

BRUNO AUGUSTO ANGÉLICO

**SISTEMAS CDMA
MULTIPORTADORA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

BRUNO AUGUSTO ANGÉLICO

**SISTEMAS CDMA
MULTIPORTADORA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração:
Sistemas Eletrônicos

Orientador:
Prof. Dr. Paul Jean Etienne Jeszensky

Aos meus familiares: meu Pai José Mariano, meus irmãos Paulo e Carlos e
minha avó Anna.

Em memória de minha mãe, Laura Matilde Vicente Angélico — um exemplo de
humildade, sabedoria e dignidade.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus pelas oportunidades a mim concedidas.

Ao Prof. Dr. Paul Jean E. Jeszensky pela dedicação e prontidão durante a orientação.

Ao Prof. Dr. Taufk Abrão pela incentivo inicial e pela motivação durante este trabalho.

Aos meus parentes e amigos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro dos seis primeiros meses e à FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro desde outubro de 2003.

Resumo

Os sistemas CDMA multiportadora estão sendo considerados como fortes candidatos a integrar um dos padrões de telefonia móvel digital de quarta geração, principalmente por serem relativamente robustos aos efeitos nocivos de um canal de comunicação móvel com altas taxas de transmissão. O presente trabalho traz um estudo comparativo em termos de desempenho de três desses sistemas: MC-CDMA, MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA. Os resultados aqui apresentados são obtidos analiticamente a partir de desenvolvimentos encontrados na literatura e também via simulação computacional Monte Carlo. Dentre os sistemas analisados, o MC-CDMA é o que apresentou um melhor resultado em termos de probabilidade de erro de bit. Entretanto, tal conclusão se restringe às configurações utilizadas e às simplificações adotadas para a obtenção das figuras de mérito dos sistemas.

Abstract

Multicarrier CDMA systems have been considered as good candidates to integrate one of the fourth generation wireless mobile communications standards, mainly because they are relatively robust to the degrading effects of a mobile communication channel with high transmission rates. The present work brings a comparative performance study of three multicarrier CDMA systems: MC-CDMA, MC DS-CDMA orthogonal and MT-CDMA. The results presented here are obtained analytically according to some developments found in the literature and also by Monte Carlo simulation. The MC-CDMA system had the best result in terms of bit error rate. However, it is important to point out that such conclusion limits to the configurations used and the simplifications adopted to obtain the systems performance.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Convenções e Lista de Símbolos

1	Introdução	1
1.1	CDMA	1
1.2	Terceira Geração de Telefonia Móvel Celular - 3G	3
1.3	Além da 3G	5
1.4	Características de um Canal de Rádio Móvel	5
1.5	A Técnica OFDM	6
1.6	OFDM + CDMA	7
1.7	Organização do Trabalho	7
2	CANAL DE RÁDIO MÓVEL	9
2.1	Análise Qualitativa do Canal	9
2.1.1	Efeito da Dispersão Temporal do Canal	15
2.1.2	Efeito da Variação Temporal do Canal	16
2.2	Análise da correlação em um ambiente multipercurso	18
2.2.1	Função Densidade de Probabilidade Conjunta	19
2.2.2	Correlação de Amplitude	23
2.2.3	Correlação de Fase	25
2.2.4	Função de Correlação dos Coeficientes Complexos de Canal	26

2.3	Geração de Coeficientes de Transmissão em Canais Multipercurso	27
2.4	Geração de Componentes de Canal Correlacionadas na Frequência	30
2.5	Modelo de Canal por Linha de Atraso com Derivações	35
3	OFDM	38
3.1	Modelo do Sistema OFDM	41
3.1.1	Modelo de Transmissão	42
3.1.2	Período de Guarda	44
3.1.3	Modelo de Recepção	46
3.2	Sincronismo no Sistema OFDM	47
3.2.1	Ruído de Fase	49
3.2.2	Desvio de Frequência	49
3.3	PAPR	51
3.4	Estimação de Canal	55
3.5	Algumas Aplicações	56
3.5.1	DAB - Radiodifusão de Áudio Digital	56
3.5.2	DVB - Radiodifusão de Vídeo Digital	57
3.5.3	ADSL - Linha de Assinante Digital Assimétrica	58
3.5.4	IEEE 802.11a - Padrão de Redes Locais sem Fio	59
3.6	Alguns Resultados de Simulação	60
4	Sistemas CDMA Multiportadora	67
4.1	MC-CDMA	68
4.1.1	Análise de Desempenho do Sistema MC-CDMA	71
4.2	MC DS-CDMA Ortogonal	80
4.3	MT-CDMA	83
4.4	Análise de desempenho dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA	85
5	Sistemas CDMA Multiportadora com Cancelamento de Inter-	

Interferência Paralelo	103
5.1 Cancelador de Interferência Sucessivo	105
5.2 Cancelador de Interferência Paralelo	105
5.3 Sistema MC-CDMA com PIC	106
5.4 Sistemas MC DS CDMA Ortogonal e MT-CDMA com PIC	111
6 Comparação dos Sistemas CDMA Multiportadora	117
6.1 Metodologia de Comparação	117
6.2 Resultados Obtidos	122
7 Conclusões e Trabalhos Futuros	135
Anexo A – Cálculos Diversos	138
A.1 Cálculos para obtenção do Resultado Analítico no Sistema MC-CDMA	138
A.2 Cálculos para obtenção do Resultado Analítico nos Sistemas MC-DS-CDMA	143
Anexo B – Sistema DS-CDMA	149
B.1 Análise de desempenho do sistema DS-CDMA	150
Referências	158

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de propagação multipercurso em um canal de rádio móvel.	6
1.2	Classificação dos sistemas CDMA multiportadora.	8
2.1	Diagrama de blocos básico de um sistema de comunicação.	9
2.2	Termos longo e curto de desvanecimento presentes em um canal de rádio móvel.	12
2.3	Exemplo de envoltória de sinal com distribuição <i>Rayleigh</i>	13
2.4	Exemplo hipotético do perfil de atraso e potência de um canal. . .	13
2.5	Funções de correlação considerando a dispersão temporal do canal.	15
2.6	Exemplo de canal (a) seletivo em frequência e (b) não-seletivo em frequência.	16
2.7	Funções de correlação considerando a variação temporal do canal.	17
2.8	Coefficiente de correlação de envoltória: (a) em função de $(\Delta\omega \bar{\tau})$ e (b) em função de $(\omega_m \zeta)$	25
2.9	Coefficiente de correlação de fase: (a) em função de $(\Delta\omega \bar{\tau})$ e (b) em função de $(\omega_m \zeta)$	26
2.10	Diagrama de blocos do modelo de geração de coeficientes transmissão.	30
2.11	Exemplo de geração de coeficientes de transmissão para uma componente de canal multipercurso.	30
2.12	Disposição do espectro de N subportadoras sobre um canal de rádio móvel.	31
2.13	Exemplo de geração de componentes de canal multipercurso correlacionadas.	34
2.14	Modelo de canal formado por linha de atraso com derivações. . . .	37
3.1	Sistemas com transmissão paralela: (a) FDM e (b) CDM.	39
3.2	Espectro do sinal (a) FDM convencional e (b) OFDM.	40

3.3	Exemplo de subportadoras ortogonais no domínio da frequência. Se o ponto de amostragem for ponto de máximo em cada subportadora, não haverá interferência (ortogonalidade).	41
3.4	Exemplo de subportadoras ortogonais no domínio do tempo.	41
3.5	Modelo de sistema OFDM.	42
3.6	Transmissão OFDM.	43
3.7	Comparação entre períodos de guarda: (a) silêncio e (b) extensão cíclica.	45
3.8	Adição da extensão cíclica.	45
3.9	Sinal OFDM com extensão cíclica.	46
3.10	Recepção OFDM.	48
3.11	Degradação na SNR devido ao ruído de fase.	50
3.12	Espectro do sinal OFDM: (a) com sincronização perfeita, e (b) com desvio de frequência.	50
3.13	Degradação na SNR devido ao desvio de frequência.	51
3.14	Redução da PAPR por meio de PTS.	54
3.15	Um exemplo de disposição no tempo e na frequência dos símbolos piloto em um <i>frame</i> OFDM.	56
3.16	Modelo do sistema OFDM empregado na simulação.	61
3.17	Simulação de um sistema OFDM considerando uma componente multipercurso e estimação perfeita do canal.	62
3.18	Disposição utilizada em simulação dos símbolos piloto no <i>frame</i> OFDM.	63
3.19	Sincronização do sinal OFDM recebido em ambiente multipercurso.	63
3.20	Simulação de um sistema OFDM com 1, 2 e 3 componentes multipercurso.	64
3.21	Simulação de um sistema OFDM com 3 componentes multipercurso e f_m variável.	64
3.22	Simulação de um sistema OFDM com período de guarda variável.	65

3.23	Simulação de um sistema OFDM com ISI (N_g é tal que $T_g < \tau_{max}$) e sem ISI (N_g é tal que $T_g > \tau_{max}$).	66
4.1	Transmissão no sistemas MC-CDMA com modulação BPSK.	69
4.2	Espectro do sinal transmitido no sistema MC-CDMA.	69
4.3	Transmissão no sistemas MC-CDMA considerando altas taxas de símbolo.	70
4.4	Recepção convencional no sistema MC-CDMA com modulação BPSK para $N = G_{MC}$	71
4.5	Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ KHz, $(\Delta f)_c = 1,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	79
4.6	Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 2,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	79
4.7	Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 5,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	80
4.8	Transmissão no sistemas MC DS-CDMA ortogonal com modulação BPSK.	81
4.9	Espectro do sinal transmitido no sistema MC DS-CDMA ortogonal.	82
4.10	Recepção convencional no sistema MC DS-CDMA ortogonal com modulação BPSK.	83
4.11	Sistema CDMA multiportadora proposto em (SOUROUR; NAKAGAWA, 1996) com $M = 4$ e $S = 3$ (modulação BPSK).	84
4.12	Espectro do sinal transmitido no sistema da figura 4.11.	84
4.13	Transmissão no sistemas MT-CDMA com modulação BPSK.	85
4.14	Espectro do sinal transmitido no sistema MT-CDMA.	85
4.15	Recepção convencional no sistema MT-CDMA com modulação BPSK.	86
4.16	Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = L_f = 1$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	99

4.17	Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 2$, $L_f = 1$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	100
4.18	Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 2$, $L_f = 2$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	100
4.19	Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 3$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	101
4.20	Probabilidade de erro média no sistema MT-CDMA para canal reverso com $N = 4$, $G_{MT} = 512$, $L = 11$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	102
4.21	Probabilidade de erro média no sistema MT-CDMA para canal reverso com $N = 4$, $G_{MT} = 512$, $L = 11$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.	102
5.1	Recepção em um sistema DS-CDMA com cancelamento de interferência sucessivo pós-deteção.	105
5.2	Recepção em um sistema DS-CDMA com cancelamento de interferência paralelo pós-deteção.	106
5.3	Sistema MC-CDMA-PIC proposto.	108
5.4	Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 1,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.	109
5.5	Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 2,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.	110
5.6	Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 5,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.	110
5.7	Sistema MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA proposto.	113

5.8	MC DS (MT)-CDMA receptor convencional <i>us. k</i> , stg 0.	114
5.9	MC DS (MT)-CDMA receptor convencional + IC <i>us. k</i> , stg <i>p</i> . . .	114
5.10	Desempenho do sistema MC DS-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $G_{MD} = 128$, $N = 16$, $L_p = L_f = 2$ e: (a) $K = 4$ <i>us.</i> , (b) $K = 8$ <i>us.</i> , (c) $K = 16$ <i>us.</i>	115
5.11	Desempenho do sistema MT-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $G_{MT} = 512$, $N = 4$, $L_p = 11$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 4$ <i>us.</i> , (b) $K = 8$ <i>us.</i> , (c) $K = 16$ <i>us.</i>	116
6.1	Espectro do sinal no sistema MC DS-CDMA Generalizado.	121
6.2	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS- CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = 32$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	123
6.3	BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.2.	123
6.4	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS- CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = 32$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	124
6.5	BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.4.	124
6.6	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} =$ variável, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	125
6.7	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} =$ variável, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	126
6.8	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS- CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{Otm} = 16$, $N_{MT} = 4$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	127
6.9	BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.8.	127
6.10	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS- CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{Otm} = 12$, $N_{MT} = 4$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ <i>us.</i>	128

6.11	BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.10.	128
6.12	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para número de subportadoras variável, $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 3$	129
6.13	Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para número de subportadoras variável, $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 5$	130
6.14	Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 3$	130
6.15	Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 5$	131
6.16	Interface para simulação dos sistemas CDMA Multiportadora. . .	132
6.17	Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 3$ para os sistemas DS-CDMA multiportadora.	132
6.18	Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0, 2$ e $L_f = 5$ para os sistemas DS-CDMA multiportadora.	133
A.1	Exemplo gráfico para justificar a consideração feita em (A.22). . .	144
B.1	Transmissão no sistemas DS-CDMA com modulação BPSK. . . .	149
B.2	Recepção no sistemas DS-CDMA com modulação BPSK.	150

Lista de Tabelas

1.1	Algumas características de operação esperadas no IMT-2000.	4
2.1	Exemplos de PDP do modelo COST207.	12
2.2	Classificação para canal com desvanecimento.	18
3.1	Principais parâmetros OFDM do sistema DAB.	57
3.2	Principais parâmetros OFDM do sistema DVB.	58
3.3	Principais parâmetros OFDM do padrão IEEE 802.11a.	59
3.4	Modulação e taxas de transmissão e codificação do padrão IEEE 802.11a.	60
3.5	PDP's utilizados na simulação dos sistemas OFDM.	62
4.1	Quadro comparativo dos sistemas CDMA multiportadora em relação ao DS-CDMA.	68

Lista de Abreviaturas

1G Primeira Geração de Telefonia Móvel Celular

1x-EV-DO 1x *EVolution for Data Only*

1x-EV-DV 1x *EVolution for Data and Voice*

2G Segunda Geração de Telefonia Móvel Celular

3G Terceira Geração de Telefonia Móvel Celular

4G Quarta Geração de Telefonia Móvel Celular

A/D Conversão Analógico para Digital

ADSL *Asymmetric Digital Subscriber Line*

AM *Amplitude Modulation*

AMPS *Advanced Mobile Phone System*

AWGN *Additive White Gaussian Noise*

BER *Bit Error Rate*

BPSK *Binary PSK*

CDM *Code Division Multiplexing*

CDMA *Code Division Multiple Access*

Cdma2000 Proposta para CDMA 3G

COST *European Co-operation in the Field of Scientific and Technical Research*

D/A Conversão Digital para Analógico

DAB *Digital Audio Broadcasting*

DVB *Digital Video Broadcasting*

DEP Densidade Espectral de Potência

DFT *Discrete Fourier Transform*

D-QPSK *Differential QPSK*

DS-CDMA *Direct Sequence CDMA*

EGC *Equal Gain Combining*

ERB *Estação Rádio Base*

ETSI *European Telecommunications Standards Institute*

FDD *Frequency Division Duplex*

FDM *Frequency Division Multiplexing*

FDMA *Frequency Division Multiple Access*

FH-CDMA *Frequency Hopping CDMA*

FFT *Fast Fourier Transform*

FIR *Finite Impulse Response*

FM *Frequency Modulation*

FPLMTS *Future Public Land Mobile Telecommunication System*

GSM *Global System for Mobile Communication*

HDSL *High-Rate Digital Subscriber Line*

IDFT *Inverse Discrete Fourier Transform*

IFFT *Inverse Fast Fourier Transform*

IMT-2000 *International Mobile Telecommunications-2000*

LAN *Local Area Network*

IEEE *Institute of Electrical and Electronic Engineers*

IEEE 802.11a *Padrão IEEE de W-LAN*

IC *Interference Canceler*

ICI *Inter Carrier Interference*

IS-95 *Interim Standard-95*

IS-136 *Interim Standard-136*

ISI *Intersymbol Interference*

MAI *Multiple Access Interference*

MC-CDMA *Multi-Carrier CDMA*

MC DS-CDMA *Multi-Carrier DS-CDMA*

MFB *Matched Filter Bank*

MIP *Multipath Intensity Profile*

MLE *Maximum Likelihood Estimator*

MMSE *Minimum Mean Square Error*

MMSEC *Minimum Mean Square Error Combining*

MRC *Maximum Ratio Combining*

MT-CDMA *Multi-Tone CDMA*

MuD *Multi User Detection*

NMT *Nordic Mobile Telephone*

OFDM *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

ORC *Orthogonality Restoring Combining*

P/S *Conversão Paralelo para Serial*

PAPR *Peak-to-Average Power Ratio*

PDF *Probability Density Function*

PDP *Power Delay Profile*

PIC *Parallel Interference Canceler*

PSK *Phase Shift Keying*

QoS *Quality of Service*

QAM *Quadrature Amplitude Modulation*

QPSK *Quadrature PSK*

RF Rádio-frequência

S/P Conversão Serial para Paralelo

SI *Self-Interference*

SIC *Successive Interference Canceler*

SMC Sequências de Máximo Comprimento

SFN *Single Frequency Network*

SNR *Signal-to-Noise Ratio*

SS *Spread Spectrum*

TAC *Total Access Communication System*

TDD *Time Division Duplex*

TDMA *Time Division Multiple Access*

UM Unidade Móvel

W-CDMA *Wideband CDMA* - Proposta para CDMA 3G

W-LAN *Wireless LAN*

WSS *Wide Sense Stationary*

Convenções e Lista de Símbolos

As seguintes convenções foram utilizadas na notação:

- letras maiúsculas em negrito são matrizes, exemplo: $\mathbf{\Phi}_\rho$;
- letras minúsculas em negrito são vetores, exemplo: $\boldsymbol{\rho}$;
- *c.c.* representa caso contrário;
- i.i.d. representa independente e identicamente distribuídas;
- u.d. representa uniformemente distribuída;
- v.a. representa variável aleatória;
- $\Re[\cdot]$ representa o operador parte real;
- $\Im[\cdot]$ representa o operador parte imaginária;
- $|\cdot|$ representa o operador valor absoluto;
- $\lfloor \cdot \rfloor$ representa o operador piso;
- $\{\cdot\}^*$ representa o operador conjugado complexo;
- $\{\cdot\}^H$ representa o operador hermitiano;
- \otimes representa o operador convolução circular;
- $\mathcal{F}\{\cdot\}$ representa o operador transformada de Fourier;
- $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ representa o operador transformada de Fourier inversa;
- $\mathbb{E}[a]$ ou \bar{a} representa o valor esperado (média) da v.a. a
- $p(a)$ representa a PDF da v.a. a
- $\text{Var}[a]$ ou σ_a^2 representa a variância da v.a. a ;
- σ_a representa o desvio padrão da v.a. a ;
- $\sigma_{a,b}$ representa covariância das v.a. a e b

Os seguintes símbolos foram utilizados:

símbolo	descrição
b_n	no capítulo 3 \Rightarrow símbolo transmitido na n -ésima subportadora do sistema OFDM
\hat{b}_n	no capítulo 3 \Rightarrow símbolo estimado na n -ésima subportadora do sistema OFDM
b_k	no capítulo 4 \Rightarrow símbolo transmitido pelo usuário k
\hat{b}_k	no capítulo 4 \Rightarrow símbolo estimado pelo usuário k no sistema MC-CDMA
\hat{b}_k^p	no capítulo 5 \Rightarrow símbolo estimado para o usuário k no estágio p de cancelamento no MC-CDMA-PIC
$\hat{b}_{u,k}^p$	no capítulo 5 \Rightarrow símbolo estimado para a subportadora u do usuário k no estágio p de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
c	velocidade da luz
$c_k(t)$	seqüência de espalhamento do k -ésimo usuário
\mathbf{C}_g	matriz de covariância do vetor \mathbf{g}
$d_{k,n}$	produto do ganho de combinação e do <i>chip</i> do usuário k na n -ésima subportadora no MC-CDMA
$d_{l_x,n}^{(k)}$	produto do ganho de combinação do l_x -ésimo percurso e do <i>chip</i> da seqüência de espalhamento para o usuário k na n -ésima subportadora nos sistemas DS-CDMA multiportadora
D_0	parcela da informação útil de Z_0
$D_{l_x,u}^{(0)}$	parcela da informação útil de $Z_{l_x,u}^{(0)}$
E_b	energia de bit
f	variável que indica freqüência
f_a	freqüência de amostragem
f_c	freqüência da portadora
f_m	máxima freqüência <i>Doppler</i>
$F(a, b, c, z)$	função hipergeométrica
G	ganho de processamento em um sistema CDMA
G_{DS}	G no sistema DS-CDMA
G_{Ger}	G no sistema DS-CDMA multiportadora geral
G_{MC}	G no sistema MC-CDMA
G_{MD}	G no sistema MC DS-CDMA
G_{MT}	G no MT-CDMA

continua...

símbolo	descrição
$h(\tau, t)$	resposta impulsiva variante no tempo do canal
$H(f, t)$	resposta em frequência variante no tempo do canal
$I_0(\cdot)$	função de Bessel modificada de ordem zero
\mathbf{I}	matriz identidade
\mathcal{I}_0	parcela da MAI de Z_0
$\mathcal{I}^{(0)}$	parcela da MAI de $Z_{l_x, u}^{(0)}$
$\mathcal{I}_1^{(0)}$	parcela de $\mathcal{I}^{(0)}$ devido a uma mesma subportadora
$\mathcal{I}_2^{(0)}$	parcela de $\mathcal{I}^{(0)}$ devido à diferentes subportadoras
$\mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)}$	parcela de $\mathcal{I}_1^{(0)}$ proveniente da percurso l_p do usuário k
$\mathcal{I}_{2, l_p, n}^{(0, k)}$	parcela de $\mathcal{I}_2^{(0)}$ proveniente do percurso l_p da subportadora n do usuário k
$\mathcal{I}_{0, k}$	parcela de \mathcal{I}_0 proveniente do k -ésimo usuário
\mathcal{I}_k^p	parcela da MAI de Z_k^p
$\mathcal{I}_{l_x, u, k}^p$	parcela da MAI de $Z_{l_x, u, k}^p$
$J_\alpha(\cdot)$	função de Bessel de primeira espécie e ordem α
K	população de usuários do sistema
L	número de multipercursos do canal
L_f	número de ramos (<i>fingers</i>) do receptor <i>Rake</i>
$MAI_k^p(t)$	MAI reconstruída para o usuário k no estágio $p - 1$ de cancelamento no MC-CDMA-PIC
$MAI_{l_x, u, k}^p$	MAI reconstruída referente ao percurso l_x da subportadora u do usuário k no estágio $p - 1$ de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
\mathcal{N}_0	parcela do ruído AWGN de Z_0
$\mathcal{N}_{l_x, u}^{(0)}$	parcela do ruído AWGN de $Z_{l_x, u}^{(0)}$
\mathbf{M}	matriz de transformação dada por $\mathbf{V}\sqrt{\mathbf{Z}}$
N	número de subportadoras
$N_0/2$	densidade espectral de potência do ruído AWGN
N_e	número de amostras de T_e
N_g	número de amostras de T_g
P	Potência do sinal
P_e	probabilidade de erro
$P_{e0 \beta_{0, n1}}$	P_e do 0-ésimo usuário condicionada ao termo $\beta_{0, n1}$ no MC-CDMA

continua...

símbolo	descrição
$Pe_u^{(0)} _{\beta_{l_x,u}^{(0)}}$	P_e do 0-ésimo usuário condicionada ao termo $\beta_{l_x,u}^{(0)}$ nos sistemas DS-CDMA multiportadora
Pe^p	probabilidade de erro no estágio p de cancelamento do MC-CDMA-PIC
$Pe_{u,k}^p$	probabilidade de erro na subportadora u do usuário k no estágio p de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
Pe_k^p	probabilidade de erro do usuário k no estágio p de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
$r(t)$	sinal recebido em banda passante
$\mathbf{r}(t)$	sinal recebido em banda base
$r_{a,b}$	coeficiente de correlação entre as v.a. a e b
R_x	taxa de transmissão da informação
$s(t)$	sinal transmitido em banda passante
$\mathbf{s}(t)$	sinal transmitido em banda base
$s_k^{DS}(t)$	sinal transmitido no sistema DS-CDMA
$s_k^{Ger}(t)$	sinal transmitido no sistema DS-CDMA multiportadora geral
$s_k^{MC}(t)$	sinal transmitido no sistema MC-CDMA
$s_k^{MD}(t)$	sinal transmitido no sistema MC DS-CDMA ortogonal
$s_k^{MT}(t)$	sinal transmitido no sistema MT-CDMA
$\mathbf{s}_{OFDM}(t)$	sinal OFDM efetivo transmitido em banda base sem T_g
$\mathbf{s}'_{OFDM}(t)$	sinal OFDM efetivo transmitido em banda base com T_g
$S(f)$	espectro de potência <i>Doppler</i> em banda passante
$S_b(f)$	espectro de potência <i>Doppler</i> em banda base
$S_T(f)$	transformada de Fourier de $\rho(t)$
$\mathcal{S}^{(0)}$	parcela da SI de $Z_{l_x,u}^{(0)}$
$\mathcal{S}_1^{(0)}$	parcela de $\mathcal{S}^{(0)}$ devida a uma mesma subportadora
$\mathcal{S}_2^{(0)}$	parcela de $\mathcal{S}^{(0)}$ proveniente de subportadoras diferentes
$\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}$	parcela de $\mathcal{S}_1^{(0)}$ proveniente do percurso l_p
$\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}$	parcela de $\mathcal{S}_2^{(0)}$ proveniente da subportadora n do percurso l_p
$\mathcal{S}_{l_x,u,k}^p$	parcela da SI de $Z_{l_x,u,k}^p$
$SI_{l_x,u,k}^p$	SI reconstruída referente ao percurso l_x da subportadora u do usuário k no estágio $p - 1$ de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
t	variável que indica tempo

continua...

símbolo	descrição
T_a	período de amostragem
T_c	período de <i>chip</i>
T_e	período de símbolo efetivo no sistema OFDM
T_g	período de guarda
T_{OFDM}	período de símbolo no sistema OFDM ($T_e + T_g$)
T_s	período de símbolo
$\mathcal{X}_{0,k}$	parcela de $\mathcal{I}_{0,k}$ devida a uma mesma subportadora
$\mathcal{Y}_{0,k}$	parcela de $\mathcal{I}_{0,k}$ devida à diferentes subportadoras
W	banda do sistema
W^{DS}	banda do sistema DS-CDMA
W^{Ger}	banda do sistema DS-CDMA multiportadora geral
W^{MC}	banda do sistema MC-CDMA
W^{MD}	banda do sistema MC DS-CDMA ortogonal
W^{MT}	banda do sistema MT-CDMA
\mathbf{Z}	matriz diagonal dada pelos autovalores de $\mathbf{\Phi}_\rho$
Z_0	variável de decisão do usuário de interesse (o de índice 0) no MC-CDMA
$Z_u^{(0)}$	variável de decisão do usuário de interesse na u -ésima subportadora nos sistemas DS-CDMA multiportadora
$Z_{l_x,u}^{(0)}$	componente de $Z_u^{(0)}$ no percurso l_x
Z_k^p	variável de decisão para o usuário k no estágio p de cancelamento no MC-CDMA-PIC
$Z_{u,k}^p$	variável de decisão para a subportadora u do usuário k no estágio p de cancelamento nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC
$Z_{l_x,u,k}^p$	parcela de $Z_{u,k}^p$ para o l_x -ésimo percurso
$\beta(t)$	valor absoluto de $\rho(t)$
$\beta_{k,n}$	valor absoluto de $\rho_{k,n}$
$\beta_{l_p,n}^{(k)}$	valor absoluto do coeficiente de canal no percurso l_p da subportadora n do usuário k nos sistemas DS-CDMA multiportadora
$(\Delta f)_c$	banda de coerência do canal
$(\Delta t)_c$	tempo de coerência do canal
$\delta(\cdot)$	função delta de Dirac
$\mathbf{\Phi}_\rho$	matriz de correlação de $\boldsymbol{\rho}$
$\phi(\tau)$	MIP do canal

continua...

símbolo	descrição
$\varphi(t)$	fase de $\rho(t)$
$\varphi_{k,n}$	fase de $\rho_{k,n}$
$\varphi_{l_p,n}^{(k)}$	fase do coeficiente de canal no percurso l_p da subportadora n do usuário k nos sistemas DS-CDMA multiportadora
γ	relação sinal-ruído (SNR)
γ'_{fase}	degradação na SNR devida ao ruído de fase
γ'_{freq}	degradação na SNR devida ao desvio de frequência
γ'_{IG}	degradação na SNR devida à adição de T_g
λ	comprimento de onda
Λ	espaçamento normalizado entre duas subportadoras adjacentes no sistema DS-CDMA multiportadora geral
ℓ	índice que relaciona percurso de propagação
$\rho(t)$	coeficiente de transmissão de canal
$\boldsymbol{\rho}$	vetor formado por amostras de $\rho(t)$
$\rho_{k,n}$	no capítulo 3 \Rightarrow efeito do canal na n -ésima subportadora do k -ésimo usuário no sistema MC-CDMA
τ	atraso de propagação do canal
τ_m	espalhamento multipercurso do canal
τ_{max}	máximo atraso de propagação do canal
$\tau_{l_p}^{(k)}$	atraso de propagação do percurso l_p do usuário k nos sistemas DS-CDMA multiportadora
$\theta(t)$	no capítulo 3 \Rightarrow desvio de fase variante no tempo
θ_k	no capítulo 4 \Rightarrow fase atribuída ao k -ésimo usuário na transmissão
$\vartheta(f)$	fase no domínio da frequência do modelo de geração de coeficientes de transmissão
\mathbf{V}	matriz cujas colunas são os autovetores de $\boldsymbol{\Phi}_\rho$
ω	frequência angular
$\Omega_{l_p,n}^{(k)}$	MIP do canal para a n -ésima subportadora do usuário k
ζ	atraso de transmissão entre sinais

1 Introdução

A primeira geração de telefonia móvel celular (1G) surgiu no mundo das telecomunicações na década de 80. Os sistemas nessa época eram baseados em tecnologias analógicas, tais como: AMPS (*Advanced Mobile Phone System*), NMT (*Nordic Mobile Telephone*) e TAC (*Total Access Communication System*). Estes sistemas eram limitados principalmente devido à baixa capacidade espectral, à pouca imunidade às interferências e ao baixo sigilo nas conversações.

Com vistas à obtenção de maiores taxas de transmissão, maior sigilo e maior robustez à interferência, teve início, na década de 90, a segunda geração de telefonia digital celular (2G). Tais sistemas, agora digitais, quando comparados aos sistemas 1G, proporcionavam um aumento na capacidade espectral de até 10 vezes. É nesta época que as tecnologias CDMA (*Code Division Multiple Access*) (PICKHOLTZ; MILSTEIN; SCHILLING, 1991) (VITERBI, 1995) e TDMA (*Time Division Multiple Access*) passaram a ser utilizadas comercialmente. Por exemplo, os padrões IS-136 (*Interim Standard-136*) e GSM (*Global System for Mobile Communication*) baseiam-se em TDMA, ao passo que o IS-95 tem como base a técnica CDMA. Atualmente, o termo 2,5G é muito comentado. Tal termo faz referência aos sistemas celulares com taxas e serviços adicionais àqueles oferecidos pelos sistemas 2G, porém ainda não caracterizados como 3G.

1.1 CDMA

Sistemas CDMA são baseados no espalhamento espectral da informação, SS (*Spread Spectrum*). Tal espalhamento faz com que a largura de banda do sinal transmitido seja muito maior do que a taxa de transmissão da informação original. Com isso, a potência do sinal é espalhada em toda a banda alocada, o que resulta em uma baixa densidade espectral de potência (DEP). A razão da largura de banda do sinal transmitido (W) pela taxa de transmissão de informação (R_x) denomina-se ganho de processamento (G).

$$G = \frac{W}{R_x} \quad (1.1)$$

Técnicas de modulação SS foram originalmente desenvolvidas para uso em aplicações militares por apresentarem alta resistência à interferência e baixa probabilidade de interceptação do sinal transmitido. Recentemente, com o desenvolvimento de novas tecnologias de implementação mais acessíveis, tornou-se possível a utilização da modulação SS em aplicações civis.

A capacidade de acesso múltiplo do sistema CDMA é garantida pelo uso de uma única seqüência para cada usuário contida em um conjunto de seqüências com baixos valores de correlação cruzada entre si. Desta forma, se sinais SS forem transmitidos ao mesmo tempo, um dado receptor estará apto a discernir a informação que lhe foi enviada. Correlacionando o sinal recebido com a seqüência de códigos do usuário de interesse, apenas a informação que foi espalhada com esta mesma seqüência (ou seja, a que contém a informação destinada ao usuário de interesse) será desespalhada, enquanto que os demais sinais SS continuarão espalhados. Conseqüentemente, sobre a largura de banda de transmissão, a potência do usuário decodificado será muito maior que o ruído de fundo e a potência dos demais sinais interferentes, possibilitando a extração da informação.

Em sistemas FDMA (*Frequency Division Multiple Access*) e TDMA, a quantidade de usuários é limitada pela capacidade de alocação física dos assinantes no espectro de frequência disponível para o serviço e no número de *slots* temporais, respectivamente. Já no CDMA, a alocação dos assinantes não possui estes tipos de restrições, sendo limitada apenas pela quantidade de interferência entre os usuários, MAI (*Multiple Access Interference*). Assim, o desempenho de um sistema CDMA está fortemente relacionado com a seqüência de códigos utilizada. Um conjunto de seqüências com boas propriedades de correlação torna o sistema mais imune à MAI, o que possibilita um aumento no número de usuários ativos. Dentre as seqüências lineares mais utilizadas nos sistemas CDMA, destacam-se as Lineares de Máximo Comprimento, SMC, as da família GOLD (estendida ou não) e as de KASAMI (*very large, large* ou *small*).

Decorrente da codificação e do aumento da banda de transmissão, sinais SS possuem algumas propriedades que os diferem de sinais de banda estreita (PRASAD; HARA, 1997), (VITERBI, 1995):

- **Privacidade:** Devido ao caráter pseudo-aleatório das seqüências utilizadas e aos baixos valores de DEP, o sinal SS resultante é muito semelhante a um

ruído, de modo que fica praticamente impossível burlar a privacidade na comunicação.

- **Alta Rejeição à Interferência:** Desespalhando o sinal no receptor na presença de interferência, seja ela intencional (*jamming*) ou não, a informação útil voltará a ocupar uma banda estreita, enquanto que a componente interferente ficará espalhada sobre toda a banda disponível W . Desta forma, a informação útil é recuperada sem ser consideravelmente degradada pela componente interferente.
- **Resistência ao canal multipercurso:** A técnica SS permite que multipercursos com atrasos relativos maiores que $1/W$ sejam discriminados no receptor (condição de “resolvabilidade” dos percursos), o que possibilita a utilização de técnicas de diversidade para combinar as energias dos percursos no receptor (receptor *Rake*).

Os sistemas CDMA podem ser classificados conforme o tipo de modulação da seqüência de códigos. Os dois esquemas mais populares são: DS-SS (Direct Sequence CDMA) e FH-SS (Frequency Hopping CDMA).

1.2 Terceira Geração de Telefonia Móvel Celular - 3G

Ainda nos anos 90 surgiram vários estudos visando a criação de um padrão único para os sistemas móveis, que tinham a pretensão de estar prontos por volta do ano 2000. Tal padrão foi inicialmente denominado FPLMTS (*Future Public Land Mobile Telecommunication System*) e, posteriormente, por uma questão de simplicidade e por referenciar o ano previsto para sua implantação, IMT-2000 (*International Mobile Telecommunications-2000*). As principais características do IMT-2000 são (ZENG; ANNAMALAI; BHARGAVA, 2000), (GUIMARÃES, 2001):

- Elevada padronização dos equipamentos;
- Total compatibilidade entre os serviços oferecidos pelas redes fixas e aqueles definidos dentro das normas do IMT-2000;
- Utilização de terminais de usuário leves e compactos, com capacidade de *roaming* mundial;

- Disponibilidade de uma grande gama de serviços, tais como voz, dados, imagem e vídeo;
- Tendência de migração de redes por comutação de circuitos para aquelas por comutação de pacotes;
- Assimetria de tráfego com maior volume no enlace direto, uma vez que o acesso à Internet é um dos serviços principais dos sistemas 3G.

A tabela 1.1 (GUIMARÃES, 2001), traz algumas informações referentes aos ambientes de operação, taxas de transmissão atingíveis e taxa de erro de bit, BER (*Bit Error Rate*), esperadas para o IMT-2000.

Tabela 1.1: Algumas características de operação esperadas no IMT-2000.

Ambiente	Vel. Max.	Taxa de pico	BER temp. real / não temp. real
Rural <i>outdoor</i>	250 km/h	144 - 384 kbps	10^{-3} a 10^{-7} / 10^{-5} a 10^{-8}
Urbano e suburb. <i>outdoor</i>	150 km/h	384 - 512 kbps	10^{-3} a 10^{-7} / 10^{-5} a 10^{-8}
<i>Indoor</i> e <i>outdoor</i> curto alcance	10 km/h	2 Mbps	10^{-3} a 10^{-7} / 10^{-5} a 10^{-8}

Para os sistemas 3G e os de futuras gerações, verifica-se que a utilização da tecnologia CDMA é predominante sobre as demais técnicas de múltiplo acesso. A vantagem do uso do CDMA fica bem caracterizada principalmente pela privacidade na comunicação, pela habilidade em lidar com a natureza assíncrona do tráfego de dados, pela robustez ao canal seletivo em frequência e pela possibilidade de uma maior densidade de usuários ativos. As duas principais propostas definidas no IMT-2000 são: W-CDMA (*Wideband CDMA*) e Cdma2000.

O W-CDMA, que tende a substituir os sistemas GSM, utiliza DS-SS como técnica de múltiplo acesso, com uma taxa de *chip* igual a 3,84 Mchips/s e uma banda de 5 MHz. Dois modos de operação estão presentes: FDD (*Frequency Division Duplex*) e TDD (*Time Division Duplex*). No primeiro, os enlaces direto e reverso utilizam canais de 5 MHz diferentes e separados por uma frequência de 190 MHz. Já no segundo, os enlaces direto e reverso compartilham a mesma banda de 5 MHz com divisão de tempo.

O Cdma2000 também utiliza a técnica DS em cada portadora e foi proposto como uma evolução do padrão IS-95, suportando bandas de 1,25 MHz e 3,75

MHz. A taxa de *chip* é igual a $N \times 1,2288$ Mchips/s, onde N representa o número de portadoras. Para a banda de 1,25 MHz tem-se $N = 1$ (Cdma2000 1x) e para 3,75 MHz tem-se $N = 3$ (Cdma2000 3x), de modo a manter a compatibilidade com o padrão IS-95. A evolução do Cdma2000 1x para a transmissão somente de dados em altas taxas é denominado 1x-EV-DO (1x *EVolution for Data Only*), ao passo que sua evolução para a transmissão de dados em altas taxas e voz de alta qualidade denomina-se 1x-EV-DV (1x *EVolution for Data and Voice*). O Cdma2000 1x ainda é considerado 2,5G enquanto que o 1x-EV-DO e o 1x-EV-DV já são 3G.

1.3 Além da 3G

Antes mesmo da 3G estar totalmente implantada, o termo 4G, que se refere à quarta geração de telefonia móvel celular, já vem sendo bastante especulado. Essa geração irá substituir gradualmente os serviços oferecidos pela 3G (MCNAIR; ZHU, 2004), (HUI; YEUNG, 2003), sendo que a previsão para sua implantação é por volta de 2008 - 2012. A quarta geração tem por objetivos unificar as redes sem fio, incluindo as *wireless* LANs (*Wireless Local Area Networks*) em suas diversas tecnologias, tais como IEEE 802.11x, HiperLAN/2, *Bluetooth*¹, etc. Assim, em relação à terceira geração, uma gama ainda maior de aplicações estará disponível, com um aumento significativo na eficiência espectral e na qualidade de serviço, QoS (*Quality of Service*). Serviços banda larga sem fio, tais como Televisão Digital de Alta Definição (4 – 20 Mbps) e aplicações de redes de computadores (1 – 100 Mbps) poderão ser oferecidos.

1.4 Características de um Canal de Rádio Móvel

Um canal de rádio móvel é caracterizado por apresentar vários caminhos de propagação entre fonte e destino, de tal forma que os sinais provenientes desses caminhos chegam ao receptor com diferentes atrasos e atenuações, gerando um fenômeno conhecido como desvanecimento multipercurso. A figura 1.1 ilustra um exemplo hipotético de propagação no enlace direto em um canal de rádio móvel.

Os vários sinais defasados que chegam ao receptor provocam interferência intersimbólica, ISI (*Intersymbol Interference*). De forma geral, quanto maior a

¹*Bluetooth* é um padrão para comunicação sem-fio de curto alcance e baixo custo, através do qual os usuários poderão conectar uma ampla variedade de dispositivos (computação, telecomunicações e/ou eletro-domésticos) de forma bastante simples.

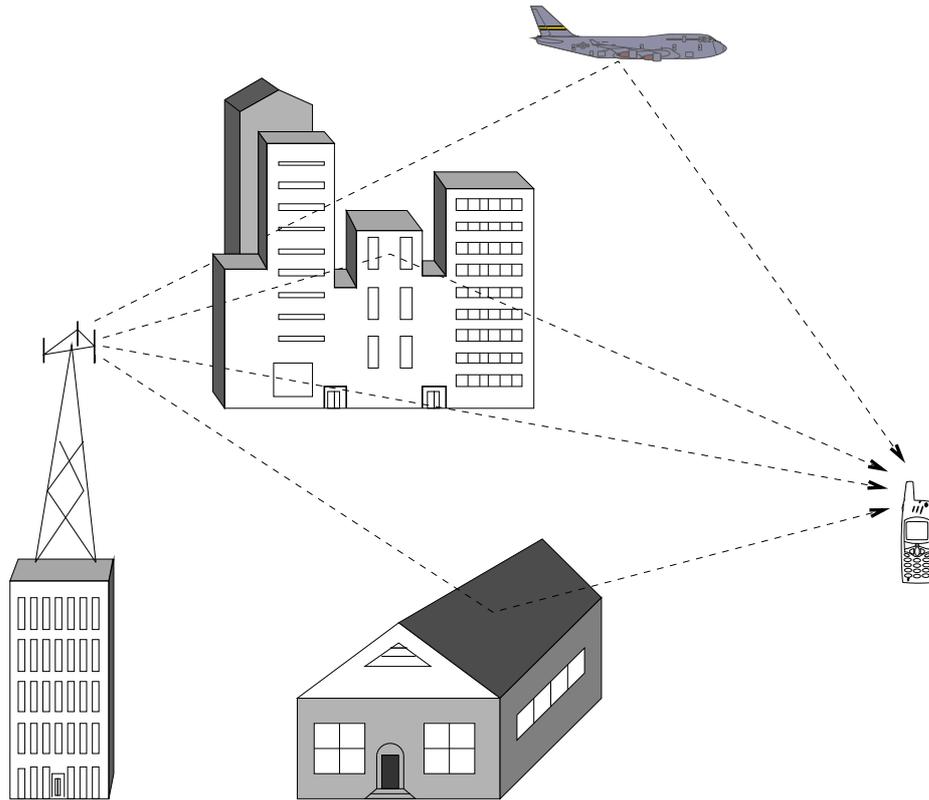


Figura 1.1: Exemplo de propagação multipercursa em um canal de rádio móvel.

diferença de atraso entre as componentes provenientes do canal em relação ao período de símbolo do sinal transmitido, maior será o efeito degradante da ISI, ou seja, quanto maior a taxa de transmissão, menos imune o sistema será à interferência intersimbólica. Uma outra característica importante pertinente ao canal de propagação móvel refere-se ao denominado efeito *Doppler*, que representa as variações na fase e, conseqüentemente, na frequência do sinal transmitido, decorrentes da mobilidade relativa entre fonte e destino. O capítulo 2 traz de forma mais detalhada as características do canal de rádio móvel.

1.5 A Técnica OFDM

A utilização de modulação por multiportadoras ortogonais, OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), vem recebendo grande atenção na área de comunicação via rádio, principalmente quando se necessita de altas taxas de transmissão em ambiente móvel sujeito aos efeitos nocivos do canal de propagação (HARADA; PRASAD, 2002). O princípio básico desta técnica consiste em transmitir os dados de forma paralela, utilizando um número N de subportadoras ortogonais, de forma que a taxa de transmissão de cada subportadora seja reduzida em

relação à taxa equivalente de um sistema com transmissão serial. OFDM é uma das fortes candidatas a integrar um dos padrões de quarta geração (BAYBAKOV et al., 2003).

Nos sistemas baseados na técnica OFDM, a modulação e demodulação são implementadas de forma relativamente simples através da Transformada Rápida de Fourier e de sua inversa, FFT e IFFT (*Fast Fourier Transform* e *Inverse Fast Fourier Transform*), respectivamente. Entretanto, algumas desvantagens são inerentes, tais como: dificuldade de sincronismo das subportadoras, sensibilidade aos desvios de frequência e necessidade de amplificação linear, pois a relação entre a potência média e a potência de pico do sinal transmitido, PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*), é alta. O capítulo 3 trata especificamente da técnica OFDM.

1.6 OFDM + CDMA

Inicialmente proposta no começo da década de 90 por diversos autores (PRASAD; HARA, 1997), a combinação das técnicas OFDM e CDMA gerou os denominados sistemas CDMA Multiportadora. Existem na literatura, basicamente, três técnicas oriundas dessa combinação: MC-CDMA (*Multi-Carrier CDMA*), MC DS-CDMA *Orthogonal* (*Multi-Carrier Direct Sequence CDMA Orthogonal*) e MT-CDMA (*Multi-Tone CDMA*). A motivação para o surgimento desses sistemas se deve, principalmente, à possibilidade de obtenção de maiores taxas de transmissão e à redução dos efeitos nocivos do canal de rádio móvel seletivo em frequência.

Os sistemas CDMA multiportadora são basicamente divididos em dois grupos: no primeiro, o espalhamento espectral é efetuado no domínio da frequência, ao passo que no segundo, o sinal é espectralmente espalhado no domínio do tempo (tal como nos sistemas DS-CDMA) em cada uma das múltiplas portadoras. O sistema MC-CDMA faz parte do primeiro grupo e os sistemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA integram o segundo grupo, como ilustrado no diagrama da figura 1.2. Os capítulos 4, 5 e 6 tratam dos sistemas CDMA multiportadora.

1.7 Organização do Trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 apresenta-se uma análise qualitativa dos efeitos do canal de rádio móvel em um sistema de

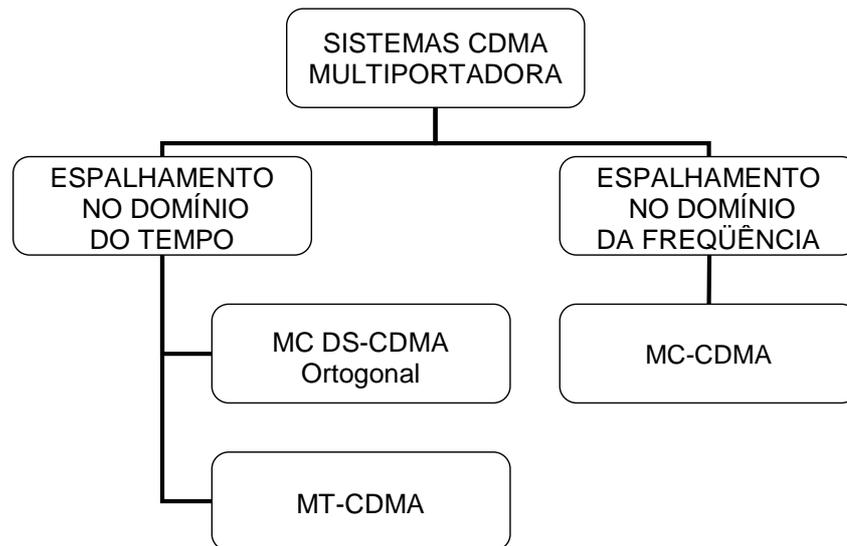


Figura 1.2: Classificação dos sistemas CDMA multiportadora.

comunicação, bem como uma descrição dos modelos de canal utilizados na obtenção das figuras de mérito dos sistemas analisados.

O capítulo 3 traz um resumo da técnica OFDM, de suas principais características e de sua capacidade em lidar com os efeitos nocivos do canal de rádio móvel. Além disso, os efeitos do sincronismo imperfeito das subportadoras no receptor, da adição do período de guarda, da razão entre as potências de pico e média do sinal transmitido e do método de estimação de canal por inserção de símbolos piloto são evidenciados. Algumas aplicações típicas são brevemente discutidas. Por fim, alguns resultados de simulação são apresentados.

O capítulo 4 apresenta uma descrição das principais características dos sistemas CDMA multiportadora. A análise de desempenho de tais sistemas é apresentada de forma analítica.

No capítulo 5 introduz-se o cancelador de interferência paralelo na recepção dos sistemas CDMA multiportadora. Os resultados de desempenho são obtidos de forma analítica para receptores convencionais e via simulação computacional Monte Carlo para receptores multiusuário e também convencionais.

A partir da análise apresentada nos capítulos 4 e 5, o capítulo 6 sintetiza a comparação, em termos de qualidade de serviço, dos três sistemas abordados no trabalho, tendo como base de comparação um sistema DS-CDMA devidamente configurado.

Por fim, o capítulo 7 apresenta as principais conclusões deste trabalho, as dificuldades e as sugestões para trabalhos futuros.

2 CANAL DE RÁDIO MÓVEL

Este capítulo apresenta alguns conceitos básicos para o entendimento do canal de rádio móvel de forma qualitativa, justificando sua utilização na obtenção de figuras de desempenho dos sistemas considerados. Este trabalho não tem como intenção uma profunda análise do canal de rádio móvel.

O conhecimento das características do meio de propagação entre um transmissor e um receptor qualquer é de fundamental importância quando se deseja modelar sistemas de comunicação convenientemente. Em sistemas de comunicação móveis sem fio, o conhecimento de tais características é extremamente complexo, devido às condições atmosféricas, à mobilidade e à quantidade de obstáculos no caminho de propagação da onda eletromagnética entre transmissor e receptor. Qualquer sistema de comunicação pode ser basicamente representado por um simples diagrama contendo três blocos: transmissor, receptor e canal, como visto na figura 2.1.



Figura 2.1: Diagrama de blocos básico de um sistema de comunicação.

2.1 Análise Qualitativa do Canal

O caminho de propagação do sinal de rádio-frequência (RF) entre uma estação rádio base (ERB) e uma unidade móvel (UM) é caracterizado por apresentar vários obstáculos, o que influi consideravelmente na qualidade do sinal recebido. Além de sofrer a influência de ruído térmico, AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), o sinal no receptor é composto de várias réplicas sobrepostas com atenuações e atrasos aleatórios, oriundas de três mecanismos básicos (SKLAR, 1997a),

(SKLAR, 1997b): reflexão, refração e dispersão. O fenômeno de reflexão ocorre quando a onda eletromagnética incide sobre uma superfície lisa cujas dimensões são bem maiores que o comprimento de onda, λ . A difração acontece quando o caminho de propagação da onda eletromagnética é obstruído por objetos grandes, quando comparados a λ e densos, resultando em ondas secundárias atenuadas. Já o fenômeno de dispersão ocorre quando a onda eletromagnética incide sobre uma superfície rugosa cujas dimensões são da ordem de λ , o que resulta no espalhamento do sinal em várias direções. O fenômeno de variação da envoltória e da fase do sinal em um canal com vários caminhos de propagação é denominado desvanecimento multipercurso.

O canal de rádio móvel é variante no tempo. Mesmo que não haja movimento relativo entre transmissor e receptor, ainda existirá a condição de variação temporal devido às constantes modificações do meio físico, tais como temperatura, umidade e o movimento dos obstáculos no caminho de propagação do sinal.

Quanto às variações sofridas pela envoltória do sinal, o fenômeno de desvanecimento pode ser classificado como: termo longo e termo curto. O termo longo refere-se às variações no sinal que só podem ser notadas quando observadas durante longos períodos de tempo e para distâncias consideráveis de propagação. O termo longo é composto de duas partes: perda de percurso (*path loss*) e sombreamento. Define-se perda de percurso à razão entre a potência do sinal recebido (P_r) e a do sinal transmitido (P_t) causada principalmente pela propagação no espaço livre e pelos obstáculos presentes no canal. A perda de percurso é função da frequência transmitida (ou de λ , dado que a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética em um meio homogêneo é constante) e da distância entre os terminais. Por exemplo, a modelagem da perda de percurso no espaço livre, feita de forma determinística, é dada pela fórmula de Friis de transmissão no espaço livre (YACOUB, 1993):

$$\frac{P_r}{P_t} = A_r A_t \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (2.1)$$

onde A_r e A_t representam, respectivamente, o ganho das antenas de recepção e transmissão, separadas por uma distância d .

Os efeitos de sombreamento ocorrem devido às irregularidades do terreno e à presença de obstáculos no caminho de propagação. Tal fenômeno é também conhecido como desvanecimento lento (*slow fading*) e pode ser interpretado como uma variação na perda de percurso. O sombreamento possui comportamento

aleatório e é geralmente modelado por uma variável aleatória (v.a.) com distribuição estatística do tipo *log-normal* (PAPOULIS, 1991):

$$p(x) = \frac{1}{x \sqrt{2\pi} \sigma_y} \exp \left[-\frac{(y - \mathbb{E}[y])^2}{2\sigma_y^2} \right] ; \quad y = \ln(x) ; \quad x > 0 \quad (2.2)$$

onde $\mathbb{E}[y]$ e σ_y^2 representam, respectivamente, a média e a variância de $y = \ln x$, sendo x a envoltória da componente devido ao efeito de sombreamento.

O termo curto, comumente denominado desvanecimento rápido (*fast fading*), é definido como as variações sofridas pela envoltória do sinal que só podem ser observadas em uma escala da ordem de dezenas de comprimento de onda. A causa de seu surgimento está relacionada com a quantidade de reflexões sofridas pelo sinal transmitido ao redor do receptor sobre os vários obstáculos do meio, resultando em diversas cópias do sinal com diferentes atrasos. Para pequenas variações na distância entre transmissor e receptor (da ordem de $\lambda/2$), o efeito do desvanecimento rápido pode provocar fortes mudanças na amplitude e fase do sinal transmitido. Quando não há linha de visada, o desvanecimento rápido é também chamado de desvanecimento *Rayleigh*, pois a envoltória do sinal recebido pode ser estatisticamente descrita por uma distribuição de probabilidade do tipo *Rayleigh* (PAPOULIS, 1991):

$$p(\beta) = \frac{\beta}{\sigma_\beta^2} \exp \left[-\frac{\beta^2}{2\sigma_\beta^2} \right] ; \quad \beta \geq 0 \quad (2.3)$$

onde σ_β^2 é a variância da envoltória β do termo curto. Por outro lado, se houver a presença de linha de visada, a envoltória do termo curto é descrita por uma distribuição do tipo *Rice* (YACOUB, 1993). A figura 2.2 ilustra o efeito dos termos longo e curto de desvanecimento presentes em um canal de rádio móvel.

Doravante, os canais multipercurso apresentados aqui e utilizados na obtenção das figuras de desempenho dos sistemas analisados serão considerados como apresentando apenas desvanecimentos *Rayleigh*. A figura 2.3 ilustra um sinal cuja envoltória segue uma distribuição desse tipo.

