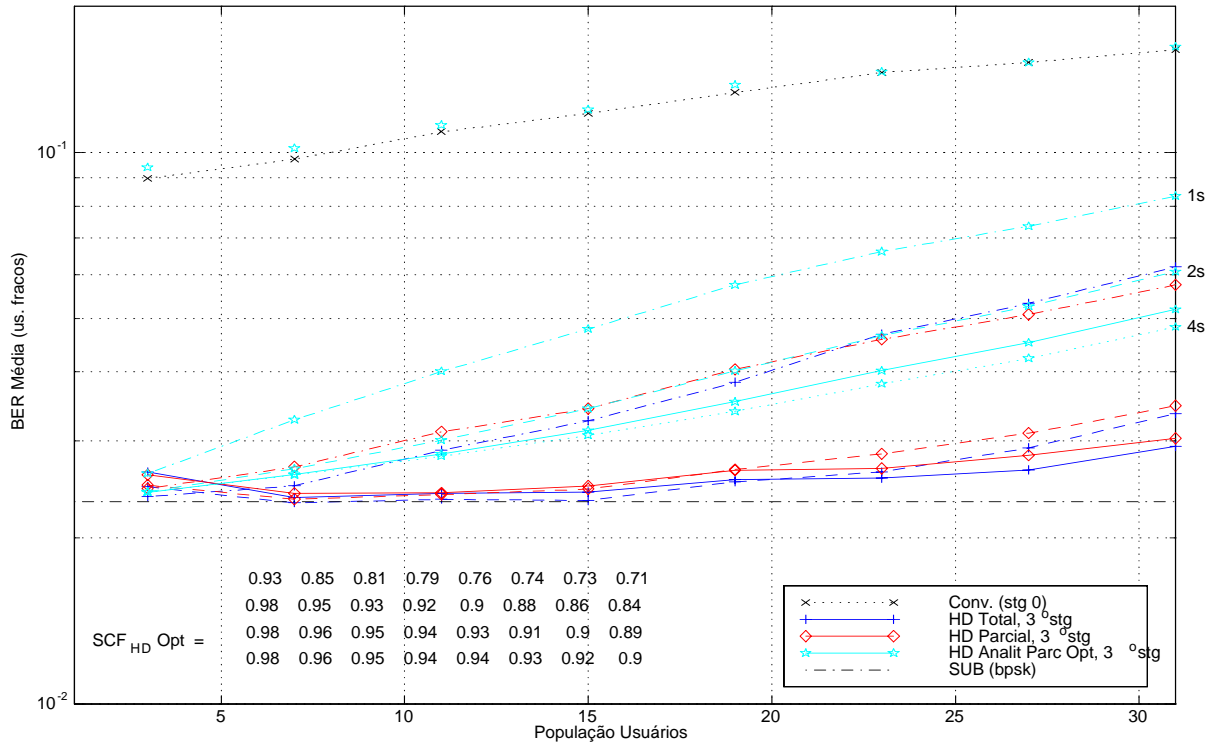


Figura 3.46. Resultados de simulação MCS \times analítico para PIC com decisor HD Parcial e ξ otimizados analiticamente; canal Rayleigh Plano assíncrono e $\frac{E_b}{N_0} = 10\text{dB}$.

Tendência muito similar é observada no PIC–Tanh, figura 3.47. Uma vez que as simulações MCS mostraram muita similaridade de desempenho entre o PIC–HD e Tanh em canal Rayleigh Plano, figura 3.45, a otimização dos coeficientes de cancelamento parcial para o PIC–SD Tanh também gerou valores muito semelhantes, ou seja $\xi_{TH}^{Opt} \cong \xi_{HD}^{Opt}$, para cada estágio e população de usuários, figura 3.47.

Note-se que os valores obtidos para ξ^{Opt} analíticos são coerentes: quanto maior o número de estágios, S , mais próximo torna-se de 1 (= sinais totalmente confiáveis); quanto maior o carregamento, maior a interferência, portanto menor o cancelamento (menor $\xi^{Opt}(Load)$).

Juntando os resultados analíticos em um mesmo gráfico e incluindo os correspondentes desempenhos MCS para o PIC HD e Tanh Parciais com ξ^{Opt} obtém-se a figura 3.48. Verifica-se que os resultados de desempenhos analíticos para o PIC Tanh, embora coerentes em si, são praticamente iguais aos do PIC HD. A conclusão mais imediata é de que além da diferença inerente entre os resultados analíticos e de simulação para qualquer estágio, o modelo analítico não é capaz de descrever, pelo menos para baixas $\frac{E_b}{N_0}$, a pequena diferença de desempenho existente entre o PIC HD e Tanh Parciais, indicada na simulação MCS, a partir do critério de otimização de ξ^{Opt} adotado. Para canais AWGN, os resultados MCS da seção 3.1 mostram que esta diferença de desempenho entre o PIC HD e Tanh é mais pronunciada.

É possível concluir da figura 3.48 que para canais com desvanecimento o ganho de desempenho obtido com o decisor Tanh Parcial em relação ao decisor HD Parcial torna-se modesto ou mesmo imperceptível para sistema pouco carregados ($Load < 30\%$).

O modelo analítico para desempenho PIC–HD e Tanh em canal Rayleigh Plano derivado anteriormente produzirá resultados um pouco mais próximos dos resultados de simulação MCS para a situação de sistema leve e medianamente carregado e $\frac{E_b}{N_0}$ médias e altas. A figura 3.49 mostra a melhor predição de desempenho do modelo analítico para um sistema com $K = 10$ usuários, seqüências de Gold31, controle perfeito de potência e coeficientes não otimizados, $\xi_{HD} = \xi_{TH} = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$. Note-se que particularmente para os valores adotados de ξ , os desempenhos de ambos os PIC Parciais são muito próximos e bastante inferiores ao alcançado pelos respectivos estágios dos PIC totais, tanto para no modelo analítico quanto no MCS. Adicionalmente, para a região de alto E_b/N_0 os desempenhos do PIC Total HD e Tanh obtidos via simulação MCS são superiores aos previstos analiticamente; já com o segundo estágio ambos os detectores atingem desempenhos MCS próximos ao do SUB.