A resposta impulsiva de um canal multipercurso (figura 2.4), que define o seu perfil de atraso-potência, PDP (*Power Delay Profile*) ou MIP (*Multipath Intensity Profile*), é composta de várias réplicas do sinal transmitido com diferentes atenuações e atrasos de propagação. A parcela do conjunto de réplicas do sinal que chega ao receptor com pequenas diferenças de atraso pode apresentar componentes não-separáveis (não-discerníveis), dependendo da banda do sistema, e assim,

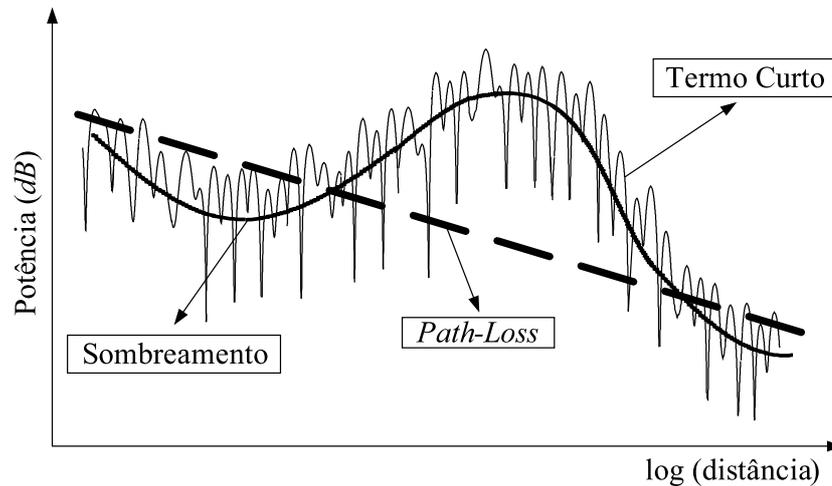


Figura 2.2: Termos longo e curto de desvanecimento presentes em um canal de rádio móvel.

ser vista como um único raio equivalente denominado componente multipercurso do canal. Para um dado tipo de ambiente, o PDP do canal de rádio móvel possuirá características bem particulares quanto ao número de componentes multipercurso, seus atrasos e atenuações. Por exemplo, a tabela 2.1, extraída do modelo de canal COST207 para sistemas GSM de segunda geração 2G (STÜBER, 2001), apresenta o PDP de três ambientes distintos: urbano típico, urbano pior caso e rural. Nessa tabela, \bar{P} e τ representam a potência média normalizada em dB e o atraso das componentes multipercurso do canal, respectivamente.

Tabela 2.1: Exemplos de PDP do modelo COST207.

Urbano Típico		Urbano Pior Caso		Rural	
τ [ns]	\bar{P} [dB]	τ [ns]	\bar{P} [dB]	τ [ns]	\bar{P} [dB]
0.0	0.189	0.0	0.164	0.0	0.602
0.2	0.379	0.3	0.293	0.1	0.241
0.5	0.239	1.0	0.147	0.2	0.096
1.6	0.095	1.6	0.094	0.3	0.036
2.3	0.061	5.0	0.185	0.4	0.018
5.0	0.037	6.6	0.177	0.5	0.006

Devido às características de dispersão e variação temporal, o canal de rádio móvel não pode ser modelado por um processo determinístico. Apesar de um certo ambiente apresentar um PDP característico, o número de componentes multipercurso, juntamente com os seus atrasos e atenuações são estatisticamente modelados.

Considere a seguinte representação em banda passante para o sinal transmitido:

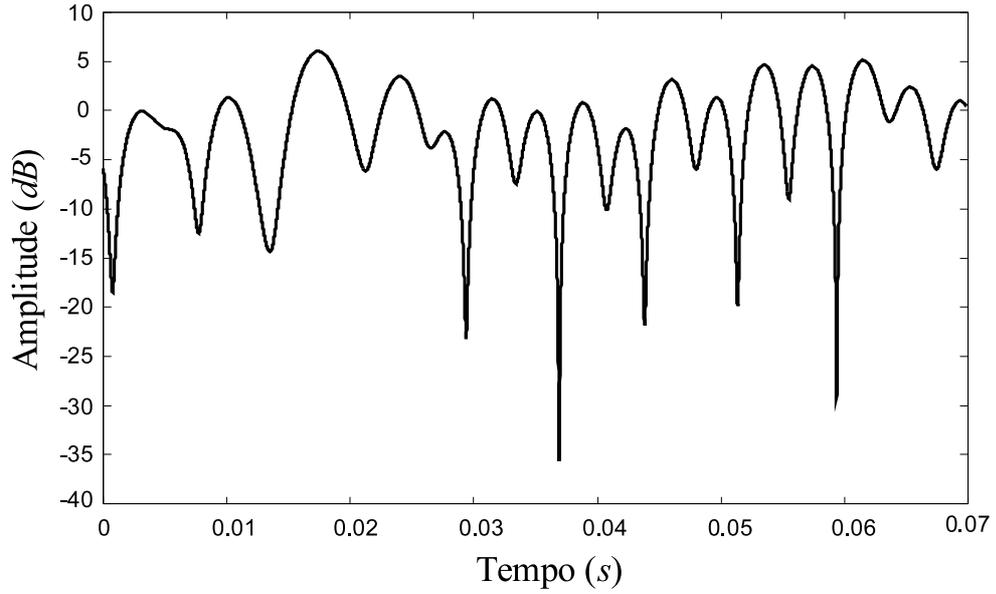


Figura 2.3: Exemplo de envoltória de sinal com distribuição *Rayleigh*.

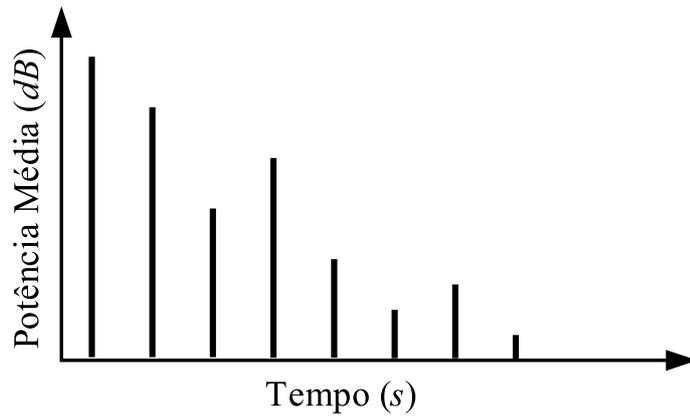


Figura 2.4: Exemplo hipotético do perfil de atraso e potência de um canal.

$$s(t) = \Re [\mathbf{s}(t) e^{j2\pi f_c t}] \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{s}(t)$ é o equivalente em banda base de $s(t)$ e f_c , a frequência da portadora. Assim, o sinal em banda passante que chega ao receptor, $r(t)$, quando sujeito a um canal multipercursivo, pode ser representado por:

$$r(t) = \sum_{\ell} \beta_{\ell}(t) s[t - \tau_{\ell}(t)] \quad (2.5)$$

com β_{ℓ} e τ_{ℓ} representando, respectivamente, a atenuação e o atraso de propagação do ℓ -ésimo percurso. De (2.4) e (2.5), tem-se:

$$r(t) = \Re \left(\left\{ \sum_{\ell} \beta_{\ell}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_{\ell}(t)} \mathbf{s}[t - \tau_{\ell}(t)] \right\} e^{j2\pi f_c t} \right) \quad (2.6)$$

O equivalente em banda base de (2.6) é dado por:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{\ell} \beta_{\ell}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_{\ell}(t)} \mathbf{s}[t - \tau_{\ell}(t)] \quad (2.7)$$

O sinal $\mathbf{r}(t)$ pode ser interpretado como a saída de um um filtro passa-baixas sujeito ao sinal $\mathbf{s}(t)$, com a seguinte resposta impulsiva variante no tempo:

$$h(\tau; t) = \sum_{\ell} \beta_{\ell}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_{\ell}(t)} \delta(\tau - \tau_{\ell}(t)) \quad (2.8)$$

Considerando que o canal é estacionário no sentido amplo ¹, WSS (*Wide Sense Stationary*), a autocorrelação da resposta impulsiva é definida como (PROAKIS, 1995):

$$\phi(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = \mathbb{E}[h^*(\tau_1; t) h(\tau_2; t + \Delta t)] \quad (2.9)$$

Assume-se a hipótese de que a atenuação e rotação de fase do percurso associado a τ_1 é independente da atenuação e rotação de fase do percurso associado a τ_2 . Com isso:

$$\mathbb{E}[h^*(\tau_1, t) h(\tau_2; t + \Delta t)] = \phi(\tau_1; \Delta t) \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (2.10)$$

que vale *zero* para $\tau_1 \neq \tau_2$.

Aplicando a transformada de Fourier em relação à variável τ na resposta impulsiva do canal, obtém-se a função de transferência do canal variante no tempo, $H(f; t)$, onde f é a variável que representa a frequência:

$$H(f; t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau; t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (2.11)$$

Assim, define-se a função de autocorrelação do canal variante no tempo para uma diferença de frequência $\Delta f = f_2 - f_1$ e uma diferença de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$:

¹Um processo estocástico é estacionário no sentido amplo se a sua média for independente do tempo e se sua função de autocorrelação não depender de tempos absolutos t_1 e t_2 , mas apenas do intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ (PAPOULIS, 1991).

$$\Phi(\Delta f; \Delta t) = \mathbb{E}[H^*(f, t) H(f + \Delta f; t + \Delta t)] \quad (2.12)$$

2.1.1 Efeito da Dispersão Temporal do Canal

Fazendo $\Delta t = 0$ em (2.12), a função de autocorrelação fica apenas em função da diferença de frequência Δf . Os valores de Δf para os quais $\Phi(\Delta f; 0)$ apresenta valores consideráveis definem a banda de coerência do canal, $(\Delta f)_c$, conforme visto na figura 2.5 (a).

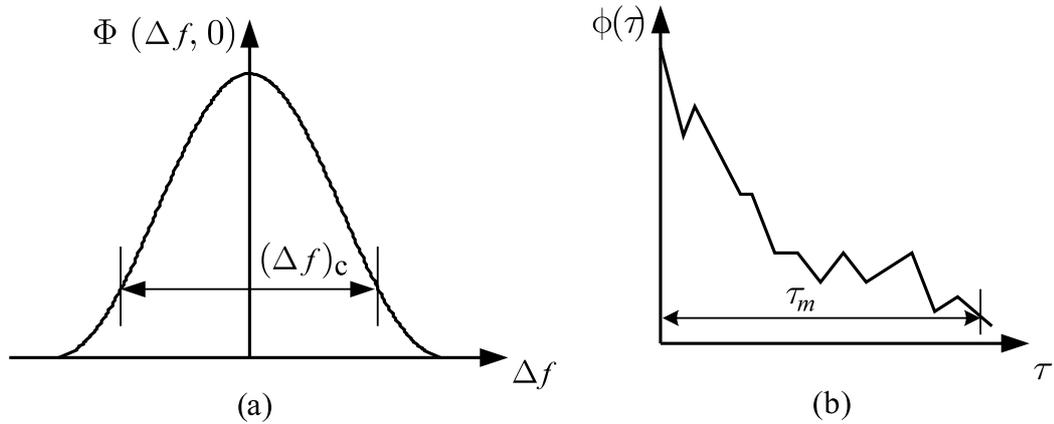


Figura 2.5: Funções de correlação considerando a dispersão temporal do canal.

Com isso, definem-se os conceitos de seletividade e não-seletividade em frequência do canal. Um canal é dito seletivo em frequência se a banda do sistema de comunicação W for maior do que $(\Delta f)_c$ (figura 2.6 (a)). Na condição de seletividade em frequência, as distorções impostas pelo canal no espectro do sinal transmitido não serão iguais. As componentes espectrais que estiverem dentro da banda de coerência serão afetadas de forma independente daquelas que estiverem fora. Por outro lado, o canal é dito não-seletivo em frequência (ou *flat*) se W for menor que $(\Delta f)_c$ (figura 2.6 (b)). Nesse caso, o canal se comportará de forma praticamente idêntica para toda a faixa de frequência do sinal transmitido.

Aplicando a transformada de Fourier inversa em $\Phi(\Delta f; 0)$, obtém-se a autocorrelação $\phi(\tau)$, que corresponde ao MIP em função de τ figura 2.5 (b). O tempo τ é geralmente descrito por um função densidade de probabilidade, com média $\bar{\tau}$ e desvio padrão τ_m , denominado espalhamento de multipercurso do canal, que pode ser interpretado como a faixa de valores de τ para os quais $\phi(\tau)$ é essencialmente diferente de zero.

O conceito de seletividade em frequência pode ser analisado no domínio do

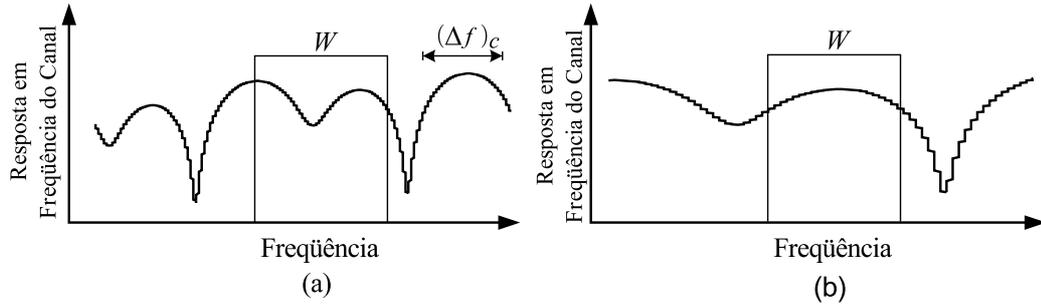


Figura 2.6: Exemplo de canal (a) seletivo em freqüência e (b) não-seletivo em freqüência.

tempo. Um canal exibe desvanecimento seletivo em freqüência se $\tau_m > 1/W$. Esta condição ocorre sempre que as componentes de multipercursos do sinal transmitido estenderem a duração de um símbolo, causando forte interferência intersimbólica. Se $\tau_m \ll 1/W$, o canal apresenta desvanecimento não-seletivo em freqüência, e os efeitos de ISI não são tão consideráveis como no canal seletivo em freqüência.

A banda de coerência e o espalhamento de multipercursos do canal estão relacionados da seguinte forma:

$$(\Delta f)_c \propto \frac{1}{\tau_m} \quad (2.13)$$

Entretanto, não existe uma relação exata, pois isso depende dos limiares adotados para se definir a banda de coerência, assim como das condições do canal envolvidas.

2.1.2 Efeito da Variação Temporal do Canal

Para analisar o efeito da variação temporal do canal toma-se a equação (2.12) com $\Delta f = 0$, resultando em $\Phi(0; \Delta t)$, que corresponde à autocorrelação da resposta do canal em tempos distintos t_1 e t_2 (figura 2.7 (a)). Com isso, consegue-se medir a rapidez com que ocorrem os desvanecimentos do canal. O intervalo de tempo Δt no qual as flutuações do canal são praticamente constantes denomina-se tempo de coerência do canal, $(\Delta t)_c$.

Desta análise surgem os termos canal rápido e canal lento. Um canal é dito rápido se $(\Delta t)_c$ for menor que o período de símbolo transmitido, T_s ($(\Delta t)_c < T_s$). Nesse caso, a resposta do canal sofre bruscas variações dentro do período de símbolo, causando degradação na relação sinal ruído. Diferentemente, no canal lento, $(\Delta t)_c > T_s$, ou seja, dentro do período de símbolo o canal praticamente

não sofre variações de amplitude e fase.

Empregando a transformada de Fourier em $\Phi(0, \Delta t)$, obtém-se $S(f)$, que representa o Espectro de Potência *Doppler* (figura 2.7 (b)) em função do deslocamento de frequência *Doppler*, dado por:

$$f_\ell = f_m \cos(\theta_\ell) \quad (2.14)$$

onde θ representa o ângulo de chegada (ângulo de azimute), ℓ , o índice da ℓ -ésima réplica do sinal transmitido e f_m , a máxima frequência *Doppler*, dada por (JAKES, 1974):

$$f_m = f_c \frac{v}{c} = \frac{v}{\lambda} \quad (2.15)$$

onde c representa a velocidade da luz e v , a velocidade do móvel. A mobilidade do receptor em um ambiente com desvanecimento provoca alterações na fase e, conseqüentemente, na frequência do sinal, o que caracteriza o efeito *Doppler*.

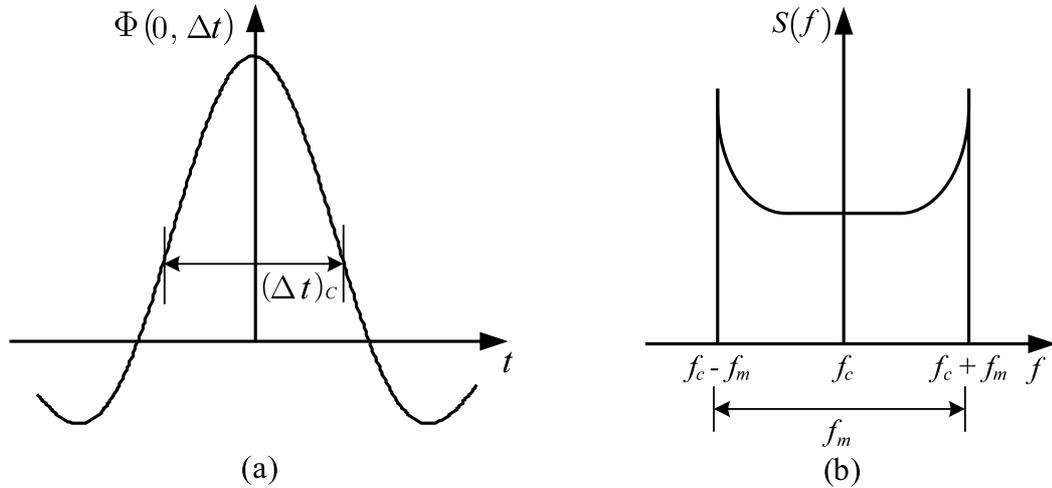


Figura 2.7: Funções de correlação considerando a variação temporal do canal.

Para um caso específico de antena receptora omnidirecional com ganho constante e unitário e ângulos de chegada distribuídos uniformemente no intervalo $[0, 2\pi)$, o espectro de potência *Doppler* assumirá a seguinte forma (JAKES, 1974):

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_m}\right)^2}} & f_c - f_m \leq f \leq f_c + f_m \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.16)$$

O espectro de potência *Doppler* é um índice das variações de frequência do sinal provenientes de mudanças no estado do canal. O maior valor de $S(f)$ ($\rightarrow \infty$) ocorre quando as componentes do sinal transmitido chegam ao receptor exatamente com ângulos de 0° ($f = f_m$) e 180° ($f = -f_m$). O tempo de coerência do canal e a máxima frequência *Doppler* relacionam-se da seguinte maneira:

$$(\Delta t)_c \propto \frac{1}{f_m} \quad (2.17)$$

Novamente, neste caso, não se tem uma relação exata. Um valor aproximado é dado por (SKLAR, 1997a):

$$(\Delta t)_c \approx \frac{0,423}{f_m} \quad (2.18)$$

Um resumo das características do canal em termos de tempo e banda de coerência é ilustrado na tabela 2.2:

Tabela 2.2: Classificação para canal com desvanecimento.

	$W \ll (\Delta f)_c$	$W > (\Delta f)_c$
$T_s \ll (\Delta t)_c$	lento e não-seletivo em frequência	lento e seletivo em frequência
$T_s > (\Delta t)_c$	rápido e não-seletivo em frequência	rápido e seletivo em frequência

2.2 Análise da correlação em um ambiente multipercurso

Considere agora $s(t) = \Re \{E_0 \exp(j\omega t)\}$ como sendo uma onda transmitida através de um canal de rádio móvel. O sinal recebido é composto por um conjunto de L raios com diferentes atrasos de propagação e ângulos de chegada. O ℓ -ésimo caminho de propagação imporá um deslocamento de fase igual a $\omega\tau_\ell$, e um deslocamento *Doppler* igual a $\omega_\ell = 2\pi f_m \cos(\theta_\ell)$. Assim, o sinal recebido no ℓ -ésimo percurso é dado por:

$$r_\ell(t) = \Re \{E_0 \exp[j(\omega_\ell t - \omega\tau_\ell)] \cdot \exp(j\omega t)\} \quad (2.19)$$

Na equação (2.19) os efeitos de perda de percurso e sombreamento não foram considerados. Dado um atraso infinitesimal $d\tau$ e um ângulo de chegada infinitesimal $d\theta$, o equivalente em banda base normalizado do sinal recebido por

uma antena omnidirecional, que nesse caso pode ser visto como o coeficiente de transmissão de canal, é dado pela seguinte equação:

$$\mathbf{r}(t) = \rho(t) = \sum_{\ell=1}^L a_{\ell} \exp[j(\omega_{\ell}t - \omega\tau_{\ell})] \quad (2.20)$$

onde $a_{\ell}^2 = p(\theta_{\ell})d\theta p(\tau_{\ell})d\tau$ representa a fração da potência recebida nos intervalos $d\tau$ do atraso τ e $d\theta$ do ângulo θ , no limite de $\ell \rightarrow \infty$. Assumindo que $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$ para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e 0 fora desse intervalo, e que:

$$p(\tau) = \frac{1}{\bar{\tau}} \exp\left(-\frac{\tau}{\bar{\tau}}\right) \quad (2.21)$$

o que representa um perfil exponencial decrescente para a distribuição dos atrasos de percurso (com essa distribuição de atrasos $\bar{\tau}$ equivale a τ_m), tem-se:

$$\lim_{\ell \rightarrow \infty} a_{\ell}^2 = \frac{1}{2\pi\bar{\tau}} \exp\left(-\frac{\tau}{\bar{\tau}}\right) d\theta d\tau \quad (2.22)$$

A equação (2.20) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\rho(t) = y + jz \quad (2.23)$$

onde:

$$\begin{aligned} y &= \sum_{\ell=1}^L a_{\ell} \cos(\omega_{\ell}t - \omega\tau_{\ell}) \\ z &= \sum_{\ell=1}^L a_{\ell} \sin(\omega_{\ell}t - \omega\tau_{\ell}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Se $L \rightarrow \infty$, pelo teorema do limite central, $\rho(t)$ representa um processo estocástico gaussiano complexo e estacionário no sentido amplo. Conseqüentemente, $\beta = \sqrt{(y^2 + z^2)}$ possui uma distribuição do tipo *Rayleigh* e $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{z}{y}\right)$, uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi)$.

2.2.1 Função Densidade de Probabilidade Conjunta

Considere dois sinais de potência unitária, $\rho_1(t)$ e $\rho_2(t)$ propagando-se em duas frequências distintas, ω_1 e ω_2 separadas de $\Delta\omega$, com $\rho_2(t)$ atrasado de ζ em relação a $\rho_1(t)$. Assim:

$$\begin{aligned}
y_1 &= \sum_{\ell=1}^L a_\ell \cos(\omega_\ell t - \omega_1 \tau_\ell) = \beta_1 \cdot \cos \varphi_1 \\
z_1 &= \sum_{\ell=1}^L a_\ell \sin(\omega_\ell t - \omega_1 \tau_\ell) = \beta_1 \cdot \sin \varphi_1 \\
y_2 &= \sum_{\ell=1}^L a_\ell \cos(\omega_\ell t + \omega_\ell \zeta - \omega_2 \tau_\ell) = \beta_2 \cdot \cos \varphi_2 \\
z_2 &= \sum_{\ell=1}^L a_\ell \sin(\omega_\ell t + \omega_\ell \zeta - \omega_2 \tau_\ell) = \beta_2 \cdot \sin \varphi_2
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Deseja-se obter a PDF conjunta de y_1 , y_2 , z_1 e z_2 . Dado um vetor aleatório gaussiano $\mathbf{g} = [g_1, \dots, g_n]$, as variáveis aleatórias g_1, \dots, g_n são conjuntamente gaussianas se a PDF conjunta das mesmas possuir a seguinte forma:

$$p(\mathbf{g}) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{g} - \mathbb{E}[\mathbf{g}])^T \mathbf{C}_g^{-1} (\mathbf{g} - \mathbb{E}[\mathbf{g}])\right]}{\sqrt{(2\pi)^n |\mathbf{C}_g|}} \tag{2.26}$$

onde $\mathbb{E}[\mathbf{g}]$ é a média de \mathbf{g} e \mathbf{C}_g sua matriz de covariância, tal que:

$$\mathbf{C}_g = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \dots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

com $\sigma_{a,b} = \mathbb{E}[a \cdot b] - \mathbb{E}[a] \cdot \mathbb{E}[b]$ sendo a covariância entre as variáveis aleatórias a e b . Note que a matriz representada na equação (2.27) é simétrica, pois $\sigma_{a,b} = \sigma_{b,a}$. Considerando $\mathbf{g} = [y_1 \ z_1 \ y_2 \ z_2]$, a matriz de covariância é dada por:

$$\mathbf{C}_g = \begin{bmatrix} \mathbb{E}[y_1^2] & \mathbb{E}[y_1 \cdot z_1] & \mathbb{E}[y_1 \cdot y_2] & \mathbb{E}[y_1 \cdot z_2] \\ \mathbb{E}[z_1 \cdot y_1] & \mathbb{E}[z_1^2] & \mathbb{E}[z_1 \cdot y_2] & \mathbb{E}[z_1 \cdot z_2] \\ \mathbb{E}[y_2 \cdot y_1] & \mathbb{E}[y_2 \cdot z_1] & \mathbb{E}[y_2^2] & \mathbb{E}[y_2 \cdot z_2] \\ \mathbb{E}[z_2 \cdot y_1] & \mathbb{E}[z_2 \cdot z_1] & \mathbb{E}[z_2 \cdot y_2] & \mathbb{E}[z_2^2] \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

pois $\mathbb{E}[y_1] = \mathbb{E}[z_1] = \mathbb{E}[y_2] = \mathbb{E}[z_2] = 0$. Adicionalmente, $\mathbb{E}[y_1^2] = \mathbb{E}[z_1^2] = \mathbb{E}[y_2^2] = \mathbb{E}[z_2^2]$. Assim, de (2.25):

$$\mathbb{E}[y_1^2] = \sum_i \sum_{j, j \neq i} \mathbb{E}[a_i \cdot a_j \cdot \cos(\omega_i t - \omega_1 \tau_i) \cdot \cos(\omega_j t - \omega_1 \tau_j)] \tag{2.29}$$

A equação (2.29) é diferente de zero somente se $i = j$. Nesse caso, considerando $i = j = \ell$:

$$\mathbb{E}[y_1^2] = \sigma^2 \sum_{\ell=1}^L a_i^2 \quad (2.30)$$

com $\sigma^2 = \frac{1}{2}$ para sinais com energia normalizada. No limite de $\ell \rightarrow \infty$, tem-se:

$$\mathbb{E}[y_1^2] = \sigma^2 \quad (2.31)$$

Pode-se verificar também que $\mathbb{E}[y_1 \cdot z_1] = \mathbb{E}[z_1 \cdot y_1] = \mathbb{E}[y_2 \cdot z_2] = \mathbb{E}[z_2 \cdot y_2] = 0$, $\mathbb{E}[y_1 \cdot y_2] = \mathbb{E}[y_2 \cdot y_1] = \mathbb{E}[z_1 \cdot z_2] = \mathbb{E}[z_2 \cdot z_1] = \mu_1$ e $\mathbb{E}[y_1 \cdot z_2] = \mathbb{E}[z_2 \cdot y_1] = -\mathbb{E}[z_1 \cdot y_2] = -\mathbb{E}[y_2 \cdot z_1] = \mu_2$, onde (YACOUB, 1993):

$$\mu_1 = \frac{\sigma^2 J_0(\omega_m \zeta)}{1 + (\Delta\omega \bar{\tau})^2} \quad (2.32)$$

e:

$$\mu_2 = \frac{-\sigma^2 \Delta\omega \bar{\tau} J_0(\omega_m \zeta)}{1 + (\Delta\omega \bar{\tau})^2} \quad (2.33)$$

com $J_\alpha(\cdot)$ representando a função de Bessel de primeira espécie e ordem α , tal que:

$$J_\alpha(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(u \sin v - \alpha v) dv, \quad v \text{ inteiro} \quad (2.34)$$

Com isso:

$$\mathbf{C}_g = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \mu_1 & \mu_2 \\ 0 & \sigma^2 & -\mu_2 & \mu_1 \\ \mu_1 & -\mu_2 & \sigma^2 & 0 \\ \mu_2 & \mu_1 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

O determinante de \mathbf{C}_g é dado por:

$$|\mathbf{C}_g| = \sigma^8 (1 - \varrho^2)^2 \quad (2.36)$$

onde:

$$\varrho^2 = \frac{\mu_1^2 + \mu_2^2}{\sigma^4} \quad (2.37)$$

De (2.32), (2.33) e (2.37):

$$\varrho^2 = \frac{J_0^2(\omega_m \zeta)}{1 + (\Delta\omega \bar{\tau})^2} \quad (2.38)$$

Dessa forma, tem-se a densidade de probabilidade conjunta para y_1, y_2, z_1 e z_2 :

$$\begin{aligned} p(y_1, y_2, z_1, z_2) &= \frac{1}{4\pi^2 \sigma^4 (1 - \varrho^2)} \times \\ &\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^8 (1 - \varrho^2)^2} [\sigma^2 (y_1^2 + z_1^2 + y_2^2 + z_2^2) - \right. \\ &\left. 2\mu_1 (y_1 y_2 + z_1 z_2) - 2\mu_2 (y_1 z_2 - y_2 z_1)] \right\} \quad (2.39) \end{aligned}$$

Utilizando transformação de variáveis, tal PDF pode ser reescrita em termos de $\beta_1, \beta_2, \varphi_1$ e φ_2 , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} p(\beta_1, \beta_2, \varphi_1, \varphi_2) &= \frac{\beta_1 \beta_2}{4\pi^2 \sigma^4 (1 - \varrho^2)} \times \\ &\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^8 (1 - \varrho^2)^2} [\sigma^2 (\beta_1^2 + \beta_2^2) - \right. \\ &\left. 2\mu_1 \beta_1 \beta_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - 2\mu_2 \beta_1 \beta_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \right\} \quad (2.40) \end{aligned}$$

A PDF conjunta de β_1 e β_2 é dada por, (YACOUB, 1993):

$$p(\beta_1, \beta_2) = \frac{\beta_1 \beta_2}{\sigma^4 (1 - \varrho^2)} \exp \left(-\frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2\sigma^2 (1 - \varrho^2)} \right) I_0 \left(\frac{\beta_1 \beta_2 \varrho}{\sigma^2 (1 - \varrho^2)} \right), \quad (2.41)$$

onde $I_0(\cdot)$ é a função de Bessel modificada de ordem zero, tal que:

$$I_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(u \cos v) dv \quad (2.42)$$

Analogamente, a PDF conjunta de φ_1 e φ_2 é da forma (YACOUB, 1993):

$$p(\varphi_1, \varphi_2) = \left(\frac{1 - \varrho^2}{4\pi^2} \right) \frac{(1 - U^2)^{1/2} + U \cos^{-1}(-U)}{(1 - U^2)^{3/2}} \quad (2.43)$$

onde:

$$U = \varrho \cos [\varphi_2 - \varphi_1 + \tan^{-1}(\Delta\omega\bar{\tau})] \quad (2.44)$$

Se $\rho_1(t)$ e $\rho_2(t)$ forem independentes, $\mu_1 = \mu_2 = \varrho = 0$, $I_0(0) = 1$ e $U = 0$. Assim:

$$p(\beta_1, \beta_2) = \frac{\beta_1 \beta_2}{\sigma^4} \exp\left(-\frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.45)$$

e:

$$p(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{4\pi^2} \quad (2.46)$$

como esperado.

2.2.2 Correlação de Amplitude

O coeficiente de correlação entre duas variáveis aleatórias a e b é assim definido:

$$r_{a,b} = \frac{\sigma_{a,b}}{\sigma_a \sigma_b} \quad (2.47)$$

onde $\sigma_a = \sqrt{\mathbb{E}[a^2] - (\mathbb{E}[a])^2}$. Portanto, o coeficiente de correlação entre β_1 e β_2 é da seguinte forma:

$$r_{\beta_1, \beta_2} = r_\beta = \frac{\sigma_{\beta_1, \beta_2}}{\sigma_{\beta_1} \sigma_{\beta_2}} \quad (2.48)$$

Sabe-se que $\mathbb{E}[\beta_1] = \mathbb{E}[\beta_2] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma$ e $\mathbb{E}[\beta_1^2] = \mathbb{E}[\beta_2^2] = 2\sigma^2$ (PROAKIS, 1995). A média conjunta de β_1 e β_2 é dada por:

$$\mathbb{E}[\beta_1 \beta_2] = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\beta_1^2 \beta_2^2}{\sigma^4 (1 - \varrho^2)} \exp\left(\frac{-(\beta_1^2 + \beta_2^2)}{2\sigma^2 (1 - \varrho^2)}\right) I_0\left(\frac{\beta_1 \beta_2 \varrho}{\sigma^2 (1 - \varrho^2)}\right) d\beta_1 d\beta_2 \quad (2.49)$$

A equação (2.49) pode ser resolvida com o auxílio de uma tabela de integrais (GRADSHTEYN; RYZHIK, 1965):

$$\mathbb{E}[\beta_1 \beta_2] = \frac{\pi}{2} \sigma^2 F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \varrho^2\right) \quad (2.50)$$

onde $F(a, b, c, z)$ representa a função hipergeométrica, que pode ser obtida pela seguinte expansão (ABRAMOWITZ; STEGUN, 1972):

$$F(a, b, c, z) = 1 + \frac{ab}{c 1!} z + \frac{a(a-1)b(b-1)}{c(c-1) 2!} z^2 + \dots \quad (2.51)$$

Com essa expansão, a equação (2.50) assume a forma:

$$\mathbb{E}[\beta_1 \beta_2] = \frac{\pi}{2} \sigma^2 \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \varrho^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 \varrho^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^9 \varrho^6 + \dots \right] \quad (2.52)$$

Desprezando os termos de ordem maior que 2, tem-se:

$$\mathbb{E}[\beta_1 \beta_2] \approx \frac{\pi}{2} \sigma^2 \left[1 + \left(\frac{\varrho}{2}\right)^2 \right] \quad (2.53)$$

De (2.48) e (2.53):

$$r_\beta \approx \frac{\pi}{4(4-\pi)} \varrho^2 \approx \varrho^2 \quad (2.54)$$

ou seja, de (2.38):

$$r_\beta = \frac{J_0^2(\omega_m \zeta)}{1 + (\Delta\omega \bar{\tau})^2} \quad (2.55)$$

A figura 2.8 ilustra alguns resultados para r_β em função de $(\omega_m \zeta)$ e de $(\Delta\omega \bar{\tau})$.

Uma aproximação aceitável para a banda de coerência do canal é considerar que ela representa o espaçamento de frequência no qual o coeficiente de correlação de amplitude seja igual a 0,5. Com isso:

$$r_\beta = \frac{J_0^2(\omega_m \zeta)}{1 + (\Delta\omega \bar{\tau})^2} = 0,5 \Rightarrow$$

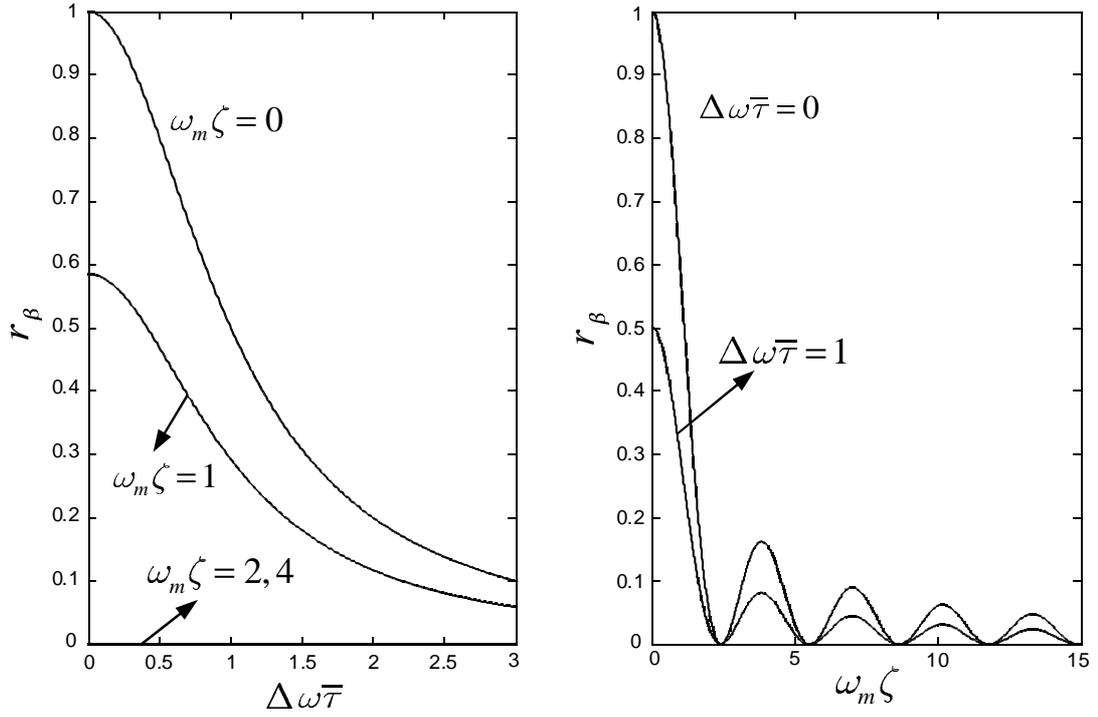


Figura 2.8: Coeficiente de correlação de envoltória: (a) em função de $(\Delta\omega\bar{\tau})$ e (b) em função de $(\omega_m\zeta)$.

$$\Rightarrow (\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\bar{\tau}} = \frac{1}{2\pi\tau_m} \quad (2.56)$$

2.2.3 Correlação de Fase

Agora, o coeficiente de correlação de fase é calculado da seguinte forma:

$$r_{\varphi_1, \varphi_2} = r_\varphi = \frac{\sigma_{\varphi_1, \varphi_2}}{\sigma_{\varphi_1} \sigma_{\varphi_2}} \quad (2.57)$$

onde φ_1 e φ_2 são uniformemente distribuídos em $[0, 2\pi)$, tal que:

$$p(\varphi_1) = p(\varphi_2) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & , \quad 0 \leq \varphi_i < 2\pi \quad i = 1, 2 \\ 0 & , \quad c.c. \end{cases} \quad (2.58)$$

Facilmente verifica-se que $\mathbb{E}[\varphi_1] = \mathbb{E}[\varphi_2] = \pi$ e $\mathbb{E}[\varphi_1^2] = \mathbb{E}[\varphi_2^2] = \frac{4}{3}\pi^2$. A média conjunta de φ_1 e φ_2 é dada por (JAKES, 1974):

$$\mathbb{E}[\varphi_1 \varphi_2] = \pi^2 \left[1 + \Gamma(\varrho, \psi) + 2\Gamma^2(\varrho, \psi) - \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varrho^{2n}}{n^2} \right] \quad (2.59)$$

onde:

$$\Gamma(\varrho, \psi) = \frac{1}{2\pi} \sin^{-1}(\varrho \cos \psi) \quad (2.60)$$

e:

$$\psi = -\tan^{-1}(\Delta\omega\bar{\tau}) \quad (2.61)$$

Assim, de (2.57) e (2.59), tem-se seguinte expressão para o coeficiente de correlação de fase:

$$r_\varphi = 3\Gamma(\varrho, \psi) [1 + 2\Gamma(\varrho, \psi)] - \frac{3}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^{2n}}{n^2} \quad (2.62)$$

A figura 2.9 ilustra alguns resultados r_φ versus $(\omega_m \zeta)$ e $(\Delta\omega\bar{\tau})$.

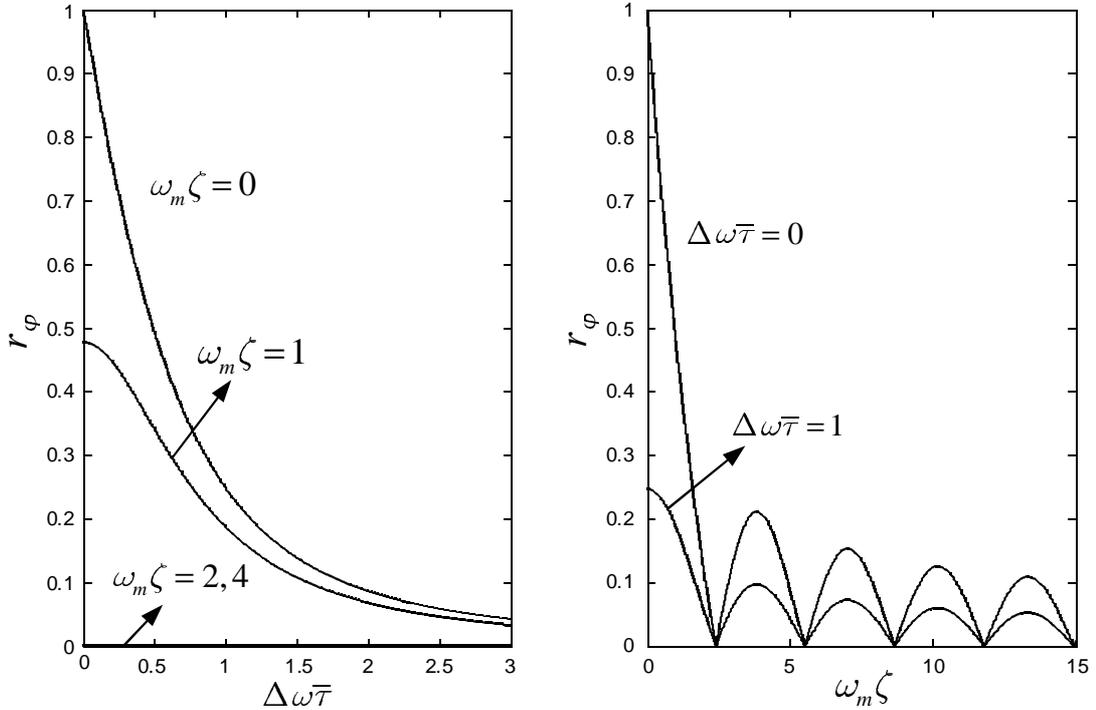


Figura 2.9: Coeficiente de correlação de fase: (a) em função de $(\Delta\omega\bar{\tau})$ e (b) em função de $(\omega_m\zeta)$.

2.2.4 Função de Correlação dos Coeficientes Complexos de Canal

Considere um sistema com N portadoras, tal que $\rho_n(t)$ $n = 0, \dots, N - 1$ represente o coeficiente gaussiano complexo de transmissão para a n -ésima portadora no tempo t . Para um t fixo, define-se então o seguinte vetor:

$$\boldsymbol{\rho} = [\rho_0, \dots, \rho_{N-1}]^T \quad (2.63)$$

cuja matriz de correlação, $\Phi_{\rho} = [\Phi_{\rho_{i,k}}]$, é definida de tal forma que:

$$\Phi_{\rho_{i,k}} = \begin{cases} \mathbb{E}[y_i^2] + \mathbb{E}[z_i^2] & , \quad i = k \\ \mathbb{E}[y_i y_k] + \mathbb{E}[z_i z_k] + \\ + j(\mathbb{E}[z_i y_k] - \mathbb{E}[y_i z_k]) & , \quad i \neq k \end{cases} \quad (2.64)$$

Dos resultados previamente obtidos nas equações (2.31) à (2.33), tem-se que $\mathbb{E}[y_i^2] = \mathbb{E}[z_i^2] = \sigma^2$, $\mathbb{E}[y_i \cdot y_k] = \mathbb{E}[z_i \cdot z_k] = \mu_1$ e $\mathbb{E}[y_i \cdot z_k] = -\mathbb{E}[z_i \cdot y_k] = \mu_2$. Assim:

$$\Phi_{\rho_{i,k}} = \begin{cases} 2\sigma^2 & , \quad i = k \\ 2\mu_1 - j2\mu_2 & , \quad i \neq k \end{cases} \quad (2.65)$$

Considerando que $\zeta = 0$ e que portadoras adjacentes estão separadas por um espaçamento de frequência igual a $\Delta\omega$, a partir de (2.32) e (2.33), tem-se:

$$\Phi_{\rho_{i,k}} = 2\sigma^2 \left[\frac{1 + j h \Delta\omega \bar{\tau}}{1 + (h \Delta\omega \bar{\tau})^2} \right], \quad h = i - k \quad (2.66)$$

Se $\sigma^2 = \frac{1}{2}$, a potência é normalizada. Assim, com o auxílio de (2.56), a equação (2.66) é reescrita da seguinte forma (BEAULIEU; MERANI, 2000):

$$\Phi_{\rho_{i,k}} = \frac{1 + j h \frac{\Delta f}{(\Delta f)_c}}{1 + h^2 \left(\frac{\Delta f}{(\Delta f)_c} \right)^2}, \quad h = i - k \quad (2.67)$$

O termo $\Phi_{\rho_{i,k}}$, que corresponde a um elemento da matriz Φ_{ρ} , é denominado função de correlação do canal na frequência.

2.3 Geração de Coeficientes de Transmissão em Canais Multipercurso

A geração de coeficientes de transmissão para uma componente de canal multipercurso via simulação requer o desenvolvimento de um modelo teórico apropriado e também flexibilidade para atender as especificações necessárias de um dado cenário. Basicamente, duas abordagens, baseadas no modelo de propagação por espalhamento de Clarke (CLARKE, 1968), se destacam: somatório de formas de

onda deslocadas e filtragem no domínio da frequência de ruído branco gaussiano.

A primeira consiste na soma de várias senóides deslocadas para a obtenção dos processos gaussianos y e z da equação (2.24). Nessa abordagem, destaca-se o Modelo de Jakes (JAKES, 1974) e suas modificações.

A segunda abordagem consiste na utilização de geradores de ruído gaussiano. Nesse caso, o efeito do deslocamento *Doppler* é introduzido filtrando-se convenientemente os sinais dos geradores de ruído, produzindo, por exemplo, um espectro de potência na saída semelhante ao descrito na equação (2.16) em banda base. Neste caso, vale destacar o modelo proposto por Smith (SMITH, 1975) e suas modificações.

O método para a geração de coeficientes de transmissão utilizado neste trabalho é o proposto em (SILVA; ABRÃO; JESZENSKY, 2004). Esse método pode ser visto como uma variação do método de filtragem na frequência de ruído branco gaussiano e será descrito sucintamente na seqüência.

Considerando que os coeficientes de transmissão $\rho(t)$ na equação (2.23) representam uma função amostra de um processo ergódico na correlação, sua densidade espectral de potência, DEP, pode ser dada por (COUCH II, 1993):

$$S_\rho(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{|S_T(f)|^2}{T} \right) \quad (2.68)$$

onde $S_T(f) = \mathcal{F}\{\rho(t)\}$ é a transformada de Fourier de $\rho(t)$ em um intervalo de tempo igual a T segundos. O espectro de potência de $\rho(t)$ também é dado por $S_b(f)$, que corresponde a $S(f)$ (equação (2.16)) em banda base, ou seja:

$$S_b(f) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}} \quad , \quad |f| \leq f_m \quad (2.69)$$

A potência de $S_b(f)$ está normalizada, pois $\int_{-f_m}^{f_m} S_b(f) df = 1$. Considerando um processo com valor médio quadrático igual a $2\sigma^2$, tem-se o seguinte espectro de potência:

$$S_\rho(f) = 2\sigma^2 S_b(f) \quad (2.70)$$

Igualando as equações (2.68) e (2.70) para um intervalo de tempo suficientemente grande, tem-se:

$$|S_T(f)|^2 = T S_\rho(f) \Rightarrow |S_T(f)| = \sqrt{2\sigma^2 T S_b(f)} \quad (2.71)$$

Como $S_T(f) = |S_T(f)| \cdot e^{j\vartheta(f)}$, tem-se:

$$S_T(f) = \sqrt{2\sigma^2 T S_b(f)} e^{j\vartheta(f)} \quad (2.72)$$

Aplicando a transformada de Fourier inversa em (2.72), os coeficientes de transmissão são obtidos:

$$\rho(t) = \mathcal{F}^{-1}\{S_T(f)\} = \mathcal{F}^{-1}\{\sqrt{2\sigma^2 T S_b(f)} e^{j\vartheta(f)}\} \quad (2.73)$$

Note que se a fase $\vartheta(f)$ for conhecida, $\rho(t)$ pode ser obtido a partir de seu espectro de potência. Como já visto, a fase dos coeficientes de transmissão em um canal *Rayleigh* é u.d. em $[0; 2\pi)$. Assim, assume-se $\vartheta(f)$ uma v.a. u.d. em $[0; 2\pi)$, completando o modelo. Entretanto, para que o mesmo possa ser implementado, é necessário discretizar a equação (2.73). Considere que a representação em tempo discreto de $\rho(t)$, com período de amostragem igual a $T_a = 1/f_a$, é dada por um vetor complexo $\boldsymbol{\rho} = [\rho_0, \dots, \rho_{M-1}]^T$ de comprimento M . Assim, dos resultados apresentados em (SILVA; ABRÃO; JESZENSKY, 2004), o n -ésimo elemento desse vetor é dado por:

$$\rho_n = \text{IDFT} \{ |S_T[k]| e^{j\vartheta_k} \}, \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.74)$$

onde ϑ_k representa o k -ésimo elemento do vetor $\boldsymbol{\vartheta} = [\vartheta_0, \vartheta_1, \dots, \vartheta_k, \dots, \vartheta_{M-1}]$ formado por v.a. independentes e u.d. em $[0; 2\pi)$ e:

$$|S_T[k]| = \begin{cases} 0 & , \quad k=0 \\ \sqrt{\left(\frac{2\sigma^2 M}{T_a}\right) \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{k T_f}{f_m}\right)^2}}} & , \quad 1 \leq k \leq K_m - 1 \\ \sqrt{\left(\frac{2\sigma^2 M}{T_f T_a}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{(K_m - 1) T_f}{f_m}\right)\right)} & , \quad k = K_m \\ 0 & , \quad K_m + 1 \leq k \leq M - 1 - K_m \\ |S_T[M - k]| & , \quad M - K_m \leq k \leq M - 1 \end{cases} \quad (2.75)$$

onde $T_f = 1/T$ [Hz] é o intervalo entre duas componentes de frequência de $|S_T[k]|$, $T = M T_a$ é o mesmo considerado em (2.68), e:

$$K_m = \left\lfloor \frac{f_m}{f_a} M \right\rfloor \quad (2.76)$$

A figura 2.10, extraída de (SILVA; ABRÃO; JESZENSKY, 2004), ilustra um diagrama de blocos do modelo considerado.

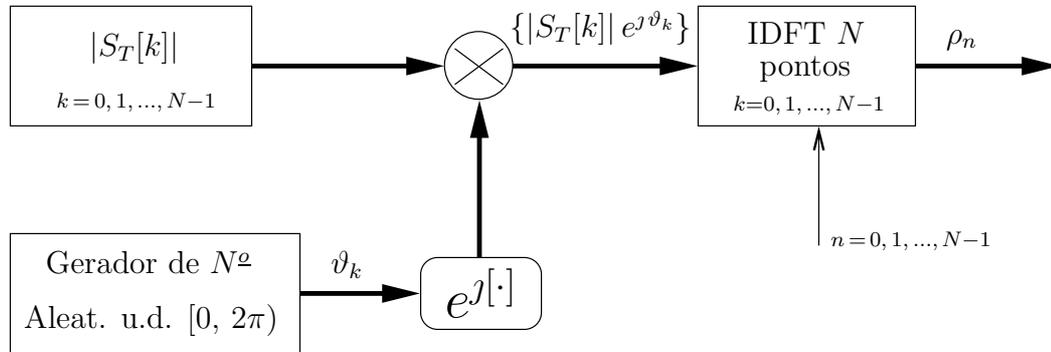


Figura 2.10: Diagrama de blocos do modelo de geração de coeficientes de transmissão.

Na figura 2.11 é apresentado um exemplo de geração de coeficientes de transmissão para uma componente de canal multipercurso com $\sigma^2 = 1/2$, $f_m = 100$ Hz, $T_a = 1$ ms e $M = 50.000$ amostras.

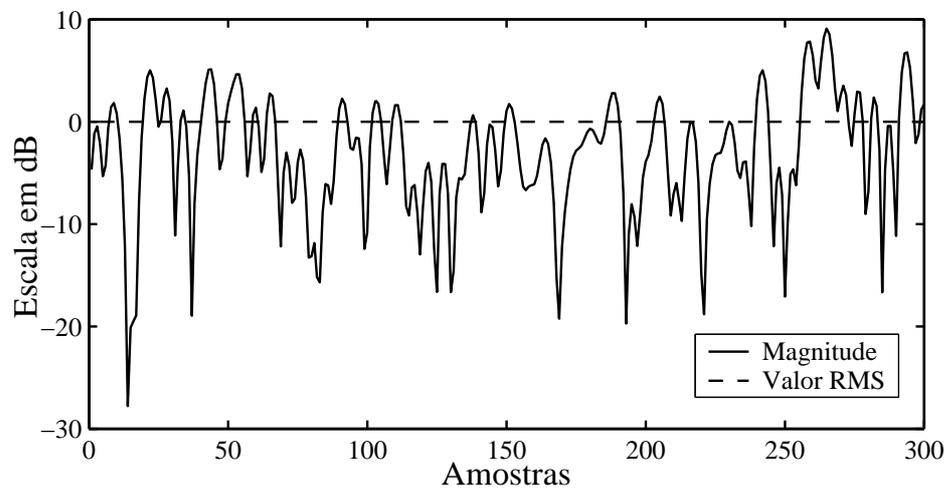


Figura 2.11: Exemplo de geração de coeficientes de transmissão para uma componente de canal multipercurso.

2.4 Geração de Componentes de Canal Correlacionadas na Freqüência

Para determinar o desempenho de sistemas com modulação multiportadora, tais como OFDM ou MC-CDMA, pode-se aplicar um modelo de canal com des-

vanecimentos correlacionados na frequência. Se o canal possuir desvanecimentos não-seletivos em frequência na banda de cada subportadora, tal modelo consiste em um conjunto de N componentes, uma para cada uma das N subportadoras.

Há, na literatura, alguns trabalhos de sistemas com modulação multiportadora, onde, por motivos de simplificação, os desvanecimentos das subportadoras são considerados estatisticamente independentes (ZEXIAN; LATVA-AHO, New York City, 2002), (SHI; LATVA-AHO, 2002). Entretanto, tal suposição não condiz com a realidade, uma vez que a diferença de frequência entre dois subcanais consecutivos pode ser pequena, o que resulta em desvanecimentos correlacionados. O grau de correlação dos desvanecimentos entre subcanais depende da banda de coerência do canal e do espaçamento de frequência das sub-bandas utilizadas na modulação. A figura 2.12 ilustra um exemplo hipotético da disposição de N subcanais com separação de frequência Δf sobre um canal com banda de coerência $(\Delta f)_c$.

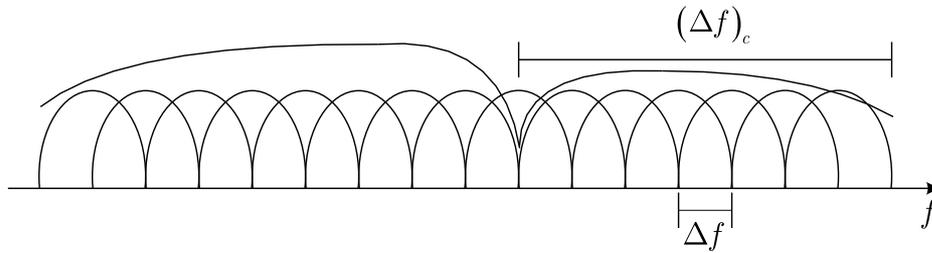


Figura 2.12: Disposição do espectro de N subportadoras sobre um canal de rádio móvel.

Como se observa, o canal se comporta como seletivo em frequência quando a banda total de transmissão é considerada. No entanto, em cada subportadora, o canal se comporta de forma plana. Tal característica é uma das principais vantagens dos sistemas baseados na técnica OFDM.

Em um canal *Rayleigh* as componentes em fase e quadratura são variáveis gaussianas. Para um dado t fixo, define-se o vetor $\boldsymbol{\rho} = [\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{N-1}]^T$, onde o elemento ρ_i corresponde ao coeficiente gaussiano complexo de transmissão atribuído à i -ésima subportadora no tempo t . O ponto de partida para a geração de $\boldsymbol{\rho}$ consiste inicialmente em definir um vetor $\mathbf{g} = [g_0, g_1, \dots, g_{N-1}]^T$ de N elementos gaussianos complexos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), de forma que:

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{M} \mathbf{g} \quad (2.77)$$

onde \mathbf{M} é uma matriz $N \times N$. Assim, para se gerar N componentes de canal

multipercursos correlacionadas, a matriz \mathbf{M} precisa ser determinada. A matriz de correlação do vetor aleatório $\boldsymbol{\rho}$ é dada por:

$$\boldsymbol{\Phi}_\rho = \mathbb{E} [\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}^H] \quad (2.78)$$

onde $\{\cdot\}^H$ representa o operador hermitiano. Da equação (2.77), tem-se que:

$$\boldsymbol{\Phi}_\rho = \mathbb{E} [\mathbf{M}\mathbf{g}(\mathbf{M}\mathbf{g})^H] = \mathbf{M}\mathbb{E} [\mathbf{g}\mathbf{g}^H] \mathbf{M}^H = \mathbf{M}\mathbf{M}^H \quad (2.79)$$

onde $\mathbb{E} [\mathbf{g}\mathbf{g}^H]$ é a matriz de correlação de \mathbf{g} . Assumindo que o vetor complexo gaussiano \mathbf{g} possui variância 1, $\mathbb{E} [\mathbf{g}\mathbf{g}^H] = \mathbf{I}$, sendo \mathbf{I} a matriz identidade.

Considerando que os espaçamentos entre as freqüências centrais dos N subcanais são múltiplos de Δf , de (2.67), a matriz $\boldsymbol{\Phi}_\rho$ é dada por:

$$\boldsymbol{\Phi}_\rho = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-j\sqrt{\kappa}}{1+\kappa} & \cdots & \frac{1-j(N-1)\sqrt{\kappa}}{1+(N-1)^2\kappa} \\ \frac{1+j\sqrt{\kappa}}{1+\kappa} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \frac{1-j\sqrt{\kappa}}{1+\kappa} \\ \frac{1+j(N-1)\sqrt{\kappa}}{1+(N-1)^2\kappa} & \cdots & \frac{1+j\sqrt{\kappa}}{1+\kappa} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

onde:

$$\kappa = \left[\frac{\Delta f}{(\Delta f)_c} \right]^2 \quad (2.81)$$

Como se observa, $\boldsymbol{\Phi}_\rho$ é uma matriz *hermitiana*² (MEYER, 2000). Se $(\Delta f)_c \rightarrow \infty$ em (2.81), todos os elementos da matriz $\boldsymbol{\Phi}_\rho$ tenderão a um, ou seja, todos os desvanecimentos das N subportadoras estarão fortemente correlacionados. Por outro lado, se $(\Delta f)_c \rightarrow 0$, os elementos de $\boldsymbol{\Phi}_\rho$ não pertencentes à diagonal principal tenderão a zero. Nessa condição, os desvanecimentos serão decorrelacionados e, conseqüentemente, independentes.

A matriz $\boldsymbol{\Phi}_\rho$ é diagonalizável e, conseqüentemente, possui N autovalores não necessariamente distintos $(\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_{N-1})$, que correspondem a N autovetores linearmente independentes $(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N-1})$, satisfazendo a seguinte relação:

$$\mathbf{v}_a^H \boldsymbol{\Phi}_\rho \mathbf{v}_b = \zeta_b \mathbf{v}_a^H \mathbf{v}_b = \begin{cases} \zeta_b & \text{se } a = b \\ 0 & \text{se } a \neq b \end{cases} \quad (2.82)$$

²Uma matriz $\mathbf{A}_{n \times n}$ é dita *hermitiana* se $\mathbf{A} = \mathbf{A}^H$.

Define-se:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} | & | & | & | \\ | & | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \cdots & \mathbf{v}_N \\ | & | & | & | \\ | & | & | & | \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

com \mathbf{V} sendo uma matriz $N \times N$, cujas colunas são formadas pelos autovetores \mathbf{v}_n ($n = 0, 1, \dots, N - 1$) de Φ_ρ . Então:

$$\mathbf{V}^H \Phi_\rho \mathbf{V} = \mathbf{Z} \quad (2.84)$$

onde \mathbf{Z} representa a matriz:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \zeta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \zeta_N \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

cuja diagonal principal é formada pelos autovalores correspondentes aos autovetores que formam as colunas de \mathbf{V} . Como as colunas de \mathbf{V} são ortonormais, tal matriz é do tipo unitária (MEYER, 2000), ou seja:

$$\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I} \quad (2.86)$$

Desse modo, pré e pós-multiplicando a equação (2.84) por \mathbf{V} e \mathbf{V}^H , respectivamente, tem-se:

$$\Phi_\rho = \mathbf{V} \mathbf{Z} \mathbf{V}^H \quad (2.87)$$

A equação (2.87) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Phi_\rho = \mathbf{V} \sqrt{\mathbf{Z}} \left(\mathbf{V} \sqrt{\mathbf{Z}} \right)^H \quad (2.88)$$

Assim, de (2.79) e (2.88), verifica-se que a matriz \mathbf{M} é da forma:

$$\mathbf{M} = \mathbf{V} \sqrt{\mathbf{Z}} \quad (2.89)$$

que consiste na matriz de autovetores multiplicada pela raiz quadrada da matriz de autovalores da matriz de correlação Φ_ρ .

Assim, para se gerar o modelo de canal com componentes multipercurso correlacionadas na freqüência, basta criar N componentes gaussianas complexas independentes, tal como descrito na seção 2.3 e, para um dado n fixo, tomar o vetor $\mathbf{g} = [g_0(n), g_1(n), \dots, g_{N-1}(n)]^T$, onde $g_i(n)$ representa o coeficiente de transmissão da i -ésima componente, e multiplicá-lo pela matriz \mathbf{M} , conforme a equação (2.77). A figura 2.13 ilustra um exemplo de geração de componentes de canal multipercurso para $N = 32$ subportadoras, $(\Delta f)_c = 1$ MHz, $\Delta f = 100$ kHz, $f_m = 100$ Hz, $T_a = 1$ ms e $M = 20.000$ amostras.

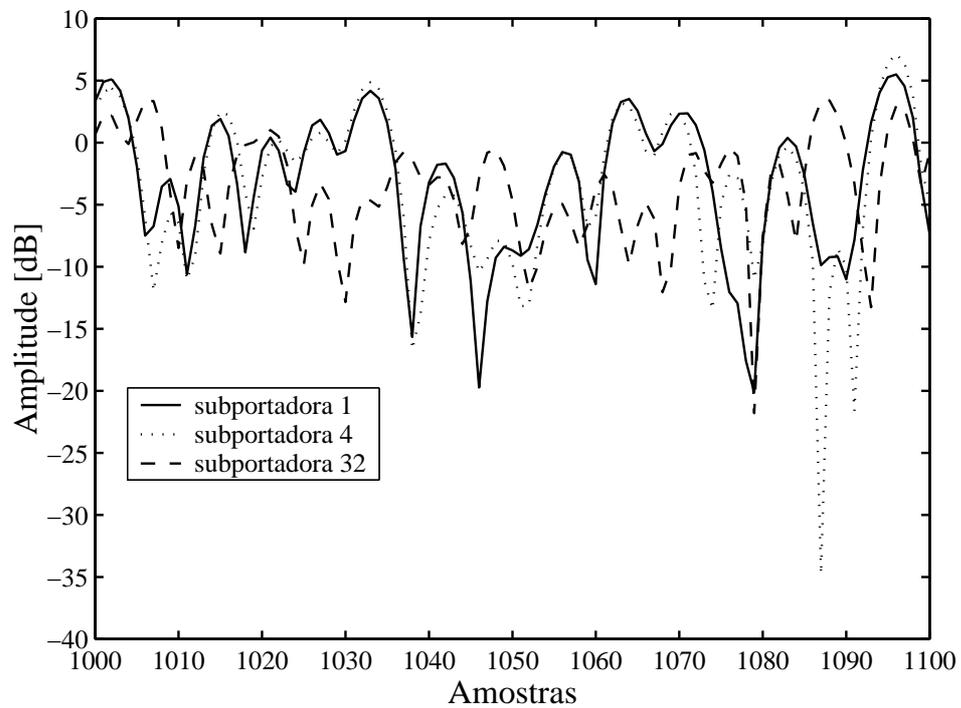


Figura 2.13: Exemplo de geração de componentes de canal multipercurso correlacionadas.

Note que quanto maior o espaçamento entre subportadoras, menor é o grau de correlação entre elas. Um outro método para geração de amostras de canal correlacionadas, baseado na decomposição de *Cholesky*, é apresentado em (NATARAJAN; NASSAR; CHANDRASEKHAR, 2000).

2.5 Modelo de Canal por Linha de Atraso com Derivações

Quando se deseja sintetizar os efeitos de um canal de rádio móvel multipercurso no domínio do tempo, pode-se empregar um modelo de canal formado por uma linha de atraso com derivações, conforme o desenvolvimento apresentado a seguir (PROAKIS, 1995).

Considere W como sendo a largura de banda de um sinal banda passante, $s(t)$. Assim, sua representação em banda base, $\mathbf{s}(t)$, é limitada em $|f| = W/2$. Com o auxílio do teorema da amostragem, $\mathbf{s}(t)$ pode ser representado por:

$$\mathbf{s}(t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}\left(\frac{\ell}{W}\right) \frac{\sin[\pi W(t - \ell/W)]}{\pi W(t - \ell/W)} \quad (2.90)$$

Aplicando a transformada de Fourier em $\mathbf{s}(t)$, tem-se:

$$\mathbb{S}(f) = \begin{cases} \frac{1}{W} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}\left(\frac{\ell}{W}\right) e^{-j2\pi f \ell/W} & |f| \leq W/2 \\ 0 & |f| > W/2 \end{cases} \quad (2.91)$$

O sinal recebido em banda base sujeito a um canal seletivo em frequência com função de transferência variante no tempo $H(f; t)$ e livre de ruído de fundo, pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f; t) \mathbb{S}(f) e^{j2\pi f t} df = \\ &= \frac{1}{W} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}\left(\frac{\ell}{W}\right) \int_{-\infty}^{\infty} H(f; t) e^{j2\pi f(t - \ell/W)} df = \\ &= \frac{1}{W} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}\left(\frac{\ell}{W}\right) h\left(t - \frac{\ell}{W}; t\right) \end{aligned} \quad (2.92)$$

onde $h(\tau; t)$ corresponde à resposta impulsiva variante no tempo. A equação (2.92) pode ser vista como uma convolução, o que também possibilita a seguinte representação:

$$\mathbf{r}(t) = \frac{1}{W} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \mathbf{s}\left(t - \frac{\ell}{W}\right) h\left(\frac{\ell}{W}; t\right) \quad (2.93)$$

Definindo:

$$\rho_\ell(t) = \frac{1}{W} h\left(\frac{\ell}{W}; t\right) \quad (2.94)$$

como o ℓ -ésimo coeficiente de transmissão variante no tempo, a equação (2.93) assume a seguinte forma:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \rho_\ell(t) \mathbf{s}\left(t - \frac{\ell}{W}\right) \quad (2.95)$$

Note que a equação (2.95) implica que um canal variante no tempo e seletivo em frequência pode ser representado por uma linha de atraso com derivações espaçadas de $1/W$ e ponderadas por coeficientes ρ_ℓ . Ainda da equação (2.95), deduz-se que a resposta impulsiva do canal variante no tempo é dada por:

$$h(\tau; t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \rho_\ell(t) \delta\left(t - \frac{\ell}{W}\right) \quad (2.96)$$

e, conseqüentemente, que sua função de transferência é:

$$H(f; t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \rho_\ell(t) e^{-j2\pi f\ell/W} \quad (2.97)$$

Dessa forma, se $\mathbf{s}(t)$ possui uma largura de banda igual a $|f| = W/2$, com $W \gg (\Delta f)_c$, tem-se uma resolução de $1/W$ no PDP do canal. Considerando o espalhamento de multipercurso, τ_m , o modelo de canal formado por uma linha de atrasos com derivações pode ser truncado em:

$$L = \lfloor \tau_m W \rfloor + 1 \quad (2.98)$$

de forma que:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{\ell=1}^L \rho_\ell(t) \mathbf{s}\left(t - \frac{\ell}{W}\right) \quad (2.99)$$

O modelo de canal formado por uma linha de atrasos com L derivações é apresentado na figura 2.14. Como $\{\rho_\ell(t)\}$, $\ell = 1, 2, \dots, L$ representam os coeficientes de ponderação dos L atrasos, $\tau_\ell = \ell/W$, $\ell = 1, 2, \dots, L$, e a partir da hipótese feita para a obtenção da equação (2.10), pode-se concluir que os $\{\rho_\ell(t)\}$ são mutuamente decorrelacionados.

A partir do conhecimento do perfil de atraso-potência, tais como os apre-

sentados na tabela 2.1 por exemplo, um canal pode ser facilmente modelado se utilizado esse método de derivação por linha de atrasos.

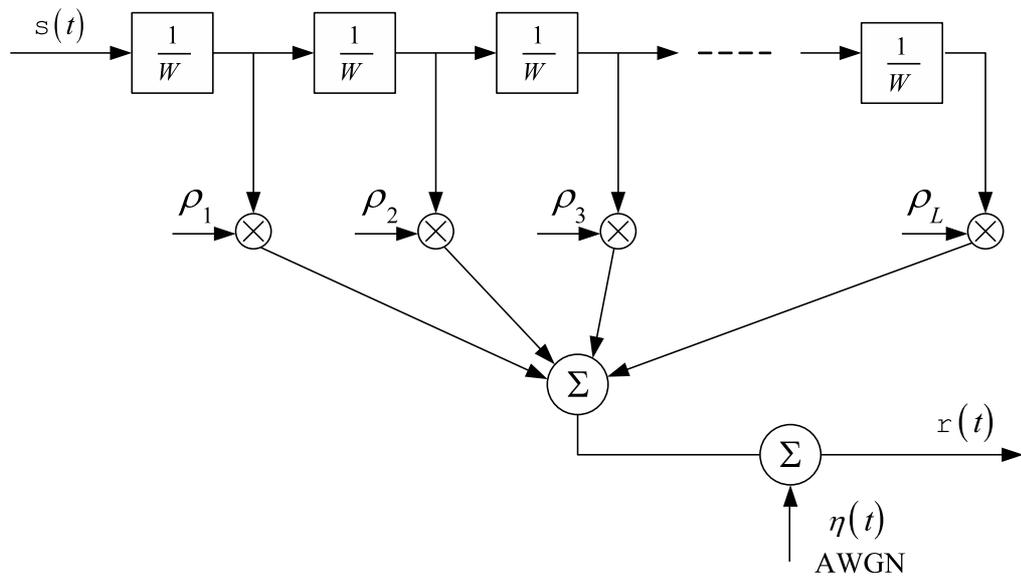


Figura 2.14: Modelo de canal formado por linha de atraso com derivações.

3 OFDM

Neste capítulo é feita uma revisão sobre os principais aspectos da técnica OFDM, evidenciando suas aplicações mais típicas, suas vantagens e desvantagens. Adicionalmente, no final do capítulo, são apresentados alguns resultados de simulação.

Em um canal de rádio móvel existem vários caminhos de propagação, de tal forma que, no receptor, várias réplicas do sinal original, com diferentes atrasos, chegam sobrepostas, podendo causar interferência intersimbólica. De forma geral, quanto maior a taxa de transmissão, maior será a distorção do sinal decorrente da ISI, pois, nesse caso, o espalhamento multipercurso do canal tem grande chance de exceder o período de símbolo, T_s .

Quando a taxa de símbolos ultrapassa esse limite imposto pelo canal, mecanismos precisam ser postos em prática na tentativa de amenizar os efeitos degradantes. Técnicas de equalização podem ser utilizadas para evitar que os ecos do sinal transmitido afetem a recepção e a detecção. Entretanto, tais técnicas requerem estimativas precisas do canal, além de necessitarem de um *hardware* muito complexo, pois uma grande quantidade de *bits* sucessivos deve ser armazenada em memória para a equalização serial do dado recebido.

Uma alternativa é a utilização de sistemas com transmissão paralela, onde N seqüências de dados são transmitidas simultaneamente através do canal de propagação. Para que haja distinção entre as informações de cada subcanal, é necessária a utilização de alguma técnica de multiplexação, tais como a por divisão de frequência, FDM (*Frequency Division Multiplexing*), e a por divisão de código, CDM (*Code Division Multiplexing*). Em alguns casos, o primeiro método é conhecido como transmissão em múltiplas portadoras (*multicarrier transmission*) e o segundo como como transmissão em múltiplos códigos (*multicode transmission*) (HARADA; PRASAD, 2002). A figura 3.1 ilustra esses sistemas com transmissão paralela.

Se os dados forem transmitidos paralelamente utilizando-se multiplexação por

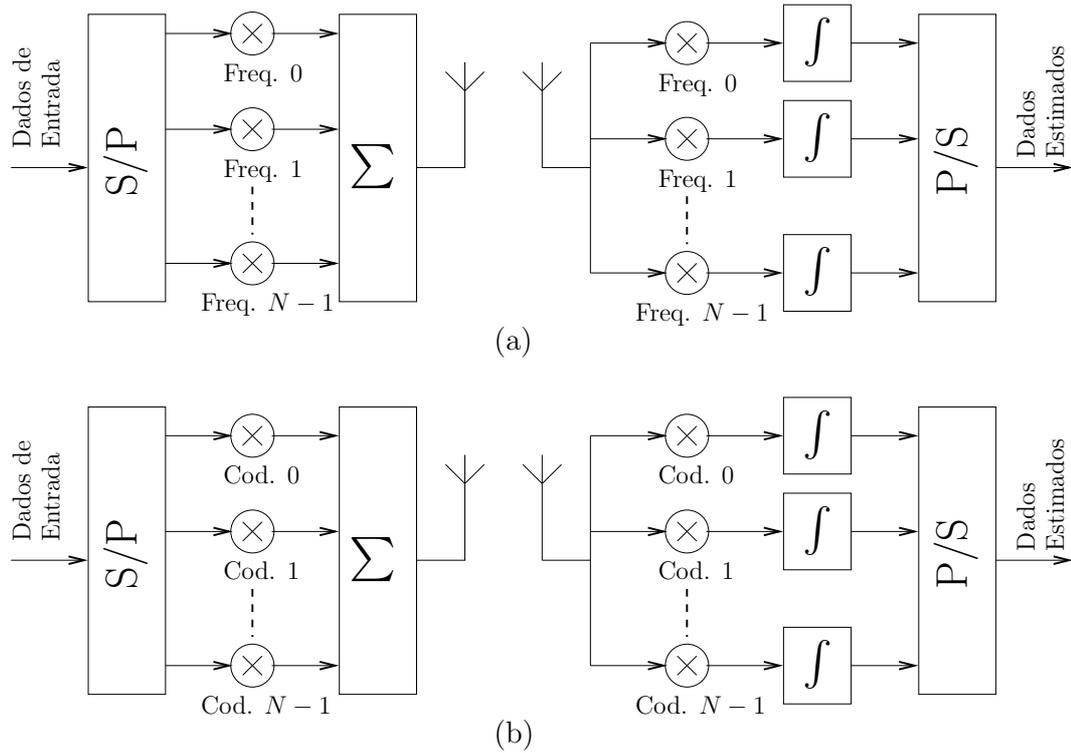


Figura 3.1: Sistemas com transmissão paralela: (a) FDM e (b) CDM.

divisão de frequência, a banda total disponível é dividida em N sub-bandas não sobrepostas que, isoladamente, ocupam uma pequena parcela do espectro total do sistema. Cada subcanal é modulado por uma das N seqüências de dados com taxa R_x/N , onde R_x representa a taxa líquida de transmissão. Por fim, os N subcanais são multiplexados na frequência. Dessa forma, pode-se garantir que o período de símbolo resultante seja muito maior que τ_m , evitando a ISI, sem a necessidade de técnicas de equalização complexas. Nos sistemas FDM também é necessária a utilização de uma banda de guarda entre subcanais para que os mesmos sejam convenientemente filtrados na recepção.

Multiplexação por Divisão de Frequências Ortogonais tem sido considerada desde a década de 60, quando Chang apresentou um princípio de transmissão de mensagens simultâneas sobre um canal linear e limitado em banda, livre de interferência entre os subcanais e símbolos (CHANG, 1966). Em princípio, a geração de sinais OFDM requer um banco de osciladores coerentes, resultando em uma alta complexidade de implementação. Uma das maiores contribuições no estudo da técnica OFDM pode ser atribuída a Weinstein e Ebert (WEINSTEIN; EBERT, 1971). Neste trabalho os autores propuseram o uso da transformada de Fourier discreta, DFT (*Discrete Fourier Transform*), e sua inversa, IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*), no lugar do conjunto de osciladores de recepção e transmissão, respectivamente, o que reduziu consideravelmente a complexidade de

implementação. Tal redução representa uma das grandes vantagens dos sistemas que utilizam OFDM.

A técnica OFDM pode ser vista como uma evolução da FDM convencional, onde, ao invés de utilizar uma banda de guarda entre subportadoras para poder isolá-las na recepção, emprega uma particular sobreposição de até 50% das mesmas, resultando em um ganho espectral em relação à técnica FDM, como ilustrado na figura 3.2.

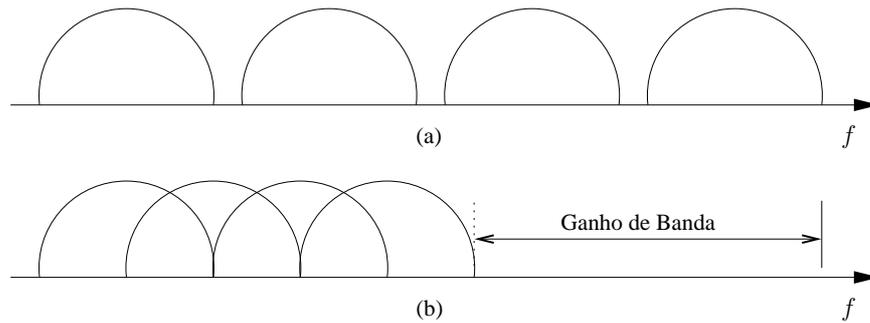


Figura 3.2: Espectro do sinal (a) FDM convencional e (b) OFDM.

A OFDM está sendo intensamente aplicada nos últimos tempos. O padrão de radiodifusão de áudio digital europeu, DAB (*Digital Audio Broadcasting*), (ETSI, 1995), e o de Televisão Digital, DVB (*Digital Video Broadcasting*), (ETSI, 1997), utilizam-na. OFDM também está sendo empregada nos *modems* HDSL (*High-Rate Digital Subscriber Line*) e ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*), além de ser utilizada no padrão IEEE 802.11a de redes locais sem fio, W-LAN (*Wireless Local Area Network*) (IEEE, 1999). A seção 3.5 traz um breve resumo de algumas dessas aplicações.

Em comunicações móveis digitais, a primeira consideração para o seu uso foi apresentada em 1985 por Cimini (CIMINI, 1985). A partir do início da década de 90, associada à técnica CDMA, ela vem sendo considerada como uma boa solução para minimizar os efeitos de ISI no canal móvel, tornando-se forte candidata a integrar um dos padrões de comunicação móvel de quarta geração.

A palavra ortogonal do nome OFDM indica que as subportadoras são matematicamente ortogonais, ou seja, as sub-bandas podem ser dispostas de forma que se sobreponham sem que haja interferência, como visto na figura 3.3. Com isso, no domínio do tempo, é necessário que as subportadoras tenham um número de ciclos inteiro e múltiplo um do outro em um intervalo de símbolo, como exemplificado na figura 3.4.

Duas funções, $g_n(t)$ e $g_m(t)$, são ditas ortogonais entre si no intervalo $a <$

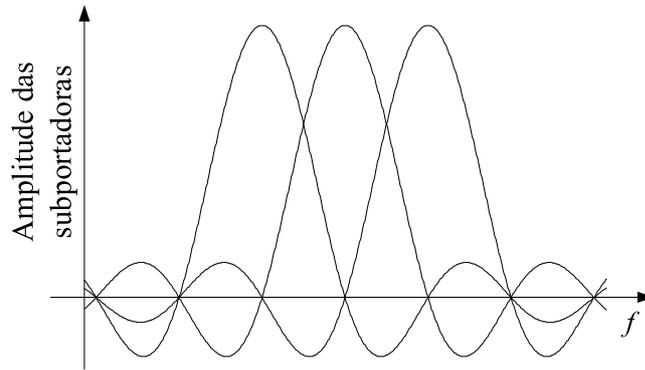


Figura 3.3: Exemplo de subportadoras ortogonais no domínio da frequência. Se o ponto de amostragem for ponto de máximo em cada subportadora, não haverá interferência (ortogonalidade).

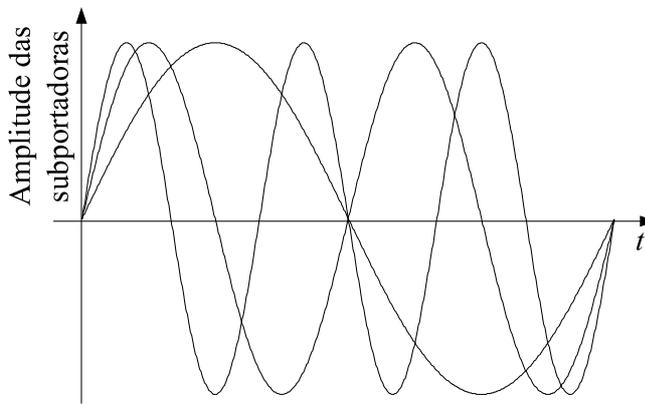


Figura 3.4: Exemplo de subportadoras ortogonais no domínio do tempo.

$t < b$, se elas satisfizerem a seguinte condição, (COUCH II, 1993):

$$\int_a^b g_n(t) \cdot g_m^*(t) dt = \kappa \delta_{nm} \quad (3.1)$$

onde κ indica uma constante que depende de $g_n(t)$ e $g_m(t)$ e:

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 0 & , n \neq m \\ 1 & , n = m \end{cases} \quad (3.2)$$

3.1 Modelo do Sistema OFDM

O princípio de um sistema OFDM consiste em dividir a informação a ser transmitida em N ramos paralelos, onde, em cada um desses ramos, a taxa de transmissão é substancialmente menor (inversamente proporcional ao número de subportadoras) do que seria na transmissão serial original. Assim, pode-se garan-

tir altas taxas de transmissão com pouca ou nenhuma interferência intersimbólica. A figura 3.5 ilustra um modelo do sistema OFDM em banda base.

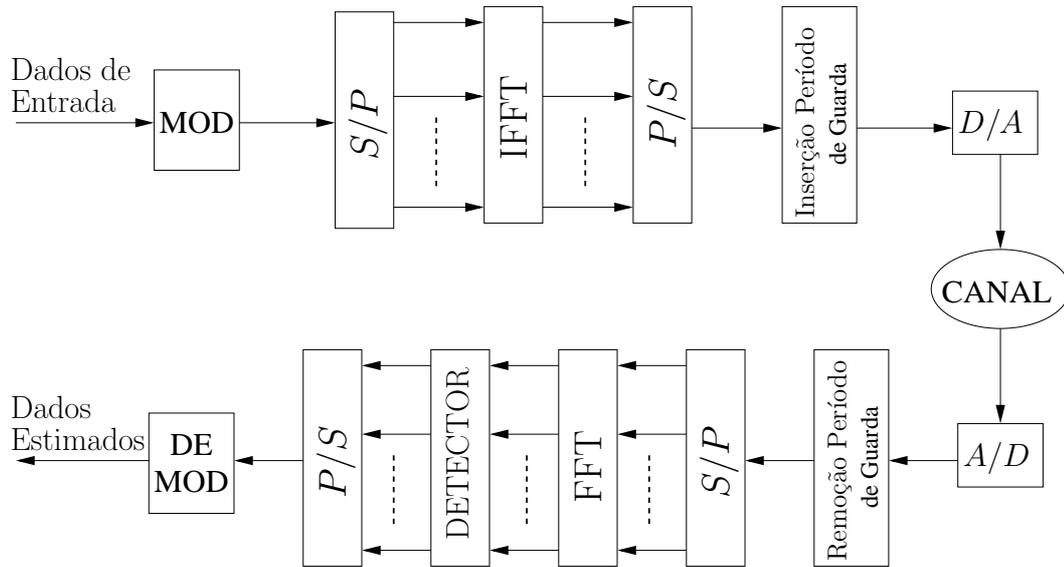


Figura 3.5: Modelo de sistema OFDM.

3.1.1 Modelo de Transmissão

A figura 3.6 traz o processo simplificado de transmissão do sistema OFDM em banda base. Inicialmente, a seqüência de *bits* serial com taxa R_x é mapeada na constelação desejada (bloco MOD) para formar os símbolos de informação com período T_s e, em seguida, convertida para a forma paralela (S/P) em N ramos. Os símbolos b_0 a b_{N-1} , após a conversão S/P, possuirão período igual a NT_s . O sinal de cada um dos ramos paralelos mapeia então uma das N subportadoras ortogonais. Neste ponto, cada símbolo paralelo¹ pode ser interpretado como uma amostra em freqüência que, ao passar pela IFFT, é levado ao domínio do tempo. Posteriormente, o sinal resultante é reconvertido para a forma série e um intervalo de guarda T_g é adicionado (seção 3.1.2), de tal forma que o símbolo OFDM tenha um período de símbolo $T_{OFDM} = T_g + T_e$, com $T_e = NT_s$ representando o período de símbolo OFDM efetivo. Por fim, efetua-se a conversão digital-analógico (D/A) e o sinal é transformado no equivalente em banda passante para ser transmitido.

A FFT nada mais é do que um método eficiente de se implementar a transformada discreta de Fourier, DFT. De (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999), a DFT é dada por:

¹O conjunto dos N símbolos paralelos provenientes das N subportadoras são comumente denominados de sub-símbolos do símbolo OFDM.

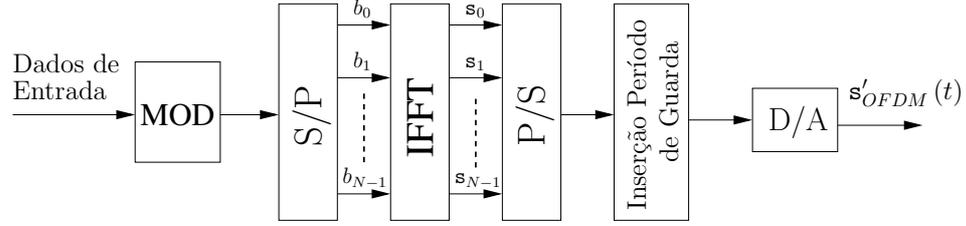


Figura 3.6: Transmissão OFDM.

$$U[k] = \text{DFT} \{u[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} u[n] e^{-j(2\pi/N)nk} \quad (3.3)$$

e sua inversa, IDFT:

$$u[n] = \text{IDFT} \{U[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U[k] e^{j(2\pi/N)nk} \quad (3.4)$$

O sinal em banda base transmitido em cada uma das subportadoras pode ser representado por:

$$\mathbf{s}_k(t) = b_k e^{j(2\pi f_k t + \theta_k(t))} \quad (3.5)$$

onde $f_k = k \Delta f$ e $\theta_k(t)$ representam, respectivamente, a frequência e a fase da k -ésima subportadora, com

$$\Delta f = \frac{1}{NT_s} \quad (3.6)$$

sendo a separação de frequência entre duas subportadoras adjacentes. Por simplicidade, pode-se assumir que a fase $\theta_k(t) = 0$. Desconsiderando a adição do período de guarda, o sinal OFDM efetivo em banda base equivalente, $\mathbf{s}_{OFDM}(t)$, consiste na soma de $\{\mathbf{s}_k(t)\}_{k=0}^{N-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{OFDM}(t) &= \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{s}_k(t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{s}_{OFDM}(t) &= \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{j(2\pi f_k t)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Se o sinal em (3.7) for amostrado com uma taxa $f_a = 1/T_s$, tem-se a seguinte representação em tempo discreto:

$$\mathbf{s}_{OFDM}[n T_s] = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{j(2\pi \frac{k}{N T_s} n T_s)} \quad (3.8)$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{OFDM}[n] &= \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{j(2\pi \frac{n k}{N})} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{s}_{OFDM}[n] &= \text{IFFT} \{b_k\} \cdot N \end{aligned} \quad (3.9)$$

Verifica-se assim que o sinal transmitido em um sistema OFDM equivale à definição de IDFT na equação (3.4), a menos de uma constante multiplicativa N . Sendo assim, sem perda de generalidade, a equação (3.9) pode ser reescrita como segue:

$$\mathbf{s}_{OFDM}[n] = \text{IFFT} \{b_k\} \quad (3.10)$$

Isso justifica a implementação do modelo proposto na figura 3.6.

3.1.2 Período de Guarda

Como já salientado, uma das propriedades mais importantes dos sistemas OFDM está relacionada à robustez aos efeitos do espalhamento multipercurso. Isso é conseguido quando há um longo período de símbolo que minimiza a interferência intersimbólica. O nível de robustez pode, de fato, ser maior se houver a adição de um período de guarda entre símbolos transmitidos. O período de guarda serve para garantir que os raios provenientes dos multipercursos do símbolo anterior sejam extintos antes da chegada do símbolo atual.

Dessa forma, o intervalo de guarda poderia ser simplesmente um silêncio na transmissão, ou seja, uma ausência de sinal. Entretanto, isso provocaria a perda de ortogonalidade entre as subportadoras em um ambiente multipercurso e causaria interferência entre as mesmas, ICI (*Inter Carrier Interference*), pois o número de ciclos das subportadoras atrasadas não resultaria inteiro no intervalo T_e , como visto na figura 3.7 (a) (PINTO; ALBUQUERQUE, 2002), através de um exemplo de recepção de duas subportadoras, com $\tau_{1,2}$ representando o atraso relativo entre dois percursos, um de cada subportadora. Assim, a forma mais utilizada de tempo de guarda é a denominada extensão cíclica, que, além de estender o comprimento do símbolo, continua garantindo a condição de ortogonalidade entre as subporta-

doras, mesmo em um ambiente multipercurso, como ilustrado na figura 3.7 (b). Nesse caso, teoricamente, não há ICI, pois a correlação em T_e resulta em zero, ou seja, o número de ciclos de cada uma dessas subportadoras continua sendo inteiro no intervalo de símbolo OFDM efetivo.

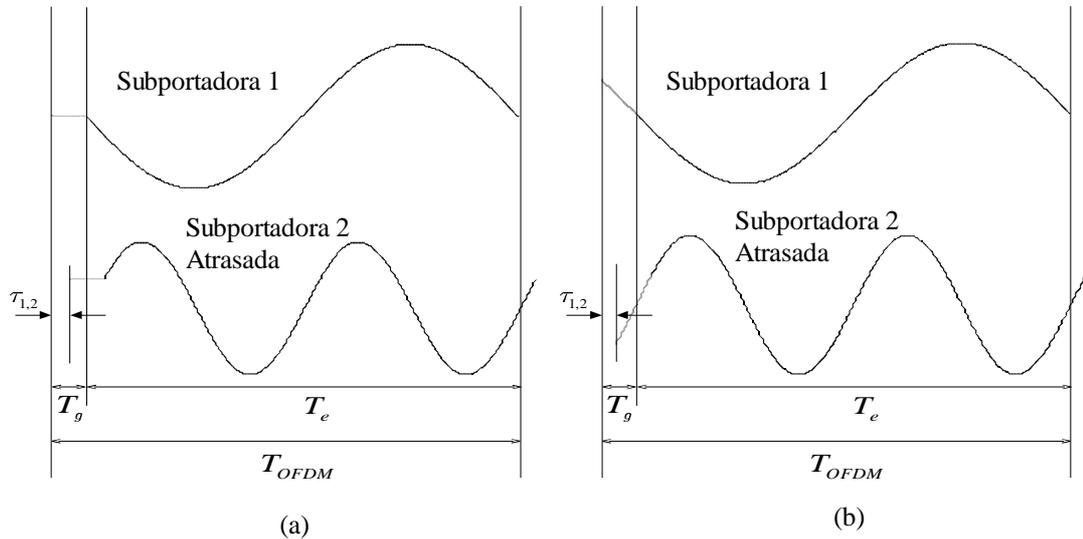


Figura 3.7: Comparação entre períodos de guarda: (a) silêncio e (b) extensão cíclica.

A figura 3.8 ilustra o processo de adição de extensão cíclica em um período de símbolo.

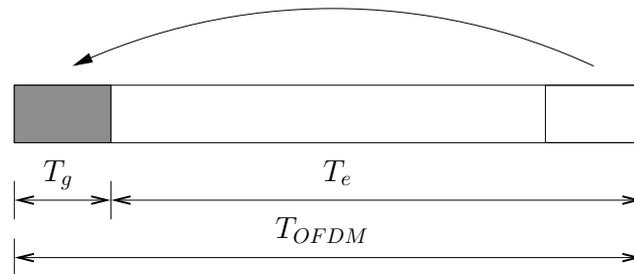


Figura 3.8: Adição da extensão cíclica.

Como visto, cada símbolo OFDM é seguido por uma cópia das N_g amostras contidas no intervalo de tempo T_g final de cada símbolo OFDM efetivo, de duração T_e (N_e amostras). A duração de T_g depende do espalhamento multipercurso do canal. Na figura 3.9 ilustra-se um sinal OFDM transmitido com extensão cíclica. Nesse exemplo, 128 amostras (comprimento da IFFT) correspondem a um símbolo efetivo. O período de guarda é de 16 amostras, o que representa 12,5% de T_e .

No receptor, as amostras da extensão cíclica são descartadas antes do sinal ser processado via FFT, com vistas à obtenção de amostras na frequência. A adição

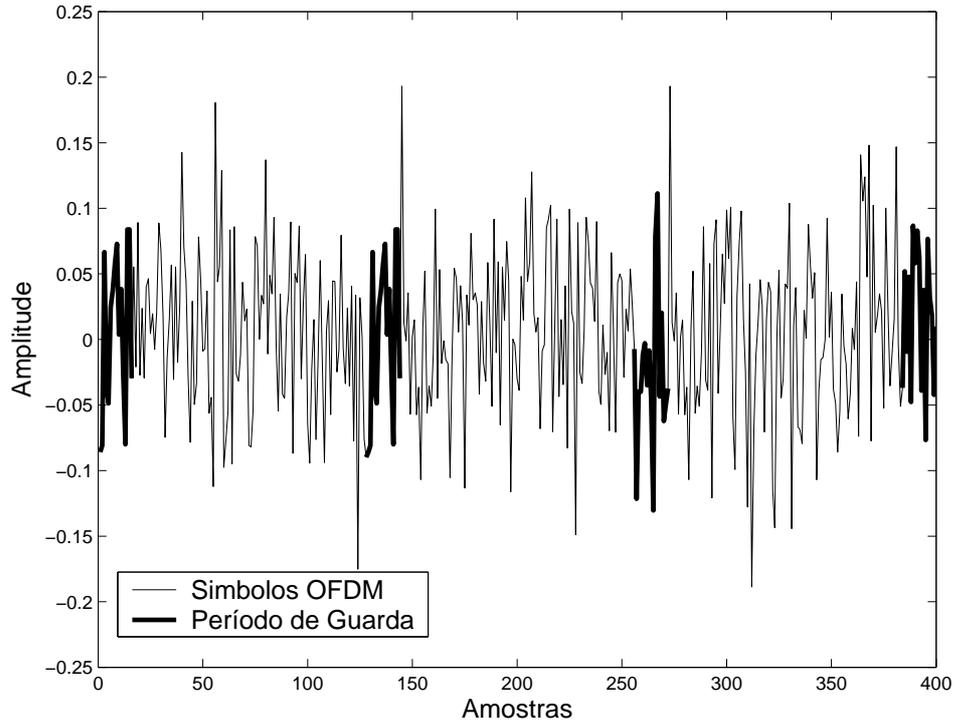


Figura 3.9: Sinal OFDM com extensão cíclica.

do intervalo de guarda causa uma redução na relação sinal ruído, SNR (*Signal-to-Noise Ratio*), pois uma energia adicional é necessária para a transmissão de uma parcela do sinal que não faz parte da informação útil. A redução na SNR em dB, γ'_{IG} , é dada por (PINTO; ALBUQUERQUE, 2002):

$$\gamma'_{IG} = -10 \log \left(1 - \frac{T_g}{T_{OFDM}} \right) \quad (3.11)$$

Considerando que o canal possa ser modelado por um filtro FIR (*Finite Impulse Response*), uma outra propriedade importante da extensão cíclica é que a sua adição faz com que o sinal OFDM seja periódico e, dessa forma, a convolução linear da resposta impulsiva do canal com o sinal transmitido torna-se equivalente a uma convolução circular. Com isso, a convolução no tempo torna-se equivalente à multiplicação no domínio da frequência, simplificando o processo de equalização na recepção.

3.1.3 Modelo de Recepção

Supondo que a resposta impulsiva discreta do canal, $h[n]$, é modelada como um filtro FIR, desprezando o efeito aditivo do canal e já considerando a convolução circular equivalente, o sinal recebido assume a seguinte forma:

$$\mathbf{r}[n] = \mathbf{s}'_{OFDM}[n] \otimes h[n] \quad (3.12)$$

onde \otimes representa o operador convolução circular e $\mathbf{s}'_{OFDM}[n]$ (ou $\mathbf{s}'_{OFDM}(t)$ em tempo contínuo), o sinal OFDM transmitido em banda base com extensão T_g , tal que:

$$\mathbf{s}'_{OFDM}[n] = \left[\underbrace{\mathbf{s}_{N-N_g}[n] \dots \mathbf{s}_{N-1}[n]}_{\text{ext. ciclic.}} \middle| \underbrace{\mathbf{s}_0[n] \dots \mathbf{s}_{N-1}[n]}_{\mathbf{s}_{OFDM}[n]} \right] \quad (3.13)$$

com $\mathbf{s}_k[n] = b_k e^{j(2\pi \frac{n k}{N})}$. Removendo o prefixo cíclico e aplicando a DFT, verifica-se que:

$$\begin{aligned} q_k &= \text{FFT}\{\mathbf{r}[n]\} = \text{FFT}\{\mathbf{s}_{OFDM}[n]\} \cdot \text{FFT}\{h[n]\} \Rightarrow \\ &= b_k \cdot H[k] \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde $H[k]$ representa a função de transferência do canal. Como se vê, com a convolução circular, a equalização pode ser dada simplesmente pela inversão do efeito do canal. Se o canal variar muito lentamente, isso pode ser realizado por um simples equalizador de comprimento N (= ao número de subportadoras). O bloco DETECTOR (figura 3.10) gera a variável de decisão y_k a partir de q_k para cada subportadora e, em seguida, efetua a decisão sobre y_k , resultando na seguinte informação estimada:

$$\hat{b}_k = \text{sign}(y_k) \quad (3.15)$$

Por último, tem-se o conversor paralelo/série (P/S) para multiplexar a informação das N subportadoras em uma seqüência de símbolos estimados com taxa R_x , que será transformada em uma seqüência de *bits* estimados (bloco DEMOD). A figura 3.10 ilustra de forma simplificada o processo de recepção em um sistema OFDM.

3.2 Sincronismo no Sistema OFDM

Um dos principais argumentos contra a utilização da técnica OFDM está no fato desta ser muito sensível a erros de sincronismo, principalmente das subpor-

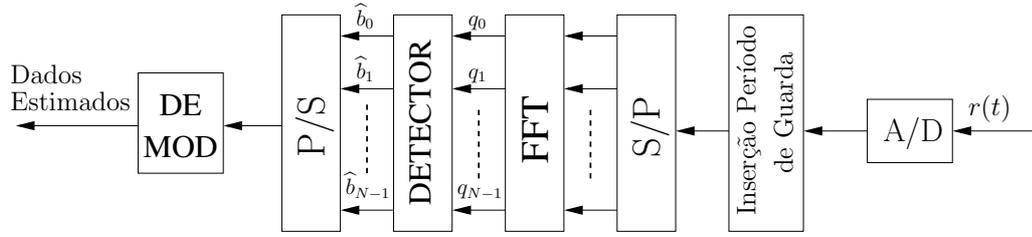


Figura 3.10: Recepção OFDM.

tadoras utilizadas na modulação. Obviamente, as subportadoras serão ortogonais somente se as frequências de transmissão e recepção coincidirem perfeitamente. Caso contrário, tal ortogonalidade será perdida, resultando em ICI. O erro de sincronismo é representado por um desvio de fase variante no tempo.

Considerando a equação (3.7) e um desvio de fase variante no tempo $\theta(t)$, a representação em tempo contínuo do sinal OFDM transmitido em banda base é dado por:

$$s_{OFDM}(t) = \left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{j2\pi \frac{k}{NT_s} t} \right) e^{j\theta(t)} \quad (3.16)$$

Basicamente, há dois fatores que levam ao surgimento de $\theta(t)$: ruído de fase e desvio de frequência devido à imprecisão dos osciladores. O primeiro está presente em um oscilador prático devido ao fato dele gerar uma forma de onda com uma pequena modulação em fase aleatória (POLLET; VAN BLADEL; MOENECLAHEY, 1995). Como a frequência é a derivada da fase em relação ao tempo, ela nunca será perfeitamente constante.

Já o desvio de frequência é causado pelo não “casamento” entre as frequências dos osciladores do transmissor e do receptor (POLLET; VAN BLADEL; MOENECLAHEY, 1995). Geralmente, a frequência de trabalho de um oscilador comercial é especificada com uma determinada margem de erro. Dependendo da magnitude, esse erro pode causar significativas diferenças de frequência entre transmissor e receptor (PINTO; ALBUQUERQUE, 2002).

Nos sistemas com portadora única, tais problemas também ocorrem. Entretanto, isso traz apenas degradação na relação sinal ruído. Nos sistemas com múltiplas portadoras, além da degradação na SNR, há também ICI, o que compromete ainda mais o desempenho do sistema. Isso explica porque a sensibilidade a erros de sincronismo das subportadoras é comumente mencionada como uma considerável desvantagem dos sistemas baseados na técnica OFDM.

Assim como nos sistemas com portadora única, há também problemas com temporização de símbolos. No entanto, nos sistemas com múltiplas portadoras, o efeito é menos degradante, pois, para uma determinada taxa de transmissão, o período de símbolo em um sistema com portadora única é relativamente menor, necessitando este, portanto, de uma maior precisão dos circuitos de sincronismo na recepção. Além disso, a adição de períodos de guarda aumenta ainda mais a imunidade dos sistemas OFDM quanto a erros de temporização de símbolo (PINTO; ALBUQUERQUE, 2002).

3.2.1 Ruído de Fase

No sistema OFDM, o ruído de fase produzirá um efeito comum a todas as subportadoras. Geralmente, osciladores de maior qualidade apresentam menores problemas com o desvio de fase do que osciladores mais simples. Em um sistema *wireless* os osciladores empregados na ERB são suficientemente estáveis. Sendo assim, o efeito do desvio de fase pode apenas ser considerado nas UM's, onde a estabilidade dos osciladores é mais comprometida.

Considerando o efeito do ruído de fase, $\theta(t)$ pode ser modelado estatisticamente como um processo de *Wiener* com $\mathbb{E}[\theta(t)] = 0$ e $\mathbb{E}[\theta(t_0 + t) - \theta(t_0)]^2 = 4\pi B_0 |t|$, onde B_0 (em Hz) representa a semifaixa de 3 dB do espectro de Lorentz unilateral (POLLET; VAN BLADEL; MOENECLAHEY, 1995).

A degradação na SNR no caso do ruído de fase e considerando um canal AWGN, é dada por (POLLET; VAN BLADEL; MOENECLAHEY, 1995):

$$\gamma'_{fase} \cong \frac{11}{6 \ln 10} \left(4\pi N \frac{B_0}{\Delta f} \right) \gamma \quad [dB] \quad (3.17)$$

Essa deterioração significa o valor que precisa ser aumentado na relação sinal ruído original, γ , de forma a manter a mesma qualidade de serviço do sistema. A figura 3.11 ilustra γ'_{fase} em função de B_0 para $\Delta f = 100$ kHz e alguns valores de γ .

3.2.2 Desvio de Frequência

No sistema OFDM, se o desvio de frequência entre transmissor e receptor for um múltiplo de Δf , as portadoras continuarão sendo ortogonais, porém, os símbolos recebidos ficarão em uma posição errônea no espectro demodulado, o

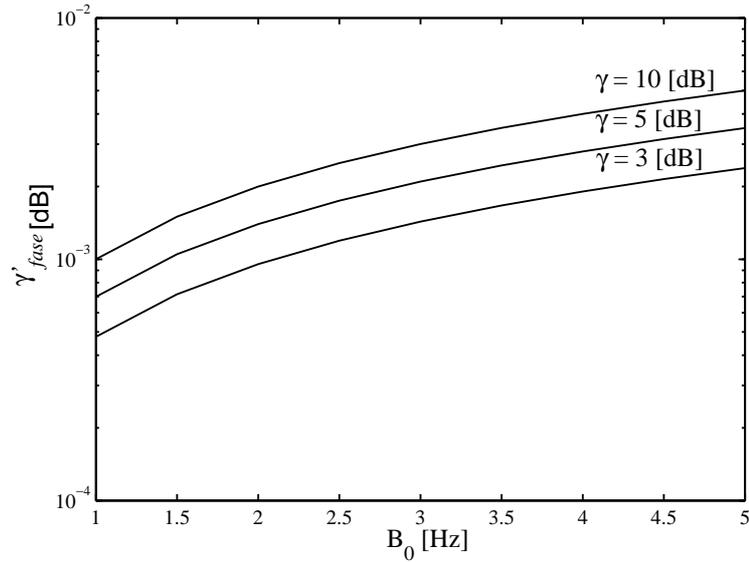


Figura 3.11: Degradação na SNR devido ao ruído de fase.

que faz com que a informação transmitida se perca. Se o desvio não for um inteiro múltiplo de Δf , a energia de cada portadora ficará dividida entre as demais, o que resulta na perda da ortogonalidade mútua. Isso significa que haverá ICI, degradando o desempenho do sistema.

No receptor, o sinal no domínio do tempo é amostrado e processado através da FFT. No caso de um deslocamento de frequência, a amostragem dos símbolos ocorrerá em pontos dados por $f_n + \delta f$, espaçados de Δf e com erro de δf . A figura 3.12 seguinte ilustra a amostragem das subportadoras com e sem desvio de frequência.

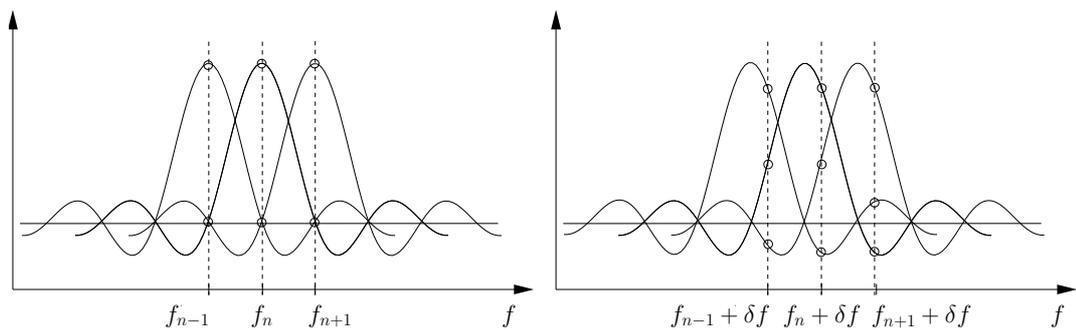


Figura 3.12: Espectro do sinal OFDM: (a) com sincronização perfeita, e (b) com desvio de frequência.

Considerando o efeito do desvio de frequência isoladamente, $\theta(t)$ é determinístico e dado por $2\pi \delta f t$. Novamente para canais do tipo AWGN, a deterioração na SNR devido a um desvio de frequência δf que seja pequeno em relação ao espaçamento Δf é dada por, (POLLET; VAN BLADEL; MOENECLAHEY, 1995):

$$\gamma'_{freq} \cong \frac{10}{3 \ln 10} \left(\frac{\pi \delta f}{\Delta f} \right)^2 \gamma \quad [dB] \quad (3.18)$$

A figura 3.13 ilustra a γ'_{freq} em função de $\delta f/\Delta f$ para alguns valores de γ :

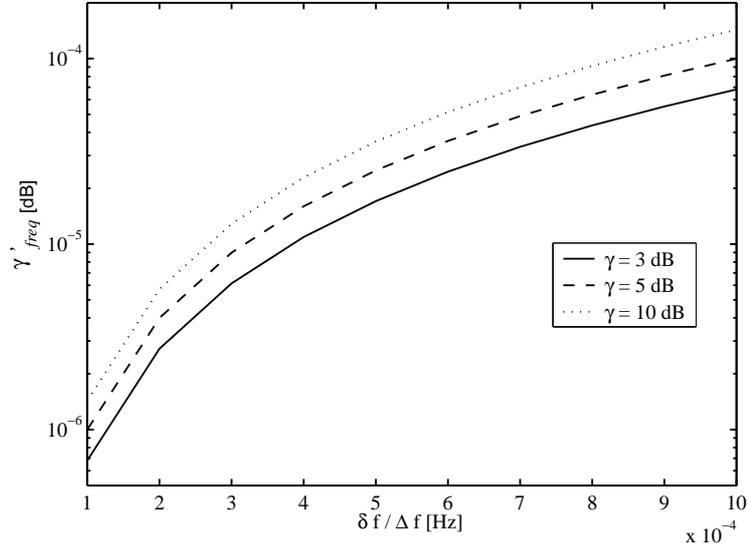


Figura 3.13: Degradação na SNR devido ao desvio de frequência.

3.3 PAPR

Como já mencionado, uma das principais deficiências do sistema OFDM é o alto valor da razão entre a potência de pico e a potência média do sinal transmitido, definida por:

$$PAPR = \frac{\max |\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2}{\mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2]} \quad (3.19)$$

onde:

$$\mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2] = \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} |\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2 dt \quad (3.20)$$

De (3.7):

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2] &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \left| \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{j(2\pi f_k t)} \right|^2 dt = \\
&= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \left[\left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k \cos(2\pi f_k t) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. \left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k \sin(2\pi f_k t) \right)^2 \right] dt \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2] &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \left[\left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k^2 \cos^2(2\pi f_k t) \right) + \right. \\
&\quad \left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k^2 \sin^2(2\pi f_k t) \right) + \\
&\quad \left(\sum_{k \neq u}^{N-1} 2 b_k b_u \cos(2\pi f_k t) \cos(2\pi f_u t) \right) + \\
&\quad \left. \left(\sum_{k \neq u}^{N-1} 2 b_k b_u \sin(2\pi f_k t) \sin(2\pi f_u t) \right) \right] dt \quad (3.21)
\end{aligned}$$

A integral dos últimos dois termos da equação (3.21) resulta em zero. Conseqüentemente:

$$\mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2] = \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \left(\sum_{k=0}^{N-1} b_k^2 \right) dt \quad (3.22)$$

Considerando modulação BPSK com $|b_k| = 1$ para $t \in [0, NT_s)$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [|\mathbf{s}_{OFDM}(t)|^2] &= N \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} dt \\
&= N \quad (3.23)
\end{aligned}$$

ou seja, a PAPR nesse caso é dada pela razão entre a potência máxima de pico do sinal OFDM e o número de subportadoras utilizado na modulação. Como N é constante, o valor de pico da potência instantânea do sinal transmitido precisa ser minimizado. Há na literatura vários métodos que buscam solucionar o problema da PAPR. Uma solução convencional, porém que não considera a minimização do valor de pico da potência instantânea, consiste em utilizar amplificadores lineares (classe A) no transmissor. No entanto, tal solução possui baixa eficiência em

termos de potência, o que a torna inviável do ponto de vista de implementação.