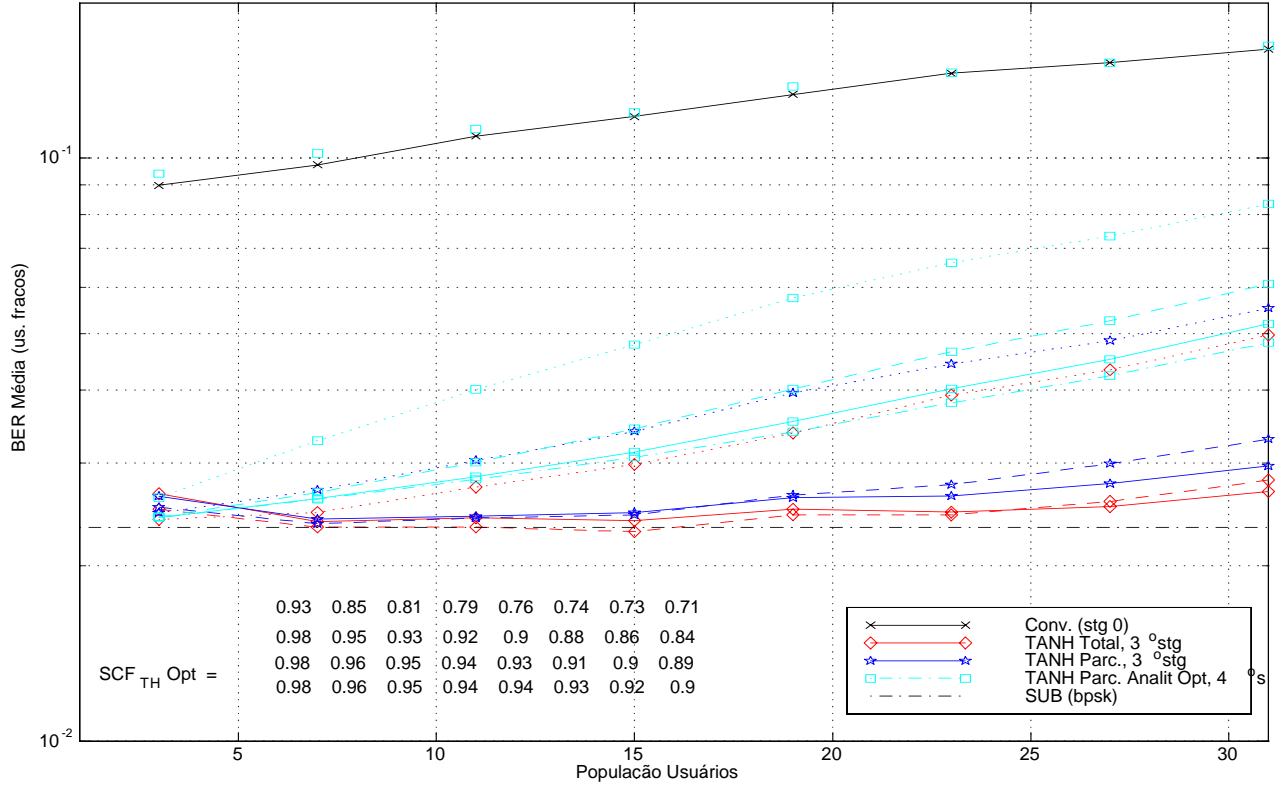


Figura 3.47. Resultados de simulação MCS \times analítico para um PIC com decisor Tanh Parcial e ξ otimizados analiticamente em canal Rayleigh Plano assíncrono e $\frac{E_b}{N_0} = 10\text{dB}$.

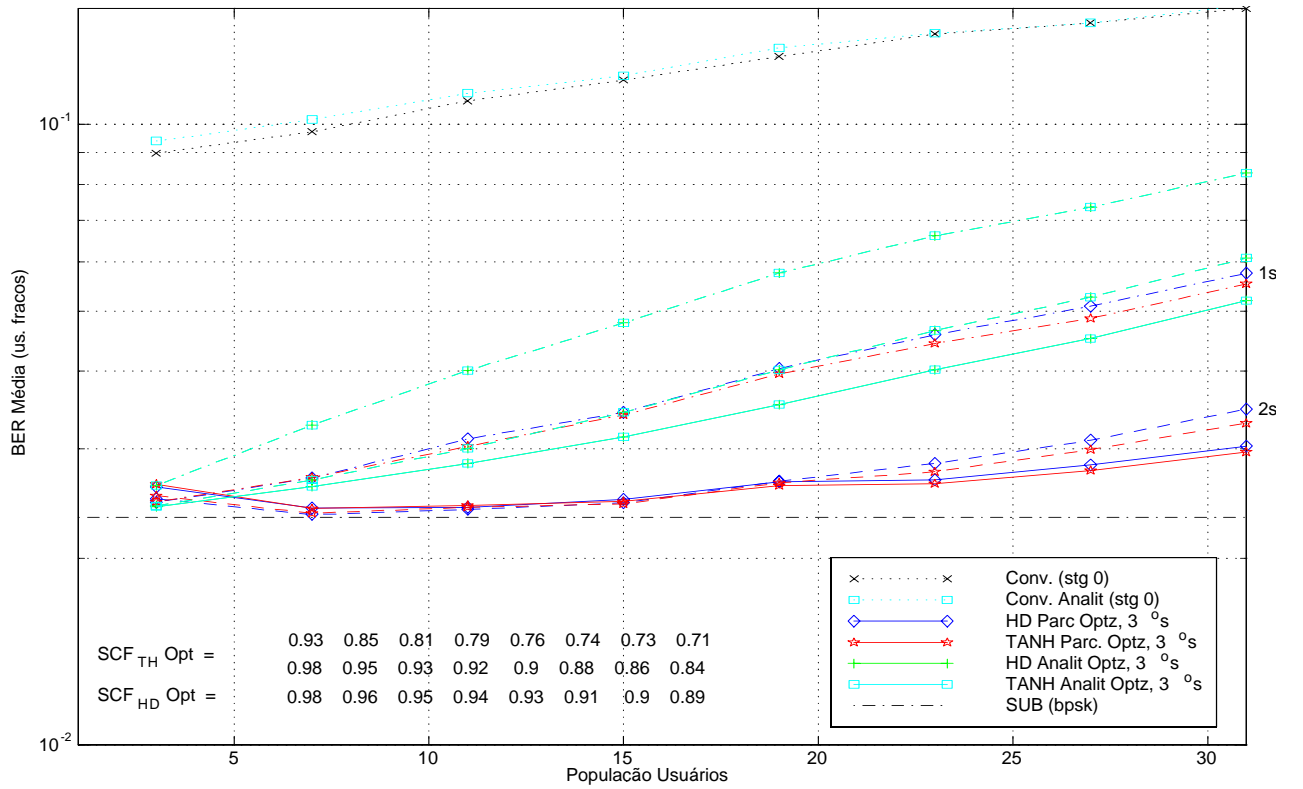


Figura 3.48. Comparação de desempenho MCS \times analítico para o 3º estágio de um PIC HD e SD Tanh parciais com ξ otimizados analiticamente; canal Rayleigh Plano assíncrono e $\frac{E_b}{N_0} = 10\text{dB}$.