Uma outra alternativa considerada é o ceifamento (*clipping*) do sinal OFDM antes da amplificação, o que garante uma boa redução da PAPR. Entretanto, o ceifamento é uma operação não linear, o que gera interferência em banda e também ruído fora de banda causando, respectivamente, diminuição na SNR e redução na eficiência espectral do sistema. Filtragem pode ser usada para eliminar o ruído fora de banda, mas a distorção em banda ainda pode comprometer o desempenho (LI; CIMINI, Jr., 1998).

Alternativamente, tem-se a técnica denominada *Peak Windowing*, onde os picos consideráveis do sinal OFDM são multiplicados por uma função de janela com boas propriedades espectrais, ao invés de uma janela retangular como no ceifamento, de forma a não comprometer tanto a eficiência espectral do sistema. No domínio da frequência, há a convolução entre o espectro OFDM original e o espectro da função de janela. Idealmente, a janela precisa ser mais estreita em banda quanto possível e, ao mesmo tempo, não muito longa no domínio do tempo, pois, caso contrário, isso afetaria uma maior quantidade de amostras, diminuindo a SNR. Janelas como as de *Kaiser* e *Hamming* (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999) podem ser utilizadas.

Codificação de bloco também é utilizada na tentativa reduzir a PAPR. Nesta técnica, os dados a serem transmitidos são mapeados em seqüências com maior comprimento, selecionadas por uma busca exaustiva, que resultam em baixos picos de potência após a IFFT, (JONES; WILKINSON, 1994). No entanto, a redução na PAPR ocorre às custas de um aumento na taxa de transmissão. Para N elevado, a codificação/decodificação pode tornar-se relativamente complexa.

Em (LI; RITCEY, 1997) o uso de seqüências de máximo comprimento, SMC, é proposto para a codificação em bloco. Nesse caso, conseguem-se boas reduções na PAPR aliadas à facilidade de implementação das SMC's por meio de registradores de deslocamento. As SMC's formam um classe de códigos cíclicos $(2^m - 1, m)$, obtida de um polinômio primitivo de grau m sobre $GF(2)$. Como desvantagem, há uma redução significativa na taxa de transmissão, que é proporcional ao número de subportadoras utilizado. Em (TELLAMBURA, 1997) mostra-se que para m entre 3 e 10, consegue-se uma PAPR entre 5,5 dB e 7,2 dB.

Uma técnica denominada seqüência de transmissão parcial, PTS (*partial transmit sequence*), foi proposta em (MÜLLER; HUBER, 1997). A figura 3.14 ilustra o diagrama de blocos da técnica PTS.

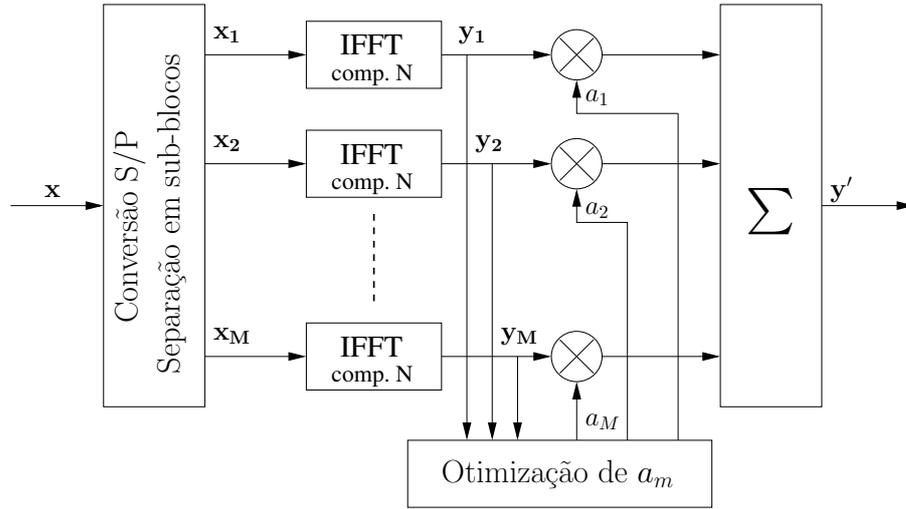


Figura 3.14: Redução da PAPR por meio de PTS.

Inicialmente, o bloco de dados de entrada, \mathbf{x} , é submetido ao conversor S/P e dividido em vários sub-blocos adjacentes, $\mathbf{x}_m = [x_{m,0}, x_{m,1}, \dots, x_{m,(N-1)}]^T$, $m = 1, 2, \dots, M$, de forma que:

$$\sum_{m=1}^M \mathbf{x}_m = \mathbf{x} \quad (3.24)$$

O objetivo dessa técnica consiste em formar combinações ponderadas dos M grupos, visando reduzir a PAPR, da seguinte forma:

$$\sum_{m=1}^M a_m \cdot \mathbf{x}_m = \mathbf{x}' \quad (3.25)$$

onde $a_m = e^{j\phi_m}$, $m = 1, 2, \dots, M$, representam fatores de ponderação (simplesmente fatores de rotação). Após a IFFT, o sinal combinado, no domínio do tempo, é dado por:

$$\sum_{m=1}^M a_m \cdot \mathbf{y}_m = \mathbf{y}' \quad (3.26)$$

onde o vetor \mathbf{y}_m é denominado seqüência de transmissão parcial. O problema consiste em encontrar fatores de ponderação a_m que minimizam a PAPR. Contudo, a busca por tais fatores pode ser muito complexa. Em (HAN; LEE, 2003) é apresentada uma técnica para encontrar os fatores a_m com complexidade reduzida. Entretanto, uma análise desse método e dos demais apresentados nessa seção foge ao escopo do presente trabalho.

3.4 Estimação de Canal

Basicamente, o processo de modulação de um sinal a ser transmitido pode ser efetuado de forma diferencial ou coerente. No primeiro, geralmente não há a necessidade de estimativas dos parâmetros do canal, uma vez que a informação é codificada na diferença entre símbolos consecutivos. Entretanto, tal técnica introduz uma perda na SNR de aproximadamente 3 dB (PROAKIS, 1995), além de não permitir que constelações eficientes de amplitudes múltiplas sejam empregadas.

Na detecção coerente, a estimação dos parâmetros de canal faz-se necessária. O processo de estimação pode consistir em inserir símbolos piloto para que se tenha uma referência do comportamento do canal e, a partir disso, projetar estimadores que possam reproduzir com uma boa fidelidade os efeitos do canal de rádio móvel. Dois problemas surgem aqui: como deve ser feita a inserção de símbolos piloto e qual o estimador que melhor reproduzirá as distorções impostas pelo canal.

A inserção de símbolos piloto introduz um *overhead* no sinal a ser transmitido. Em um sistema OFDM, tais símbolos são inseridos em intervalos de tempo e frequência, sendo que a quantidade dentro de um *frame* depende do arranjo de disposição utilizado. Em (TUFVESSON; MASENG, 1997), cinco arranjos de disposição são apresentados e comparados. A figura 3.15 traz um exemplo de disposição no tempo e na frequência dos símbolos piloto. O espaçamento entre símbolos deve ser o menor possível para garantir boas estimativas. Por outro lado, se o *overhead* for muito grande, a eficiência em termos de banda do sistema é comprometida. No receptor, a referência do canal é derivada dos símbolos piloto, e, por meio de interpolação, consegue-se estimar as características do canal.

Dentre as técnicas de estimação utilizadas, destacam-se: o estimador de máxima verossimilhança, MLE (*Maximum Likelihood Estimator*) e o estimador baseado no mínimo erro médio quadrático, MMSE (*Minimum Mean Square Error*), (MORELLI; MENGALI, 2001). O primeiro considera que a resposta impulsiva discreta do canal é dada por um vetor determinístico porém desconhecido, ao passo que o outro considera tal resposta como sendo um vetor aleatório que deverá ser estimado. Como estimação de canal não é o foco do presente trabalho, uma análise mais aprofundada desses estimadores é aqui omitida.

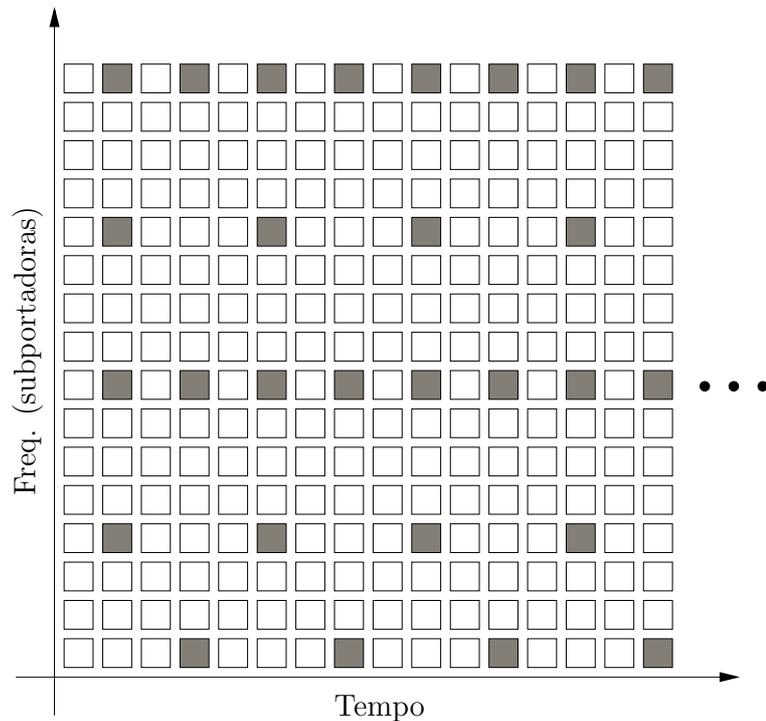


Figura 3.15: Um exemplo de disposição no tempo e na frequência dos símbolos piloto em um *frame* OFDM.

3.5 Algumas Aplicações

Devido à capacidade de combater a interferência intersimbólica de forma eficiente e também devido ao fato de não necessitar de técnicas de equalização complexas, a técnica de transmissão OFDM é altamente indicada para sistemas banda larga com altas taxas de transmissão. Esta seção tem como objetivo fornecer uma descrição sucinta das aplicações de OFDM em sistemas de comunicação digital.

3.5.1 DAB - Radiodifusão de Áudio Digital

Radiodifusão de Áudio Digital, DAB (*Digital Audio Broadcasting*), foi padronizada pelo Instituto de Padronização de Telecomunicações Europeu, ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*), em 1995, tendo como base as especificações desenvolvidas pelo projeto Eureka 174 DAB em 1987, que tinha por objetivo o desenvolvimento de um sistema de radiodifusão de áudio e dados para receptores fixos, portáteis e móveis. Esse trabalho resultou na publicação do padrão europeu ETS 300 4001 (ETSI, 1995). Tal sistema, em um futuro breve, pode vir a substituir completamente os sistemas de radiodifusão analógicos convencionais com modulação em amplitude, AM (*Amplitude Modulation*) e FM

(*Frequency Modulation*), proporcionando qualidade de áudio compatível com CD (*Compact Disc*). Além disso, há a possibilidade de transmissão multimídia, tal como textos e imagens.

Existem quatro configurações de transmissão especificadas no padrão, classificadas conforme os parâmetros empregados, tais como: número de subportadoras (N), período de símbolo OFDM efetivo (T_e), separação entre subportadoras adjacentes (Δf), período de guarda (T_g) e separação física entre transmissores (d_T). A tabela 3.1 sintetiza os principais parâmetros OFDM dessas quatro configurações.

Tabela 3.1: Principais parâmetros OFDM do sistema DAB.

Parâmetros	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
N	1536	384	192	768
Δf	1 kHz	4 kHz	8 kHz	2 kHz
T_e	1,0 μ s	250,0 μ s	125,0 μ s	500,0 μ s
T_g	246,0 μ s	61,5 μ s	30,8 μ s	123,0 μ s
d_T	< 96 km	< 24 km	< 12 km	< 48 km

O parâmetro separação entre transmissores é considerado devido ao fato do DAB possibilitar a utilização de redes de frequência única, SFN (*Single Frequency Network*), de forma que se possa ter vários transmissores difundindo o mesmo sinal para cobrir diferentes áreas geográficas, aumentando a eficiência espectral. Para que, em um dado receptor, não haja problemas com interferência intersimbólica, a separação entre dois transmissores deve depender da extensão do período de guarda, ou seja, quanto maior T_g , maior poderá ser d_T , como visto na tabela 3.1. Do ponto de vista de recepção, essa situação é semelhante a um ambiente com propagação multipercuro, podendo proporcionar ganho de diversidade temporal.

O sinal de áudio é amostrado à taxa de 24 kHz ou 48 kHz e submetido a um codificador MPEG camada 2 (MPEG-2). A modulação empregada no DAB é a D-QPSK (*Differential Quadrature Phase Shift Keying*) entre símbolos OFDM.

3.5.2 DVB - Radiodifusão de Vídeo Digital

O projeto DVB (*Digital Video Broadcasting*), fundado em 1993, consiste em um consórcio entre organizações públicas e privadas da indústria de televisão de todo o mundo. O seu objeto é o estabelecimento de uma estrutura para a transmissão de sinais de vídeo digitais codificados pelo método MPEG-2 sobre as características de propagação de um canal de televisão terrestre nas faixas VHF e UHF (ETSI, 1997).

Existem dois modos de operação: Modo 2k e Modo 8k. No primeiro, utilizam-se 1705 subportadoras, ao passo que no segundo, 6817. O Modo 2k é uma simplificação do 8k, sendo recomendável para operações com transmissores únicos e para pequenas redes de frequência única com distâncias de transmissão curtas. Já o Modo 8k pode ser usado ainda para SFN's relativamente grandes. Fisicamente, o comprimento da IFFT/FFT no Modo 2k é quatro vezes menor que no Modo 8k. Como o intervalo de guarda também segue essa relação, tem-se que no Modo 2k a distância entre transmissores de uma SFN precisa ser menor que no 8k. A tabela 3.2 lista alguns dos principais parâmetros desses dois modos de operação.

Tabela 3.2: Principais parâmetros OFDM do sistema DVB.

Parâmetros	Modo 2k	Modo 8k
N	1705	6817
Δf	4464 Hz	1116 Hz
T_e	224,0 μs	896,0 μs
T_g	56 μs (1/4)	224 μs (1/4)
	28 μs (1/8)	112 μs (1/8)
	14 μs (1/16)	56 μs (1/16)
	7 μs (1/32)	28 μs (1/132)

Note que o período de guarda pode assumir quatro valores distintos em ambos os modos de operação, representando 1/4, 1/8, 1/16 ou 1/32 do período de símbolo OFDM efetivo. Os sinais das subportadoras são modulados utilizando-se constelações QPSK, 16-QAM, 64-QAM, 16-QAM não-uniforme ou 64-QAM não-uniforme.

3.5.3 ADSL - Linha de Assinante Digital Assimétrica

ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) é uma técnica para transmitir dados em altas taxas sobre linhas telefônicas (KYEES; McCONNELL; SISTANIZADEH, 1995). A idéia básica consiste em utilizar toda a capacidade da linha ao invés de apenas a banda de 4 kHz necessária para transmitir sinais de voz. Duas classes foram recentemente padronizadas (PINTO; ALBUQUERQUE, 2002): a *Full Rate* ADSL e a *ADSL Lite*. Na primeira, a taxa de dados transmitida pode chegar a 8 Mbps no enlace direto (transmissão da rede para o usuário) e 800 kbps no enlace reverso (transmissão do usuário para a rede), ao passo que na segunda pode-se conseguir até 1,5 Mbps no enlace direto e 500 kbps no enlace reverso.

Em ambas as classes as subportadoras são espaçadas de 43,125 kHz nos dois sentidos de transmissão. A taxa de transmissão pode ser ajustada a qualquer

valor com passo de 32 kbps. Canais analógicos de voz também são providos, de tal sorte que se possa ter dados e voz trafegando simultaneamente pela linha telefônica. Na classe ADSL *Full Rate*, há 255 subcanais no enlace direto e a IFFT possui comprimento igual a 512, pois os elementos complexos conjugados da seqüência de dados original também são inseridos. Por fim, adiciona-se um período de guarda com 32 amostras. Já no enlace reverso, existem 31 subcanais e o período de guarda adicionado contém quatro amostras.

A classe ADSL *Lite* é uma versão simplificada da *Full Rate* ADSL. No enlace direto existem 127 subcanais, ao passo que o enlace reverso possui a mesma configuração que na classe *Full Rate* ADSL, com exceção de os seis primeiros subcanais serem nulos.

3.5.4 IEEE 802.11a - Padrão de Redes Locais sem Fio

O grupo de padronização IEEE 802.11 optou, em 1998, pela utilização da técnica OFDM como base de um novo padrão de transmissão em 5 GHz, com uma taxa de 6 a 54 Mbps (IEEE, 1999). Tal padrão consolidou-se como o primeiro a utilizar a técnica OFDM em comunicações por pacotes. Os parâmetros do sistema baseiam-se no período de guarda, que foi adotado com duração de 800 ns, o que possibilita uma robustez aos atrasos de percurso da ordem de centenas de nano segundos, tornando o padrão suficiente robusto para aplicações em ambientes *indoor*. A tabela 3.3 ilustra alguns dos principais parâmetros da técnica OFDM aplicada ao padrão IEEE 802.11a.

Tabela 3.3: Principais parâmetros OFDM do padrão IEEE 802.11a.

Parâmetros	IEEE 802.11a
N	52
Δf	312,5 kHz
T_e	3,2 μs
T_g	800 ns

Das 52 subportadoras utilizadas, 48 transmitem símbolos de informação e 4 símbolos piloto. A IFFT/FFT possui comprimento igual a 64. A largura de banda disponível é de 20 MHz, resultando em um espaçamento entre subportadoras de $\Delta f = 20 \text{ MHz}/64 = 312,5 \text{ kHz}$ e um período de símbolo efetivo igual a $T_e = 1/\Delta f = 3,2 \mu s$. A taxa de transmissão de informação varia de 6 a 54 Mbps, dependendo da modulação e da taxa de codificação corretora de erro empregada, conforme visto na tabela 3.4.

Tabela 3.4: Modulação e taxas de transmissão e codificação do padrão IEEE 802.11a.

Taxa	Modulação	Codificação
6 Mbps	BPSK	1/2
9 Mbps	BPSK	3/4
12 Mbps	QPSK	1/2
18 Mbps	QPSK	3/4
24 Mbps	16-QAM	1/2
36 Mbps	16-QAM	3/4
48 Mbps	64-QAM	2/3
54 Mbps	64-QAM	3/4

3.6 Alguns Resultados de Simulação

Essa seção traz alguns resultados de simulação de sistemas OFDM. Em todos os casos simulados foram considerados $N = 128$ subportadoras, $\Delta f = 93,750$ kHz, $T_e = 10,667\mu s$ (128 amostras), $T_g = 1,333\mu s$ (16 amostras), o que resultou em $T_{OFDM} = 12,0\mu s$. Adotou-se modulação QPSK e nenhuma espécie de codificação de erro foi considerada. Dessa forma, a taxa de transmissão equivalente foi de, aproximadamente, $R_x = 21,3$ Mbps. O modelo de canal empregado é o formado por linha de atraso com derivações descrito na seção 2.5. A figura 3.16 traz o modelo do sistema OFDM simulado.

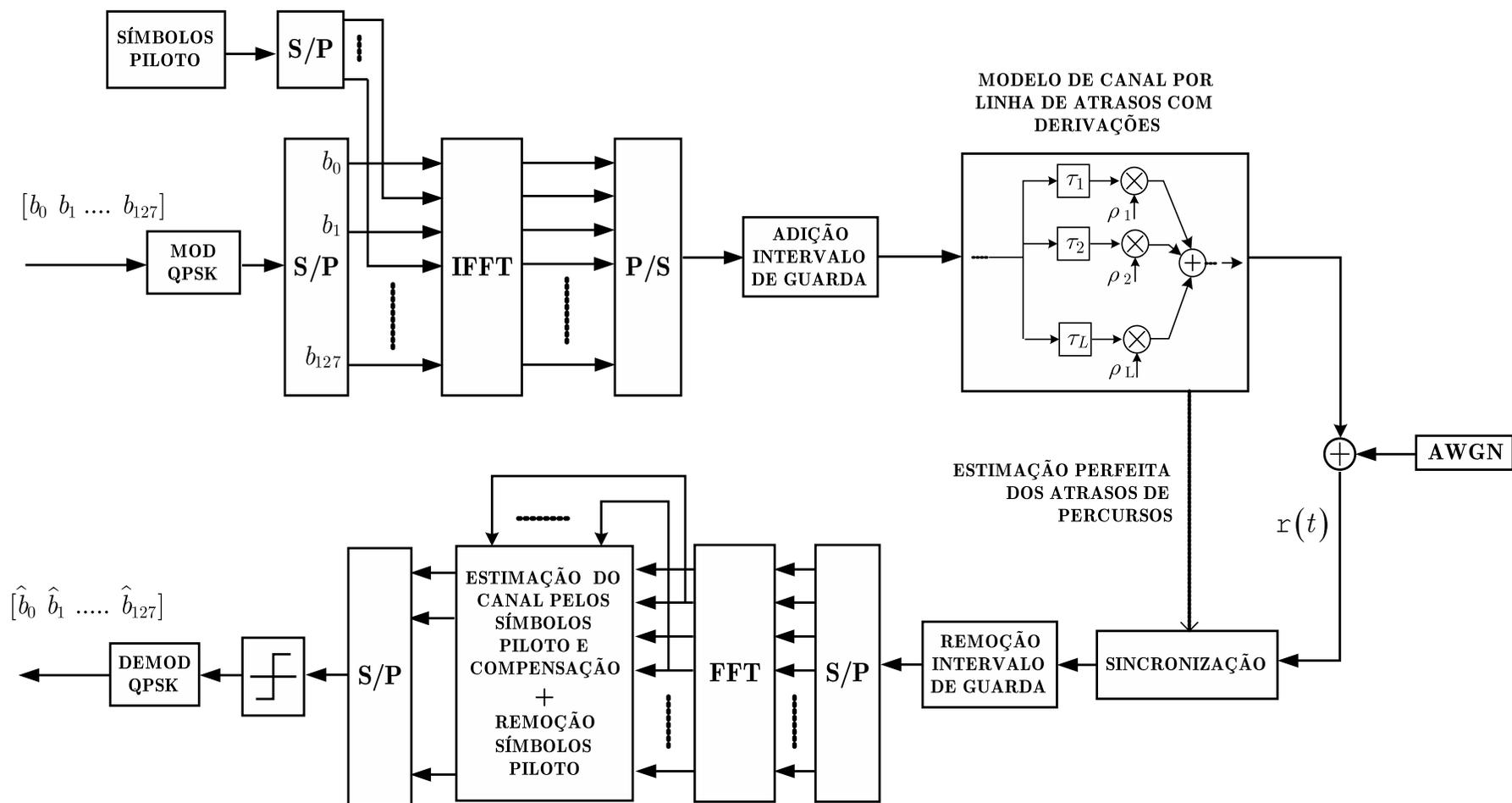


Figura 3.16: Modelo do sistema OFDM empregado na simulação.

A figura 3.17 ilustra o resultado de simulação considerando apenas uma componente multipercurso e estimação perfeita dos parâmetros do canal com $f_m = 110$ Hz.

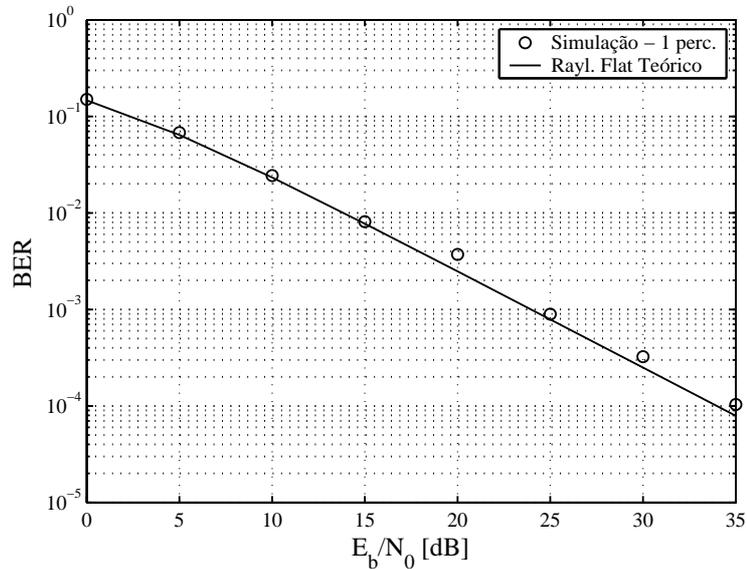


Figura 3.17: Simulação de um sistema OFDM considerando uma componente multipercurso e estimação perfeita do canal.

O resultado é comparado com valor teórico da probabilidade de erro de *bit* para canais *Rayleigh* plano, dado por (PROAKIS, 1995):

$$BER_{Flat}^{QPSK} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{E_b/N_0}} \right] \quad (3.27)$$

Note que os resultados simulado e teórico praticamente coincidem. Na figura 3.20 é apresentado o resultado de simulação para 1, 2 e 3 componentes multipercurso, cujo perfil de atraso-potência é ilustrado na tabela 3.5. Considerou-se novamente $f_m = 110$ Hz. Em todas as simulações com mais de uma componente multipercurso, optou-se por estimação de canal com adição de símbolos piloto, conforme a disposição apresentada na figura 3.18.

Tabela 3.5: PDP's utilizados na simulação dos sistemas OFDM.

Canal 1		Canal 2		Canal 3	
τ [ns]	\bar{P} [dB]	τ [ns]	\bar{P} [dB]	τ [ns]	\bar{P} [dB]
0	0	0	0	0	0
		833,33	-7	833,33	-5
				1250	-10

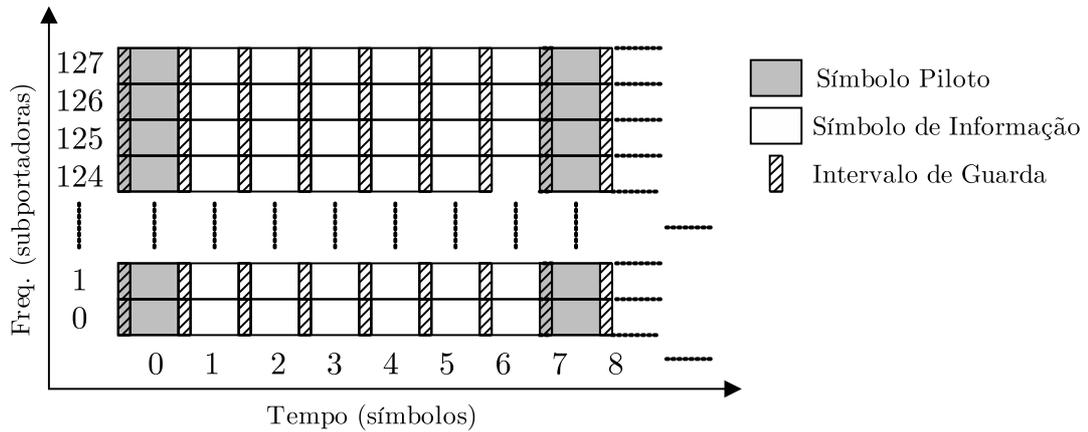


Figura 3.18: Disposição utilizada em simulação dos símbolos piloto no *frame* OFDM.

Como o receptor também possui as informações dos símbolos piloto, as distorções multiplicativas impostas pelo canal sobre tais símbolos são derivadas e, simplesmente por interpolação linear, os efeitos multiplicativos do canal sobre os seis símbolos subsequentes são estimados, em cada uma das subportadoras. Em ambientes multipercurso, o sinal recebido foi sincronizado em relação ao percurso de maior energia que, para os perfis adotados, coincidiu com o primeiro raio, como visto na figura 3.19.

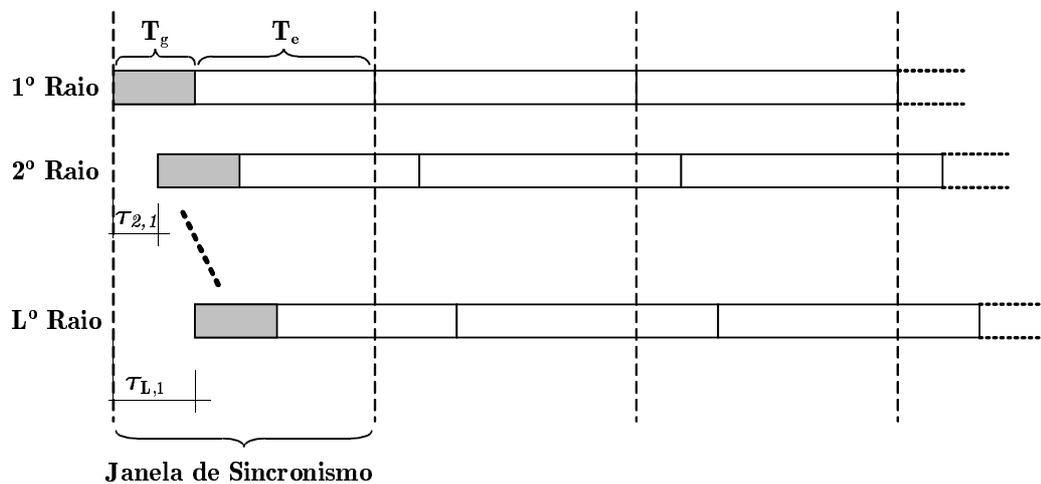


Figura 3.19: Sincronização do sinal OFDM recebido em ambiente multipercurso.

Como o período de símbolo é estendido com a técnica OFDM e o máximo atraso de percurso do canal é menor que o período de guarda, a ISI foi praticamente eliminada. Com isso, o desempenho do sistema é aparentemente o mesmo, independente do número de componentes multipercurso.

A simulação seguinte foi efetuada com 3 componentes multipercurso e valores

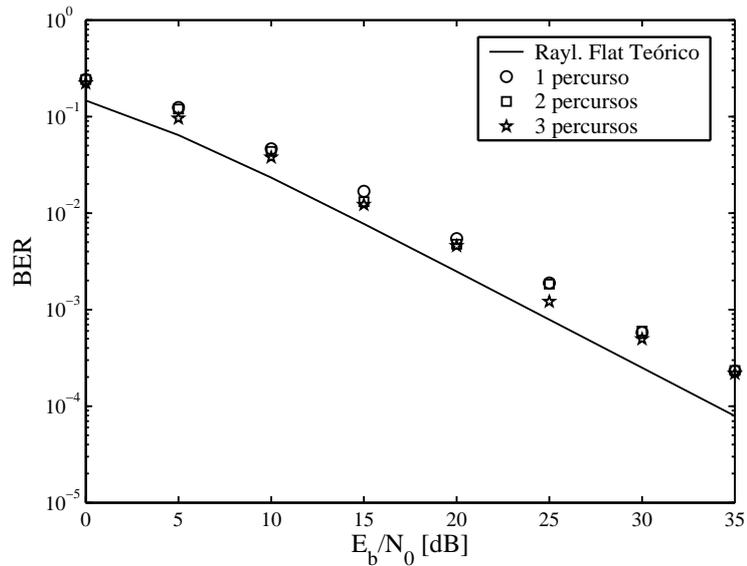


Figura 3.20: Simulação de um sistema OFDM com 1, 2 e 3 componentes multipercursos.

da máxima frequência *Doppler* variando de 80 Hz a 500 Hz. Os resultados obtidos são apresentados na figura 3.21. Note que, conforme a variação temporal do canal se torna mais rápida, a degradação no desempenho do sistema vai aumentando, pois a estimação do canal pela adição de símbolos piloto não consegue acompanhar bem tais variações. Para essas condições, o *overhead* deveria ser maior. Porém, pode-se notar que para $f_m \leq 150$ Hz, o padrão piloto utilizado é suficiente para que se tenha estimativas razoáveis do canal.

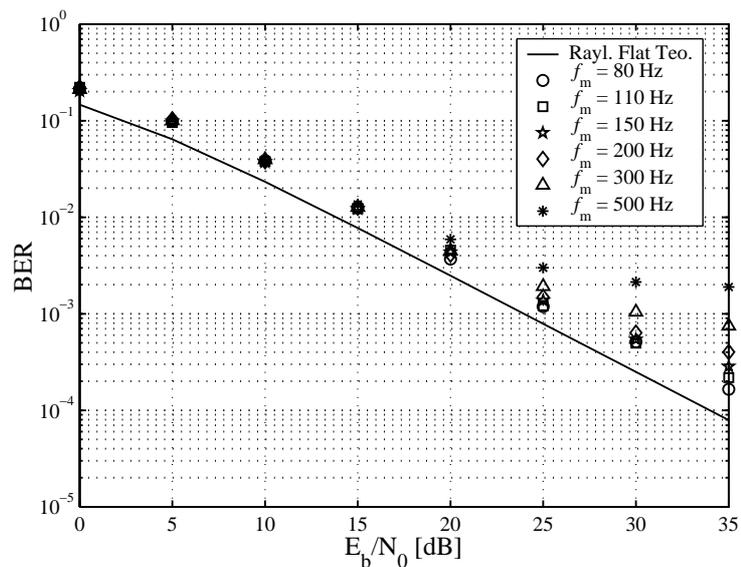


Figura 3.21: Simulação de um sistema OFDM com 3 componentes multipercursos e f_m variável.

Nas simulações seguintes, efetuadas para um perfil com 3 componentes multipercorso (tabela 3.5), objetivou-se a obtenção de resultados que pudessem proporcionar uma análise do desempenho do sistema OFDM quanto à variação da duração do intervalo de guarda. Na figura 3.22 considerou-se um valor fixo de $E_b/N_0 = 35$ dB e N_g variável de 0 a 20 amostras. Nota-se claramente que, quando N_g é tal que $T_g \ll \tau_{max}$, a ISI predomina e o desempenho do sistema é degradado de forma considerável. Por outro lado, se $T_g > \tau_{max}$, os efeitos da ISI são minimizados, restaurando a robustez do sistema a ambientes multipercorso. A figura 3.23 traz o resultado de simulação para dois casos distintos: um com $N_g = 0$, onde a ISI deteriora o desempenho do sistema, e outro com $N_g = 16$, onde a ISI não compromete o desempenho, pois $T_g > \tau_{max}$.

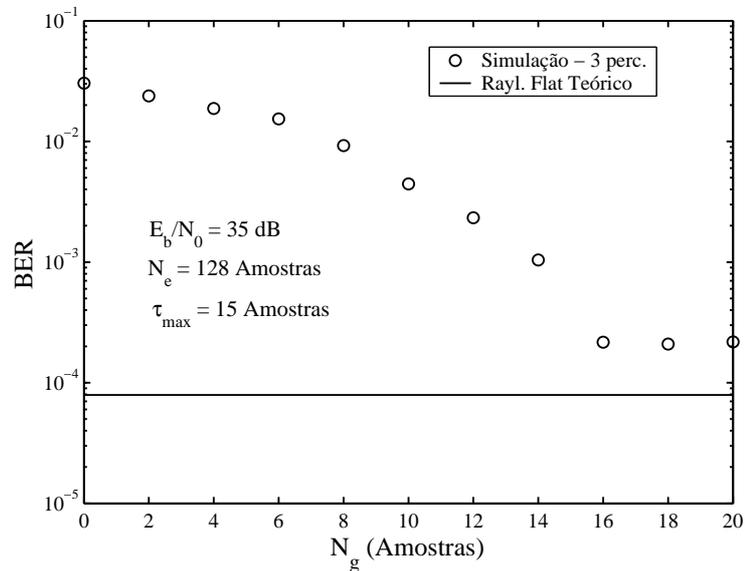


Figura 3.22: Simulação de um sistema OFDM com período de guarda variável.

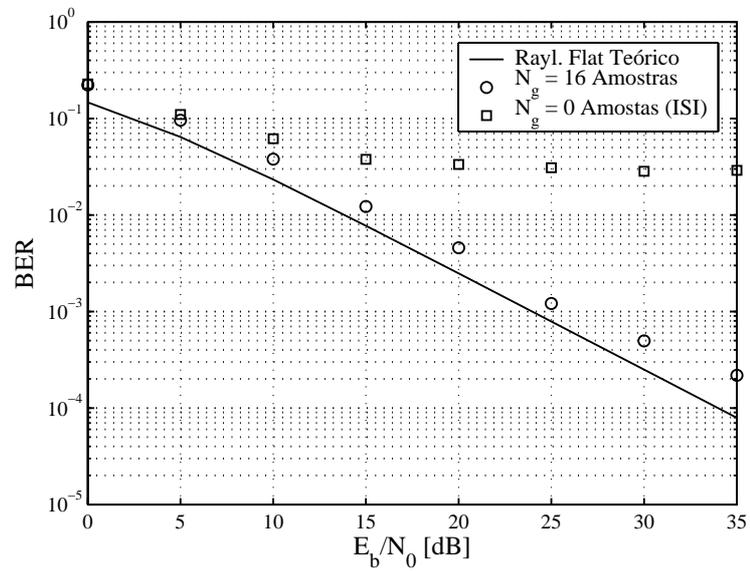


Figura 3.23: Simulação de um sistema OFDM com ISI (N_g é tal que $T_g < \tau_{max}$) e sem ISI (N_g é tal que $T_g > \tau_{max}$).

4 Sistemas CDMA Multiportadora

O capítulo 4 analisa o desempenho dos sistemas CDMA multiportadora descritos em (PRASAD; HARA, 1997). Omitiu-se aqui a adição de período de guarda na transmissão desses sistemas. As análises presentes ainda não trazem resultados comparativos de desempenho, mas fornecem as bases necessárias para a comparação que será efetuada no capítulo 6. Neste capítulo, assim como nos dois próximos, considerou-se controle perfeito de potência.

Os sistemas CDMA multiportadora são categorizados em dois grupos. No primeiro, cada símbolo de transmissão é espalhado no domínio da frequência e modula diferentes subportadoras ortogonais, de forma que uma fração do símbolo transmitido correspondente a um *chip* é atribuído a uma das N subportadoras ortogonais. Já no outro grupo, os dados são convertidos para a forma paralela e espalhados no domínio do tempo, para então modularem diferentes subportadoras ortogonais, ou seja, em cada uma das subportadoras há um sistema DS-CDMA equivalente. Dentro do primeiro grupo, destaca-se o sistema MC-CDMA, inicialmente proposto em (YEE; LINNARTZ; FETTWEIS, 1993). No segundo grupo, enquadram-se os esquemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA, propostos em (Da SILVA; SOUSA, 1993) e (VANDENDORPE, 1993), respectivamente. Os sistemas pertencentes ao segundo grupo também são denominados de sistemas MC DS-CDMA, onde o MC DS-CDMA ortogonal e o MT-CDMA são casos particulares, (YANG; HANZO, 2002).

A tabela 4.1 apresenta um quadro comparativo de algumas características fundamentais dos três esquemas previamente citados em relação ao DS-CDMA. Cada um deles é descrito a seguir.

Tabela 4.1: Quadro comparativo dos sistemas CDMA multiportadora em relação ao DS-CDMA.

Esquema	DS-CDMA	MC-CDMA	MC DS-CDMA Ort.	MT-CDMA
Portadoras	1	N	N	N
Ganho de Process.	G_{DS}	G_{MC}	G_{MD}	G_{MT}
T_s por Portadora	T_s	$\frac{T_s \cdot N}{G_{MC}}$	$T_s \cdot N$	$T_s \cdot N$
BW Necessária	$\frac{G_{DS}}{T_s}$	$\frac{G_{MC}}{T_s} \cdot \frac{N+1}{N}$	$\frac{G_{MD}}{T_s} \cdot \frac{N+1}{N}$	$\frac{N-1}{N \cdot T_s} + \frac{2 \cdot G_{MT}}{N \cdot T_s}$

4.1 MC-CDMA

No esquema MC-CDMA proposto em (YEE; LINNARTZ; FETTWEIS, 1993), cada símbolo com duração T_s é transmitido em N subportadoras ortogonais. É fundamental que o período de símbolo seja muito maior que o espalhamento multipercurso do canal, τ_m , para combater os efeitos da interferência intersimbólica, resultando em um canal não-seletivo em frequência na banda de cada subportadora. A figura 4.1 ilustra o esquema básico de transmissão em um sistema MC-CDMA com modulação BPSK. Nessa figura, $c_k(t) = [c_{k,0}, c_{k,1}, \dots, c_{k,G_{MC}-1}]$ representa a seqüência de espalhamento do k -ésimo usuário e G_{MC} , o ganho de processamento do sistema MC-CDMA. Aqui, N cópias paralelas de cada símbolo da seqüência de dados original são geradas. Cada uma dessas cópias é multiplicada por um *chip* da seqüência de espalhamento (nesse caso, $N = G_{MC}$). Os resultados dessas multiplicações modulam diferentes subportadoras ortogonais, cuja separação entre duas adjacentes é dada por $\Delta f = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{T_s}$, onde T_c representa o período de *chip*, caracterizando assim o espalhamento no domínio da frequência.

O sinal transmitido no sistema MC-CDMA correspondente ao k -ésimo usuário pode ser representado por:

$$s_k^{MC}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} b_k(i) \cdot c_{k,n} \cdot u_{T_s}(t - iT_s) \cdot \cos(\omega_n t + \theta_{k,n}) \quad (4.1)$$

onde P é a potência do sinal transmitido que, no caso de modulação BPSK, é dada por $P = E_b/T_s$, onde E_b representa a energia de bit transmitida, $b_k(i)$, o i -ésimo símbolo de informação, $\omega_n = \omega_c + 2\pi \left(\frac{n}{T_s}\right)$, a frequência de transmissão da n -ésima subportadora (ω_c representa a frequência da portadora responsável por levar o sinal à condição de banda passante), $\theta_{k,n}$, a fase atribuída à n -ésima subportadora

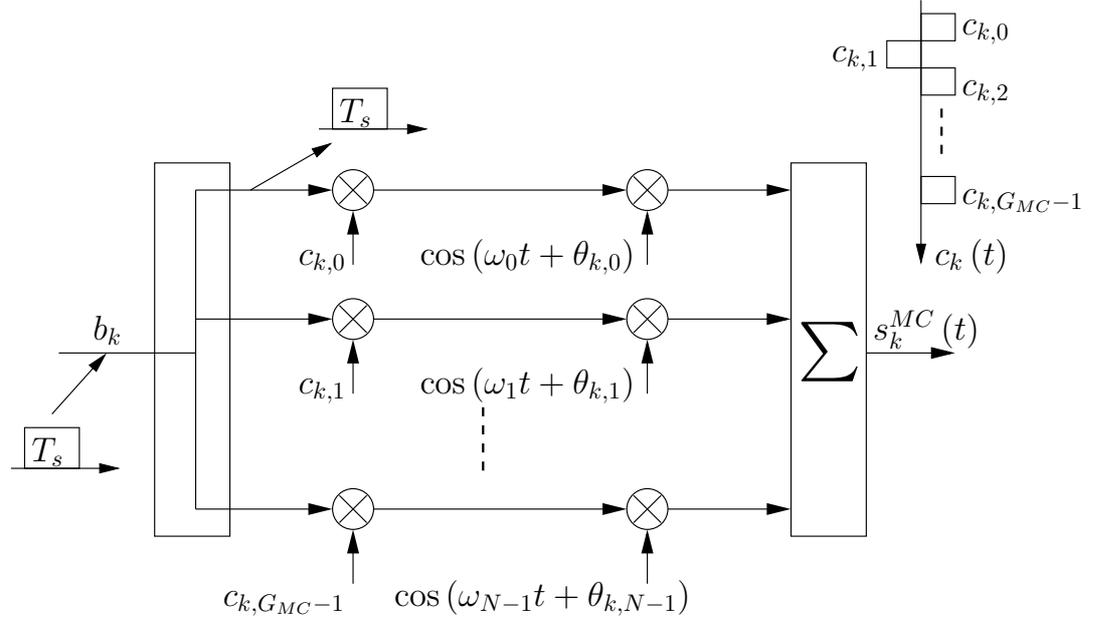


Figura 4.1: Transmissão no sistemas MC-CDMA com modulação BPSK.

do k -ésimo usuário, $c_{k,n}$, o n -ésimo *chip* da seqüência de espalhamento $c_k(t)$ com amplitudes ± 1 equiprováveis e $u_{T_s}(\cdot)$, a formatação de pulso que, nesse caso, foi assumida retangular.

Na figura 4.2 tem-se o esboço hipotético do espectro do sinal MC-CDMA transmitido.

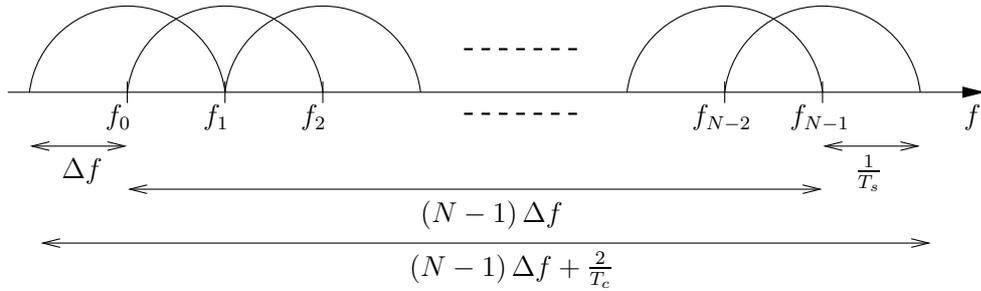


Figura 4.2: Espectro do sinal transmitido no sistema MC-CDMA.

Verifica-se na figura 4.2 que a condição de ortogonalidade das subportadoras é mantida, respeitando o critério mínimo de separação entre duas subportadoras adjacentes dado por $\Delta f = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{T_s}$. Assim, a largura de banda de cada subcanal em banda base, é dada por $\frac{1}{T_s}$. Portanto, devido à sobreposição lateral de 50% dos lóbulos de freqüência (figura 4.2), a largura de banda total do sinal transmitido é dada por:

$$\begin{aligned}
 W^{MC} &= (N - 1) \cdot \Delta f + \frac{2}{T_s} = (N - 1) \cdot \frac{1}{T_s} + \frac{2}{T_s} = \\
 &= \frac{N+1}{T_s}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Se a taxa de símbolos for muito elevada, podem ocorrer desvanecimentos seletivos em frequência na banda de cada subportadora. Nesse caso, é recomendado realizar uma conversão serial para p ramos paralelos dos símbolos antes da modulação em subportadoras ortogonais, conforme a figura 4.3. Com isso, $N = p \cdot G_{MC}$. Portanto, a largura de banda total de transmissão no MC-CDMA fica generalizada por:

$$\begin{aligned}
 W^{MC} &= (N - 1) \cdot \Delta f + \frac{2}{T_c} = (N - 1) \cdot \frac{1}{T_c} + \frac{2}{T_c} = \\
 &= \frac{N+1}{T_c} = \frac{N+1}{p \cdot T_s} = \frac{N+1}{N \cdot T_s} \cdot G_{MC},
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

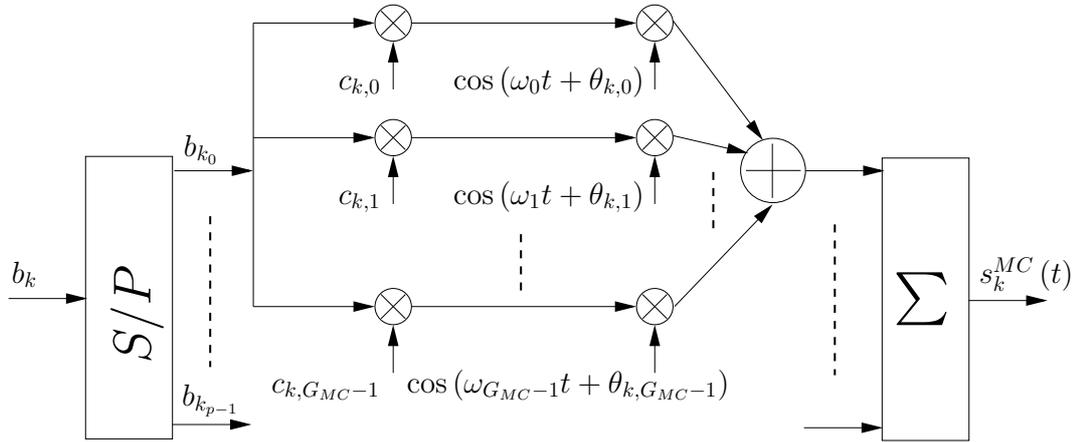


Figura 4.3: Transmissão no sistemas MC-CDMA considerando altas taxas de símbolo.

onde T_s representa o período de símbolo antes da conversão S/P .

A figura 4.4 ilustra a recepção convencional para o sistema MC-CDMA para $N = G_{MC}$. Nesse esquema, os sinais provenientes das N subportadoras são combinados segundo uma regra adequada, tirando proveito da diversidade em frequência. Contudo, para que isso seja realizado com sucesso em um dado canal seletivo em frequência, é fundamental que os desvanecimentos em cada subportadora resultem planos em frequência (não-seletividade em frequência) e de preferência independentes. Nessa figura, $\phi_{k,n}$ corresponde à fase estimada para n -ésima subportadora do k -ésimo usuário, que depende de $\theta_{k,n}$, da fase introduzida pelo canal ($\varphi_{k,n}$) e, no caso de sistema assíncrono, do atraso entre os usuários (ζ_k). O termo $d_{k,n}$ é dado pelo produto do n -ésimo ganho (que depende da regra de combinação escolhida) pelo n -ésimo *chip* da seqüência de espalhamento do

usuário de índice k para a n -ésima subportadora.

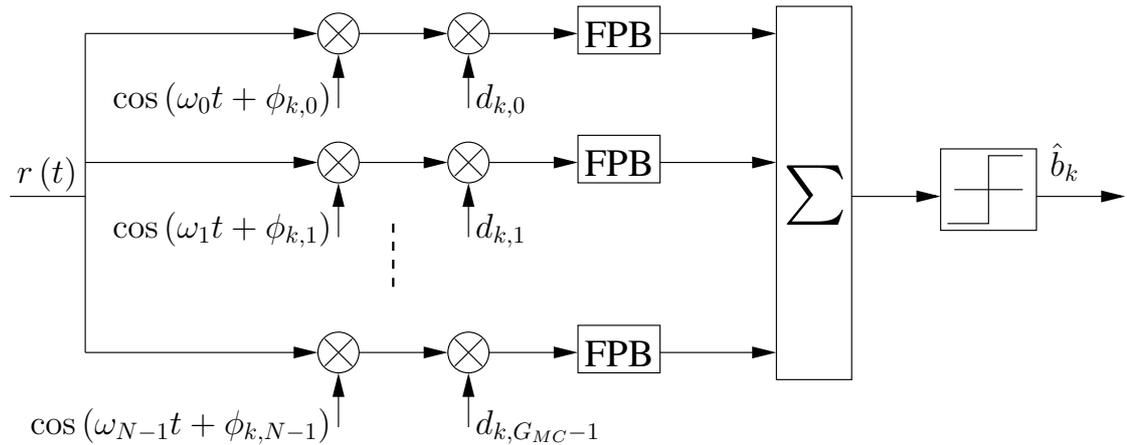


Figura 4.4: Recepção convencional no sistema MC-CDMA com modulação BPSK para $N = G_{MC}$.

Há na literatura, basicamente, quatro regras para se combinarem as componentes do sinal recebido em cada subportadora (PRASAD; HARA, 1997), (KLEER; HARA; PRASAD, 1999). São elas: ORC (*Orthogonality Restoring Combining*), EGC (*Equal Gain Combining*), MRC (*Maximum Ratio Combining*) e MMSEC (*Minimum Mean Square Error Combining*). Um estudo comparativo das regras citadas para o sistema MC-CDMA, considerando o canal direto (*downlink*) e diversas condições de canal, é apresentado em (ANGÉLICO; JESZENSKY; ABRÃO, 2003). Neste trabalho foram consideradas apenas as regras EGC e MRC. Na EGC, $d_{k,n} = c_{k,n}$, ao passo que na MRC, $d_{k,n} = c_{k,n} \cdot \beta_{k,n}$.

4.1.1 Análise de Desempenho do Sistema MC-CDMA

Deseja-se aqui analisar o desempenho de sistemas MC-CDMA em termos de probabilidade de erro de *bit*. O desenvolvimento aqui apresentado baseia-se na referência (SHI; LATVA-AHO, 2003).

O sinal transmitido no sistema MC-CDMA é representado na equação (4.1). Assumindo que os desvanecimentos das N subportadoras sejam do tipo não-seletivo em frequência e invariantes dentro do período de símbolo, o efeito de canal introduzido na n -ésima sub-banda é dado por $\rho_{k,n} = \beta_{k,n} \cdot e^{j\varphi_{k,n}}$, com $\varphi_{k,n}$ uniformemente distribuído (u.d.) no intervalo $[0, 2\pi)$ e $\mathbb{E}[\beta_{k,n}^2] = 1$. Assim, o sinal recebido é descrito por:

$$r(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} b_k(i) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot u_{T_s}(t - iT_s - \zeta_k) \cdot \cos(\omega_{n_2}t + \phi_{k,n_2}) + \eta(t) \quad (4.4)$$

onde $\phi_{k,n_2} = \theta_{k,n_2} + \varphi_{k,n_2} - \omega_{n_2}\zeta_k$, com ζ_k u.d. $[0, T_s)$, representando o atraso do k -ésimo usuário. $\eta(t)$ representa o ruído AWGN com densidade espectral de potência dada por $N_0/2$. Os termos β_{k,n_2} , φ_{k,n_2} , ζ_k e $b_k(i)$ são assumidos independentes entre si e independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) para diferentes usuários.

Considera-se, na recepção, detecção coerente com estimação perfeita do canal (β_{k,n_2} , φ_{k,n_2} e ζ_k). Sem perda de generalidade, o usuário de índice “0” é assumido como o de interesse, com atraso $\zeta_k = 0$. Assim, a variável de decisão para esse usuário é dada por:

$$Z_0 = \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} r(t) \cdot \cos(\omega_{n_1}t + \phi_{0,n_1}) dt \quad (4.5)$$

A variável Z_0 pode ser dividida em três partes:

$$Z_0 = D_0 + \mathcal{N}_0 + \mathcal{I}_0 \quad (4.6)$$

onde D_0 representa a informação desejada, \mathcal{N}_0 , o ruído AWGN e \mathcal{I}_0 , a interferência de múltiplo acesso para o usuário de interesse. Considerando modulação BPSK com $b_0(0) = 1$, tem-se:

$$D_0 = \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot c_{0,n_1} \cdot \beta_{0,n_1} \quad (4.7)$$

$$\mathcal{N}_0 = \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot \cos(\omega_{n_1}t + \phi_{0,n_1}) dt \quad (4.8)$$

$$\mathcal{I}_0 = \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} \left[\int_0^{\zeta_k} b_k(-1) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \cos(\omega_{n_2}t + \phi_{k,n_2}) \cdot \cos(\omega_{n_1}t + \phi_{0,n_1}) dt + \int_{\zeta_k}^{T_s} b_k(0) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \cos(\omega_{n_2}t + \phi_{k,n_2}) \cdot \cos(\omega_{n_1}t + \phi_{0,n_1}) dt \right] \quad (4.9)$$

A MAI do k -ésimo usuário sobre o de interesse, $\mathcal{I}_{0,k}$, é inicialmente considerada, de forma que:

$$\mathcal{I}_0 = \sum_{k=1}^{K-1} \mathcal{I}_{0,k} \quad (4.10)$$

O termo $\mathcal{I}_{0,k}$ pode ser dividido em duas parcelas, $\mathcal{X}_{0,k}$ e $\mathcal{Y}_{0,k}$, representando, respectivamente, a interferência devido a uma mesma subportadora ($n_1 = n_2$) e a interferência devido à subportadoras diferentes ($n_1 \neq n_2$). Assim:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{0,k} &= \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{\zeta_k} b_k(-1) \cdot \beta_{k,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{k,n_1}) \right. \\ &\quad \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) dt + \int_{\zeta_k}^{T_s} b_k(0) \cdot \beta_{k,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{k,n_1}) \\ &\quad \left. \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) dt \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{X}_{0,k} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{\zeta_k} b_k(-1) \cdot \beta_{k,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \cos(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) dt + \right. \\ &\quad \left. \int_{\zeta_k}^{T_s} b_k(0) \cdot \beta_{k,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \cos(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) dt \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{X}_{0,k} &= \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \beta_{k,n_1} \cdot \cos(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \\ &\quad \{ b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k) \} \quad (4.11) \end{aligned}$$

e:

$$\begin{aligned}
\mathcal{Y}_{0,k} &= \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{\zeta_k} b_k(-1) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \right. \\
&\quad \cos(\omega_{n_2} t + \phi_{k,n_2}) \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) dt + \int_{\zeta_k}^{T_s} b_k(0) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \\
&\quad \left. \cos(\omega_{n_2} t + \phi_{k,n_2}) \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) dt \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathcal{Y}_{0,k} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \frac{1}{T_s} \left[\int_0^{\zeta_k} b_k(-1) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \right. \\
&\quad \cos([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] t + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) dt + \\
&\quad \left. \int_{\zeta_k}^{T_s} b_k(0) \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \cos([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] t + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) dt \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathcal{Y}_{0,k} &= \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \\
&\quad \left\{ \left[b_k(-1) \frac{\sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] t + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}])}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})} \right]_0^{\zeta_k} + \right. \\
&\quad \left. \left[b_k(0) \frac{\sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] t + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}])}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})} \right]_{\zeta_k}^{T_s} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathcal{Y}_{0,k} &= \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \\
&\quad \cdot \left\{ \left[b_k(-1) \frac{\sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] \zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin([\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}])}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \left[b_k(0) \frac{\sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] T_s + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] \zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}])}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})} \right] \right\} \\
&\hspace{15em} (4.12)
\end{aligned}$$

Note que o termo $\int_0^{T_s} \cos([\omega_{n_2} + \omega_{n_1}] t + [\phi_{n_2} + \phi_{n_1}]) dt$ resulta em zero. Como $[\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] \cdot T_s = 2\pi[f_{n_2} - f_{n_1}] \cdot T_s = 2\pi \left(\frac{n_2 - n_1}{T_s} \right) T_s = 2\pi[n_2 - n_1] = 2\pi \cdot k$, tem-se que $\sin([\omega_{n_1} - \omega_{n_2}] \cdot T_s + x) = \sin(x)$. Assim:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \mathcal{Y}_{0,k} &= \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \frac{b_k(-1) - b_k(0)}{\omega_{n_2} - \omega_{n_1}} \cdot \\
&\quad \{ \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] \zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin([\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) \} \\
&\hspace{15em} (4.13)
\end{aligned}$$

Calcula-se aqui a variância do termo referente ao ruído de fundo AWGN. Percebe-se, de (4.8), que $\mathbb{E}[\mathcal{N}_0] = 0$. Assim, a variância de \mathcal{N}_0 é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{N}_0] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \mathbb{E} \left[\left(\sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) dt \right) \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\sum_{n_2=0}^{N-1} d_{0,n_2} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot \cos(\omega_{n_2} t + \phi_{0,n_2}) dt \right) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_0] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \mathbb{E} \left[\sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot d_{0,n_2} \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot \eta(u) \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cos(\omega_{n_2} u + \phi_{0,n_2}) dt du \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Como $\mathbb{E}[\eta(t) \cdot \eta(u)] = \frac{N_0}{2} \delta(t - u)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{N}_0] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot d_{0,n_2} \int_0^{T_s} \frac{N_0}{2} \cdot \cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1}) \cdot \\ &\quad \cos(\omega_{n_2} t + \phi_{0,n_2}) dt \end{aligned} \quad (4.15)$$

Se $n_1 \neq n_2 \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_i] = 0$, pois $\cos(\omega_{n_1} t + \phi_{0,n_1})$ e $\cos(\omega_{n_2} t + \phi_{0,n_2})$ são ortogonais no intervalo $[0, T_s)$. Dessa forma, para $n_1 = n_2$, tem-se:

$$\text{Var}[\mathcal{N}_0] = \frac{N_0}{4T_s} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \quad (4.16)$$

Calcula-se agora a variância da MAI. Como $b_k(i) = \pm 1$ é uma v.a. independente para k e/ou i variando, $\mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k}] = \mathbb{E}[\mathcal{Y}_{0,k}] = 0$. Assim:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_0] = \sum_{k=1}^{K-1} \{ \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k}^2] + \mathbb{E}[\mathcal{Y}_{0,k}^2] + 2 \cdot \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k}] \} \quad (4.17)$$

Inicialmente, calcula-se o termo $\mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k}^2]$. Da equação (4.11), conclui-se que:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k}^2] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \frac{P}{2N} \mathbb{E} \left[\left(\sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot \beta_{k,n_1} \cdot c_{k,n_1} \cdot \cos(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\} \right) \cdot \left(\sum_{n_2=0}^{N-1} d_{0,n_2} \cdot \beta_{k,n_2} \cdot c_{k,n_2} \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos(\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_2}) \cdot \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

Existem duas possibilidades para $\mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k}^2]$:

- $\mathcal{X}_1^k = \mathbb{E} [\mathcal{X}_{0,k}^2 | n_1=n_2]$
- $\mathcal{X}_2^k = \mathbb{E} [\mathcal{X}_{0,k}^2 | n_1 \neq n_2]$

Agora, o termo $\mathbb{E}[\mathcal{Y}_{0,k}^2]$ é calculado. Da equação (4.13):

$$\begin{aligned} \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \frac{P}{2N} \mathbb{E} \left[\sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} \sum_{n_3=0}^{N-1} \sum_{n_4=0, n_4 \neq n_3}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot d_{0,n_3} \cdot \right. \\ &\quad \beta_{k,n_2} \cdot \beta_{k,n_4} \cdot c_{k,n_2} \cdot c_{k,n_4} \cdot \frac{[b_k(-1) - b_k(0)]^2}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1}) \cdot (\omega_{n_4} - \omega_{n_3})} \cdot \\ &\quad \left. \{ \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}]\zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin(\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}) \} \cdot \right. \\ &\quad \left. \{ \sin([\omega_{n_4} - \omega_{n_3}]\zeta_k + [\phi_{k,n_4} - \phi_{0,n_3}]) - \sin(\phi_{k,n_4} - \phi_{0,n_3}) \} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Para $\mathbb{E}[\mathcal{Y}_{0,k}^2]$ existem sete possibilidades:

- $\mathcal{Y}_1^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1=n_3, n_2=n_4]$
- $\mathcal{Y}_2^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1=n_3, n_2 \neq n_4]$
- $\mathcal{Y}_3^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1 \neq n_3, n_2=n_4]$
- $\mathcal{Y}_4^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1=n_4, n_3=n_2]$
- $\mathcal{Y}_5^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1 \neq n_4, n_3=n_2]$
- $\mathcal{Y}_6^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1=n_4, n_3 \neq n_2]$
- $\mathcal{Y}_7^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 | n_1 \neq n_4, n_3 \neq n_2]$

Por fim, o termo $\mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k}]$ é calculado. Das equações (4.11) e (4.13):

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k}] &= \frac{1}{T_s^2} \frac{P}{2N} \mathbb{E} \left[\sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} \sum_{n_3=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot d_{0,n_3} \cdot \beta_{k,n_2} \cdot \beta_{k,n_3} \cdot \right. \\ &\quad c_{k,n_2} \cdot c_{k,n_3} \cdot \frac{[b_k(-1) - b_k(0)] \cdot [b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)]}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})} \cdot \\ &\quad \left. \left\{ \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}]\zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin(\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}) \right\} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cos(\phi_{k,n_3} - \phi_{0,n_3}) \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Três possibilidades existem para $\mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k}]$:

- $\mathcal{X} \mathcal{Y}_1^k = \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k} |_{n_1=n_3}]$
- $\mathcal{X} \mathcal{Y}_2^k = \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k} |_{n_2=n_3}]$
- $\mathcal{X} \mathcal{Y}_3^k = \mathbb{E}[\mathcal{X}_{0,k} \cdot \mathcal{Y}_{0,k} |_{n_1 \neq n_3, n_2 \neq n_3}]$

Considerando seqüências de espalhamento aleatórias, apenas os termos \mathcal{X}_1^k e \mathcal{Y}_1^k resultarão diferentes de zero (SHI; LATVA-AHO, 2003). Assim:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_0] = \sum_{k=1}^{K-1} \{ \mathcal{X}_1^k + \mathcal{Y}_1^k \} \quad (4.21)$$

Do anexo A.1, equação (A.11), tem-se:

$$\mathcal{X}_1^k = \frac{P}{6N} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \quad (4.22)$$

Por outro lado, do anexo A.1, equação (A.19), verifica-se que:

$$\mathcal{Y}_1^k = \frac{P}{N} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \frac{1}{4\pi^2 \cdot (n_2 - n_1)^2} \quad (4.23)$$

Assim:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{I}_0] = & \frac{P}{2N} \cdot (K-1) \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} \frac{d_{0,n_1}^2}{2\pi^2 \cdot (n_2 - n_1)^2} \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

A probabilidade de erro para o usuário de interesse condicionada ao termo $\{\beta_{0,n_1}\}$ é, nesse caso, dada por:

$$Pe_0|_{\beta_{0,n_1}} = Q \left(\frac{\sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1} \cdot c_{0,n_1} \cdot \beta_{0,n_1}}{\sqrt{(K-1) \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 + \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{\substack{n_2=0 \\ n_2 \neq n_1}}^{N-1} \frac{d_{0,n_1}^2}{2\pi^2 (n_2 - n_1)^2} \right] + \frac{N}{2} \cdot \frac{N_0}{E_b} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2}} \right) \quad (4.25)$$

Para descondicionar a equação (4.25) em relação ao termo β_{0,n_1} , calculou-se $Pe|_{\beta_{0,n_1}}$ várias vezes para diferentes valores de β_{0,n_1} gerados e tomou-se a média dessas realizações. A probabilidade de erro média considerando os K usuários do sistema é dada por:

$$Pe = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} Pe_k \quad (4.26)$$

Os resultados obtidos para $N = 32$ e $\Delta f = 100$ kHz são apresentados nas figuras 4.5 a 4.7. O modelo de canal empregado é o apresentado na seção 2.4, com $(\Delta f)_c = 1,0$ MHz, 2,0 MHz e 5,0 MHz. Note que o sistema é muito sensível à variação da população de usuários e que o desempenho é degradado com o aumento do grau de correlação dos coeficientes de desvanecimento das subportadoras, pois o ganho de diversidade torna-se menor. Os desempenhos com as regras EGC e MRC mostram-se bastante similares, principalmente para K elevado.

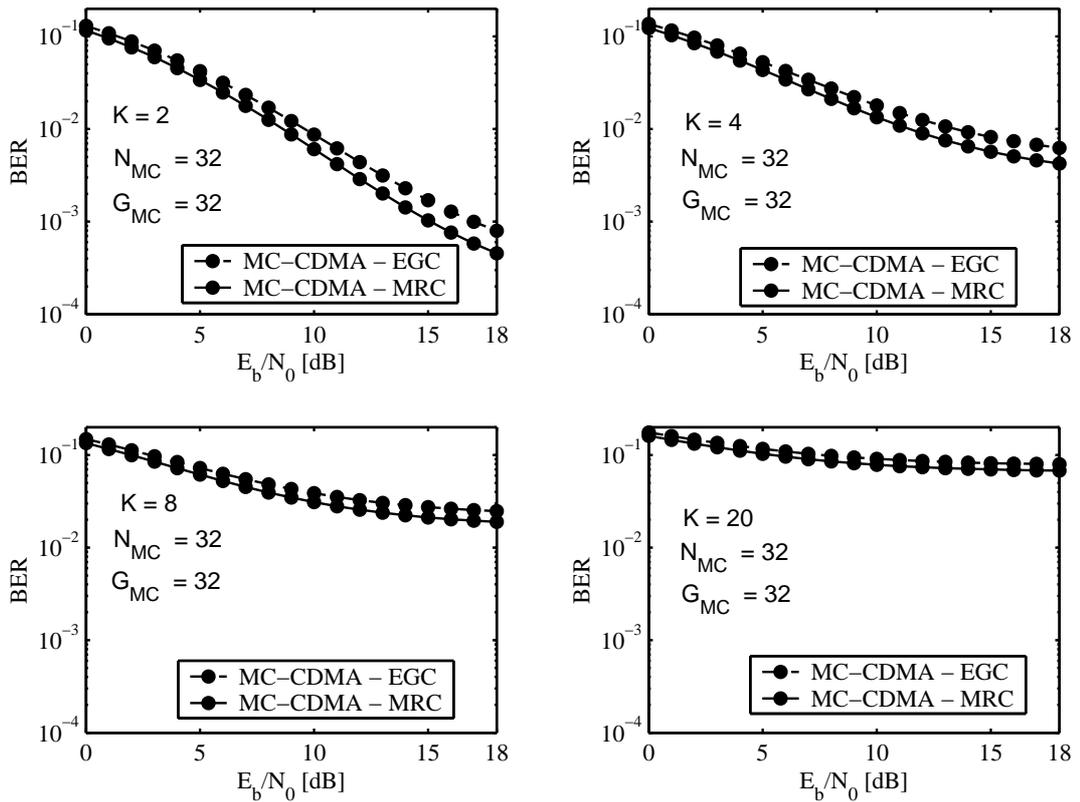


Figura 4.5: Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ KHz, $(\Delta f)_c = 1,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

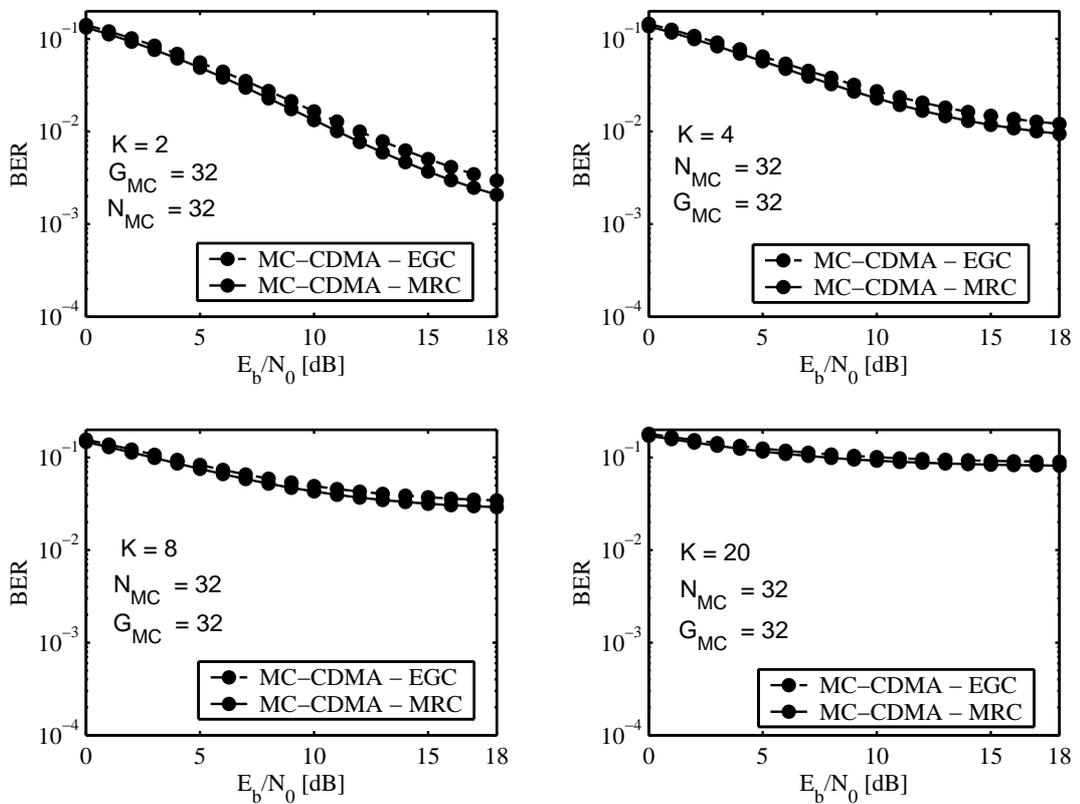


Figura 4.6: Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 2,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

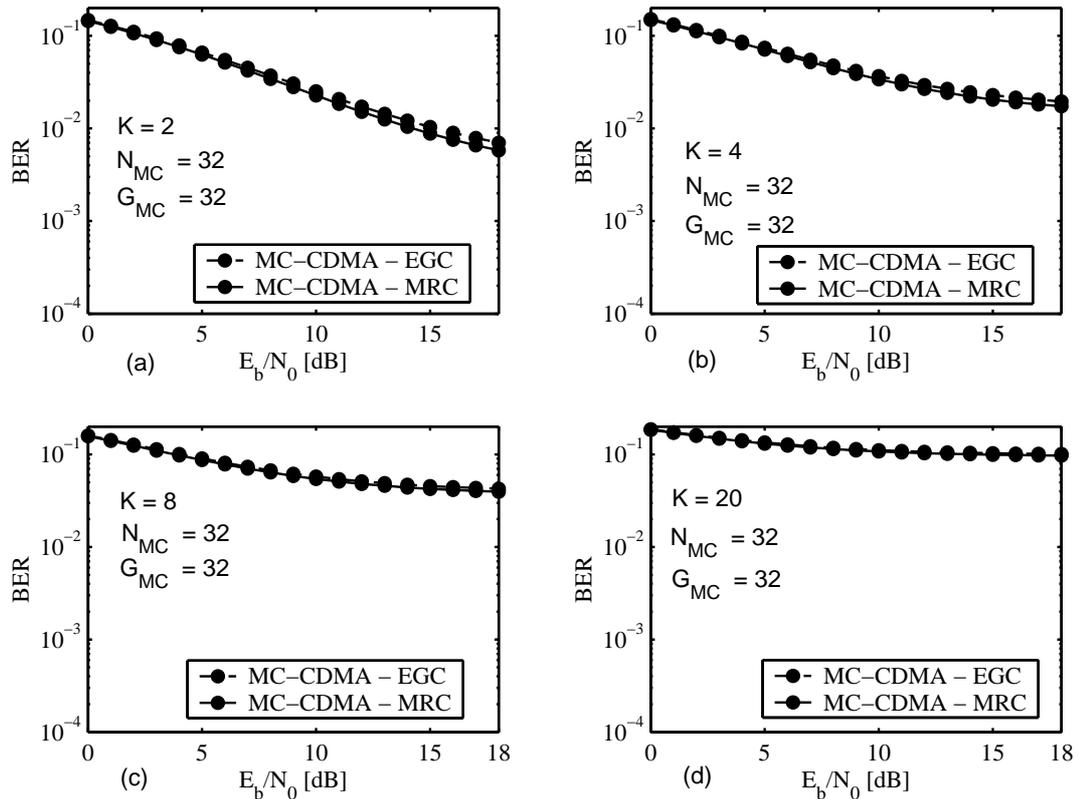


Figura 4.7: Probabilidade de erro média no sistema MC-CDMA com seqüência de espalhamento aleatória, $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 5,0$ MHz e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

4.2 MC DS-CDMA Ortogonal

O sistema MC DS-CDMA ortogonal combina o espalhamento no domínio do tempo com a modulação em subportadoras múltiplas. Os dados seriais a serem transmitidos são convertidos em N ramos paralelos, onde N representa o número de subportadoras. Para um certo usuário, tem-se o espalhamento espectral efetuado no domínio do tempo, dado pela multiplicação de uma mesma seqüência de códigos (identificação do usuário) com a informação contida em cada um dos ramos. Logo após, o resultado dessa multiplicação modula N subportadoras ortogonais.

Devido à conversão S/P , tem-se, para um mesmo ganho de processamento, um maior período de *chip* em cada subportadora, o que facilita o sincronismo das seqüências de espalhamento no receptor, se comparado ao sistema DS-CDMA. Este esquema foi originalmente proposto para o canal reverso (*uplink*), devido ao fato de possibilitar a condição de quase sincronismo (Da SILVA; SOUSA, 1993).

A figura 4.8 ilustra o processo de transmissão do sistema MC DS-CDMA ortogonal com modulação BPSK. Nessa figura, $c_k(t) = [c_{k,0}, c_{k,1}, \dots, c_{k,G_{MD}-1}]$ representa a seqüência de espalhamento do k -ésimo usuário e G_{MD} , o ganho de

processamento do sistema MC DS-CDMA ortogonal. Após conversão S/P , o período de símbolo de cada subportadora torna-se N vezes maior que o período de símbolo original.

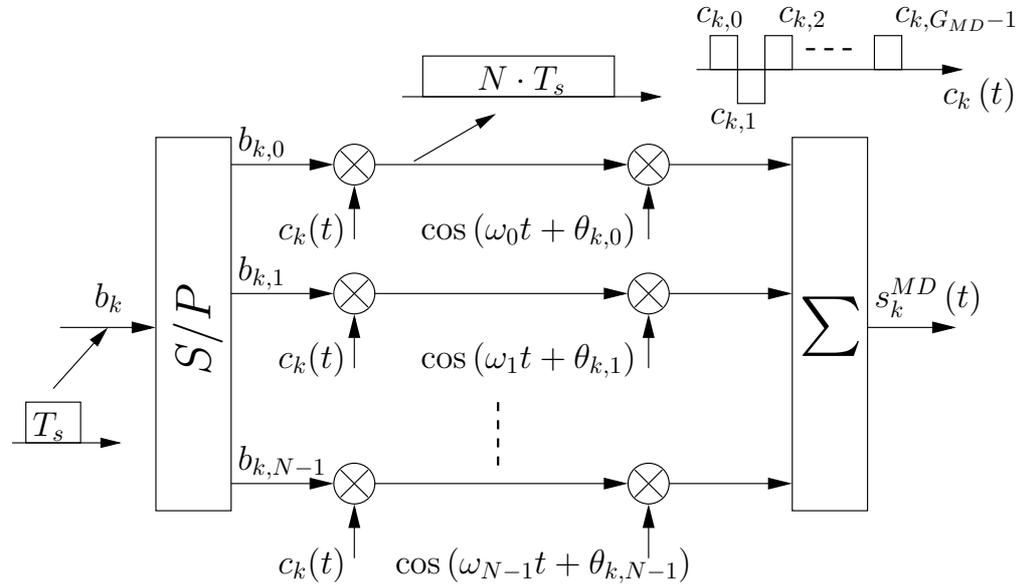


Figura 4.8: Transmissão no sistemas MC DS-CDMA ortogonal com modulação BPSK.

O sinal transmitido pelo k -ésimo usuário pode ser descrito por:

$$s_k^{MD}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} b_{k,n}(i) u_{NT_s}(t - iNT_s) \cos(\omega_n t + \theta_{k,n}) \cdot c_k(t) \quad (4.27)$$

onde $\omega_n = \omega_c + 2\pi \left(\frac{n}{T_c}\right)$ e NT_s representa o período de símbolo resultante após a conversão S/P . Assume-se $c_k(t)$ cíclica com amplitudes ± 1 equiprováveis, tal que:

$$c_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_{k,i} u_{T_c}(t - iT_c) \quad (4.28)$$

A figura 4.9 ilustra o espectro do sinal transmitido em forma esquemática. Pode-se verificar que, mesmo após o espalhamento espectral, a condição de ortogonalidade das subportadoras é mantida, respeitando o critério mínimo de separação entre duas subportadoras adjacentes, dado por $\Delta f = \frac{1}{T_c}$.

A largura de banda em banda base de cada subcanal é dada por $\frac{1}{T_c}$. Portanto, a largura de banda total do sinal transmitido é representada por:

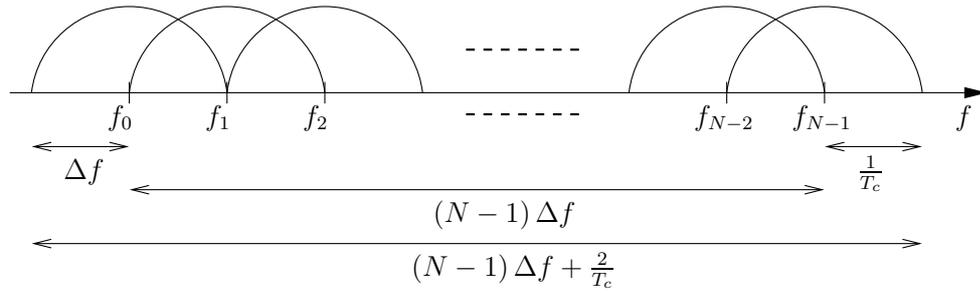


Figura 4.9: Espectro do sinal transmitido no sistema MC DS-CDMA ortogonal.

$$\begin{aligned}
 W^{MD} &= (N - 1) \cdot \Delta f + \frac{2}{T_c} = (N - 1) \cdot \frac{1}{T_c} + \frac{2}{T_c} = \\
 &= \frac{N+1}{T_c} = \frac{N+1}{N \cdot T_s} \cdot G_{MD}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

O esquema de recepção convencional para o sistema MC DS-CDMA ortogonal é ilustrado na figura 4.10. Inicialmente, o sinal transmitido é demodulado nos subcanais. Posteriormente, efetua-se o desespalhamento espectral em cada ramo paralelo pela mesma seqüência $c_k(t)$. Em seguida, o sinal resultante é submetido a um receptor do tipo *Rake*, onde o termo $d_{l_x,n}^{(k)}$ representa o ganho de combinação do l_x -ésimo percurso da n -ésima subportadora do usuário k e depende da regra de combinação escolhida (EGC: $d_{l_x,n}^{(k)} = 1$, MRC: $d_{l_x,n}^{(k)} = \beta_{l_x,n}^{(k)}$). Entretanto, o número de subportadoras utilizado e o perfil de canal podem ser tais que os desvanecimentos em cada subcanal sejam não-seletivos em frequência. Nesse caso, o receptor *Rake* reduz-se a um receptor convencional de apenas um ramo. Após o *Rake*, efetua-se a decisão do símbolo detectado e, por meio da conversão P/S , os sinais paralelos são convertidos em um sinal serial com taxa N vezes maior do que a taxa em cada ramo paralelo.

Em (SOUROUR; NAKAGAWA, 1996), um sistema CDMA multiportadora, baseado no MC DS-CDMA ortogonal é proposto. Nesse sistema, figura 4.11, o sinal a ser transmitido passa, primeiramente, pelo conversor S/P de M ramos. Em cada um desses ramos são geradas S réplicas dos símbolos. Tais réplicas são submetidas a um entrelaçamento temporal (*interleaving*) e, posteriormente, modulam diferentes subportadoras, cuja separação entre elas é a maior possível, de forma a se ter uma boa diversidade em frequência. A figura 4.12 ilustra o espectro do sinal transmitido no sistema da figura 4.11.

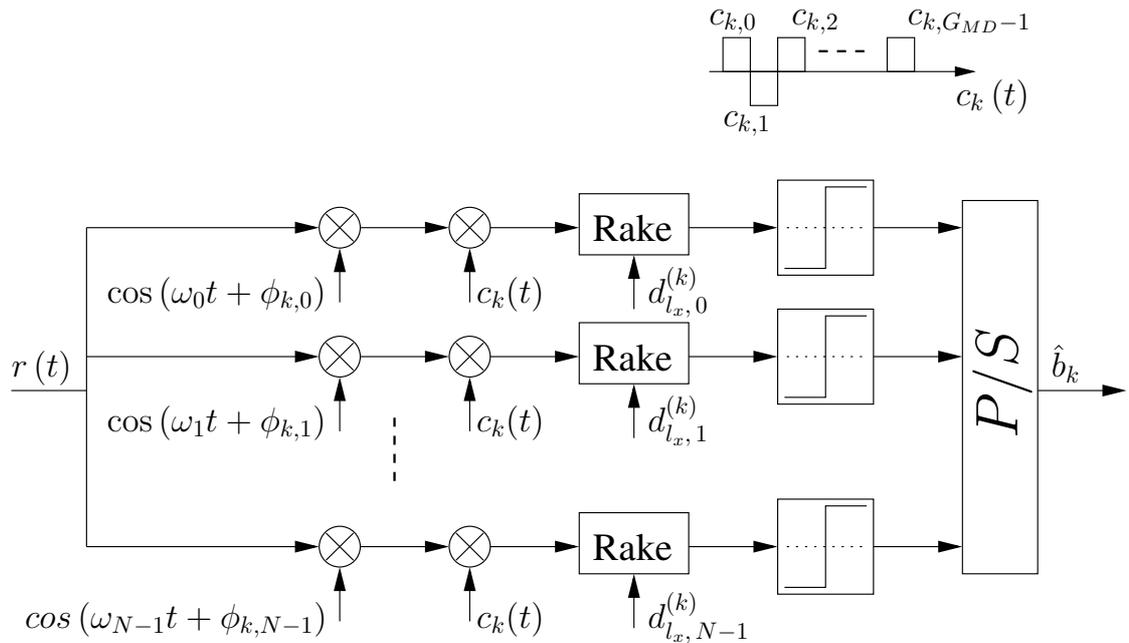


Figura 4.10: Recepção convencional no sistema MC DS-CDMA ortogonal com modulação BPSK.

4.3 MT-CDMA

Assim como no MC DS-CDMA ortogonal, no MT-CDMA, o sinal a ser transmitido agrega a conversão S/P , o espalhamento espectral no domínio do tempo e a modulação em N subportadoras ortogonais. Entretanto, nesse último, a ortogonalidade das subportadoras é mantida apenas em relação ao período de símbolo de cada ramo paralelo, cuja duração é NT_s , ou seja, a separação entre subportadoras adjacentes é $\Delta f = \frac{1}{NT_s}$. Dessa forma, após o espalhamento espectral, o critério mínimo de separação das subportadoras é violado e a condição de ortogonalidade em relação ao período de *chip* não é satisfeita. A figura 4.13 ilustra o processo de transmissão no sistema MT-CDMA com modulação BPSK.

Como consequência imediata da não ortogonalidade, o sistema sofre ICI e apresenta uma maior sensibilidade aos desvios de frequência que, porventura, possam ocorrer entre transmissor e receptor. Por outro lado, o ganho de processamento utilizado nesse sistema é relativamente maior (proporcional ao número de subportadoras) que nos demais esquemas considerados, inclusive o DS-CDMA, o que proporciona uma maior rejeição à interferência de múltiplo acesso.

O sinal transmitido correspondente ao k -ésimo usuário no MT-CDMA, s_k^{MT} , é descrito na equação (4.27), onde agora $\omega_n = \omega_c + 2\pi \left(\frac{n}{NT_s} \right)$. A figura 4.14 esquematiza o espectro do sinal transmitido.

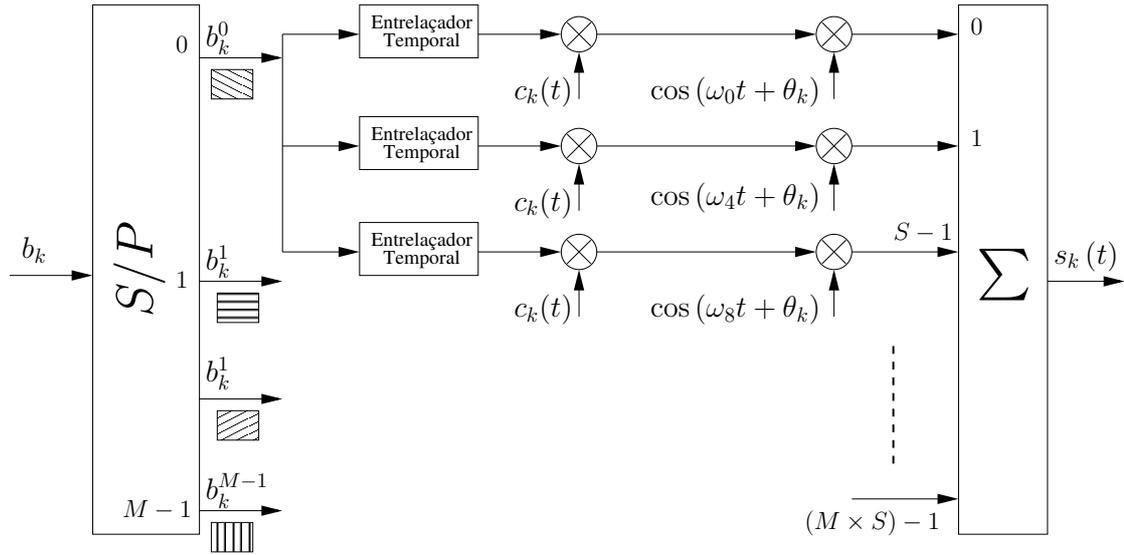


Figura 4.11: Sistema CDMA multiportadora proposto em (SOUROUR; NAKAGAWA, 1996) com $M = 4$ e $S = 3$ (modulação BPSK).

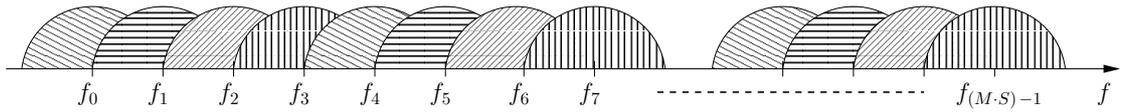


Figura 4.12: Espectro do sinal transmitido no sistema da figura 4.11.

Note que a condição de ortogonalidade das subportadoras espaçadas de $\Delta f = \frac{1}{N \cdot T_s}$ não é mais mantida após o espalhamento espectral. A largura de cada subcanal em banda base é dada por $\frac{1}{T_c}$. Portanto, a largura de banda total do sinal transmitido é dada por:

$$\begin{aligned} W^{MT} &= (N - 1) \cdot \Delta f + \frac{2}{T_c} = (N - 1) \cdot \frac{1}{N \cdot T_s} + \frac{2}{T_c} = \\ &= \frac{N-1}{N \cdot T_s} + \frac{2 \cdot G_{MT}}{N \cdot T_s} = \frac{N-1+2 \cdot G_{MT}}{N \cdot T_s} \end{aligned} \quad (4.30)$$

A recepção convencional para o sistema MT-CDMA é ilustrada na figura 4.15 e é semelhante à do sistema MC DS-CDMA ortogonal. Nesse caso, como a banda em cada subportadora é relativamente larga devido ao elevado ganho de processamento, para aplicações em telefonia móvel, há a necessidade de utilização de receptores *Rake* na grande maioria dos casos, pois o canal será seletivo em frequência na banda de cada subcanal.

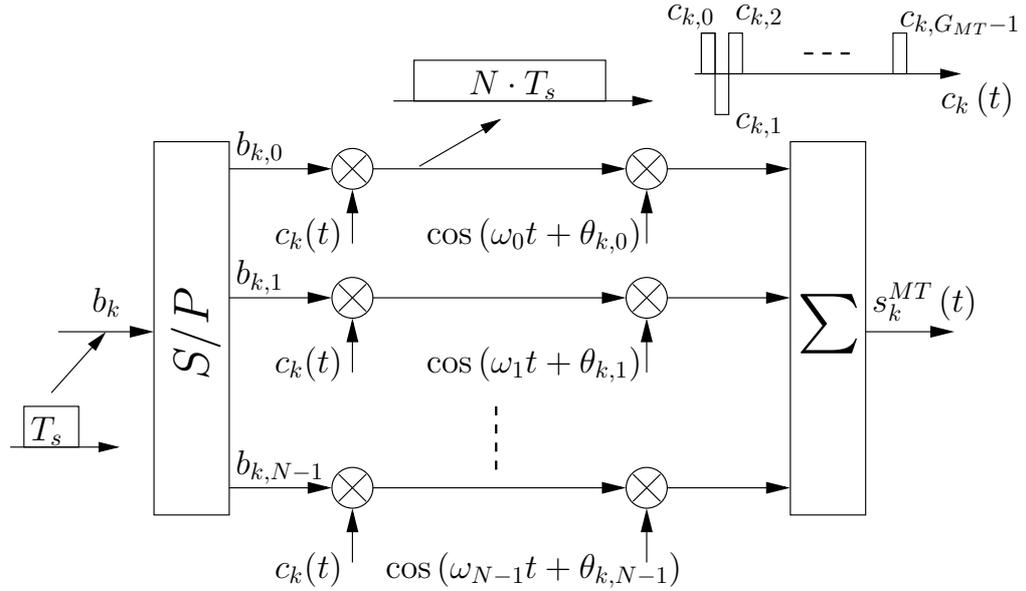


Figura 4.13: Transmissão no sistemas MT-CDMA com modulação BPSK.

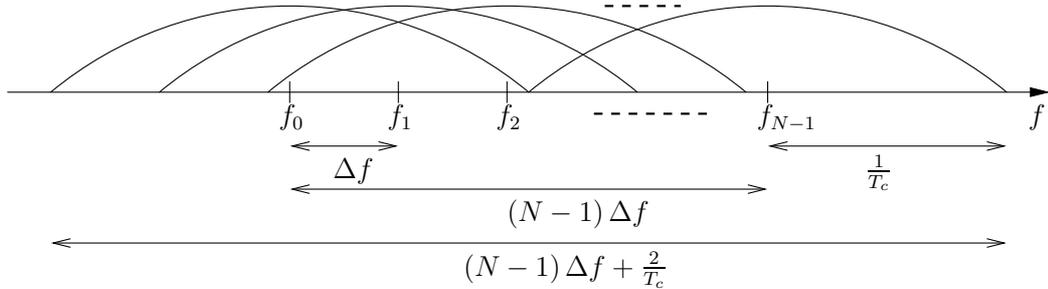


Figura 4.14: Espectro do sinal transmitido no sistema MT-CDMA.

4.4 Análise de desempenho dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA

Os desempenhos analíticos dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA serão analisados de uma forma generalizada, tal como em (YANG; HANZO, 2002) e (JAGANNATHAN, 2003), onde é definida uma classe geral de sistemas DS-CDMA multiportadora em que o espaçamento entre duas subportadoras adjacentes é dado por $\Delta f = \frac{\Lambda}{N T_s}$, $\Lambda = 1, 2, \dots$, com Λ representando o espaçamento normalizado entre duas subportadoras adjacentes. Se $\Lambda = 1$, o sistema reduz-se ao MT-CDMA, ao passo que, se $\Lambda = G_{MD}$, o sistema reduz-se ao MC DS-CDMA ortogonal. Dessa forma, o parâmetro Λ pode ser otimizado, por exemplo, de acordo com os requisitos do sistema e as condições de canal.

O sinal transmitido em um sistema DS-CDMA Multiportadora geral, $s_k^{Ger}(t)$, assume a forma da equação (4.27), com $\omega_n = \omega_0 + 2\pi \cdot \left(\frac{n \cdot \Lambda}{N \cdot T_s}\right)$. Considera-se aqui um modelo de canal formado por linha de atrasos com derivações, cuja resposta

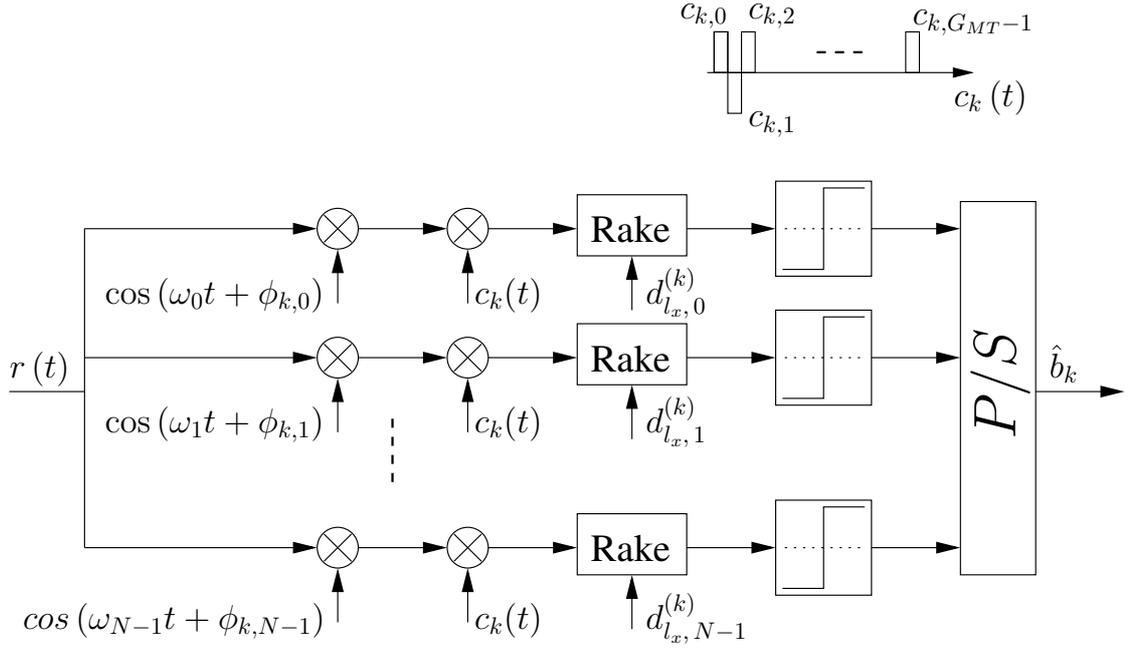


Figura 4.15: Recepção convencional no sistema MT-CDMA com modulação BPSK.

impulsiva para a n -ésima subportadora do usuário k é dada por

$$h_n^{(k)} = \sum_{l_p=0}^{L-1} \beta_{l_p, n}^{(k)} \cdot \delta(t - \tau_{l_p}^{(k)}) e^{j\varphi_{l_p, n}^{(k)}} \quad (4.31)$$

onde $\beta_{l_p, n}^{(k)}$, i.i.d. com PDF *Rayleigh*, é o efeito do canal na amplitude do sinal, ao passo que $\varphi_{l_p, n}^{(k)}$, i.i.d. e u.d. em $[0, 2\pi)$, o efeito do canal sobre a fase do sinal, ambos relacionados ao l_p -ésimo percurso da n -ésima portadora do usuário de índice k . O termo $\tau_{l_p}^{(k)}$ representa o atraso do l_p -ésimo percurso do k -ésimo usuário. O efeito do canal foi assumido invariante dentro de um período de símbolo. Assim, o sinal recebido no período de um símbolo é representado por:

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p, n}^{(k)} \cdot b_{k, n} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_p, n}^{(k)} \right) + \eta(t) \quad (4.32)$$

onde $\phi_{l_p, n}^{(k)} = \theta_{k, n} + \varphi_{l_p, n}^{(k)} - \omega_n \cdot \tau_{l_p}^{(k)}$. Sem perda de generalidade, considera-se o usuário “0” como o de interesse. A variável de decisão na u -ésima subportadora do usuário de interesse é dada por:

$$Z_u^{(0)} = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} Z_{l_x,u}^{(0)} \quad u = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.33)$$

com:

$$Z_{l_x,u}^{(0)} = d_{l_x,u}^{(0)} \cdot \frac{1}{NT_s} \int_{\tau_{l_x}^{(0)}}^{\tau_{l_x}^{(0)} + NT_s} r(t) \cdot c_0(t - \tau_{l_x,u}^{(0)}) \cos(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dt \quad (4.34)$$

onde L_f representa o número de ramos (*fingers*) do receptor *Rake*. Por simplicidade de notação será considerado $d_{l_x,u}^{(0)} = d_{l_x,u}$ e, sem perda de generalidade, será assumido $\tau_{l_x}^{(0)} = 0$. Dessa forma:

$$Z_{l_x,u}^{(0)} = \frac{d_{l_x,u}}{NT_s} \int_0^{NT_s} \left[\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot b_{k,n}(t - \tau_{l_p}^{(k)}) \cdot c_k(t - \tau_{l_p}^{(k)}) \cdot \cos(\omega_n t + \phi_{l_p,n}^{(k)}) + \eta(t) \right] \cdot c_0(t) \cdot \cos(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dt \quad (4.35)$$

A equação (4.35) pode ser dividida da seguinte forma:

$$Z_{l_x,u}^{(0)} = D_{l_x,u}^{(0)} + \mathcal{S}^{(0)} + \mathcal{I}^{(0)} + \mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)} \quad (4.36)$$

onde $D_{l_x,u}^{(0)}$ representa a parcela de informação útil, $\mathcal{S}^{(0)}$ a auto interferência, SI (*Self-Interference*), $\mathcal{I}^{(0)}$ a interferência de múltiplo acesso e $\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}$ a parcela oriunda do ruído AWGN. Cada um desses termos é descrito a seguir. Inicialmente descreve-se a componente de informação útil no percurso l_x da subportadora u .

$$D_{l_x,u}^{(0)} = \frac{d_{l_x,u}}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_x,u}^{(0)} \cdot b_{0,u}(t) \cdot c_0^2(t) \cdot \cos^2(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dt \quad (4.37)$$

Fazendo-se $b_{u,0}(t) = b_u[0] = 1$, o que elimina a dependência no tempo e lembrando que $c_0^2(t) = 1$, tem-se:

$$\begin{aligned}
 D_{l_x,u}^{(0)} &= \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_x,u}^{(0)} \cdot \frac{d_{l_x,u}}{NT_s} \int_0^{NT_s} \cos^2 \left(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow D_{l_x,u}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \beta_{l_x,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u}
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

A componente devida ao ruído aditivo é dada por:

$$\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)} = \frac{d_{l_x,u}}{NT_s} \int_0^{NT_s} \eta(t) \cdot c_0(t) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \tag{4.39}$$

A componente correspondente à auto interferência é dividida em duas parcelas:

$$\mathcal{S}^{(0)} = \mathcal{S}_1^{(0)} + \mathcal{S}_2^{(0)} \tag{4.40}$$

onde $\mathcal{S}_1^{(0)}$ é a SI sobre o percurso l_x devida à uma mesma subportadora ($n = u$) com $l_p = 0, 1, \dots, L-1$, $l_p \neq l_x$, ao passo que $\mathcal{S}_2^{(0)}$ é a SI devida à subportadoras diferentes ($n \neq u$) com $l_p = 0, 1, \dots, L-1$. Tais parcelas são dadas por:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_1^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{0,u} \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \\
 &c_0(t) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_p,u}^{(0)} \right) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_2^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{0,n} \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \\
 &c_0(t) \cdot \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_p,n}^{(0)} \right) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

A equação (4.41) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{S}_1^{(0)} = \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)} \tag{4.43}$$

com:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \beta_{l_p,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{0,u} \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \\
 &\quad c_0(t) \cdot \cos \left(\phi_{l_p,u}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(0)}} \beta_{l_p,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_u[-1] \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \right. \\
 &\quad \cos \left(\phi_{l_p,u}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(0)}}^{NT_s} \beta_{l_p,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_u[0] \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \\
 &\quad \left. c_0(t) \cdot \cos \left(\phi_{l_p,u}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \beta_{l_p,u}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot \cos \left(\phi_{l_p,u}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) \cdot \\
 &\quad \left\{ b_u[-1] \cdot R_1(\tau_{l_p}^{(0)}) + b_u[0] \cdot \widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(0)}) \right\} \quad (4.44)
 \end{aligned}$$

onde $R_1(\tau_{l_p}^{(0)})$ e $\widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(0)})$ representam, respectivamente, as funções de autocorrelação parcial par e ímpar de $c_0(t)$, dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1(\tau_{l_p}^{(0)}) = \int_0^{\tau_{l_p}^{(0)}} c_0(t) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) dt \\ \widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(0)}) = \int_{\tau_{l_p}^{(0)}}^{NT_s} c_0(t) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) dt \end{array} \right. \quad (4.45)$$

A equação (4.42) também pode ser reescrita como:

$$\mathcal{S}_2^{(0)} = \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)} \quad (4.46)$$

com:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{0,n} \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \\
 &\quad c_0(t) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(0)}} \beta_{l_p,n}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_n[-1] \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \right. \\
 &\quad \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(0)}}^{NT_s} \beta_{l_p,n}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_n[0] \cdot \\
 &\quad \left. \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \beta_{l_p,n}^{(0)} \cdot d_{l_x,u} \cdot \left\{ b_n[-1] \cdot R_2(\tau_{l_p}^{(0)}) + b_n[0] \cdot \widehat{R}_2(\tau_{l_p}^{(0)}) \right\}
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

onde $R_2(\tau_{l_p}^{(0)})$ e $\widehat{R}_2(\tau_{l_p}^{(0)})$ representam, respectivamente, as funções de autocorrelação definidas por:

$$\begin{cases} R_2(\tau_{l_p}^{(0)}) = \int_0^{\tau_{l_p}^{(0)}} c_0(t) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \\ \widehat{R}_2(\tau_{l_p}^{(0)}) = \int_{\tau_{l_p}^{(0)}}^{NT_s} c_0(t) \cdot c_0 \left(t - \tau_{l_p}^{(0)} \right) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(0)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \end{cases} \tag{4.48}$$

A componente correspondente à interferência de múltiplo acesso também é dividida em duas parcelas:

$$\mathcal{I}^{(0)} = \mathcal{I}_1^{(0)} + \mathcal{I}_2^{(0)} \tag{4.49}$$

onde $\mathcal{I}_1^{(0)}$ corresponde à MAI sobre o percurso l_x devida a uma mesma subportadora ($n = u$) com $l_p = 0, 1, \dots, L - 1$, ao passo que $\mathcal{I}_2^{(0)}$ corresponde à MAI proveniente de subportadoras diferentes ($n \neq u$) com $l_p = 0, 1, \dots, L - 1$. Tais parcelas são dadas por:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{I}_1^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \beta_{l_p,u}^{(k)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{k,u} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \\
 &\quad c_0(t) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_p,u}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_2^{(0)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p, n}^{(k)} \cdot d_{l_x, u} \cdot b_{k, n} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \\ & c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_p, n}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_u t + \phi_{l_x, u}^{(0)} \right) dt \end{aligned} \quad (4.51)$$

A equação (4.50) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{I}_1^{(0)} = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)} \quad (4.52)$$

com:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \beta_{l_p, u}^{(k)} \cdot d_{l_x, u} \cdot b_{k, u} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \\ & \cos \left(\phi_{l_p, u}^{(k)} - \phi_{l_x, u}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(k)}} \beta_{l_p, u}^{(k)} \cdot d_{l_x, u} \cdot b_u[-1] \cdot c_0(t) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \right. \\ & \cos \left(\phi_{l_p, u}^{(k)} - \phi_{l_x, u}^{(0)} \right) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(k)}}^{NT_s} \beta_{l_p, u}^{(k)} \cdot d_{l_x, u} \cdot b_u[0] \cdot c_0(t) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \\ & \left. \cos \left(\phi_{l_p, u}^{(k)} - \phi_{l_x, u}^{(0)} \right) dt \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \beta_{l_p, u}^{(k)} \cdot d_{l_x, u} \cdot \cos \left(\phi_{l_p, u}^{(k)} - \phi_{l_x, u}^{(0)} \right) \cdot \\ & \left\{ b_u[-1] \cdot R_1(\tau_{l_p}^{(k)}) + b_u[0] \cdot \widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(k)}) \right\} \end{aligned} \quad (4.53)$$

com $R_1(\tau_{l_p}^{(k)})$ e $\widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(k)})$ representando, respectivamente, as funções de correlação cruzadas parcial par e ímpar entre $c_0(t)$ e $c_k(t)$ definidas na equação (4.45), com $\tau_{l_p}^{(0)} = \tau_{l_p}^{(k)}$.

A equação (4.51) também pode ser reescrita como:

$$\mathcal{I}_2^{(0)} = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{2, l_p, n}^{(0, k)} \quad (4.54)$$

com:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)} &= \frac{1}{NT_s} \int_0^{NT_s} \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_{k,n} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \\
 &\quad c_0(t) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(k)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(k)}} \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_n[-1] \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \right. \\
 &\quad \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(k)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(k)}}^{NT_s} \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot d_{l_x,u} \cdot b_n[0] \cdot \\
 &\quad \left. \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \cos \left(2\pi(f_n - f_u)t + \phi_{l_p,n}^{(k)} - \phi_{l_x,u}^{(0)} \right) dt \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)} &= \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \frac{1}{NT_s} \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot d_{l_x,u} \cdot \left\{ b_n[-1] \cdot R_2(\tau_{l_p}^{(k)}) + b_n[0] \cdot \widehat{R}_2(\tau_{l_p}^{(k)}) \right\} \\
 &\hspace{15em} (4.55)
 \end{aligned}$$

com $R_2(\tau_{l_p}^{(k)})$ e $\widehat{R}_2(\tau_{l_p}^{(k)})$ representando, respectivamente, as funções de correlação cruzadas definidas na equação (4.48), com $\tau_{l_p}^{(0)} = \tau_{l_p}^{(k)}$ e $\phi_{l_p,n}^{(0)} = \phi_{l_p,n}^{(k)}$.