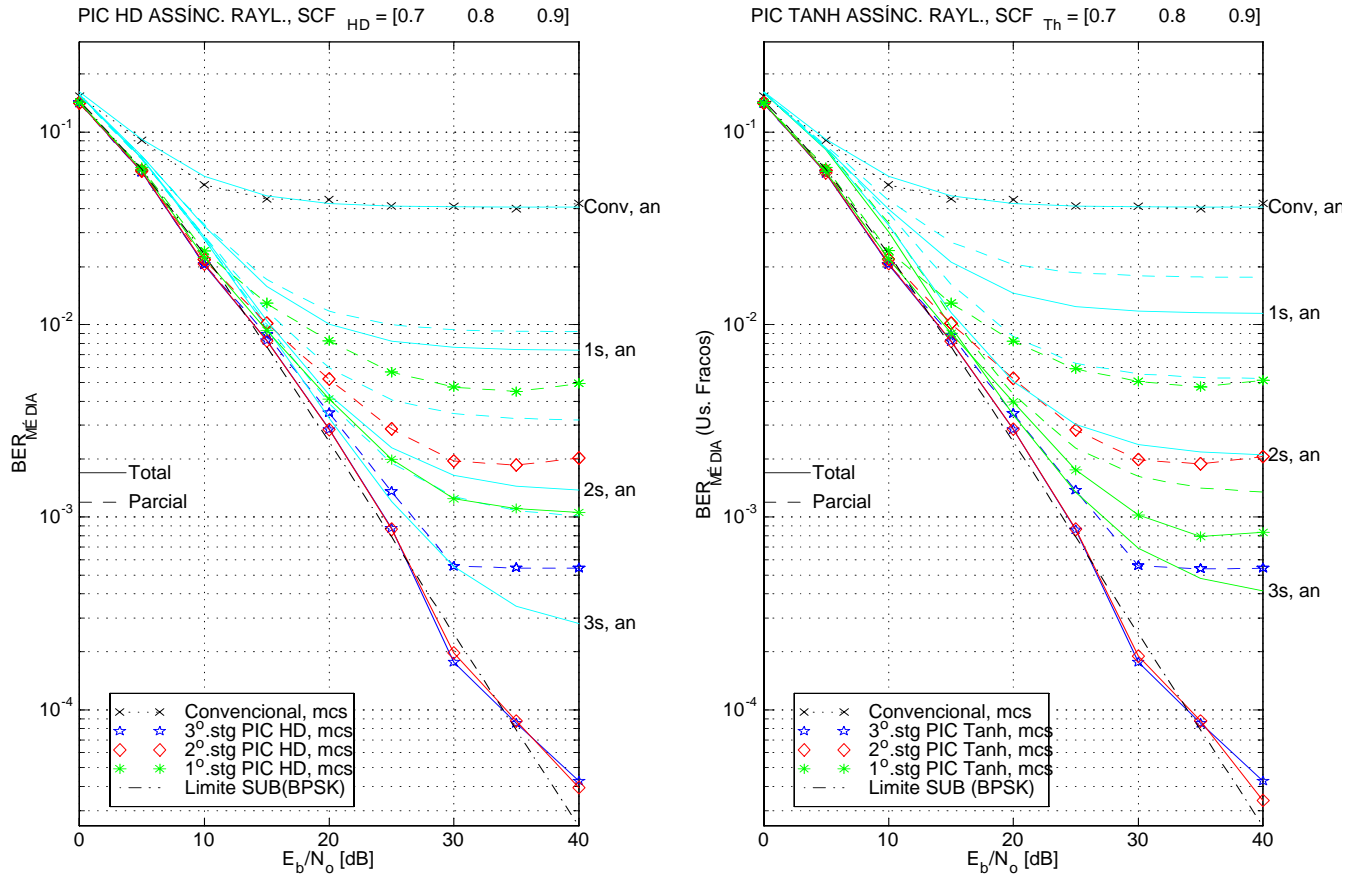


Figura 3.49. Comparação de desempenho MCS \times analítico para um PIC-HD e PIC-SD Tanh, total e parcial com ξ não otimizado; $K = 10$ us, Gold31, $NFR = 0$ e canal Rayleigh Plano assíncrono.

A seguir as figuras 3.50 e 3.51 dão uma amostra da melhoria de desempenho do detector híbrido G-SIC da seção 2.4.5 em relação ao PIC quando em ambiente *near-far* Rayleigh Plano assíncrono. São apresentados resultados de simulação MCS para os algoritmos G-SIC de 3 estágios com decisores HD, Tanh e SD Linear e duas populações com $L = 50\%$ e 100% e seqüências de Gold31. Para os cancelamentos parciais foram adotados $\xi = [0, 9; 0, 97; 1]$.

Com $K = 16$ usuários, sendo 2 destes com $NFR = +10dB$, figura 3.50, o algoritmo G-SIC da seção 2.4.5 separou os sinais em dois grupos para detecção, sendo $S = 2$ com $P_1 = 2$ (usuários mais fortes) e $P_2 = 14$ (restante, mais fracos). De forma similar, o desempenho da figura 3.51 é o resultado da separação também em 2 grupos, uma vez que há apenas dois grupos com energias distintas: aproximadamente metade dos usuários apresentam $NFR = +10dB$. O procedimento de detecção e cancelamento dos sinais agrupados por similaridade de energias recebidas do G-SIC permite obter desempenhos melhorados em relação ao PIC quando em ambiente *near-far*; em cenários com controle perfeito de potência, o algoritmo G-SIC obtém melhores resultados que o SIC, uma vez que detectará e cancelará a MAI de modo paralelo, além de representar um compromisso

entre tempo de processamento do sinais e complexidade de hardware. Quando $NFR = 0$, o G-SIC reduz-se ao PIC multiestágio.

Para ambos os casos de carregamento, os resultados de desempenho para o G-SIC com decisor HD e Tanh são bastante similares, enquanto que para o G-SIC com decisor *soft* Linear o desempenho é muito inferior, como esperado. Também aqui, os esquemas com cancelamento parciais não apresentam grandes diferenças de desempenho em relação ao caso do cancelamento total, como ocorre em canal AWGN.