Com isso, a variável de decisão $Z_{l_x,u}^{(0)}$ é dada por:

$$\begin{aligned}
 Z_{l_x,u}^{(0)} &= D_{l_x,u}^{(0)} + \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)} + \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)} + \\
 &\quad \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)} + \mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)} \\
 &\hspace{15em} (4.56)
 \end{aligned}$$

Considerando que todas as parcelas interferentes são modeladas como v.a. gaussianas independentes de média zero, tem-se que:

$$\mathbb{E}[Z_{l_x,u}^{(0)}] = D_{l_x,u}^{(0)} \quad (4.57)$$

Desde que $\beta_{l_p,n}^{(k)}$ e $\varphi_{l_p,n}^{(k)}$ sejam variáveis aleatórias i.i.d. em k , n , e l_p , e $c_k(t)$ seja aleatória com amplitudes ± 1 equiprováveis, os termos interferentes na equação (4.56) são independentes. Efetuando essas considerações, a variância do termo $Z_{l_x,u}^{(0)}$ é dada por:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[Z_{l_x,u}^{(0)}] &= \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}] + \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}] + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)}] + \\
 &\sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}] + \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}]
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Calcula-se inicialmente o termo $\text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}]$. De (4.39):

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{1}{(NT_s)^2} \cdot \mathbb{E} \left[\left(\int_0^{NT_s} \eta(t) \cdot d_{l_x,u} \cdot c_0(t) \cdot \cos(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dt \right) \cdot \right. \\
 &\left. \left(\int_0^{NT_s} \eta(v) \cdot d_{l_x,u} \cdot c_0(v) \cdot \cos(\omega_u v + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dv \right) \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{1}{(NT_s)^2} \cdot \mathbb{E} \left[d_{l_x,u}^2 \int_0^{NT_s} \int_0^{NT_s} \eta(t) \cdot \eta(v) \cdot c_0(t) \cdot c_0(v) \cdot \right. \\
 &\left. \cos(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)}) \cdot \cos(\omega_u v + \phi_{l_x,u}^{(0)}) dt dv \right]
 \end{aligned} \tag{4.59}$$

Como $\mathbb{E}[\eta(t) \cdot \eta(v)] = \frac{N_0}{2} \delta(t - v)$ e $c_0^2(t) = 1$, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{1}{(NT_s)^2} \cdot d_{l_x,u}^2 \int_0^{NT_s} \frac{N_0}{2} \cdot \cos(\omega_u t + \phi_{l_x,u}^{(0)})^2 dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{N_0 d_{l_x,u}^2}{4 N T_s}
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

Observando as equações (4.44), (4.47), (4.53) e (4.55), pode-se perceber que $\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}$, $\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}$ e $\mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)}$ são casos particulares de $\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}$. Sendo assim, calcular-se-á primeiramente o termo $\text{Var}[\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}]$ para que então os demais possam ser obtidos a partir deste. Os cálculos dessas variâncias encontram-se no anexo A.2. Das equações (A.35), (A.39), (A.41) e (A.43), respectivamente, tem-se:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}] = \frac{P}{2N} d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(k)} \cdot \frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \tag{4.61}$$

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(k)} \cdot \frac{1}{3G_{Ger}} \tag{4.62}$$

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(0)} \cdot \frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \quad (4.63)$$

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(0)} \cdot \frac{1}{3G_{Ger}} \quad (4.64)$$

onde $\Omega_{l_p,n}^{(k)}$ representa o MIP do canal para a n -ésima subportadora do k -ésimo usuário. Portanto, retomando a equação (4.58):

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{P}{2N} \cdot \left[\sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \frac{d_{l_x,u}^2 \Omega_{l_p,n}^{(0)}}{3G_{Ger}} + \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \frac{d_{l_x,u}^2 \Omega_{l_p,n}^{(0)} G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \frac{d_{l_x,u}^2 \Omega_{l_p,n}^{(k)}}{3G_{Ger}} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \frac{d_{l_x,u}^2 \Omega_{l_p,n}^{(k)} G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} + \frac{N_0 d_{l_x,u}^2}{2PT_s} \right] \quad (4.65) \end{aligned}$$

Assumindo que todas as subportadoras de todos os usuários experimentam o mesmo MIP do canal, tem-se que $\Omega_{l_p,n}^{(k)} = \Omega_{l_p} \forall k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ e $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Assim:

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z_{l_x,u}^{(0)}] &= \frac{P}{2N} \cdot \left[K \frac{d_{l_x,u}^2}{3G_{Ger}} \cdot \sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_{l_p} - \frac{d_{l_x,u}^2}{3G_{Ger}} \Omega_{l_x} + K \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \frac{d_{l_x,u}^2 G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \cdot \sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_{l_p} + \frac{N_0 d_{l_x,u}^2}{2E_b} \right] \quad (4.66) \end{aligned}$$

Para um MIP exponencial decrescente, tem-se:

$$\Omega_{l_p} = \Omega_0 \exp(-\xi l_p) \quad (4.67)$$

Considerando ainda um sinal com energia unitária, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_0 \exp(-\xi l_p) = 1 &\Rightarrow \Omega_0 \sum_{l_p=0}^{L-1} \exp(-\xi l_p) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Omega_0 \left[\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right] = 1 \Rightarrow \Omega_0 = \frac{1 - \exp(-\xi)}{1 - \exp(-\xi L)} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Assim:

$$\sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_{l_p} = \Omega_0 \left[\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right] \quad (4.69)$$

Define-se:

$$I_m = \sum_{n=0, n \neq u}^{N-1} \frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \quad (4.70)$$

Com isso:

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z_{l_x, u}^{(0)}] &= \frac{P d_{l_x, u}^2 \Omega_0}{2N} \left[K \frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \left(\frac{1}{3G_{Ger}} + I_m \right) - \frac{\exp(-\xi l_x)}{3G_{Ger}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{N_0}{2\Omega_0 E_b} \right] \end{aligned} \quad (4.71)$$

O termo $\frac{\exp(-\xi l_x)}{3G_{Ger}}$ é muito pequeno em relação aos demais termos (especialmente para G_{Ger} elevado) na equação (4.71) e pode ser desprezado. Dessa forma:

$$\text{Var}[Z_{l_x, u}^{(0)}] = \frac{P d_{l_x, u}^2 \Omega_0}{2N} \cdot \left[K \frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \left(\frac{1}{3G_{Ger}} + I_m \right) + \frac{N_0}{2\Omega_0 E_b} \right] \quad (4.72)$$

A partir das estatísticas de $Z_{l_x, u}^{(0)}$, as estatísticas de $Z_u^{(0)}$ são derivadas da seguinte forma:

$$\mathbb{E}[Z_u^{(0)}] = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \beta_{l_x, u}^{(0)} \cdot d_{l_x, u} \quad (4.73)$$

e:

$$\text{Var}[Z_u^{(0)}] = \frac{P}{4N} \frac{\Omega_0}{\gamma_c} \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} d_{l_x,u}^2 \quad (4.74)$$

onde:

$$\gamma_c = \left[2K \frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \left(\frac{1}{3G_{Ger}} + I_m \right) + \frac{N_0}{\Omega_0 E_b} \right]^{-1} \quad (4.75)$$

Se $Z_u^{(0)}$ for assumida como sendo uma variável aleatória gaussiana, a probabilidade de erro na u -ésima subportadora do 0-ésimo usuário, condicionada ao conjunto $\beta_{l_x,u}^{(0)}$, $l_x = 0, 1, \dots, L_f - 1$, é dada por:

$$Pe_u^{(0)} |_{\beta_{l_x,u}^{(0)}} = Q \left(\sqrt{\frac{(\mathbb{E}[Z_u^{(0)}])^2}{\text{Var}[Z_u^{(0)}]}} \right) \quad (4.76)$$

A probabilidade de erro média do sistema considerando as N subportadoras dos K usuários é obtida da seguinte forma:

$$\overline{Pe} = \frac{1}{K} \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{u=0}^{N-1} Pe_u^{(k)} \quad (4.77)$$

• MRC

No emprego da regra de combinação MRC, os ganhos do receptor *Rake* são dados por $d_{l_x,u} = \beta_{l_x,u}^{(0)}$. Assim:

$$\begin{aligned} Pe_u^{(0)} |_{\beta_{l_x,u}^{(0)}} &= Q \left(\sqrt{\frac{\frac{P}{2N} \left(\sum_{l_x=0}^{L_f-1} (\beta_{l_x,u}^{(0)})^2 \right)^2}{\frac{P}{4N} \frac{\Omega_0}{\gamma_c} \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} (\beta_{l_x,u}^{(0)})^2}} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Pe_u^{(0)} |_{\beta_{l_x,u}^{(0)}} = Q \left(\sqrt{2 \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \gamma_{l_x}} \right) \end{aligned} \quad (4.78)$$

onde:

$$\gamma_{l_x} = \frac{\gamma_c}{\Omega_0} \cdot (\beta_{l_x,u}^{(0)})^2 \quad (4.79)$$

Define-se:

$$\gamma_b = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \gamma_{l_x} \quad (4.80)$$

que representa a soma de L_f componentes $\{\gamma_{l_x}\}$ estatisticamente independentes com a seguinte distribuição (PROAKIS, 1995):

$$p(\gamma_b) = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \frac{\pi_{l_x}}{\bar{\gamma}_{l_x}} \exp(-\gamma_b/\bar{\gamma}_{l_x}), \quad \gamma_b \geq 0 \quad (4.81)$$

onde π_{l_x} é definido por:

$$\pi_{l_x} = \prod_{l=0; l \neq l_x}^{L_f-1} \frac{\bar{\gamma}_{l_x}}{\bar{\gamma}_{l_x} - \bar{\gamma}_l} \quad (4.82)$$

e $\bar{\gamma}_{l_x}$ representa a relação sinal ruído média do l_x -ésimo percurso, dada por:

$$\bar{\gamma}_{l_x} = \frac{\gamma_c}{\Omega_0} \cdot \mathbb{E} \left[\left(\beta_{l_x, u}^{(0)} \right)^2 \right] \quad (4.83)$$

Assim, a equação (4.78) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Pe_u^{(0)}|_{\gamma_b} = Q \left(\sqrt{2\gamma_b} \right) \quad (4.84)$$

Portanto:

$$Pe_u^{(0)} = \int_0^{\infty} Q \left(\sqrt{2\gamma_b} \right) \cdot p(\gamma_b) d\gamma_b \quad (4.85)$$

De (PROAKIS, 1995), tem-se:

$$Pe_u^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \pi_{l_x} \left[1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{l_x}}{1 + \bar{\gamma}_{l_x}}} \right] \quad (4.86)$$

• EGC

Com a regra EGC, os ganhos do receptor *Rake* são dados por $d_{l_x, u} = 1$. Assim:

$$Pe_u^{(0)}|_{\beta_{l_x,u}^{(0)}} = Q \left(\sqrt{\frac{\frac{P}{2N} \left(\sum_{l_x=0}^{L_f-1} \beta_{l_x,u}^{(0)} \right)^2}{\frac{P}{4N} \frac{\Omega_0}{\gamma_c} \cdot L_f}} \right) \quad (4.87)$$

Define-se agora:

$$\gamma_b = \frac{1}{L_f} \cdot \frac{\gamma_c}{\Omega_0} \cdot \left(\sum_{l_x=0}^{L_f-1} \beta_{l_x,u}^{(0)} \right)^2 \quad (4.88)$$

Assim, a equação (4.87) pode ser escrita da seguinte forma:

$$Pe_u^{(0)}|_{\gamma_b} = Q \left(\sqrt{2\gamma_b} \right) \quad (4.89)$$

Portanto:

$$Pe_u^{(0)} = \int_0^{\infty} Q \left(\sqrt{2\gamma_b} \right) \cdot p(\gamma_b) d\gamma_b \quad (4.90)$$

Nesse caso, não existe uma expressão fechada para o cômputo de $p(\gamma_b)$. Da mesma forma que o feito em (4.25), a probabilidade de erro da equação equação (4.90) foi obtida de forma semi-analítica. Alguns resultados de desempenho dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA são apresentados a seguir.

• MC DS-CDMA Ortogonal:

Se houver apenas um ramo no receptor *Rake* de cada subportadora, não se verifica diferença significativa de desempenho em ambientes com um ou dois multipercursos. Nesse caso, observa-se uma pequena vantagem para o caso em que $L = L_f = 1$ (figuras 4.16 e 4.17). Já para o caso onde $L = L_f = 2$ (figura 4.18), há uma melhora considerável no desempenho, pois o sistema aproveita a diversidade das duas componentes multipercurso do canal. Para $L = L_f = 3$ (figura 4.19), tal melhora é ainda mais acentuada, pois o ganho de diversidade é ainda maior. Entretanto, quanto maior o número de ramos do *Rake*, maior a complexidade do sistema. Percebe-se também que o desempenho com a regra MRC é um pouco melhor do que com a EGC quando há ganho de diversidade.

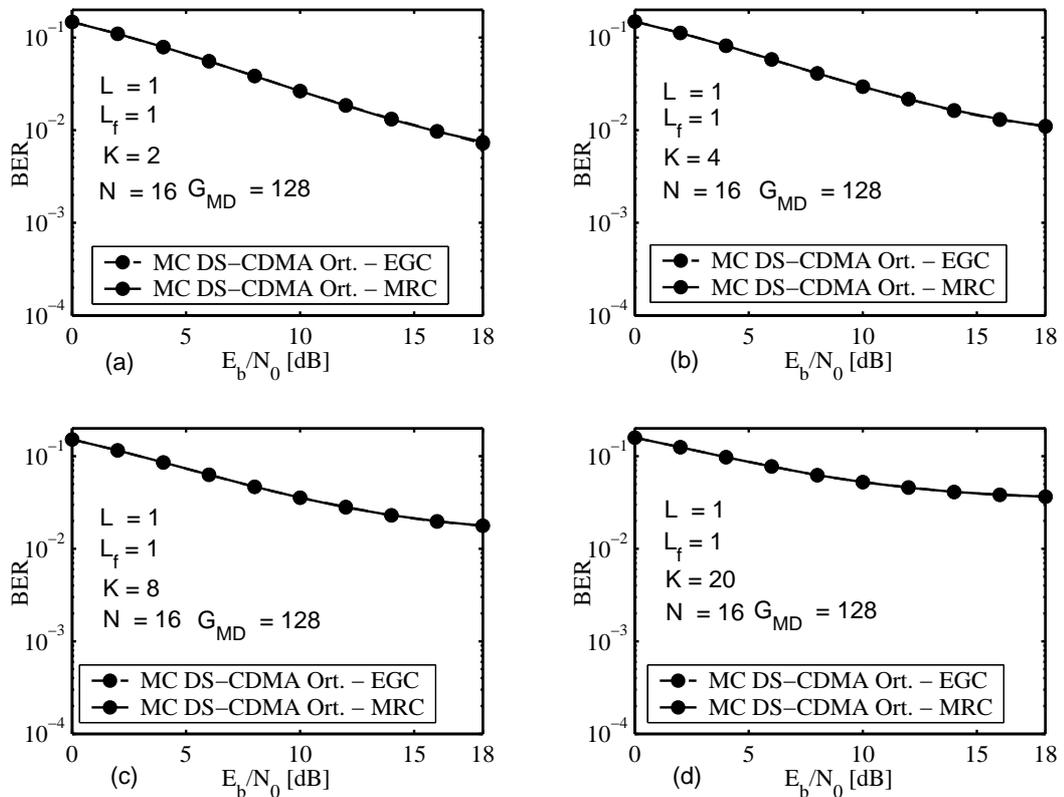


Figura 4.16: Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = L_f = 1$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

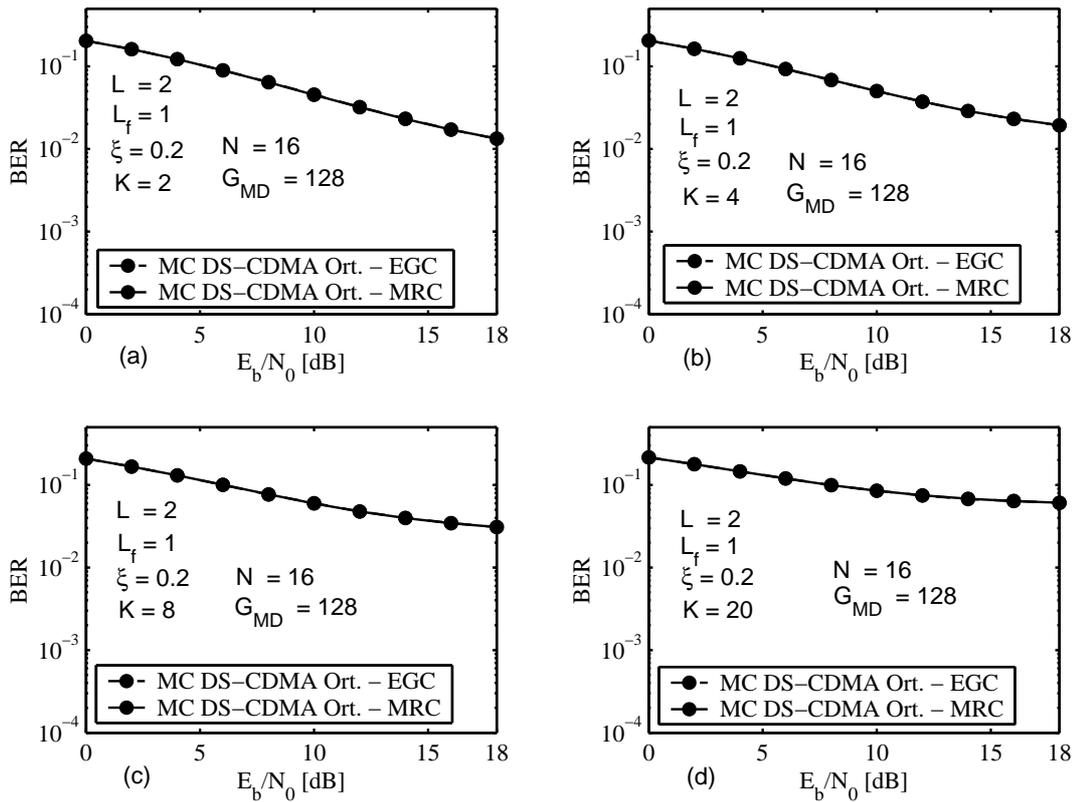


Figura 4.17: Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 2$, $L_f = 1$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

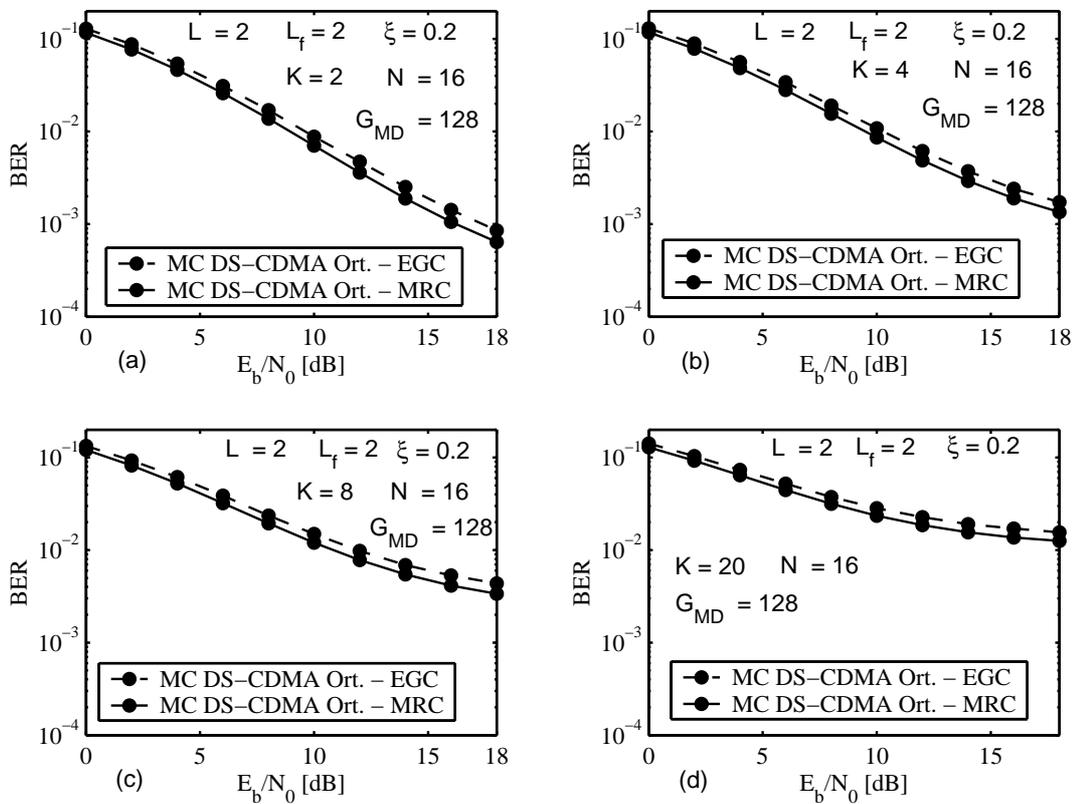


Figura 4.18: Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 2$, $L_f = 2$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

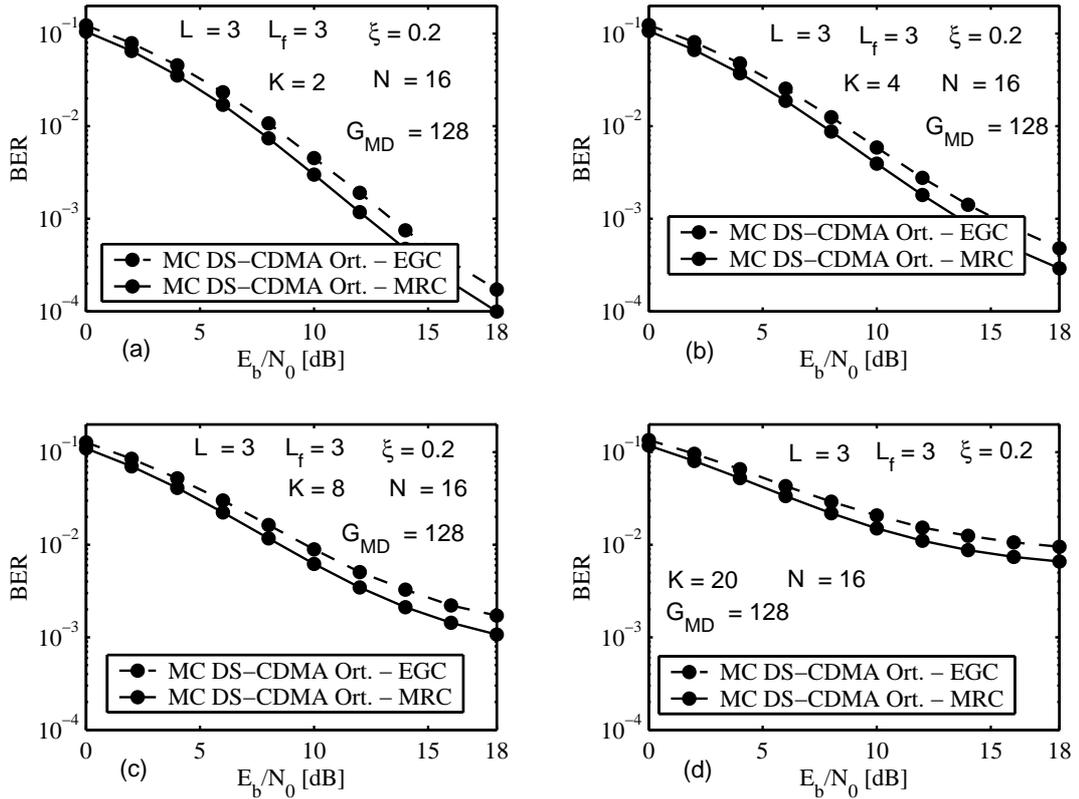


Figura 4.19: Probabilidade de erro média no sistema MC DS-CDMA ortogonal para canal reverso com $N = 16$, $G_{MD} = 128$, $L = 3$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

• MT-CDMA:

Como no MT-CDMA a banda de cada subportadora é mais larga que no MC DS-CDMA ortogonal, o número de multipercursos do canal por subportadora é maior. As figuras 4.20 e 4.21 ilustram os resultados de desempenho do sistema MT-CDMA para $L_f = 3$ e $L_f = 5$, respectivamente, em um canal com $L = 11$ multipercursos. Note que, conforme a diversidade aumenta, o desempenho do sistema é melhorado. Novamente o desempenho com o combinador MRC é melhor do que com o EGC.

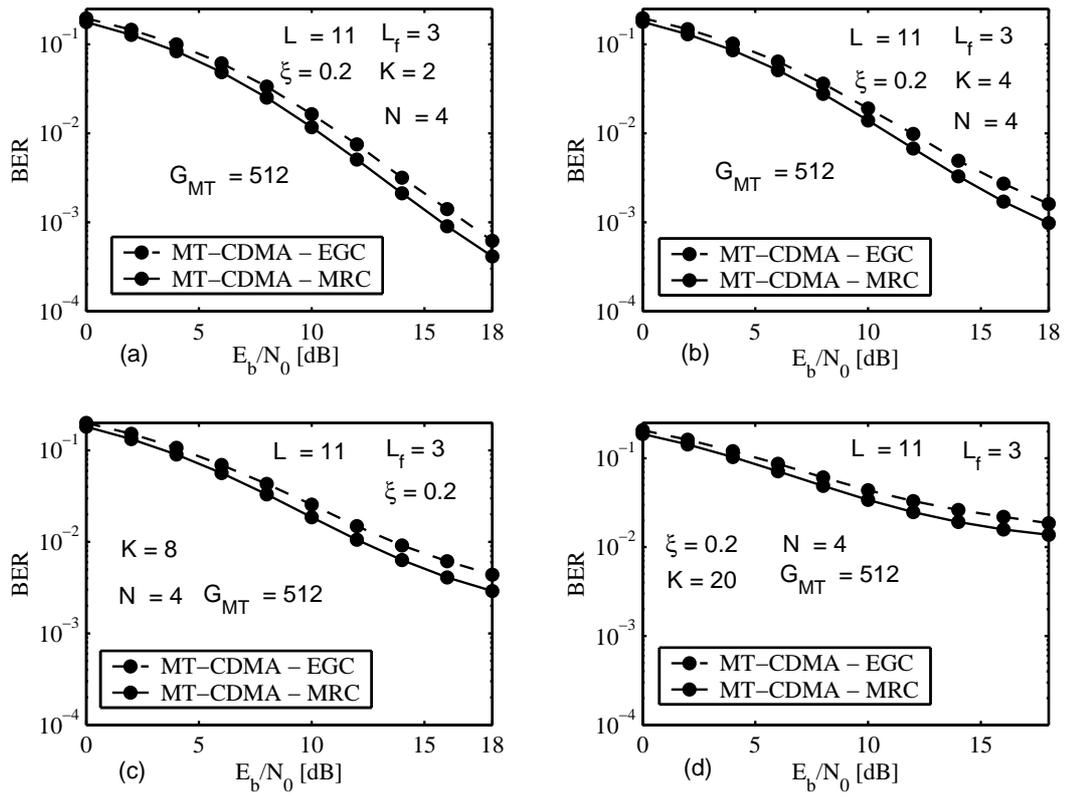


Figura 4.20: Probabilidade de erro média no sistema MT-CDMA para canal reverso com $N = 4$, $G_{MT} = 512$, $L = 11$, $L_f = 3$, $\xi = 0, 2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

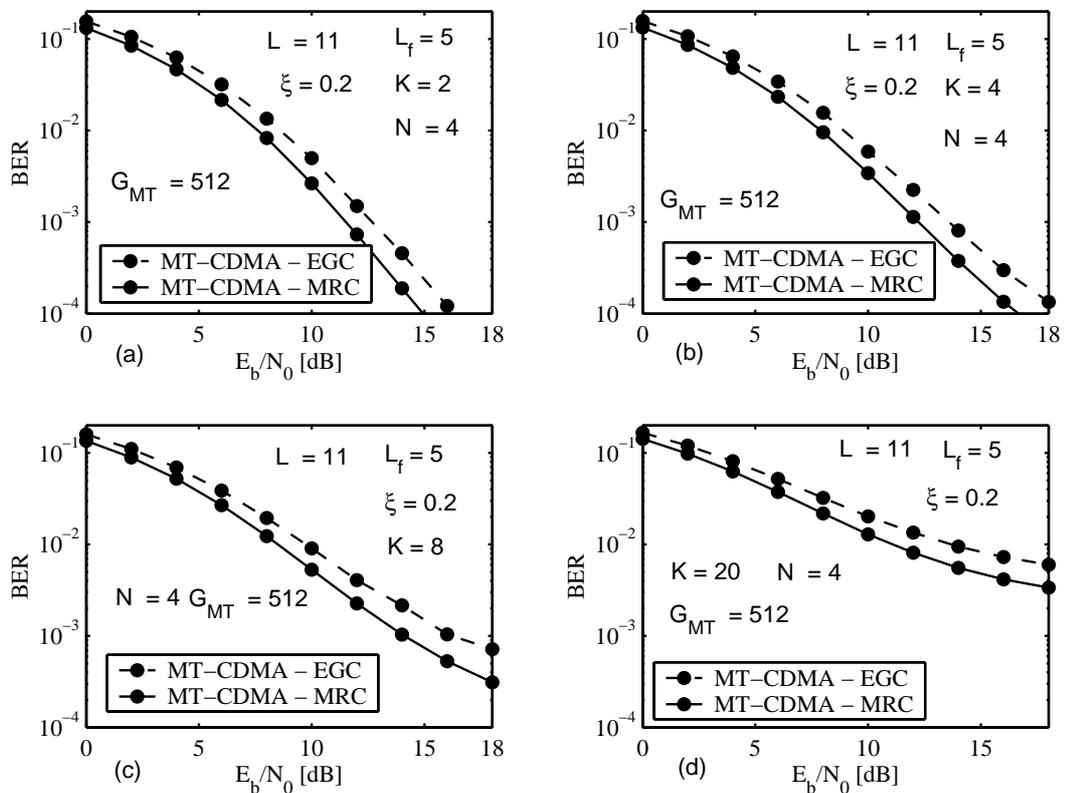


Figura 4.21: Probabilidade de erro média no sistema MT-CDMA para canal reverso com $N = 4$, $G_{MT} = 512$, $L = 11$, $L_f = 5$, $\xi = 0, 2$ e: (a) $K = 2$ us., (b) $K = 4$ us., (c) $K = 8$ us., (d) $K = 20$ us.

5 Sistemas CDMA Multiportadora com Cancelamento de Interferência Paralelo

Neste capítulo, inicialmente faz-se uma breve descrição dos principais esquemas de cancelamento de interferência aplicados a sistemas CDMA. Posteriormente, o cancelador de interferência paralelo é aplicado aos sistemas CDMA multiportadora analisados no capítulo 4. Os resultados de desempenho foram obtidos por meio de simulação computacional Monte Carlo. Nas simulações, assim como assumido na obtenção dos desempenhos analíticos, as amostras do canal foram consideradas invariantes dentro de um período de símbolo e perfeitamente estimadas na recepção.

Estruturas de recepção Multiusuário, MuD (*Multi User Detection*), (MOSHAVI, 1996), levam em conta a informação dos usuários interferentes na detecção do de interesse. Tais estruturas são indicadas para o enlace reverso, onde o assincronismo dos usuários compromete a ortogonalidade das seqüências dos assinantes, para quando o número de usuários do sistema for elevado e para sistemas onde há a ocorrência de disparidades de potência nos sinais provenientes dos usuários interferentes. Dentre os esquemas MuD utilizados em CDMA, destacam-se: Descorrelacionador (VERDÚ, 1998), MMSE (*Minimum Mean Square Error*) (VERDÚ, 1998) e os Canceladores de Interferência Subtrativos (ABRÃO, 2001). O Descorrelacionador aplica uma matriz de transformação linear formada a partir da correlação dos usuários do sistema, sendo indicado quando as amplitudes dos sinais recebidos forem completamente desconhecidas. O MMSE surge do Descorrelacionador, incorporando informações sobre a potência do ruído de fundo à matriz de transformação linear, o que resulta em melhor desempenho ao custo do aumento de complexidade oriunda da estimação de mais parâmetros. Tanto o Descorrelacionador quanto o MMSE possuem desempenho apreciável. A grande desvantagem de tais técnicas está associada ao fato de exigirem alta complexidade

de implementação (inversão de matriz de dimensão igual ao número de usuários em tempo real).

Canceladores de interferência subtrativos, IC (*Interference Canceler*), estimam os sinais dos usuários interferentes e utilizam estas estimativas para reconstruir a parcela interferente e subtraí-la (cancelá-la) do sinal do usuário de interesse. Tal técnica necessita de estimação precisa dos parâmetros do canal de rádio móvel, assim como dos atrasos entre usuários e suas potências de transmissão. Se todos os interferentes forem cancelados perfeitamente, o desempenho do receptor será ótimo. Entretanto, na prática, a interferência jamais poderá ser totalmente cancelada. Na implementação, normalmente são utilizados mais de um estágio de cancelamento, visando obter melhores estimativas do sinal interferente a cada estágio para efetuar o cancelamento. Dentre os esquemas de cancelamento de interferência subtrativo, dois se destacam: o Cancelador de Interferência Paralelo, PIC (*Parallel Interference Canceler*), e o Sucessivo, SIC (*Successive Interference Canceler*) (ABRÃO, 2001). A principal vantagem das estruturas receptoras baseadas em cancelamento de interferência está associada ao compromisso desempenho *versus* complexidade de implementação. Em contrapartida, tem-se como desvantagens a necessidade de estimação precisa dos níveis de potência e atrasos entre usuários, assim como das características do meio de propagação, para que se tenha melhorias no desempenho do sistema.

Existem, basicamente, duas formas de se implementar a reconstrução e o cancelamento da interferência de múltiplo acesso: pré- e pós-deteção. No esquema com pós-deteção, as correlações cruzadas das seqüência de espalhamento são empregadas para a estimação da MAI em banda base e o seu cancelamento é efetuado após o sinal recebido passar pelo banco de filtros casados, MFB (*Matched Filter Bank*). Por outro lado, no esquema com pré-deteção a reconstrução da interferência é efetuada a partir das seqüências de espalhamento dos usuários interferentes e o seu cancelamento ocorre antes da passagem do sinal pelo MFB. Ao contrário do esquema com pós-deteção que só pode ser aplicado em banda base, o esquema pré-deteção pode ser empregado tanto em banda base como em banda passante. Teoricamente, ambos os esquemas são equivalentes (ABRÃO, 2001). Optou-se nesse trabalho pela implementação de esquemas de cancelamento com pré-deteção.

5.1 Cancelador de Interferência Sucessivo

A figura 5.1 ilustra o esquema de cancelamento de interferência sucessivo aplicado a sistemas DS-CDMA pós-deteção.

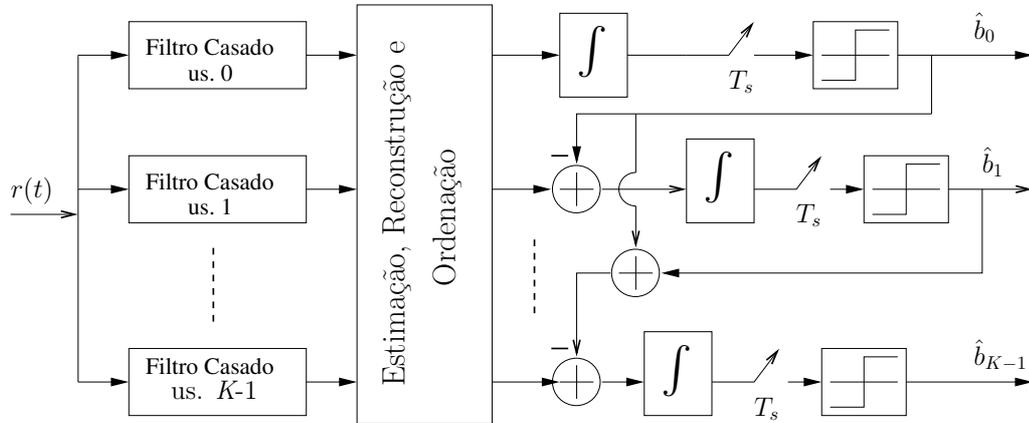


Figura 5.1: Recepção em um sistema DS-CDMA com cancelamento de interferência sucessivo pós-deteção.

O SIC é indicado quando os usuários ativos do sistema possuem níveis de potência discrepantes. No SIC, os usuários são ordenados na saída do banco de filtros casados de forma decrescente quanto ao nível de potência do sinal recebido. Assumem-se conhecidas as seqüências de espalhamento dos usuários ativos. Após a ordenação, o usuário de maior potência é primeiramente detectado e, a partir das suas estimativas de potência, atraso, e das características do canal, o sinal deste usuário é reconstruído e subtraído do sinal na entrada do receptor. Assim, idealmente, o sinal resultante contém um usuário interferente a menos, e o processo se repete até que os restantes $K - 1$ usuários tenham sido demodulados, onde K representa a população ativa do sistema. Em termos de desempenho, tal técnica é muito eficiente quando há discrepância de potência no sinal recebido. No entanto, algumas desvantagens são inerentes, tais como: elevado tempo de demodulação (proporcional ao número de usuários ativos do sistema) e a complexidade adicional dos mecanismos de ordenação segundo o critério de maior potência.

5.2 Cancelador de Interferência Paralelo

A estrutura PIC é indicada para casos em que há um certo controle de potência entre os usuários ativos. A figura 5.2 ilustra o esquema de cancelamento de interferência paralelo pós-deteção aplicado a sistemas DS-CDMA.

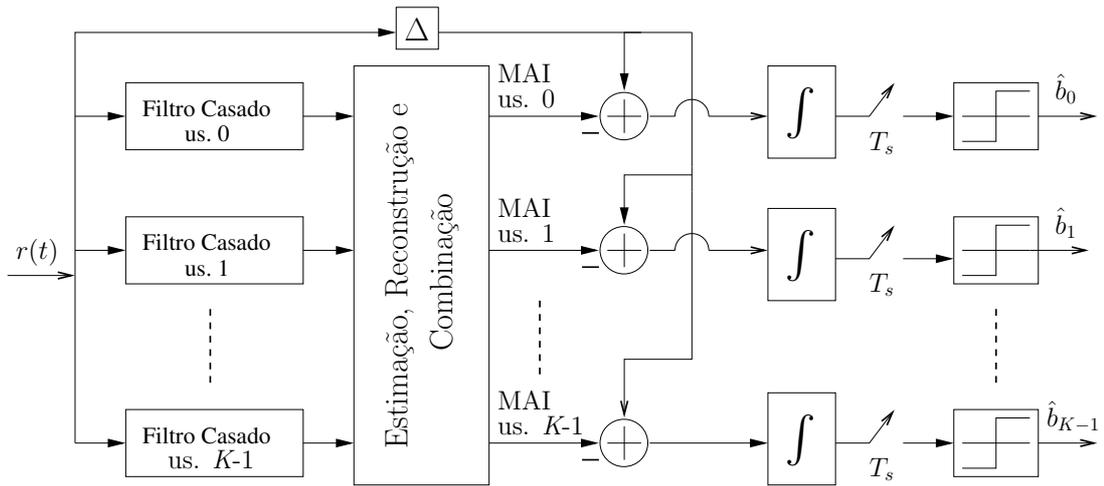


Figura 5.2: Recepção em um sistema DS-CDMA com cancelamento de interferência paralelo pós-deteção.

Ao contrário do SIC, tal estrutura estima e subtrai toda a interferência para cada usuário. O primeiro estágio é essencialmente um receptor convencional (MFB), produzindo estimativas para os sinais de todos os usuários. No segundo estágio, a partir das estimativas dos usuários ativos provenientes do primeiro estágio e dos parâmetros de canal, os sinais interferentes são reconstruídos e subtraídos do usuário de interesse. Tal processo é feito de forma paralela para os K usuários ativos do sistema. O cancelamento paralelo pode ser repetido em múltiplos estágios, mantendo, geralmente, um desempenho sempre melhorado em relação ao receptor convencional, se forem garantidas boas estimativas dos sinais interferentes. Entretanto, a diferença de desempenho de um estágio qualquer para o anterior tende a diminuir conforme o número de estágios aumenta.

5.3 Sistema MC-CDMA com PIC

O receptor multi-usuário MC-CDMA-PIC proposto é ilustrado na figura 5.3. O estágio 0 (stg $p = 0$) representa a recepção convencional. Os estágios 1 (stg $p = 1$) e 2 (stg $p = 2$) representam o primeiro e o segundo estágios de cancelamento PIC, respectivamente. Nesse esquema, o símbolo de informação estimado em um estágio anterior é usado para reconstruir a MAI a ser cancelada no estágio atual. Em todos os p estágios de cancelamento foram consideradas decisões abruptas (*hard decision*) para estimar os símbolos transmitidos. O termo \hat{b}_k^p , $p = 0, 1, 2$, representa a informação estimada do k -ésimo usuário no p -ésimo estágio PIC, dada por:

$$\widehat{b}_k^p = \text{sign}(Z_k^p), \quad (5.1)$$

onde $\text{sign}(\cdot)$ representa a função sinal e Z_k^p , a variável de decisão para o k -ésimo usuário no p -ésimo estágio PIC, dada por:

$$Z_k^p = \sum_{n_2=0}^{N-1} d_{k,n_2} \cdot \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} (r(t) - MAI_k^p(t)) \cdot \cos(\omega_{n_2} t + \phi_{k,n_2}) dt \quad (5.2)$$

Teoricamente, a MAI reconstruída para o k -ésimo usuário que será subtraída do sinal recebido no p -ésimo estágio PIC, $MAI_k^p(t)$, é representada por:

$$MAI_k^p(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{k'=0}^{K-1} \sum_{k' \neq k} \sum_{n=0}^{N-1} \widehat{b}_{k'}^{p-1}(i) \cdot \beta_{k',n} \cdot c_{k',n} \cdot u_{T_s}(t - iT_s - \zeta_{k'}) \cdot \cos(\omega_n t + \phi_{k',n}) \quad (5.3)$$

Na prática, se as estimativas forem confiáveis, a variância de Z_k^p tende a ser menor com o aumento do número de estágios, o que reduz a probabilidade de erro do sistema. Considerando uma aproximação gaussiana para a MAI, a probabilidade de erro de bit para o k -ésimo usuário no p -ésimo estágio de cancelamento é dada pela expressão:

$$Pe_k^p = Q \left(\frac{D_k}{\sqrt{\text{Var}[\mathcal{N}_k] + \text{Var}[\mathcal{I}_k^p]}} \right), \quad (5.4)$$

onde \mathcal{I}_k^p é a parcela de Z_k^p correspondente à interferência de múltiplo acesso. A probabilidade de erro de bit média considerando os K usuários do sistema no p -ésimo estágio de cancelamento é dada por:

$$Pe^p = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} Pe_k^p \quad (5.5)$$

Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 5.4 a 5.6.

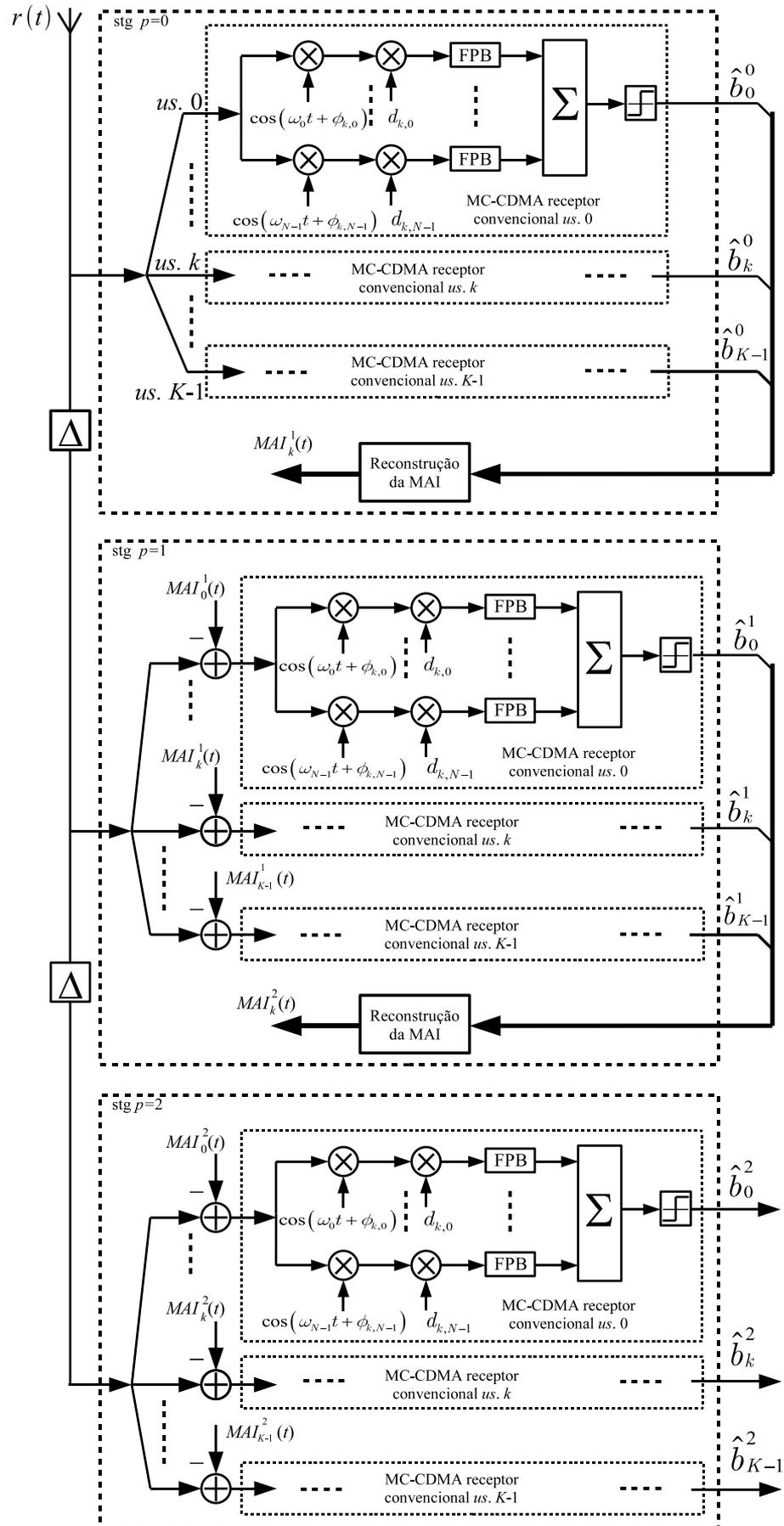


Figura 5.3: Sistema MC-CDMA-PIC proposto.

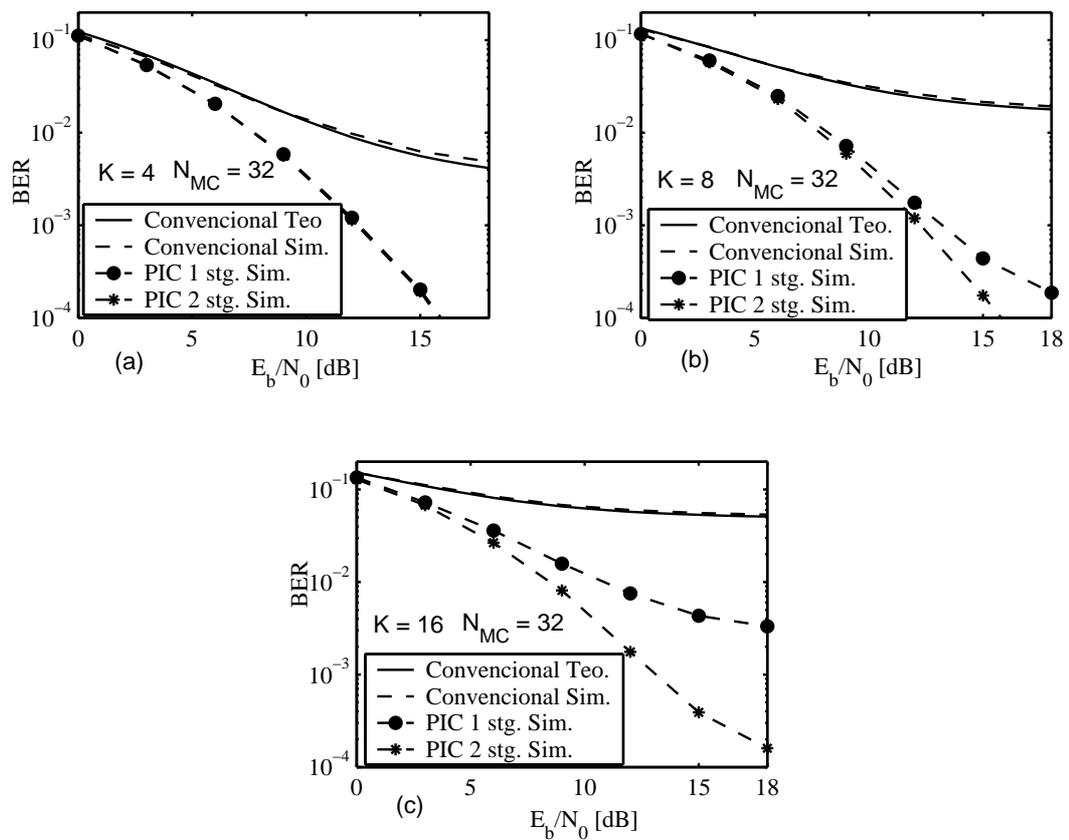


Figura 5.4: Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 1,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.

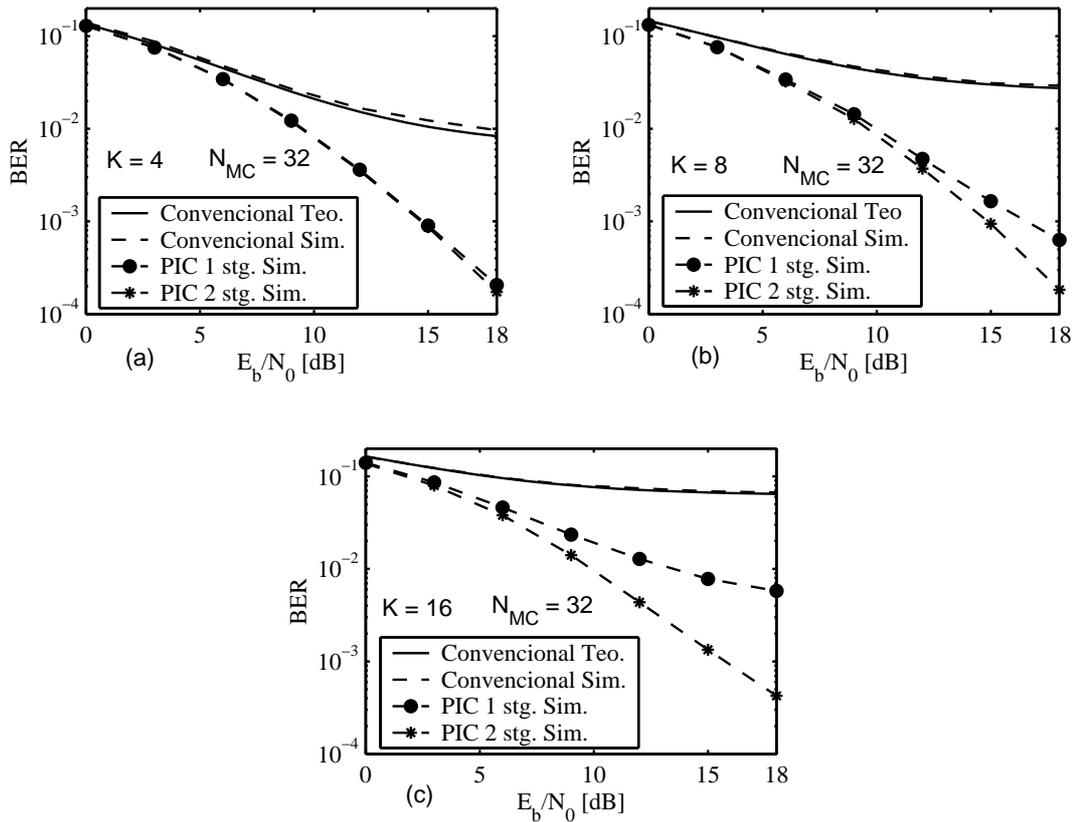


Figura 5.5: Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 2,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.

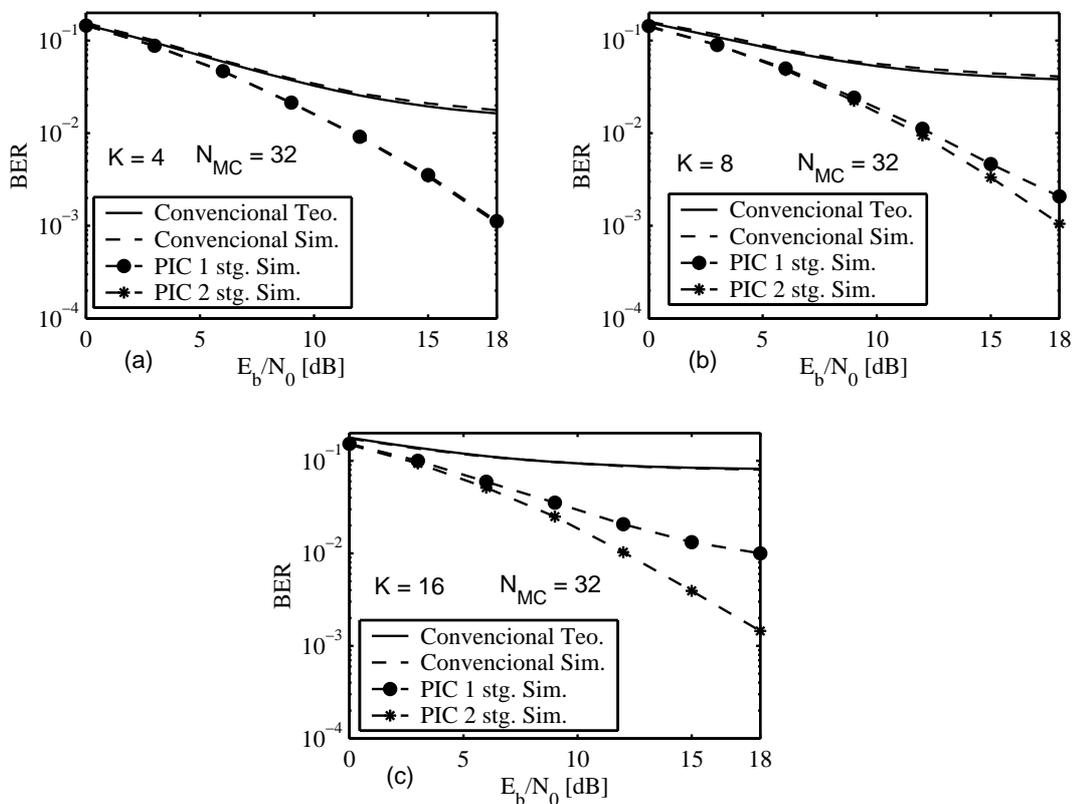


Figura 5.6: Desempenho do sistema MC-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $N = 32$, $\Delta f = 100$ kHz, $(\Delta f)_c = 5,0$ MHz e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.

Note que o desempenho do sistema foi superior quando o canal com $(\Delta f)_c = 1$ MHz foi considerado, pois nesse caso tem-se um maior ganho de diversidade. Adicionalmente, pode-se verificar que o esquema PIC produz uma melhora significativa no desempenho do sistema, mostrando que o mesmo é seriamente afetado pela MAI. Outra observação importante é que a diferença entre os desempenhos com um e dois estágios de cancelamento PIC é mais acentuada na condição de alto carregamento, onde a interferência de múltiplo acesso predomina. Em (ANGÉLICO; JESZENSKY; ABRÃO, 2004) o sistema MC-CDMA-PIC assíncrono é avaliado utilizando o conjunto de seqüências de espalhamento de *Walsh-Hadamard* com comprimento 32.

5.4 Sistemas MC DS CDMA Ortogonal e MT-CDMA com PIC

O esquema MC DS-CDMA-PIC Ortogonal (doravante denominado apenas MC DS-CDMA-PIC) e MT-CDMA-PIC proposto para o k -ésimo usuário é ilustrado nas figuras 5.7, 5.8 e 5.9. O estágio 0 (stg $p = 0$) representa o receptor *Rake* convencional. Os estágios 1 (stg $p = 1$) e 2 (stg $p = 2$) representam, respectivamente, o primeiro e o segundo estágios de cancelamento de interferência paralelo. Assim como no MC-CDMA-PIC, o símbolo de informação estimado em um estágio anterior é usado para reconstruir a interferência de múltiplo acesso a ser cancelada no estágio atual. Considerou-se decisão abrupta em todos os estágios para estimar os símbolos transmitidos. O termo $\hat{b}_{n,k}^p$, $p = 0, 1, 2$, representa a informação estimada no p -ésimo estágio PIC da n -ésima subportadora do k -ésimo usuário, dada por:

$$\hat{b}_{u,k}^p = \text{sign} (Z_{u,k}^p), \quad (5.6)$$

onde $Z_{u,k}^p$ ($Z_{u,k}^0 = Z_u^{(k)}$ — equação (4.33)) representa a variável de decisão no p -ésimo estágio PIC da u -ésima subportadora do k -ésimo usuário, que por sua vez é dada por:

$$Z_{u,k}^p = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} Z_{l_x,u,k}^p \quad (5.7)$$

com:

$$Z_{l_x,u,k}^p = \frac{1}{NT_s} \cdot d_{l_x,u}^{(k)} \int_{\tau_{l_x}^{(k)}}^{\tau_{l_x}^{(k)} + NT_s} (r(t) - MAI_{l_x,u,k}^p(t) - SI_{l_x,u,k}^p(t)) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_x}^{(k)} \right) \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_x,u}^{(k)} \right) dt, \quad (5.8)$$

onde, idealmente:

$$MAI_{l_x,u,k}^p = \sum_{k'=0, k' \neq k}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L_f-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(k')} \cdot \hat{b}_{k',n}^{p-1} \left(t - \tau_{l_p}^{(k')} \right) \cdot c_{k'} \left(t - \tau_{l_p}^{(k')} \right) \cdot \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_p,n}^{(k')} \right), \quad (5.9)$$

e:

$$SI_{l_x,u,k}^p = \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L_f-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{\frac{2P}{N}} \cdot \beta_{l_p,n}^{(k)} \cdot \hat{b}_{k,n}^{p-1} \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_n t + \phi_{l_p,n}^{(k)} \right), \quad (5.10)$$

representam, respectivamente, as parcelas reconstruídas correspondentes à interferência de múltiplo acesso e à auto-interferência.

Considerando aproximação gaussiana para a auto-interferência e para a interferência de múltiplo acesso, a probabilidade de erro de bit para a u -ésima subportadora do k -ésimo usuário no p -ésimo estágio PIC é representada por:

$$Pe_{u,k}^p = Q \left(\frac{\sum_{l_x=0}^{L_f-1} \frac{D_{l_x,u}^{(k)}}{\sqrt{Var[\mathcal{N}_{l_x}^{(k)}] + Var[\mathcal{S}_{l_x,u,k}^p] + Var[\mathcal{I}_{l_x,u,k}^p]}}}{\sqrt{Var[\mathcal{N}_{l_x}^{(k)}] + Var[\mathcal{S}_{l_x,u,k}^p] + Var[\mathcal{I}_{l_x,u,k}^p]}} \right), \quad (5.11)$$

onde $\mathcal{S}_{l_x,u,k}^p$ e $\mathcal{I}_{l_x,u,k}^p$ representam, respectivamente, a parcela de $Z_{l_x,u,k}^p$ correspondente à auto-interferência e à interferência de múltiplo acesso. A probabilidade de erro de bit média considerando todas as N subportadoras dos K usuários do sistema no p -ésimo estágio de cancelamento é dada por:

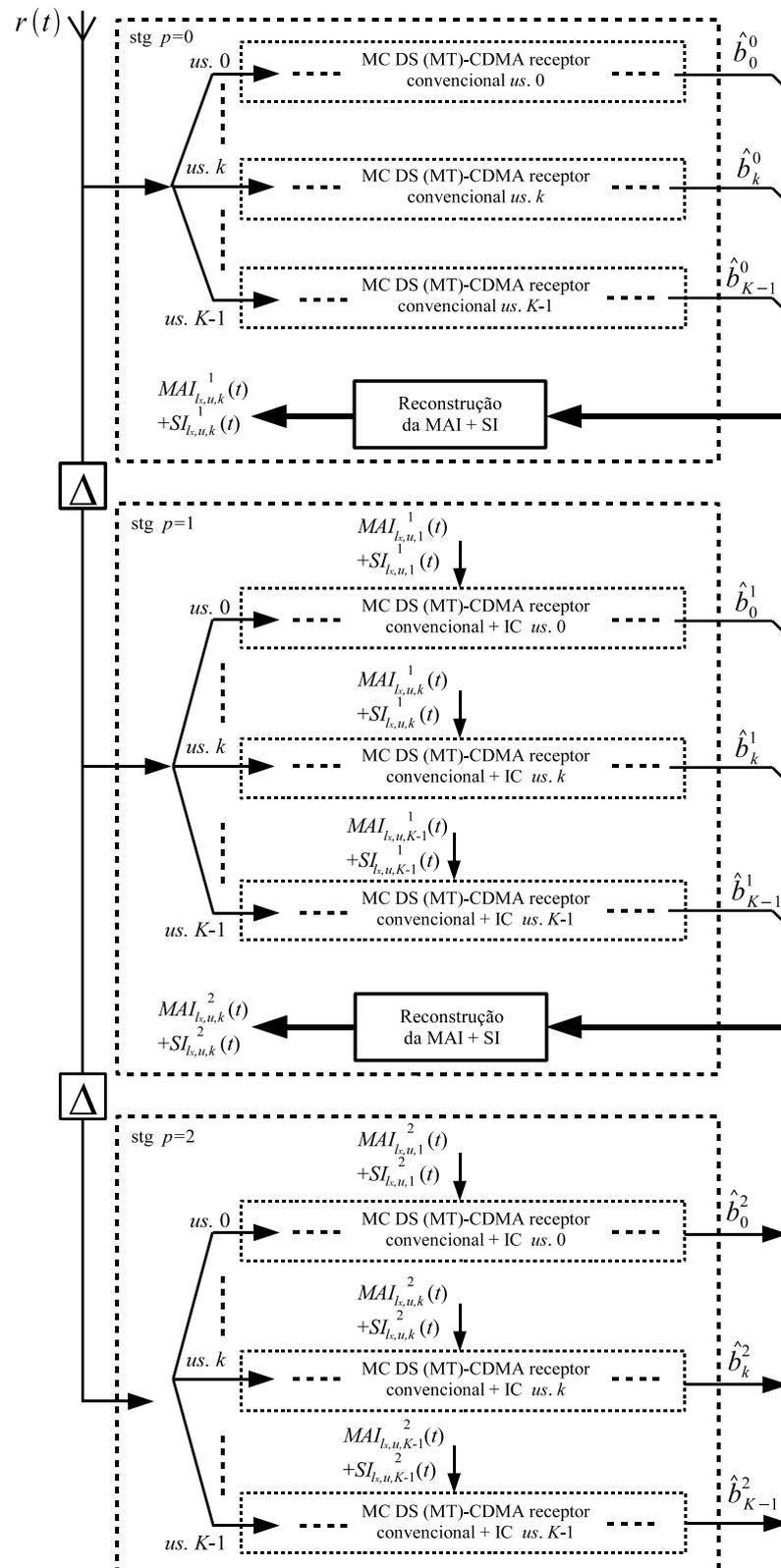


Figura 5.7: Sistema MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA proposto.

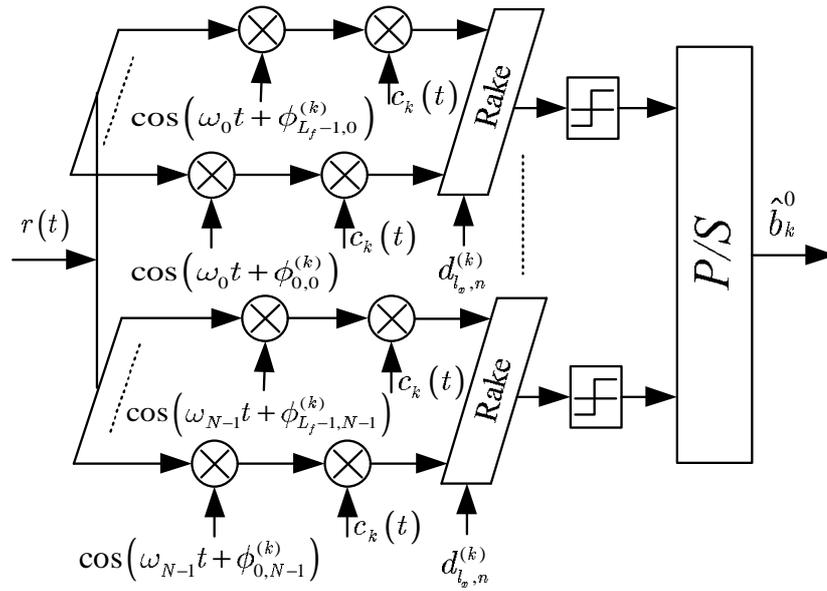


Figura 5.8: MC DS (MT)-CDMA receptor convencional *us. k*, stg 0.

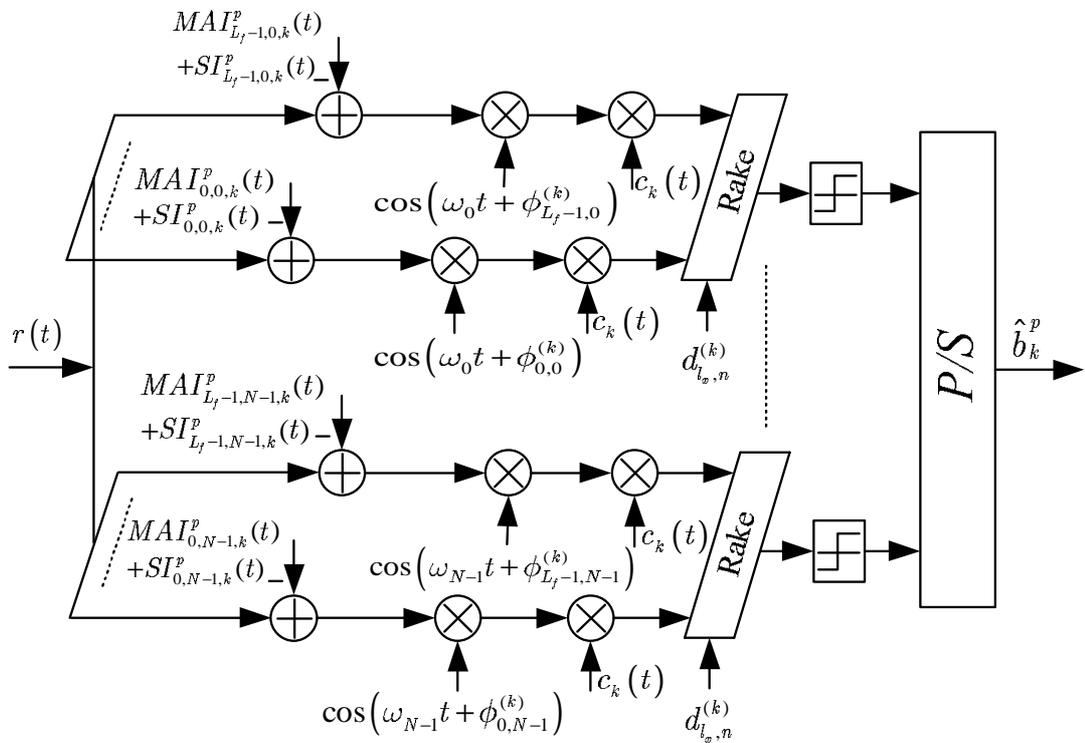


Figura 5.9: MC DS (MT)-CDMA receptor convencional + IC *us. k*, stg *p*.

$$Pe^p = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{u=0}^{N-1} Pe_{u,k}^p \quad (5.12)$$

Os resultados obtidos para os sistemas MC-DS-CDMA e MT-CDMA, considerando a regra de combinação MRC, são respectivamente apresentados nas figuras 5.10 a 5.11.

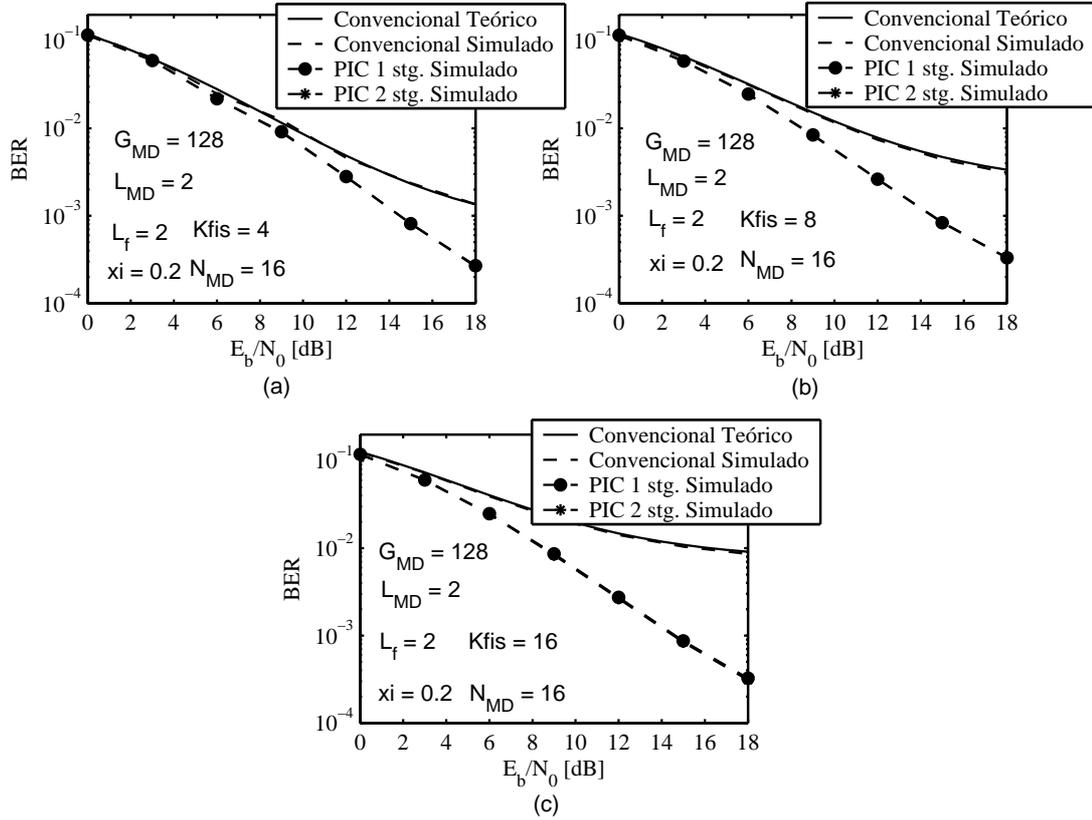


Figura 5.10: Desempenho do sistema MC DS-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $G_{MD} = 128$, $N = 16$, $L_p = L_f = 2$ e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.

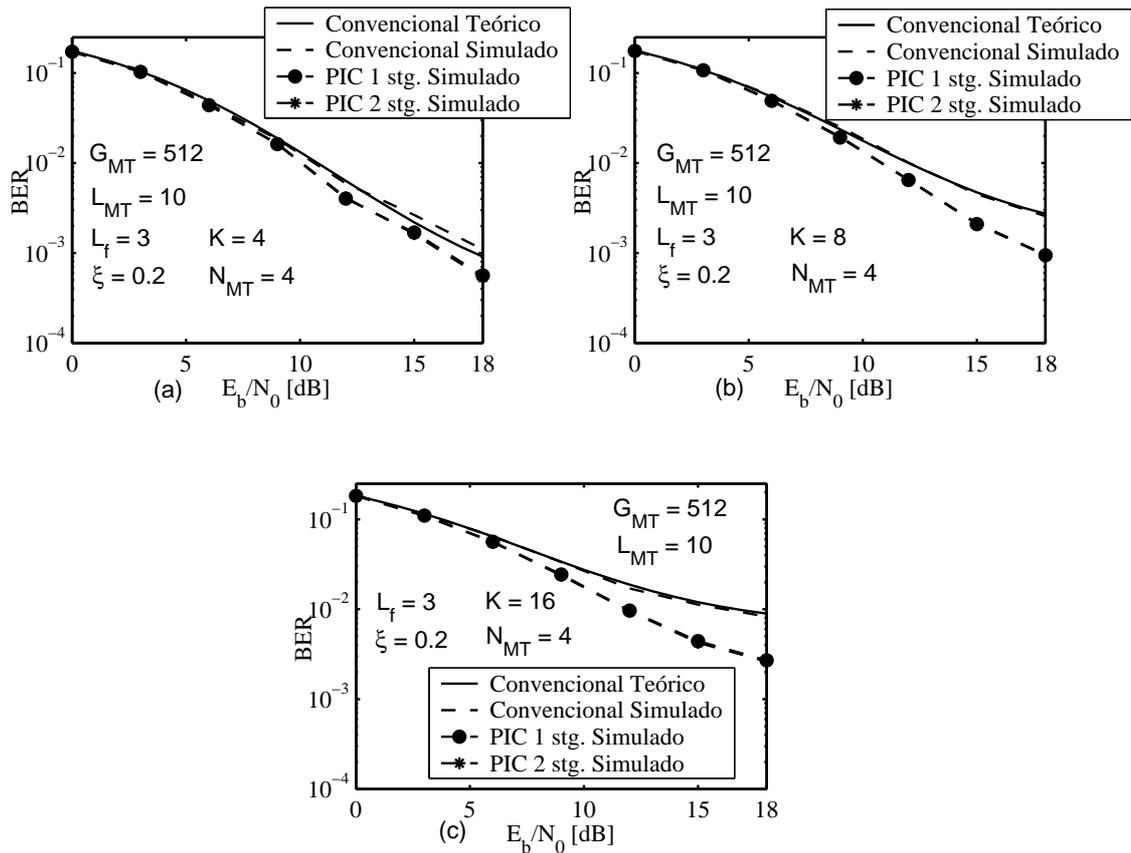


Figura 5.11: Desempenho do sistema MT-CDMA-PIC para canal reverso assíncrono com $G_{MT} = 512$, $N = 4$, $L_p = 11$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e: (a) $K = 4$ us., (b) $K = 8$ us., (c) $K = 16$ us.

Note que, em ambos os casos simulados, não houve diferença de desempenho para um ou dois estágios de cancelamento paralelo. A melhora no desempenho com a utilização do PIC fica mais evidente com o aumento do número de usuários do sistema, pois o efeito da MAI torna-se mais predominante. Nos casos considerados, verifica-se que a utilização do receptor PIC é mais eficiente no sistema MC DS-CDMA Ortogonal do que no MT-CDMA, pois, no primeiro, a diferença em relação ao desempenho do receptor *Rake* convencional é mais acentuada. Além disso, o desempenho do PIC varia menos frente ao aumento da população de usuários no esquema MC DS-CDMA-PIC.

6 Comparação dos Sistemas CDMA Multiportadora

Este capítulo, que é o foco final e principal do trabalho de mestrado, apresenta um critério para a comparação dos sistemas CDMA multiportadora analisados no capítulo 4, assim como os resultados oriundos dessa comparação. Procurou-se aqui comparar os sistemas da forma mais justa possível, sem que nenhum fosse diretamente favorecido. Apenas seqüências de espalhamento aleatórias e regra de combinação MRC foram consideradas.

6.1 Metodologia de Comparação

Parte-se, inicialmente, da caracterização de um sistema DS-CDMA, assim como em (YANG; HANZO, 2002). A partir de tal caracterização, os parâmetros dos sistemas CDMA multiportadora são derivados respeitando a largura de banda de canal e a taxa de transmissão de dados do sistema DS-CDMA original. Considere um sistema DS-CDMA com os seguinte parâmetros:

- Banda do Sistema: $W = 2/T_{c1}$ (período de *chip* T_{c1} e formatação de pulso retangular);
- Taxa de transmissão $R_x = 1/T_s$;
- Ganho de Processamento: G_{DS} (código curto $\rightarrow G_{DS} = T_s/T_{c1}$);
- Número de componentes multipercurso discerníveis: L_{DS} .

O número de percursos discerníveis em um sistema DS-CDMA é dado por (YANG; HANZO, 2002), (KONDO; MILSTEIN, 1996):

$$L_{DS} = \left\lceil \frac{\tau_m}{T_{c1}} \right\rceil + 1 \quad (6.1)$$

A seguinte simplificação é adotada:

$$L_{DS} - 1 \approx \frac{\tau_m}{T_{c1}} \quad (6.2)$$

Assim:

$$\tau_m \approx (L_{DS} - 1) \cdot T_{c1} \quad (6.3)$$

Doravante, considera-se:

$$\tau_m = (L_{DS} - 1) \cdot T_{c1} \quad (6.4)$$

Adicionalmente, da equação (2.56), a banda de coerência do canal pode ser representada por:

$$(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m} \quad (6.5)$$

Em relação ao sistema DS-CDMA, pela equação (6.4), tem-se:

$$(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi(L_{DS} - 1) T_{c1}} \quad (6.6)$$

Com isso, os parâmetros dos sistemas MC-CDMA, MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA são obtidos.

- **MC-CDMA:**

Da equação (4.2) tem-se:

$$W^{MC} = \frac{N + 1}{T_s} \quad (6.7)$$

Considerando que os sistemas MC-CDMA e DS-CDMA ocupam a mesma banda e possuem a mesma taxa de transmissão, obtém-se o número de subportadoras do sistema MC-CDMA:

$$\frac{N + 1}{T_s} = \frac{2}{T_{c1}} \Rightarrow N = 2 \cdot G_{DS} - 1 \quad (6.8)$$

O número de percursos discerníveis por subportadora no MC-CDMA é dado por:

$$L_{MC} = \left\lfloor \frac{\tau_m}{T_s} \right\rfloor + 1 = \left\lfloor \frac{\tau_m}{G_{DS} \cdot T_{c1}} \right\rfloor + 1 \quad (6.9)$$

Utilizando o resultado de (6.4), tem-se que:

$$L_{MC} = \left\lfloor \frac{L_{DS} - 1}{G_{DS}} \right\rfloor + 1 \quad (6.10)$$

O espaçamento entre as subportadoras no sistema MC-CDMA é dado por $\Delta f = 1/T_s$. Com isso, e com a equação (6.6), obtém-se a matriz de correlação do canal (equação (2.80)) para gerar os raios correlacionados na frequência.

• **MC DS-CDMA ortogonal:**

Para o sistema MC DS-CDMA ortogonal fixa-se, primeiramente, o número de subportadoras (N) do sistema. Assim, da equação (4.29), conclui-se que:

$$\begin{aligned} W^{MD} &= \frac{(N+1)G_{MD}}{N \cdot T_s} = \frac{2}{T_{c1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow G_{MD} &= \frac{2N G_{DS}}{N+1}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

pois $G_{DS} = \frac{T_s}{T_{c1}}$. Assim, para um dado N , encontra-se G_{MD} . O número de percursos discerníveis por subportadora é obtido da seguinte forma:

$$L_{MD} = \left\lfloor \frac{\tau_m}{T_c} \right\rfloor + 1 \quad (6.12)$$

Mas:

$$\begin{aligned} T_c G_{MD} &= N T_{c1} G_{DS} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_c &= \frac{N T_{c1} G_{DS}}{G_{MD}} \end{aligned} \quad (6.13)$$

Assim:

$$L_{MD} = \left\lfloor \frac{G_{MD} \tau_m}{N T_{c1} G_{DS}} \right\rfloor + 1 \quad (6.14)$$

Recorrendo novamente à equação (6.4), obtém-se:

$$L_{MD} = \left\lfloor \frac{G_{MD} (L_{DS} - 1)}{N G_{DS}} \right\rfloor + 1 \quad (6.15)$$

Da equação (6.11), tem-se:

$$L_{MD} = \left\lfloor \frac{2 (L_{DS} - 1)}{(N + 1)} \right\rfloor + 1 \quad (6.16)$$

No sistema MC DS-CDMA ortogonal as subportadoras são espaçadas de $\Delta f = 1/T_c$. Assim, com o auxílio das equações (2.80) e (6.6), pode-se obter a matriz de correlação do canal e gerar raios correlacionados na frequência.

• MT-CDMA:

Assim como no sistema MC DS-CDMA ortogonal, o número de subportadoras do sistema é inicialmente fixado. Da equação (4.30) tem-se que:

$$\begin{aligned} W^{MT} &= \frac{N - 1 + 2 \cdot G_{MT}}{N \cdot T_s} = \frac{2}{T_{c1}} \Rightarrow \\ \Rightarrow G_{MT} &= N \cdot G_{DS} + \frac{(1 - N)}{2} \end{aligned} \quad (6.17)$$

O número de percursos discerníveis por subportadora no sistema MT-CDMA é dado por:

$$L_{MT} = \left\lfloor \frac{\tau_m}{T_c} \right\rfloor + 1 \quad (6.18)$$

Mas:

$$\begin{aligned} T_c G_{MT} &= N T_{c1} G_{DS} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_c &= \frac{N T_{c1} G_{DS}}{G_{MT}} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Assim:

$$\begin{aligned} L_{MT} &= \left\lfloor \frac{G_{MT} \tau_m}{N T_{c1} G_{DS}} \right\rfloor + 1 \Rightarrow \\ L_{MT} &= \left\lfloor \frac{G_{MT} (L_{DS} - 1)}{N G_{DS}} \right\rfloor + 1 \end{aligned} \quad (6.20)$$

Da equação (6.17) verifica-se que:

$$G_{DS} = \frac{2 G_{MT} + (N - 1)}{2 N} \quad (6.21)$$

Com isso:

$$L_{MT} = \left\lfloor \frac{2 G_{MT} (L_{DS} - 1)}{2 G_{MT} + (N - 1)} \right\rfloor + 1 \quad (6.22)$$

No MT-CDMA, $\Delta f = \frac{1}{NT_s}$. Assim, pelas equações (2.80) e (6.6), obtém-se a matriz de correlação do canal.

• MC DS-CDMA Generalizado:

No sistema MC DS-CDMA Generalizado proposto em (YANG; HANZO, 2002), o espaçamento de frequência entre subportadoras adjacentes é dado por $\Delta f = \frac{\Lambda}{NT_s}$, $\Lambda =$ inteiro positivo. Como já mencionado no capítulo 4, se $\Lambda = 1$, o sistema reduz-se ao MT-CDMA, ao passo que, se $\Lambda = G_{MD}$, o sistema reduz-se ao MC DS-CDMA ortogonal. O espectro do sinal transmitido no sistema MC DS-CDMA Generalizado é ilustrado na figura 6.1.

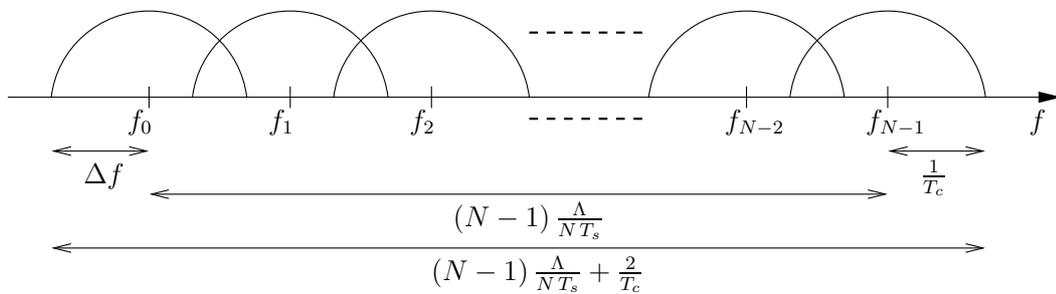


Figura 6.1: Espectro do sinal no sistema MC DS-CDMA Generalizado.

A largura de banda em banda base de cada subcanal de frequência é igual a $1/T_c$. Assim, a largura de banda total do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} W^{Ger} &= (N - 1) \cdot \Delta f + \frac{2}{T_c} = (N - 1) \cdot \frac{\Lambda}{N T_s} + \frac{2}{T_c} \Rightarrow \\ \Rightarrow W^{Ger} &= (N - 1) \frac{\Lambda}{G_{Ger} T_c} + \frac{2}{T_c} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Novamente, o valor de N é fixado. Assim, em comparação ao sistema DS-CDMA, o ganho de processamento do sistema MC DS-CDMA Generalizado é obtido como se segue:

$$\begin{aligned}
W^{Ger} &= (N-1) \frac{\Lambda}{G_{Ger} T_c} + \frac{2}{T_c} = \frac{2}{T_{c1}} \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{T_s}{T_{c1}} &= (N-1) \frac{\Lambda T_s}{2 G_{Ger} T_c} + \frac{T_s}{T_c}
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Mas, sabe-se que:

$$N T_s = G_{Ger} T_c \Rightarrow \frac{T_s}{T_c} = \frac{G_{Ger}}{N} \tag{6.25}$$

Assim:

$$\begin{aligned}
G_{DS} &= (N-1) \frac{\Lambda}{2N} + \frac{G_{Ger}}{N} \Rightarrow \\
\Rightarrow G_{Ger} &= N G_{DS} - \frac{(N-1) \Lambda}{2}
\end{aligned} \tag{6.26}$$

Da equação (6.20) pode-se concluir que L_{Ger} é dado por:

$$L_{Ger} = \left\lfloor \frac{G_{Ger} (L_{DS} - 1)}{N G_{DS}} \right\rfloor + 1 \tag{6.27}$$

Da equação (6.26):

$$N G_{DS} = G_{Ger} + \frac{(N-1) \Lambda}{2} \tag{6.28}$$

Portanto:

$$L_{Ger} = \left\lfloor \frac{2 G_{Ger} (L_{DS} - 1)}{2 G_{Ger} + (N-1) \Lambda} \right\rfloor + 1 \tag{6.29}$$

Com isso, pode-se achar um Λ_{Otm} que minimize a probabilidade de erro, resultado em um sistema MC-DS-CDMA ótimo.

6.2 Resultados Obtidos

Inicialmente, os desempenhos dos sistemas DS-CDMA multiportadora são comparados analiticamente ao sistema DS-CDMA com portadora única, cuja análise encontra-se no anexo B. Para tanto, considerou-se um sistema DS-CDMA e os seguintes parâmetros: $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$ e $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = 32$.

Além disso, para os sistemas DS-CDMA multiportadora, assumiu-se nula a correlação entre os desvanecimentos de duas subportadoras quaisquer, concordando com a hipótese feita para a obtenção do resultado apresentado na equação (4.90). Assim como em (YANG; HANZO, 2002), o resultado do sistema DS-CDMA multiportadora ótimo foi obtido encontrando um Λ_{Otm} que minimiza a probabilidade de erro genérica obtida em (4.90). O valor de Λ_{Otm} foi encontrado para um valor fixo de E_b/N_0 em 30 dB. Dois casos foram considerados: um com $L_f = 3$ e outro com $L_f = 5$. Os resultados são apresentados a seguir.

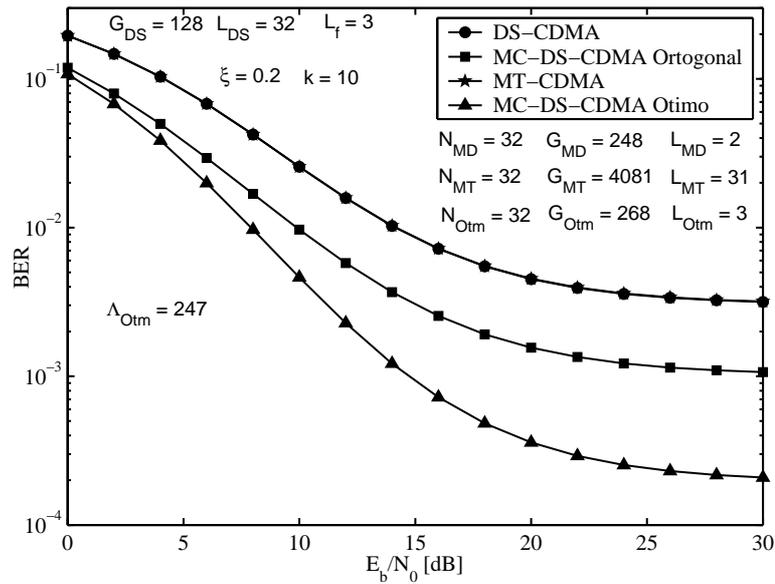


Figura 6.2: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS-CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = 32$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

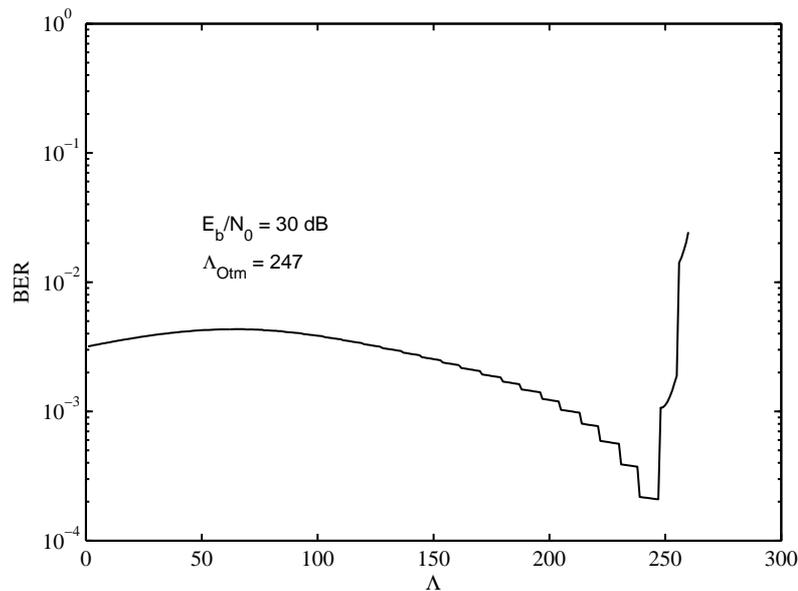


Figura 6.3: BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.2.

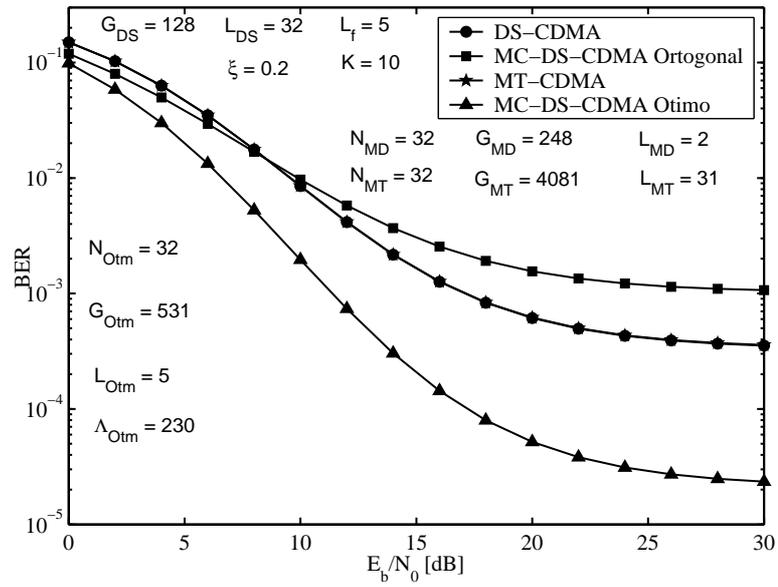


Figura 6.4: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS-CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = 32$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

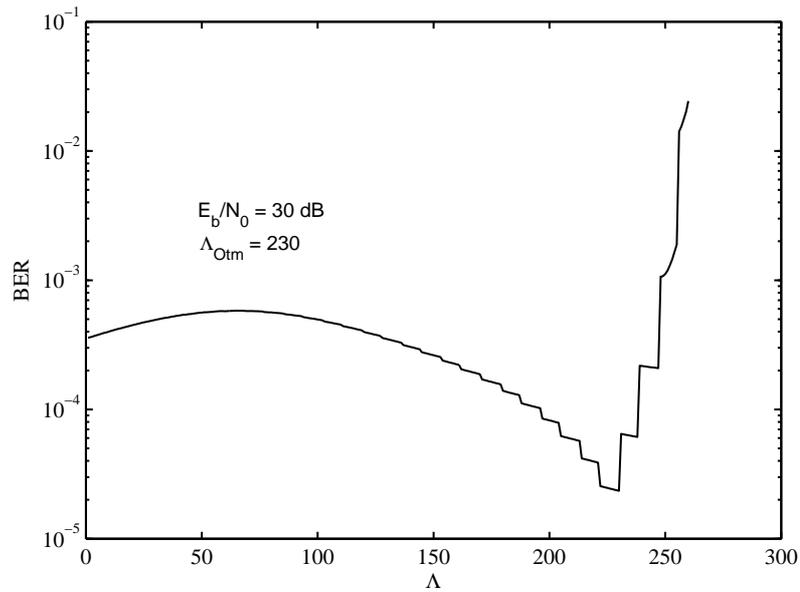


Figura 6.5: BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.4.

Note que, em ambos os casos, os desempenhos dos sistemas MT-CDMA e DS-CDMA praticamente coincidiram. Adicionalmente, para $L_f = 3$, o desempenho do MC DS-CDMA ortogonal foi superior aos desempenhos dos sistemas MT-CDMA e DS-CDMA, ao passo que, para $L_f = 5$, o oposto é observado. Nos dois casos considerados o sistema MC DS-CDMA ótimo foi o que apresentou melhor resultado. O espaçamento Λ_{Otm} resultante (247 para $L_f = 3$ e 230 para $L_f = 5$) se adequou de tal forma que $L_{Otm} = L_f$, aproveitando a diversidade de todas as componentes multipercurso.

Nas figuras 6.6 e 6.7 a seguir, os desempenhos dos sistemas considerados são avaliados variando-se o número de subportadoras dos mesmos. Esses resultados são muito importantes pois permitem escolher o número de subportadoras mais adequado para cada sistema. Verifica-se que, para $L_f = 3$, os desempenhos dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e ótimo são bem parecidos para $2 \leq N \leq 30$ (especialmente quando $20 \leq N \leq 30$). Quando $N > 30$ o desempenho do sistema MC DS-CDMA ortogonal sofre uma considerável redução. Por outro lado, o desempenho do sistema MT-CDMA manteve-se praticamente constante perante a variação de N entre 2 e 32.

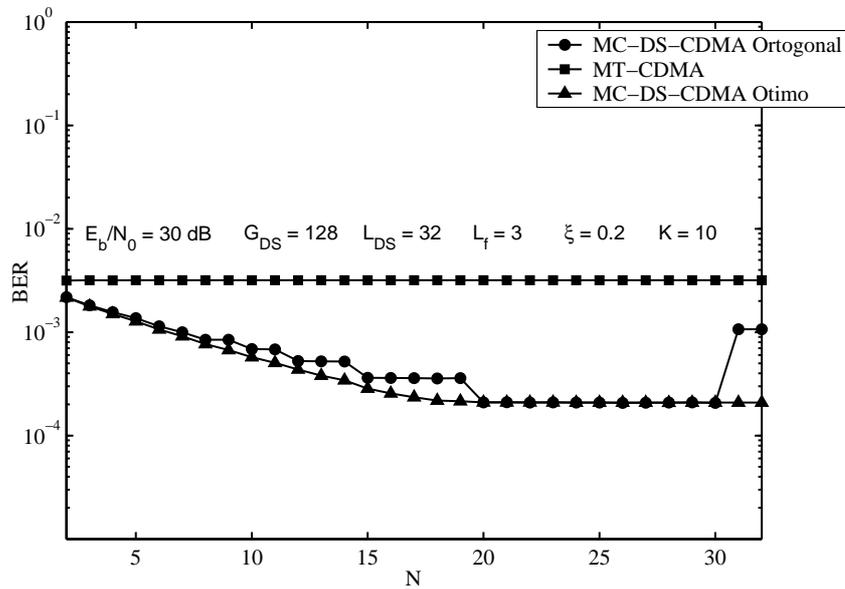


Figura 6.6: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} = \text{variável}$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

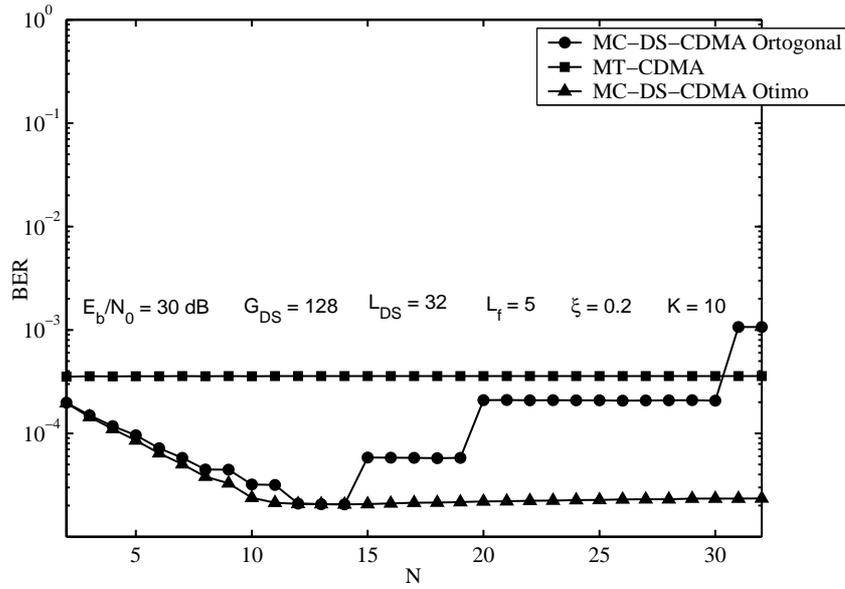


Figura 6.7: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiplexadora para $N_{MD} = N_{MT} = N_{Otm} =$ variável, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

Para $L_f = 5$, os sistemas MC DS-CDMA ortogonal e ótimo comportam-se de forma semelhante para $2 \leq N \leq 14$ (especialmente quando $12 \leq N \leq 14$). Quando $15 \leq N \leq 30$ o desempenho do sistema MC DS-CDMA ortogonal sofre uma considerável redução, mas mesmo assim é melhor do que o desempenho do MT-CDMA. Já para $N > 30$, o desempenho do MT-CDMA torna-se superior. O desempenho MT-CDMA também manteve-se praticamente constante com N variando de 2 a 32.

Os sistemas em questão foram novamente simulados com E_b/N_0 variável. Entretanto, baseado nos resultados apresentados nas figuras 6.6 e 6.7, procurou-se escolher N de forma a melhorar os desempenhos. Os resultados obtidos e as configurações resultantes são apresentados nas figuras 6.8 a 6.11.

Para $L_f = 3$ escolheu-se $N_{MD} = N_{Otm} = 16$ e $N_{MT} = 4$, ao passo que para $L_f = 5$, $N_{MD} = N_{Otm} = 12$ e $N_{MT} = 4$ foram adotados. Em ambos os casos o desempenho do MC DS-CDMA ortogonal se aproximou do MC DS-CDMA ótimo. Novamente, o sistema MT-CDMA coincidiu com o DS-CDMA e foi inferior aos desempenhos dos sistemas MC DS-CDMA ortogonal e ótimo.

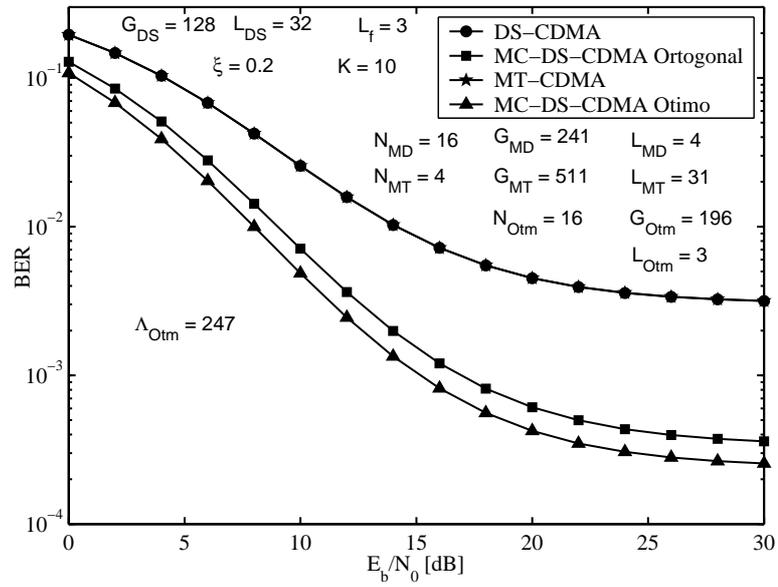


Figura 6.8: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS-CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{Otm} = 16$, $N_{MT} = 4$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 3$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

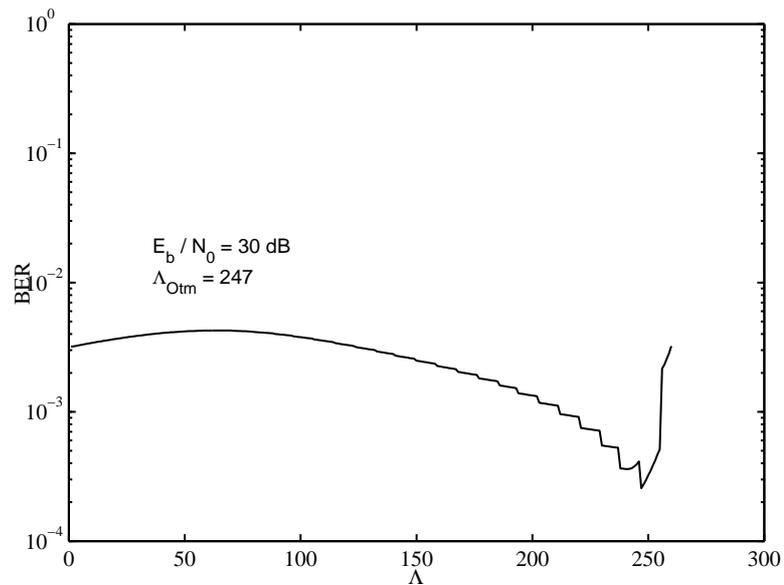


Figura 6.9: BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.8.

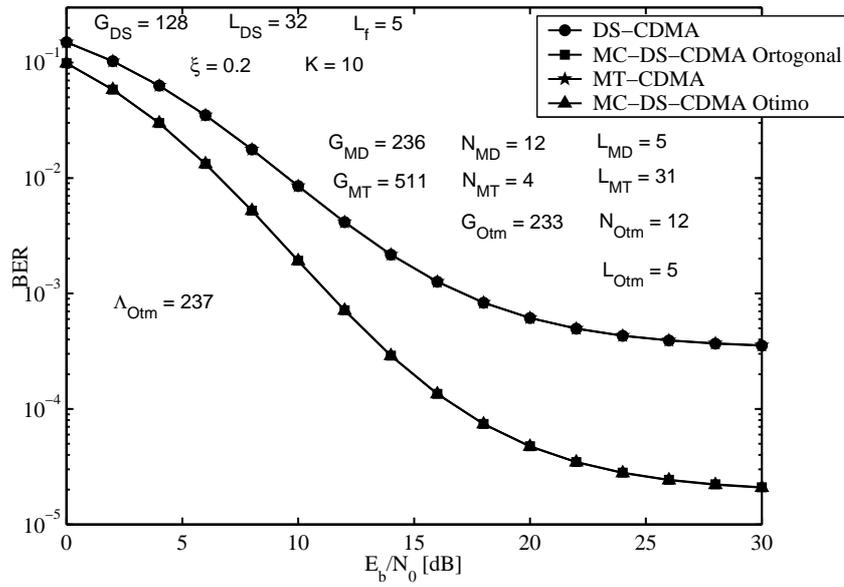


Figura 6.10: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora e DS-CDMA com portadora única para $N_{MD} = N_{Otm} = 12$, $N_{MT} = 4$, $G_{DS} = 128$, $L_{DS} = 32$, $L_f = 5$, $\xi = 0,2$ e $K = 10$ us.

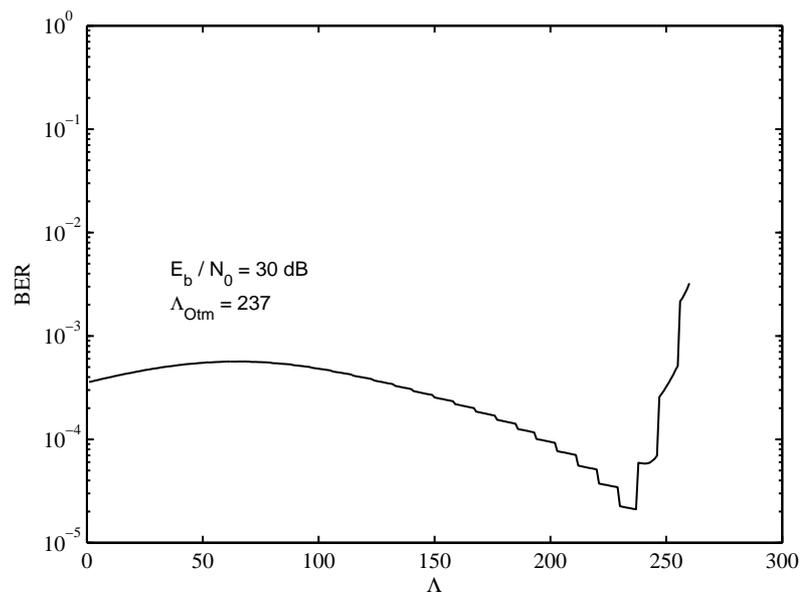


Figura 6.11: BER em função de Λ com E_b/N_0 fixo em 30 dB, para a mesma configuração da figura 6.10.

Na seqüência, os desempenhos dos sistemas DS-CDMA, MC-CDMA, MC DS-CDMA ortogonal e MT-CDMA são comparados analiticamente. Os seguintes parâmetros foram utilizados: $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $L_f = 5$ ou 3 , $K = 10$ e $\xi = 0,2$. Considerou-se para os sistemas DS CDMA multiportadora desvanecimentos não correlacionados na freqüência, da mesma forma que o considerado na obtenção da equação (4.90). Como o sistema MC-CDMA tira proveito da diversidade em freqüência, a correlação em freqüência do canal tem influência considerável no desempenho do sistema. Sendo assim, o desempenho desse último, apresentado nas equações (4.25) e (4.26) (desempenho semi-analítico), é obtido considerando a função de correlação em freqüência da equação (2.67). Inicialmente são apresentados os resultados de desempenho analítico dos sistemas DS-CDMA multiportadora com N variável, para que se possa escolher o número de subportadoras mais adequado para produzir um melhor desempenho. Os resultados são apresentados nas figuras 6.12 e 6.13.

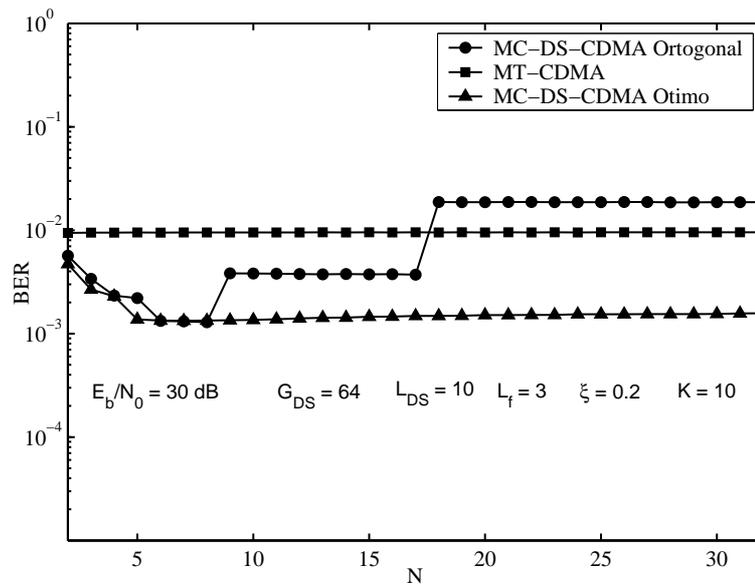


Figura 6.12: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para número de subportadoras variável, $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 3$.

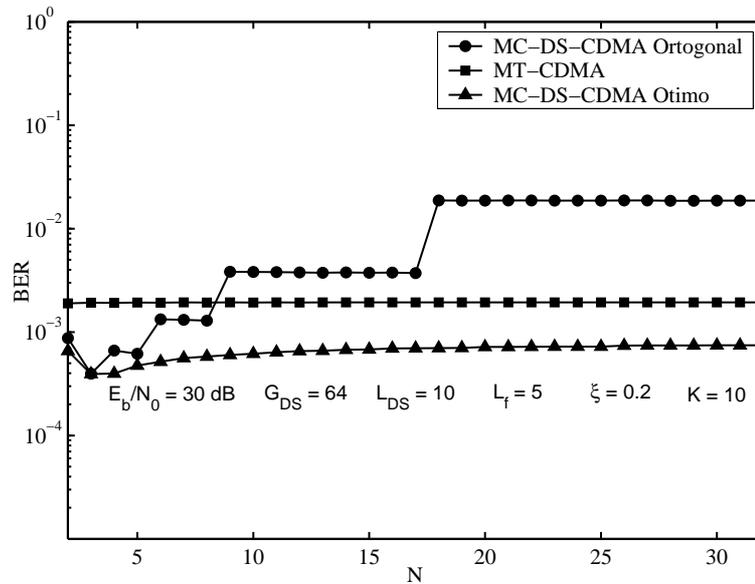


Figura 6.13: Comparação entre os sistemas DS-CDMA multiportadora para número de subportadoras variável, $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 5$.

Nota-se que o desempenho do sistema MT-CDMA manteve-se praticamente constante frente a variação de N . Assim, em ambos os casos, adotou-se $N_{MT} = 4$. Para o sistema MC DS-CDMA ortogonal, escolheu-se $N_{MD} = 7$ para $L_f = 3$ e $N_{MD} = 5$ para $L_f = 5$, de forma a manter o desempenho semelhante ao do MC DS-CDMA ótimo. Como no MC-CDMA o número de percursos resultantes em cada subportadora é igual a 1 ($L_{MC} = 1$), não se utiliza *Rake*. O resultados obtidos encontram-se nas figuras 6.14 e 6.15.

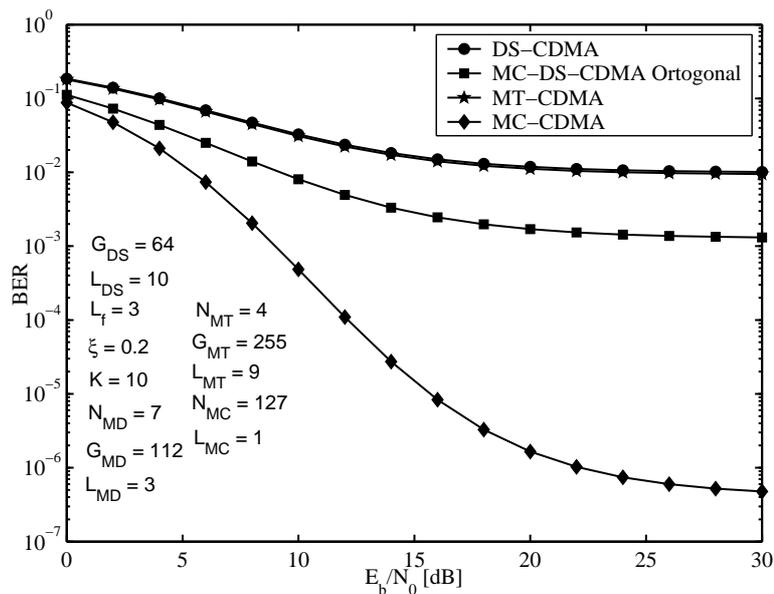


Figura 6.14: Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 3$.

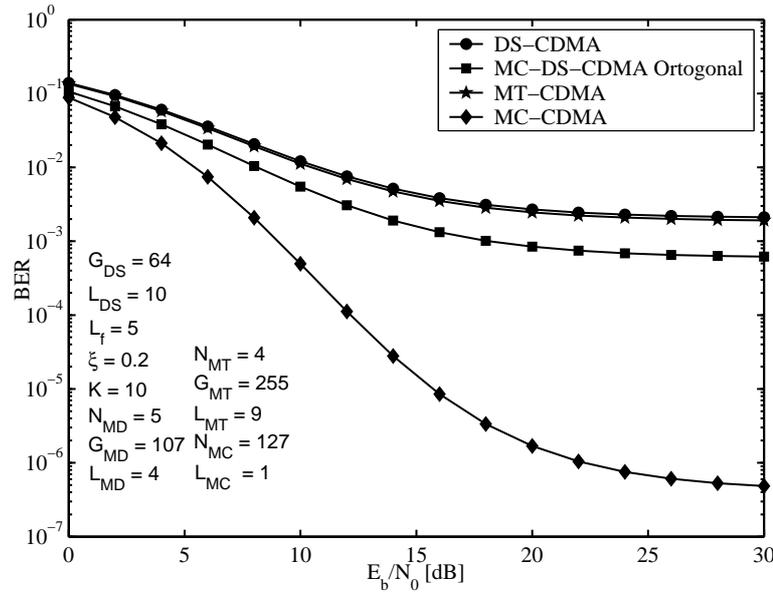


Figura 6.15: Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 5$.