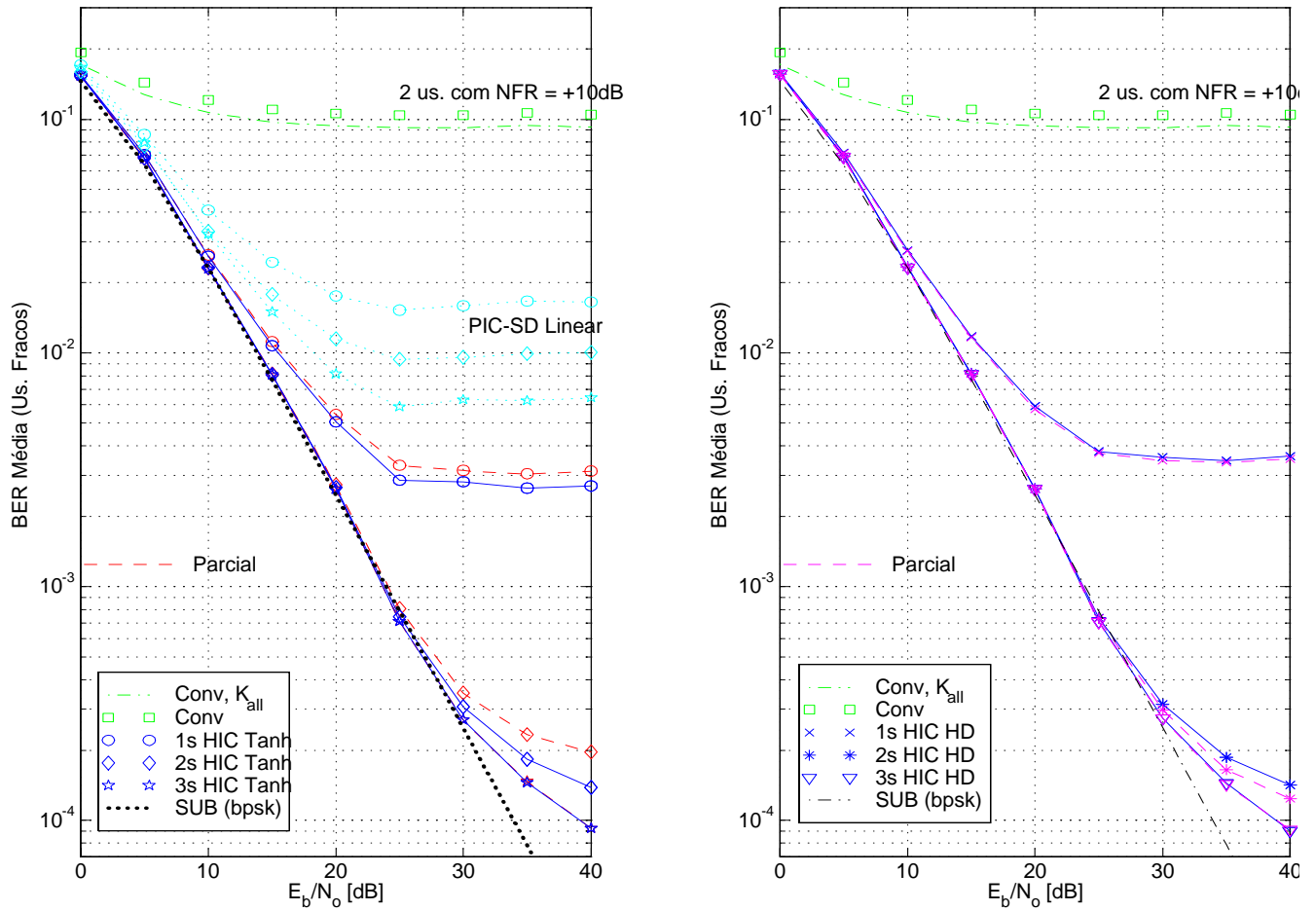


Figura 3.50. Desempenho de um G-SIC com decisor HD, Tanh e Linear (esquerda) em canal Rayleigh Plano assíncrono; $S = 2$, $P_1 = 2$ e $P_2 = 14$ us; $NFR = +10$ dB para 2 us.

As diferenças observadas entre o desempenhos analíticos e aqueles obtidos via simulação MCS para os PIC HD e Tanh em canal Rayleigh se devem à falta de acurácia do modelo proposto em descrever matematicamente os fenômenos físicos envolvidos. O modelo subestima o comportamento real do sistema com cancelador PIC e decisores HD e Tanh em canal Rayleigh, supestimando o ruído total presente no sistema. No entanto, sabe-se que na literatura atual ainda não se conhece um modelo preciso capaz de descrever todos os fenômenos envolvidos em um sistema com detecção não-linear e cancelamento de interferência subtrativo.

Um possível caminho para reduzir as discrepâncias consiste em uma descrição matemática mais completa da variância do ruído total residual a cada estágio cancelador, identificada pelo denominador da equação (3.41), caracterizando-a cuidadosamente. O modelo proposto em [Xue 00] tentou uma descrição mais realista para a variância do ruído residual total considerando um PIC-HD em canal AWGN com apenas um estágio cancelador; os resultados analíticos apresentados desviaram-se bastante dos obtidos por simulação nas condições: a) sistema pouco carregado e usuários com altas correlações cruzadas; b) sistema medianamente carregado e baixas correlações cruzadas.

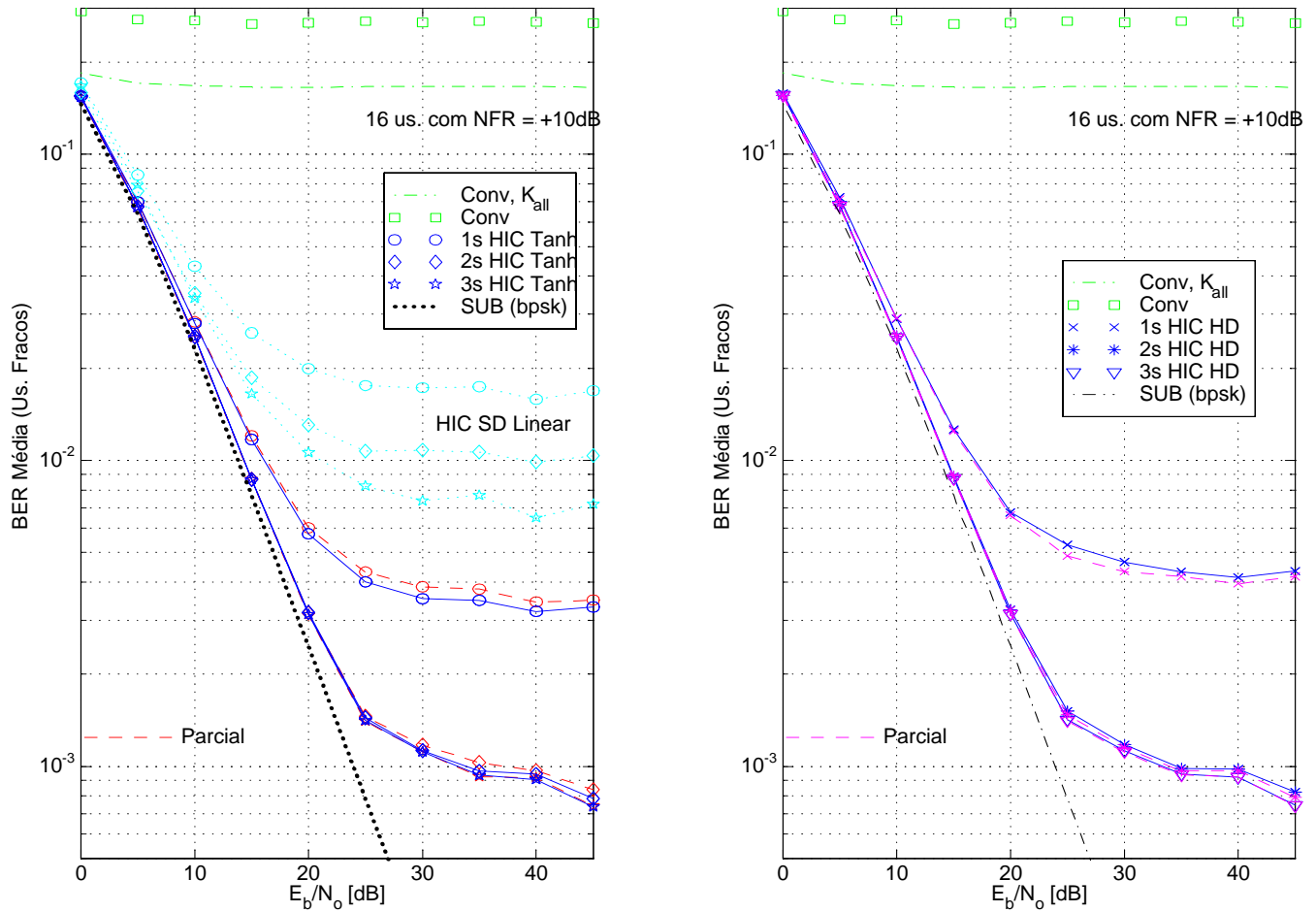


Figura 3.51. Desempenho para um G-SIC com decisor HD, Tanh e Linear (esquerda) em canal Rayleigh Plano assíncrono; $S = 2$, $P_1 = 16$ e $P_2 = 15$ us; 16 usuários com $NFR = +10$ dB.