Observa-se claramente que o desempenho do sistema MC-CDMA é consideravelmente superior aos demais sistemas multiportadora e também ao DS-CDMA. Com vistas à obtenção de uma melhora no desempenho dos sistemas MC DS-CDMA e MT-CDMA, os mesmos são submetidos a um receptor PIC de um estágio de cancelamento paralelo. Os resultados com recepção convencional foram obtidos analiticamente e via simulação computacional Monte Carlo, ao passo que os resultados com PIC foram obtidos somente por meio de simulação Monte Carlo. Em todos os resultados obtidos via simulação foram adotadas amostras correlacionadas na frequência. Para verificar o efeito da correlação em frequência do canal no sistema MC-CDMA, dois casos distintos de banda de coerência foram considerados na obtenção do desempenho desse sistema: $(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m}$, como na equação (6.5) e $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m}$, pois comumente considera-se que a banda de coerência do canal é aproximadamente o recíproco do espalhamento multipercurso, isto é, $(\Delta f)_c \approx \frac{1}{\tau_m}$ (GUI; SANG Ng, 1999). Para os sistemas DS-CDMA multiportadora em questão, considerou-se nas simulações apenas $(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m}$, uma vez que tais sistemas não aproveitam a diversidade na frequência. Os coeficientes de canal foram gerados com $f_m = 110$ Hz. Entretanto, como o canal foi considerado invariante dentro de um período de símbolo e perfeitamente estimado na recepção, o efeito da frequência *Doppler* no desempenho foi mitigado. A figura 6.16 ilustra a interface criada no MATLAB[®] para a execução das simulações.

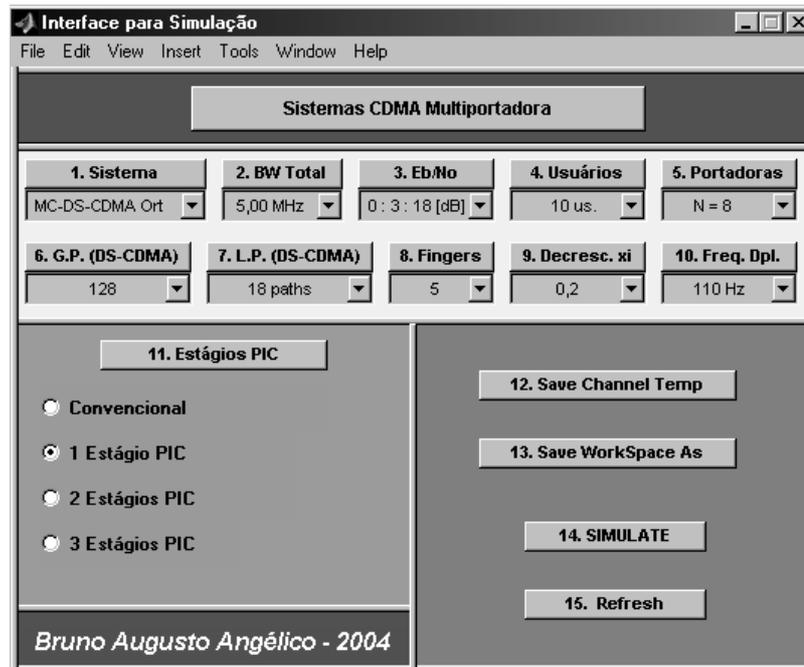


Figura 6.16: Interface para simulação dos sistemas CDMA Multiportadora.

Os resultados de desempenho são apresentados nas figuras 6.17 e 6.18.

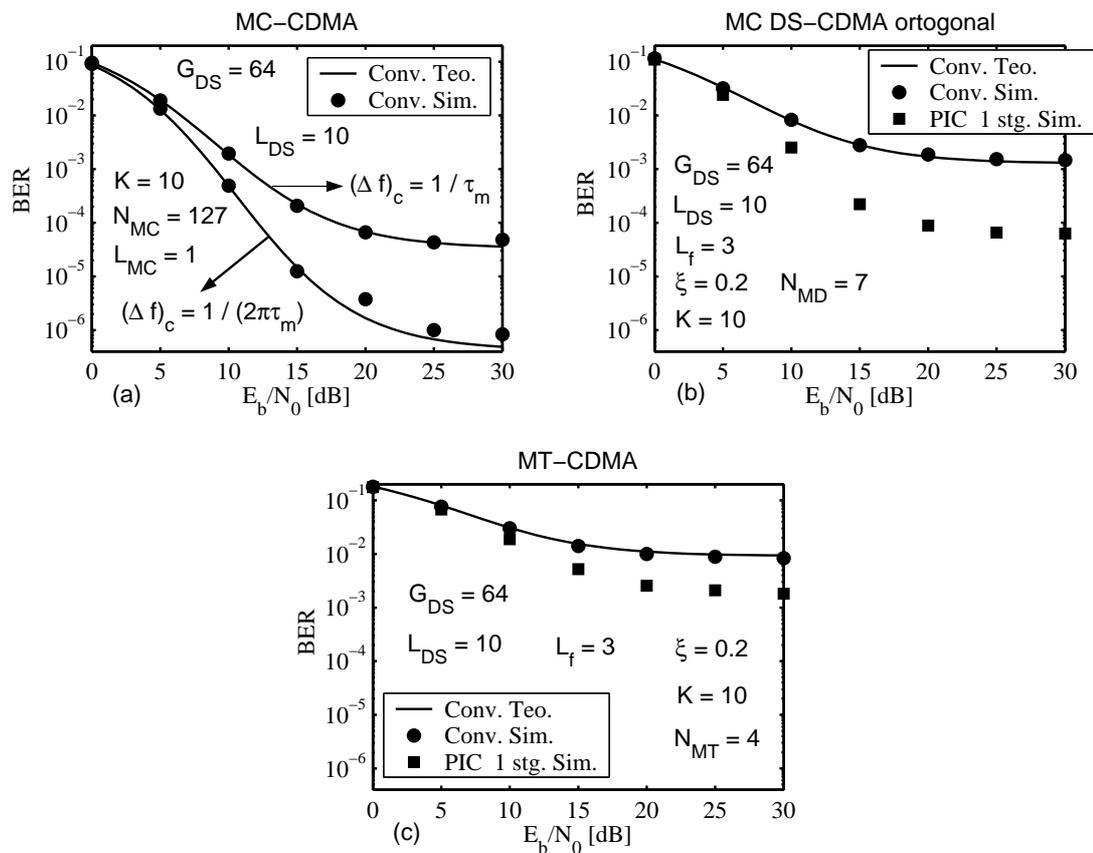


Figura 6.17: Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 3$ para os sistemas DS-CDMA multiportadora.

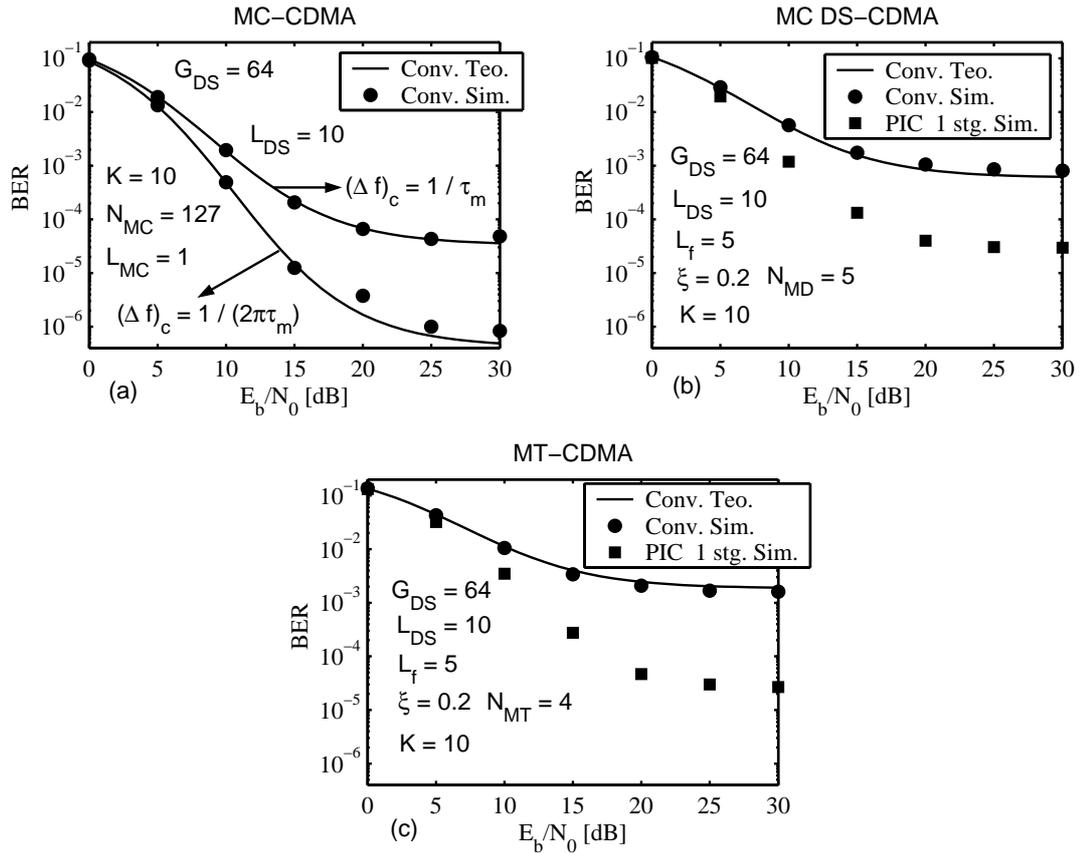


Figura 6.18: Comparação entre os sistemas CDMA multiportadora com $G_{DS} = 64$, $L_{DS} = 10$, $W = 20$ MHz, $K = 10$, $\xi = 0,2$ e $L_f = 5$ para os sistemas DS-CDMA multiportadora.

No MC-CDMA o desempenho reduziu-se quando considerado $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m}$. Isso é explicado pelo fato de que, quanto maior a banda de coerência do canal, maior o grau de correlação das amostras na frequência e, conseqüentemente, menor o ganho de diversidade. Já para os sistemas DS-CDMA multiportadora, a correlação das amostras do canal praticamente não influenciou o desempenho. Isso pode ser verificado pelo fato de as curvas teóricas (que consideram amostras independentes na frequência) e simuladas (que consideram raios correlacionados com $(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m}$ e $W = 20$ MHz — equação (2.56)) coincidirem bem em todos os casos considerados.

Nos sistemas DS-CDMA multiportadora o emprego do cancelador de interferência com um estágio de cancelamento produziu melhorias significativas no desempenho. No MC DS-CDMA ortogonal essa melhora não foi muito diferente para $L_f = 3$ e $L_f = 5$. Já no MT-CDMA, tal melhora foi mais acentuada quando $L_f = 5$.

Note que o sistema MC-CDMA com $(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m}$ superou o desempenho dos demais sistemas, mesmo com o emprego do PIC, tanto para $L_f = 3$ como para $L_f = 5$. Isso evidencia que, para as configurações consideradas na obtenção

desses resultados, o emprego da diversidade em frequência traz grandes benefícios para o desempenho do MC-CDMA.

Para $L_f = 3$, o MC DS-CDMA-PIC teve um desempenho da ordem do observado no MC-CDMA para $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m}$, porém ainda um pouco inferior. Já o MT-CDMA-PIC, apesar de apresentar uma melhora em relação ao MT-CDMA convencional, ainda apresenta um desempenho pior que o MC-CDMA, pois uma parcela considerável da energia do sinal transmitido é desperdiçada na recepção (apenas três percursos dos dez discerníveis são aproveitados no *Rake*).

Para $L_f = 5$, os sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC tiveram um desempenho bem parecido e um pouco superior ao do MC-CDMA com $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m}$. Nessa configuração pode-se verificar que o ganho do MT-CDMA-PIC foi um pouco superior ao do MC DS-CDMA-PIC, pois o MT-CDMA convencional apresenta um desempenho inferior ao do MC DS-CDMA ortogonal convencional.

O desempenho dos sistemas DS-CDMA multiportadora poderia ter sido melhor se alguma configuração que aproveita diversidade em frequência fosse considerada, tal como em (SOUROUR; NAKAGAWA, 1996) (descrito no capítulo 4) e também em (KONDO; MILSTEIN, 1996). Nesse último é proposto um sistema DS-CDMA multiportadora em que, inicialmente, tem-se o espalhamento espectral assim como em um sistema DS-CDMA. Logo após esse espalhamento há um filtro para a formatação de pulso e, em seguida, N replicas do sinal resultante são geradas e cada uma modula uma subportadora ortogonal. Tal sistema é modelado de forma a não haver sobreposição lateral das subportadoras no espectro do sinal transmitido.

Em (GUI; SANG Ng, 1999) o sistema MC-CDMA é comparado ao sistema proposto em (SOUROUR; NAKAGAWA, 1996), que também utiliza diversidade em frequência. Como pode ser observado neste artigo, o sistema MC-CDMA é superior em todos os casos considerados.

7 Conclusões e Trabalhos Futuros

Nesse trabalho foram efetuadas as análises dos sistemas CDMA multiportadora de forma isolada (capítulo 4 e capítulo 5) e comparativa (capítulo 6). Adicionalmente, procurou-se apresentar a revisão bibliográfica dos assuntos tidos como essenciais para a execução desse estudo, tais como canal de rádio móvel e as tecnologias OFDM e CDMA.

O capítulo 2 apresentou a revisão sobre canal de rádio móvel. O modelo de geração de coeficiente de canal (SILVA; ABRÃO; JESZENSKY, 2004), juntamente com o método de geração de amostras correlacionadas na frequência, foram apresentados. Pôde-se verificar em especial que quanto maior a banda de coerência do canal, menor é o grau de correlação das amostras na frequência para uma mesma banda do sistema.

A técnica OFDM foi descrita no capítulo 3. Pelos resultados aí obtidos conclui-se que, em um ambiente multipercurso, sistemas OFDM que não utilizam a diversidade das componentes multipercurso necessitam da adição de período de guarda, pois, caso contrário, a ISI degrada o desempenho do sistema consideravelmente. Se T_g for modelado de tal forma a exceder o máximo atraso de propagação de canal, a ISI é combatida eficientemente. Também pôde-se verificar que na estimação de canal por símbolos piloto, o *overhead* precisa ser projetado conforme a rapidez dos desvanecimentos do canal, pois, quanto maior f_m , pior é o desempenho para um mesmo *overhead*.

O capítulo 4 analisa os sistemas CDMA multiportadora apresentados em (PRASAD; HARA, 1997) de forma analítica e isolada. Em todos os sistemas o desempenho com a regra MRC foi sempre um pouco melhor ou pelo menos igual ao desempenho com a EGC. No MC-CDMA ficou evidente que o grau de correlação das amostras de canal na frequência tem influência no desempenho do sistema. Nos sistemas DS-CDMA multiportadora o desempenho vai melhorando com o aumento da diversidade multipercurso do receptor *Rake*. Entretanto, só com esse

capítulo não se pode tirar conclusões sobre qual dos sistemas é mais eficiente, pois as configurações consideradas foram diferentes para cada um deles.

No capítulo 5 adicionou-se uma estrutura de cancelamento de interferência paralelo na recepção dos sistemas. Nas configurações analisadas, o MC-CDMA é o que mais se beneficiou com a adição da estrutura PIC. Além disso, foi possível observar a melhora de desempenho com dois estágios de cancelamento com o aumento da população de usuários ativos. Já nos sistemas MC DS-CDMA-PIC e MT-CDMA-PIC praticamente não houve diferença de desempenho com um ou dois estágios nas configurações empregadas. Além disso, nos casos considerados, o ganho do MC DS-CDMA com a adição do PIC foi mais acentuado do que no MT-CDMA. Em ambos os sistemas DS-CDMA multiportadora o efeito do cancelamento de interferência paralelo é mais eficiente com o aumento da população de usuários, pois o efeito degradante da MAI vai se tornando cada vez mais atuante.

Os sistemas CDMA multiportadora são comparados no capítulo 6. Como observado, o MC-CDMA apresentou desempenho sempre superior aos demais sistemas quando $(\Delta f)_c = \frac{1}{2\pi\tau_m}$, na configuração considerada. Para $(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m}$, o desempenho do MC-CDMA sofreu uma redução e ficou dentro da mesma ordem de grandeza do desempenho do sistema MC DS-CDMA-PIC para $L_f = 3$ e $L_f = 5$ e do MT-CDMA-PIC para $L_f = 5$. Entretanto, é importante ressaltar que tais conclusões são feitas sobre características de canal e parâmetros de sistema bem específicos. Uma comparação mais justa pode ser feita com medidas reais das características de comportamento do canal em um dado ambiente, tais como: banda de coerência, número de percursos discerníveis para um a certa largura de banda W e máxima frequência *Doppler*.

Também é importante frisar que os efeitos de PAPR, erros de sincronismo das subportadoras e complexidade de implementação não foram considerados nessa comparação. Além disso, todas as características de canal, do atraso entre os usuários e de potência transmitida foram perfeitamente estimadas no receptor. Para uma comparação mais completa, todos esses detalhes devem ser levados em conta.

Na seqüência são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Comparar tais sistemas com medidas reais de canal em um cenário de comunicação móvel típico;
- Considerar o problema de estimação do canal, erros de sincronismo, efeitos da PAPR e discrepâncias de potência na comparação dos sistemas;

- Propor modelos de sistema CDMA multiportadora que possam satisfazer os requisitos da quarta geração de telefonia móvel celular e, dessa forma, integrar um dos possíveis padrões.

Anexo A – Cálculos Diversos

Esse anexo apresenta alguns desenvolvimentos matemáticos que foram utilizados na obtenção dos resultados analíticos para o desempenho dos sistemas CDMA Multiportadora.

A.1 Cálculos para obtenção do Resultado Analítico no Sistema MC-CDMA

- $\mathcal{X}_1^k = \mathbb{E} [\mathcal{X}_{0,k}^2 |_{n_1=n_2}]$

Da equação (4.18):

$$\mathcal{X}_1^k = \frac{1}{T_s^2} \cdot \frac{P}{2N} \cdot \mathbb{E} \left[\sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \beta_{k,n_1}^2 \cdot c_{k,n_1}^2 \cdot \cos^2(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\}^2 \right] \quad (\text{A.1})$$

Como $\mathbb{E} [\beta_{k,n_1}^2] = 1$ e $c_{k,n_1} = \pm 1$, tem-se:

$$\mathcal{X}_1^k = \frac{1}{T_s^2} \cdot \frac{P}{2N} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \mathbb{E} [\cos^2(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\}^2] \quad (\text{A.2})$$

Mas:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_1 &= \mathbb{E} \left[\cos^2(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\}^2 \right] = \\
&= \mathbb{E} \left[\frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}])) \cdot \{\zeta_k^2 + (T_s - \zeta_k)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2 \cdot b_k(-1)b_k(0)(T_s - \zeta_k)\zeta_k \} \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \mathbb{E}[\zeta_k^2] + \mathbb{E}[(T_s - \zeta_k)^2] + \mathbb{E}[2 \cdot b_k(-1)b_k(0)(T_s - \zeta_k)\zeta_k] + \right. \\
&\quad \mathbb{E}[\cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}]) \cdot \zeta_k^2] + \mathbb{E}[\cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}]) \cdot (T_s - \zeta_k)^2] + \\
&\quad \left. \mathbb{E}[2 \cdot \cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}]) \cdot b_k(-1)b_k(0)(T_s - \zeta_k)\zeta_k] \right\} \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

Como $b_k(i) = \pm 1$ é equiprovável e independente de ζ_k e de ϕ_{k,n_1} para todo e qualquer i, k e n_1 , tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \underbrace{\mathbb{E}[\zeta_k^2]}_{\mathbb{E}_{1,1}} + \underbrace{\mathbb{E}[(T_s - \zeta_k)^2]}_{\mathbb{E}_{1,2}} + \underbrace{\mathbb{E}[\cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}]) \cdot \zeta_k^2]}_{\mathbb{E}_{1,3}} + \right. \\
&\quad \left. \underbrace{\mathbb{E}[\cos(2[\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}]) \cdot (T_s - \zeta_k)^2]}_{\mathbb{E}_{1,4}} \right\} \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

Porém:

$$\mathbb{E}_{1,1} = \frac{T_s^2}{3}, \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbb{E}_{1,2} = \frac{T_s^2}{3}, \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{1,3} &= \mathbb{E}[\cos(2 \underbrace{[\theta_{k,n_1} - \theta_{0,n_1} + \varphi_{k,n_1} - \varphi_{0,n_1}] - 2\omega_{n_1}\zeta_k}_a) \cdot \zeta_k^2] = \\
&= \mathbb{E}[\cos(2a - 2\omega_{n_1}\zeta_k) \cdot \zeta_k^2] \quad (\text{A.7})
\end{aligned}$$

Considerando que $\theta_{k,n}$ é uma variável aleatória u.d. em $[0, 2\pi)$ e i.i.d. para k e/ou n diferentes, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{1,3} &= \mathbb{E}_{\zeta_k} \left[\zeta_k^2 \cdot \mathbb{E}_a[\cos(2a - 2\omega_{n_1}\zeta_k)] \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_{1,3} &= 0 \quad (\text{A.8})
\end{aligned}$$

De forma análoga:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{1,4} &= \mathbb{E}[\cos(2a - 2\omega_{n_1}\zeta_k) \cdot (T_s - \zeta_k)^2] = \\
&= \mathbb{E}_{\zeta_k} \left[(T_s - \zeta_k)^2 \cdot \mathbb{E}_a [\cos(2a + 2\omega_{n_1}\zeta_k)] \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_{1,4} &= 0
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_s^2}{3} + \frac{T_s^2}{3} \right) = \frac{T_s^2}{3} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [\cos^2(\phi_{k,n_1} - \phi_{0,n_1}) \cdot \{b_k(-1)\zeta_k + b_k(0)(T_s - \zeta_k)\}^2] &= \frac{T_s^2}{3}
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Assim:

$$\mathcal{X}_1^k = \frac{P}{6N} \cdot \sum_{n_1=0}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \tag{A.11}$$

- $\mathcal{Y}_1^k = \mathbb{E} [\mathcal{Y}_{0,k}^2 |_{n_1=n_3, n_2=n_4}]$

Da equação (4.19):

$$\begin{aligned}
\mathcal{Y}_1^k &= \frac{P}{2N} \mathbb{E} \left[\sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \beta_{k,n_2}^2 \cdot c_{k,n_2}^2 \cdot \frac{[b_k(-1) - b_k(0)]^2}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})^2 \cdot T_s^2} \right. \\
&\quad \left. \{ \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}]\zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin(\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}) \}^2 \right]
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Como $c_{k,n_2}^2 = 1$, $\mathbb{E} [\beta_{k,n_2}^2] = 1$ e $\mathbb{E} \{[b_k(-1) - b_k(0)]^2\} = 2$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \mathcal{Y}_1^k &= \frac{P}{2N} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \frac{2}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})^2 \cdot T_s^2} \cdot \\
&\quad \mathbb{E} [\{ \sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}]\zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin(\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}) \}^2]
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Mas:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_3 &= \mathbb{E} \left[\left\{ \sin(\underbrace{[\omega_{n_2} - \omega_{n_1}]}_a \zeta_k + \underbrace{[\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]}_b) - \sin(\underbrace{\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}}_b) \right\}^2 \right] = \\
&= \underbrace{\mathbb{E} [\sin^2(a \zeta_k + b)]}_{\mathbb{E}_{3,1}} - 2 \underbrace{\mathbb{E} [\sin(a \zeta_k + b) \cdot \sin(b)]}_{\mathbb{E}_{3,2}} + \underbrace{\mathbb{E} [\sin^2(b)]}_{\mathbb{E}_{3,3}} \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

Porém:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{3,1} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(2 a \zeta_k + 2 b)] = \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(2 [\theta_{k,n_2} - \theta_{0,n_1}] + 2 [\varphi_{k,n_2} - \varphi_{0,n_1}] - 2 \omega_{n_1} \zeta_k)] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_{3,1} &= \frac{1}{2} \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{3,2} &= \frac{1}{2} \mathbb{E}[\cos(a \zeta_k)] - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(a \zeta_k + 2 b)] = \\
&= 0 - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(2 [\theta_{k,n_2} - \theta_{0,n_1}] + 2 [\varphi_{k,n_2} - \varphi_{0,n_1}] - [\omega_{n_1} + \omega_{n_2}] \zeta_k)] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_{3,2} &= 0 \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_{3,3} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(2 b)] = \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \mathbb{E}[\cos(2 [\theta_{k,n_2} - \theta_{0,n_1}] + 2 [\varphi_{k,n_2} - \varphi_{0,n_1}] - 2 \omega_{n_2} \zeta_k)] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E}_{3,3} &= \frac{1}{2} \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_3 &= 1 \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [\{\sin([\omega_{n_2} - \omega_{n_1}] \zeta_k + [\phi_{k,n_2} - \phi_{0,n_1}]) - \sin(\phi_{k,n_2} - \phi_{k,n_1})\}^2] &= 1 \quad (\text{A.18})
\end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}
\mathcal{Y}_1^k &= \frac{P}{N} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \frac{1}{(\omega_{n_2} - \omega_{n_1})^2 \cdot T_s^2} \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathcal{Y}_1^k &= \frac{P}{N} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0, n_2 \neq n_1}^{N-1} d_{0,n_1}^2 \cdot \frac{1}{4\pi^2 \cdot (n_2 - n_1)^2} \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$

A.2 Cálculos para obtenção do Resultado Analítico nos Sistemas MC-DS-CDMA

Da equação (4.55), tem-se:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}] = \frac{P}{2N} \frac{1}{(NT_s)^2} d_{l_x,u}^2 \mathbb{E}[\beta_{l_p,n}^{(k)2}] \cdot \left\{ \mathbb{E}\left[R_2\left(\tau_{l_p}^{(k)}\right)^2\right] + \mathbb{E}\left[\widehat{R}_2\left(\tau_{l_p}^{(k)}\right)^2\right] \right\} \quad (\text{A.20})$$

De forma geral, pode-se escrever:

$$R_2\left(\tau_{l_p}^{(k)}\right) = R(a, b) = \int_0^a c_k(t-a) \cdot c_0(t) \cdot \cos(2\pi xt + b) dt, \quad (\text{A.21})$$

onde $a = \tau_{l_p}^{(k)}$, $b = \left(\phi_{l_p,n}^{(k)} - \phi_{l_x,u}^{(0)}\right)$ e $x = \frac{\Lambda(n-u)}{NT_s}$. Considere que o atraso relativo possa ser fracionado de tal modo que $0 \leq k_i T_c \leq a < (k_i + 1)T_c < G_{Ger}T_c$, onde G_{Ger} representa o ganho de processamento em um sistema DS-CDMA multipor-tadora geral. Assim, a integral em (A.21) pode ser dividida em várias integrais, onde em cada uma as seqüências de espalhamento possuem valores constantes, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R(a, b) &= \underbrace{\int_0^{a-k_i T_c} (\dots) dt}_{I_1} + \underbrace{\int_{a-k_i T_c}^{T_c} (\dots) dt}_{I_2} + \underbrace{\int_{T_c}^{a-k_i T_c + T_c} (\dots) dt}_{I_3} + \underbrace{\int_{a-k_i T_c + T_c}^{2T_c} (\dots) dt}_{I_4} + \dots \\ &+ \underbrace{\int_{a-T_c}^{k_i T_c} (\dots) dt}_{I_{2k_i}} + \underbrace{\int_{k_i T_c}^a (\dots) dt}_{I_{2k_i+1}} \Rightarrow \\ R(a, b) &= \sum_{m=0}^{k_i} \left\{ \underbrace{\int_{mT_c}^{a-k_i T_c + mT_c} (\dots) dt}_{I_{\text{impar}}} \right\} + \sum_{m=0}^{k_i-1} \left\{ \underbrace{\int_{a-k_i T_c + mT_c}^{(m+1)T_c} (\dots) dt}_{I_{\text{par}}} \right\} \quad (\text{A.22}) \end{aligned}$$

A consideração feita na equação (A.22) pode ser melhor entendida no exemplo da figura A.1, desconsiderando o termo $\cos(2\pi xt + b)$. Adicionalmente, observa-se que:

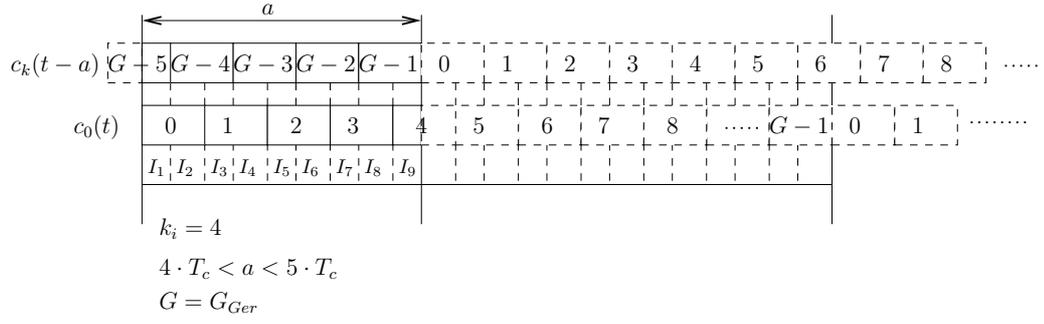


Figura A.1: Exemplo gráfico para justificar a consideração feita em (A.22).

$$\begin{cases} c_0(t) = c_0[m] & , \quad mT_c \leq t < (m+1)T_c \\ c_k(t-a) = c_k[G_{Ger} + m - 1 - k_i] & , \quad mT_c \leq t < a - k_i T_c + mT_c \\ c_k(t-a) = c_k[G_{Ger} + m - k_i] & , \quad a - k_i T_c + mT_c \leq t < (m+1)T_c \end{cases}$$

Portanto:

$$R(a, b) = \sum_{m=0}^{k_i} \left\{ c_0[m] c_k[G_{Ger} + m - 1 - k_i] \underbrace{\int_{mT_c}^{a - k_i T_c + mT_c} \cos(2\pi x t + b) dt}_{I_{R1}} \right\} + \sum_{m=0}^{k_i - 1} \left\{ c_0[m] c_k[G_{Ger} + m - k_i] \underbrace{\int_{a - k_i T_c + mT_c}^{(m+1)T_c} \cos(2\pi x t + b) dt}_{I_{R2}} \right\} \quad (\text{A.23})$$

As integrais I_{R1} e I_{R2} da equação (A.23) são calculadas:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \frac{1}{2\pi x} \{ \sin(2\pi x[(m - k_i)T_c + a] + b) - \sin(2\pi x[mT_c] + b) \} = \\ &= \frac{1}{\pi x} \cdot \underbrace{\cos(\pi x[2mT_c + a - k_i T_c] + b)}_{g_1(a, k_i, b, m) = g_1(m)} \cdot \underbrace{\sin(\pi x[a - k_i T_c])}_{f_1(a, k_i) = f_1} = \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned}
I_{R2} &= \frac{1}{2\pi x} \{ \sin(2\pi x[(m+1)T_c] + b) - \sin(2\pi x[(m-k_i)T_c + a] + b) \} = \\
&= \frac{1}{\pi x} \cdot \underbrace{\cos(\pi x[(2m+1)T_c + a - k_i T_c] + b)}_{g_2(a, k_i, b, m) = g_2(m)} \cdot \underbrace{\sin(\pi x[(k_i+1)T_c - a])}_{f_2(a, k_i) = f_2} =
\end{aligned} \tag{A.25}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}
R(a, b) &= \frac{1}{\pi x} \cdot \sin(f_1) \cdot \sum_{m=0}^{k_i} c_0[m] c_k[G_{Ger} + m - 1 - k_i] \cdot \cos(g_1(m)) + \\
&= \frac{1}{\pi x} \cdot \sin(f_2) \cdot \sum_{m=0}^{k_i-1} c_0[m] c_k[G_{Ger} + m - k_i] \cdot \cos(g_2(m)), \tag{A.26}
\end{aligned}$$

e:

$$\begin{aligned}
R(a, b)^2 &= \left(\frac{1}{\pi^2 x^2} \sin^2(f_1) \left\{ \sum_{m=0}^{k_i} c_0^2[m] c_k^2[G_{Ger} + m - 1 - k_i] \cos^2(g_1(m)) + \right. \right. \\
&\quad \left. \sum_{m_1=0}^{k_i} \sum_{m_2=0, m_2 \neq m_1}^{k_i} c_0[m_1] c_k[G_{Ger} + m_1 - 1 - k_i] c_0[m_2] \cdot \right. \\
&\quad \left. \left. c_k[G_{Ger} + m_2 - 1 - k_i] \cos(g_1(m_1)) \cos(g_1(m_2)) \right\} \right) + \left(2 \frac{1}{\pi^2 x^2} \cdot \right. \\
&\quad \cdot \sin(f_1) \cdot \sin(f_2) \left\{ \sum_{m_1=0}^{k_i} \sum_{m_2=0}^{k_i-1} c_0[m_1] c_k[G_{Ger} + m_1 - 1 - k_i] \cdot \right. \\
&\quad \left. \left. c_0[m_2] c_k[G_{Ger} + m_2 - k_i] \cdot \cos(g_1(m_1)) \cdot \cos(g_2(m_2)) \right\} \right) + \\
&\quad \left(\frac{1}{\pi^2 x^2} \cdot \sin^2(f_2) \cdot \left\{ \sum_{m=0}^{k_i-1} c_0^2[m] c_k^2[G_{Ger} + m - k_i] \cdot \cos^2(g_2(m)) + \right. \right. \\
&\quad \left. \sum_{m_1=0}^{k_i-1} \sum_{m_2=0, m_2 \neq m_1}^{k_i-1} c_0[m_1] c_k[G_{Ger} + m_1 - k_i] \cdot \right. \\
&\quad \left. \left. c_0[m_2] c_k[G_{Ger} + m_2 - k_i] \cos(g_2(m_1)) \cos(g_2(m_2)) \right\} \right) \tag{A.27}
\end{aligned}$$

Como as seqüências de espalhamento são aleatórias e apresentam valores ± 1 com igual probabilidade, $c_0[m_1]$ e $c_k[m_2]$ são independentes para $k \neq 0$, $m_1 = 1, 2, 3, \dots$ e $m_2 = 1, 2, 3, \dots$. Adicionalmente, verifica-se que $c_k[m_1]$ e $c_k[m_2]$ (e conseqüentemente $c_0[m_1]$ e $c_0[m_2]$) também são independentes para $m_1 \neq m_2$. Dessa forma:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{\pi^2 x^2} \mathbb{E}_{a, m} \left[\sin^2(f_1) \cdot \sum_{m=0}^{k_i} \cos^2(g_1(m)) + \right. \\
&\quad \left. \sin^2(f_2) \cdot \sum_{m=0}^{k_i-1} \cos^2(g_2(m)) \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{2 \pi^2 x^2} \mathbb{E}_a [(k_i + 1) \cdot \sin^2(f_1) + k_i \cdot \sin^2(f_2)] \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

Substituindo os valores f_1 e f_2 , tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{2 \pi^2 x^2} \mathbb{E}_a [(k_i + 1) \cdot \sin^2(\pi x[a - k_i T_c]) + \\
&\quad k_i \cdot \sin^2(\pi x[(k_i + 1)T_c - a])] \quad (\text{A.29})
\end{aligned}$$

Como $a = \tau_{lp}^{(k)}$ é assumido u.d. em $[0, N T_s)$ e fracionário, tal que $0 \leq k_i T_c \leq a < (k_i + 1)T_c < G_{Ger} T_c$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{2N T_s} \cdot \frac{1}{\pi^2 x^2} \sum_{k_i=0}^{G_{Ger}-1} \int_{k_i T_c}^{(k_i+1)T_c} \{ (k_i + 1) \cdot \sin^2(\pi x(a - k_i T_c)) + \\
&\quad k_i \cdot \sin^2(\pi x[(k_i + 1)T_c - a]) \} da \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{4\pi^2 x^2 N T_s} \sum_{k_i=0}^{G_{Ger}-1} \int_{k_i T_c}^{(k_i+1)T_c} \{ (k_i + 1) \cdot (1 - \cos[2\pi x(a - k_i T_c)]) + \\
&\quad k_i \cdot (1 - \cos[2\pi x[(k_i + 1)T_c - a]]) \} da \Rightarrow \\
\Rightarrow \mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{1}{4\pi^2 x^2 N T_s} \sum_{k_i=0}^{G_{Ger}-1} \left\{ (k_i + 1)T_c - \frac{(k_i + 1)}{2\pi x} \cdot \sin(2\pi x T_c) + \right. \\
&\quad \left. k_i T_c - \frac{k_i}{2\pi x} \sin(2\pi x T_c) \right\} \Rightarrow \\
\mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{T_c}{4\pi^2 x^2 N T_s} \{1 - \text{sinc}(2x T_c)\} \sum_{k_i=0}^{G_{Ger}-1} (2k_i + 1) \quad (\text{A.30})
\end{aligned}$$

Mas:

$$\sum_{k_i=0}^{G_{Ger}-1} (2k_i + 1) = G_{Ger}^2 \quad (\text{A.31})$$

Assim:

$$\mathbb{E} [R(a, b)^2] = \frac{G_{Ger}^2 T_c}{4\pi^2 x^2 N T_s} \{1 - \text{sinc}(2xT_c)\} \quad (\text{A.32})$$

Como $\frac{T_c}{NT_s} = \frac{1}{G_{Ger}}$, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \frac{G_{Ger}}{4\pi^2 x^2} \{1 - \text{sinc}(2xT_c)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbb{E} \left[R_2 \left(\tau_{l_p}^{(k)} \right)^2 \right] &= \frac{G_{Ger}}{4\pi^2 x^2} \{1 - \text{sinc}(2xT_c)\} \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Similarmente ao caso da função $R_2 \left(\tau_{l_p}^{(k)} \right)$, pode-se concluir que:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} [R(a, b)^2] &= \mathbb{E} \left[\widehat{R}(a, b)^2 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbb{E} \left[\widehat{R}_2 \left(\tau_{l_p}^{(k)} \right)^2 \right] &= \frac{G_{Ger}}{4\pi^2 x^2} \{1 - \text{sinc}(2xT_c)\} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Retomando a equação (A.20), substituindo $x = \frac{\Lambda(n-u)}{NT_s}$ e $\mathbb{E} \left[\beta_{l_p, n}^{(k)2} \right] = \Omega_{l_p, n}^{(k)}$, que representa o perfil de intensidade de multipercurso do canal, tem-se:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{2, l_p, n}^{(0, k)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x, u}^2 \cdot \Omega_{l_p, n}^{(k)} \cdot \frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \quad (\text{A.35})$$

Observando as equações (4.53) e (4.55), percebe-se que:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{1, l_p}^{(0, k)}] = \lim_{n \rightarrow u} \text{Var}[\mathcal{I}_{2, l_p, n}^{(0, k)}] \quad (\text{A.36})$$

Expandindo $\text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right)$ em série de Taylor, tem-se que:

$$\begin{aligned} \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) &= \frac{G_{Ger}}{2\pi(n-u)\Lambda} \left\{ 2\pi \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] - (2\pi)^3 \left[\frac{\Lambda^3(n-u)^3}{(G_{Ger})^3 3!} \right] + \right. \\ &\quad \left. (2\pi)^5 \left[\frac{\Lambda^5(n-u)^5}{(G_{Ger})^5 5!} \right] - \dots \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Assim:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)}] = \lim_{n \rightarrow u} \left\{ \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(k)} \cdot \left[\frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} - \frac{(G_{Ger})^2}{4\pi^3 \Lambda^3 (n-u)^3} \cdot \left(\frac{2\pi \Lambda (n-u)}{G_{Ger}} - \frac{2^3 \pi^3 \Lambda^3 (n-u)^3}{(G_{Ger})^3 3!} + \frac{2^5 \pi^5 \Lambda^5 (n-u)^5}{(G_{Ger})^5 5!} - \dots \right) \right] \right\} \quad (\text{A.38})$$

Efetuada as simplificações possíveis no limite de $n \rightarrow u$, tem-se que:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{1,l_p}^{(0,k)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(k)} \cdot \frac{1}{3G_{Ger}} \quad (\text{A.39})$$

De (4.55) e (4.47), verifica-se que:

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}] = \text{Var}[\mathcal{I}_{2,l_p,n}^{(0,k)}] \Big|_{k=0} \quad (\text{A.40})$$

ou seja:

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(0)} \cdot \frac{G_{Ger}}{2\pi^2 \Lambda^2 (n-u)^2} \cdot \left\{ 1 - \text{sinc} \left(2 \left[\frac{\Lambda(n-u)}{G_{Ger}} \right] \right) \right\} \quad (\text{A.41})$$

Finalmente das equações (4.47) e (4.44), tem-se que:

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}] = \lim_{n \rightarrow u} \text{Var}[\mathcal{S}_{2,l_p,n}^{(0)}], \quad (\text{A.42})$$

ou seja:

$$\text{Var}[\mathcal{S}_{1,l_p}^{(0)}] = \frac{P}{2N} \cdot d_{l_x,u}^2 \cdot \Omega_{l_p,n}^{(0)} \cdot \frac{1}{3G_{Ger}} \quad (\text{A.43})$$

Anexo B – Sistema DS-CDMA

Na técnica de espalhamento espectral por seqüência direta, utiliza-se uma seqüência de códigos para modular o sinal de informação. Se a modulação empregada for do tipo BPSK, a informação é diretamente multiplicada pela seqüência de espalhamento na forma bipolar $\{\pm 1\}$. O resultado desta operação modula uma portadora senoidal, geralmente em fase, para então ser efetuada a transmissão (figura B.1).

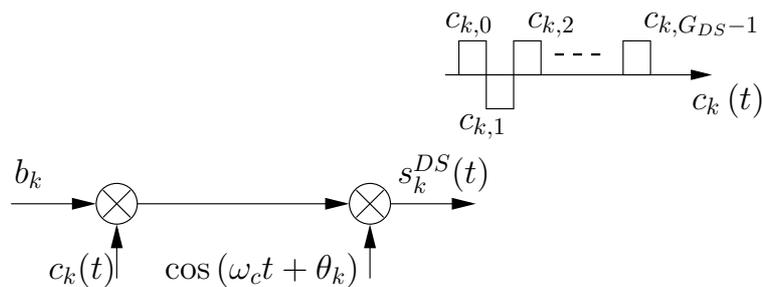


Figura B.1: Transmissão no sistemas DS-CDMA com modulação BPSK.

O sinal transmitido pelo k -ésimo usuário é dado por:

$$s_k^{DS}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sqrt{2P} b_k(i) u_{T_s}(t - iT_s) \cos(\omega_c t + \theta_k) \cdot c_k(t) \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$c_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_{k,i} u_{T_{c1}}(t - iT_{c1}) \quad (\text{B.2})$$

é assumida cíclica com amplitudes ± 1 equiprováveis e período de *chip* T_{c1} . Assim, a banda total do sinal transmitido é dada por $W^{DS} = 2/T_{c1}$.

Na recepção convencional em ambientes com desvanecimento multipercurso seletivo em freqüência, figura B.2, o sinal recebido em banda passante é inicialmente reconvertido para o equivalente em banda base e, posteriormente, correlacionado com uma réplica sincronizada da seqüência de códigos responsável pelo

espalhamento da informação (desespalhamento espectral). Em seguida, o sinal resultante é submetido a um receptor do tipo *Rake*, onde o termo $d_{l_x}^{(k)}$ representa o ganho de combinação atribuído ao l_x -ésimo ramo de combinação do *Rake*.

Se o número de usuários do sistema for elevado e se houver a ocorrência de disparidades de potência nos sinais proveniente dos usuários interferentes, a utilização da estrutura de detecção convencional poderá não resultar em um bom desempenho. Para esses casos, recomenda-se a utilização de estruturas receptoras *multiusuário*, nas quais a informação dos usuários interferentes são relevantes na recepção do usuário de interesse.

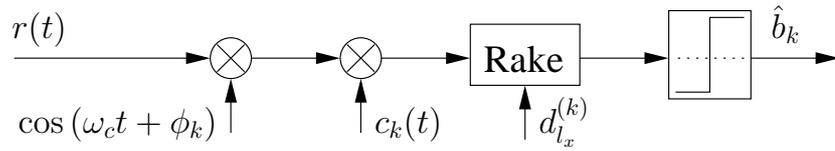


Figura B.2: Recepção no sistemas DS-CDMA com modulação BPSK.

B.1 Análise de desempenho do sistema DS-CDMA

A resposta impulsiva do canal para o k -ésimo usuário é dada por:

$$h(k) = \sum_{l_p=0}^{L-1} \beta_{l_p}^{(k)} \cdot \delta(t - \tau_{l_p}^{(k)}) e^{j\varphi_{l_p}^{(k)}} \quad (\text{B.3})$$

onde $\beta_{l_p}^{(k)}$, i.i.d. com PDF *Rayleigh*, é o efeito do canal na amplitude do sinal, ao passo que $\varphi_{l_p}^{(k)}$, i.i.d. e u.d. em $[0, 2\pi)$, o efeito do canal sobre a fase do sinal, ambos relacionados ao l_p -ésimo percurso do usuário de índice k . O canal foi assumido constante em um período de símbolo. Assim, o sinal recebido é representado por:

$$r(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_p}^{(k)} \cdot b_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_c t + \phi_{l_p}^{(k)} \right) + \eta(t) \quad (\text{B.4})$$

onde $\phi_{l_p}^{(k)} = \theta_k + \varphi_{l_p}^{(k)} - \omega_c \cdot \tau_{l_p}^{(k)}$ é assumido u.d. em $[0, 2\pi)$. Sem perda de generalidade, considera-se o usuário 0 como o de interesse. Assim, a variável de decisão desse usuário é dada por:

$$Z^{(0)} = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} Z_{l_x}^{(0)} \quad (\text{B.5})$$

com L_f representado o número de ramos do receptor *Rake* e:

$$Z_{l_x}^{(0)} = d_{l_x}^{(0)} \cdot \frac{1}{T_s} \int_{\tau_{l_x}^{(0)}}^{\tau_{l_x}^{(0)}+T_s} r(t) \cdot c_0(t - \tau_{l_x}^{(0)}) \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \quad (\text{B.6})$$

Por simplicidade de notação, $d_{l_x}^{(0)} = d_{l_x}$ e, sem perda de generalidade, $\tau_{l_x}^{(0)} = 0$. Dessa forma:

$$Z_{l_x}^{(0)} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \left[\sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_p}^{(k)} \cdot b_k(t - \tau_{l_p}^{(k)}) \cdot c_k(t - \tau_{l_p}^{(k)}) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_p}^{(k)}) + \eta(t) \right] \cdot d_{l_x} \cdot c_0(t) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \quad (\text{B.7})$$

A equação (B.7) pode ser dividida da seguinte forma:

$$Z_{l_x}^{(0)} = D_{l_x}^{(0)} + \mathcal{S}^{(0)} + \mathcal{I}^{(0)} + \mathcal{N}_{l_x}^{(0)} \quad (\text{B.8})$$

onde $D_{l_x}^{(0)}$ representa a parcela de informação útil, $\mathcal{S}^{(0)}$ a auto interferência, $\mathcal{I}^{(0)}$ a interferência de múltiplo acesso e $\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}$ a parcela oriunda do ruído AWGN. A componente de informação útil no percurso l_x é dada por.

$$D_{l_x}^{(0)} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_x}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot b_0(t) \cdot c_0^2(t) \cdot \cos^2(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \quad (\text{B.9})$$

Fazendo-se $b_0(t) = b[0] = 1$, o que elimina a dependência no tempo e como $c_0^2(t) = 1$, tem-se:

$$\begin{aligned} D_{l_x}^{(0)} &= \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_x}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \cos^2(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \Rightarrow \\ \Rightarrow D_{l_x}^{(0)} &= \sqrt{\frac{P}{2}} \cdot \beta_{l_x}^{(0)} \cdot d_{l_x} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

A componente devida ao ruído aditivo é dada por:

$$\mathcal{N}_{l_x}^{(0)} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot d_{l_x} \cdot c_0(t) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \quad (\text{B.11})$$

A componente correspondente à auto interferência é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^{(0)} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_p}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot b_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot c_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot c_0(t) \cdot \\ &\quad \cos(\omega_c t + \phi_{l_p}^{(0)}) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{S}^{(0)} = \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \mathcal{S}_{l_p}^{(0)} \quad (\text{B.13})$$

com:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{l_p}^{(0)} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sqrt{\frac{2}{P}} \cdot \beta_{l_p}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot b_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot c_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot \\ &\quad c_0(t) \cdot \cos(\phi_{l_p}^{(0)} - \phi_{l_x}^{(0)}) dt \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{S}_{l_p}^{(0)} &= \sqrt{\frac{2}{P}} \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(0)}} \beta_{l_p}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot b[-1] \cdot c_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot c_0(t) \cdot \right. \\ &\quad \cos(\phi_{l_p}^{(0)} - \phi_{l_x}^{(0)}) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(0)}}^{T_s} \beta_{l_p}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot b[0] \cdot c_0(t - \tau_{l_p}^{(0)}) \cdot \\ &\quad \left. c_0(t) \cdot \cos(\phi_{l_p}^{(0)} - \phi_{l_x}^{(0)}) dt \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{S}_{l_p}^{(0)} &= \sqrt{\frac{2}{P}} \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \beta_{l_p}^{(0)} \cdot d_{l_x} \cdot \cos(\phi_{l_p}^{(0)} - \phi_{l_x}^{(0)}) \cdot \\ &\quad \left\{ b[-1] \cdot R_1(\tau_{l_p}^{(0)}) + b[0] \cdot \widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(0)}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

onde $R_1(\tau_{l_p}^{(0)})$ e $\widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(0)})$ representam, respectivamente, as funções de autocorrelação parcial par e ímpar de $c_0(t)$, dadas por (4.45).

A componente correspondente à interferência de múltiplo acesso é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^{(0)} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \sqrt{2P} \cdot \beta_{l_p}^{(k)} \cdot d_{l_x} \cdot b_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \\ &\quad \cos \left(\omega_c t + \phi_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \cos \left(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)} \right) dt \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{I}^{(0)} = \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)} \quad (\text{B.16})$$

com:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sqrt{\frac{P}{2}} \cdot \beta_{l_p}^{(k)} \cdot d_{l_x} \cdot b_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot c_0(t) \cdot \\ &\quad \cos \left(\phi_{l_p}^{(k)} - \phi_{l_x}^{(0)} \right) dt \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)} &= \sqrt{\frac{P}{2}} \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \left[\int_0^{\tau_{l_p}^{(k)}} \beta_{l_p}^{(k)} \cdot d_{l_x} \cdot b[-1] \cdot c_0(t) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \right. \\ &\quad \cos \left(\phi_{l_p}^{(k)} - \phi_{l_x}^{(0)} \right) dt + \int_{\tau_{l_p}^{(k)}}^{T_s} \beta_{l_p}^{(k)} \cdot d_{l_x} \cdot b[0] \cdot c_0(t) \cdot c_k \left(t - \tau_{l_p}^{(k)} \right) \cdot \\ &\quad \left. \cos \left(\phi_{l_p}^{(k)} - \phi_{l_x}^{(0)} \right) dt \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)} &= \sqrt{\frac{P}{2}} \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \beta_{l_p}^{(k)} \cdot d_{l_x} \cdot \cos \left(\phi_{l_p}^{(k)} - \phi_{l_x}^{(0)} \right) \cdot \\ &\quad \left\{ b[-1] \cdot R_1(\tau_{l_p}^{(k)}) + b[0] \cdot \widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(k)}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

onde $R_1(\tau_{l_p}^{(k)})$ e $\widehat{R}_1(\tau_{l_p}^{(k)})$ representando, respectivamente, as funções de correlação cruzadas parciais par e ímpar entre $c_0(t)$ e $c_k(t)$ definidas em (4.45), com $\tau_{l_p}^{(0)} = \tau_{l_p}^{(k)}$. Com isso, a variável de decisão $Z_{l_x}^{(0)}$ é dada por:

$$Z_{l_x}^{(0)} = D_{l_x}^{(0)} + \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \mathcal{S}_{l_p}^{(0)} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)} + \mathcal{N}_{l_x}^{(0)} \quad (\text{B.18})$$

Considerando que todas as parcelas interferentes são modeladas como variáveis aleatórias gaussianas independentes de média zero, tem-se que:

$$\mathbb{E}[Z_{l_x}^{(0)}] = D_{l_x}^{(0)} \quad (\text{B.19})$$

Desde que $\beta_{l_p}^{(k)}$ e $\varphi_{l_p}^{(k)}$ sejam v.a. i.i.d. em k e l_p , e $c_k(t)$ seja aleatória com amplitudes ± 1 equiprováveis, os termos interferentes na equação (B.18) são independentes. Assim, a variância do termo $Z_{l_x}^{(0)}$ é dada por:

$$\text{Var}[Z_{l_x}^{(0)}] = \sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{S}_{l_p}^{(0)}] + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \text{Var}[\mathcal{I}_{l_p}^{(0,k)}] + \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}] \quad (\text{B.20})$$

Calcula-se inicialmente o termo $\text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}]$:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \mathbb{E} \left[\left(\int_0^{T_s} \eta(t) \cdot d_{l_x} \cdot c_0(t) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) dt \right) \cdot \right. \\ &\quad \left. \left(\int_0^{T_s} \eta(v) \cdot d_{l_x} \cdot c_0(v) \cdot \cos(\omega_c v + \phi_{l_x}^{(0)}) dv \right) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot \mathbb{E} \left[d_{l_x}^2 \int_0^{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \cdot \eta(v) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_{l_x}^{(0)}) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cos(\omega_c v + \phi_{l_x}^{(0)}) dt dv \right] \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Como $\mathbb{E}[\eta(t) \cdot \eta(v)] = \frac{N_0}{2} \delta(t - v)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}] &= \frac{1}{T_s^2} \cdot d_{l_x}^2 \int_0^{T_s} \frac{N_0}{2} \cdot \cos(\omega t + \phi_{l_x}^{(0)})^2 dt \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{Var}[\mathcal{N}_{l_x}^{(0)}] &= \frac{N_0 d_{l_x}^2}{4 T_s} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Das equações (4.44) e (A.42); (4.53) e (A.39) pode-se concluir que:

$$\text{Var}[\mathcal{I}_{l_p}^{(0)}] = \text{Var}[\mathcal{S}_{l_p}^{(0)}] = \frac{P}{2} \cdot d_{l_x}^2 \cdot \Omega_{l_p}^{(k)} \cdot \frac{1}{3G_{DS}} \quad (\text{B.23})$$

onde $\Omega_{l_p}^{(k)}$ representa o perfil de intensidade de multipercurso do canal para o k -ésimo usuário. Considerando que todos os usuários do sistema experimentam o mesmo MIP, tem-se:

$$\begin{aligned}
\text{Var}[Z_{l_x}^{(0)}] &= \frac{P}{2} \cdot \left[\sum_{l_p=0, l_p \neq l_x}^{L-1} \frac{d_{l_x}^2 \Omega_{l_p}^{(0)}}{3G_{DS}} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l_p=0}^{L-1} \frac{d_{l_x}^2 \Omega_{l_p}^{(k)}}{3G_{DS}} + \right. \\
&\quad \left. \frac{N_0 d_{l_x}^2}{4 P T_s} \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \text{Var}[Z_{l_x}^{(0)}] &= \frac{P}{2} \cdot \left[K \frac{d_{l_x}^2}{3G_{DS}} \cdot \sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_{l_p} - \frac{d_{l_x}^2}{3G_{DS}} \Omega_{l_x} + \frac{N_0 d_{l_x}^2}{2 P T_s} \right] \quad (\text{B.24})
\end{aligned}$$

Considerando também aqui sinal com energia unitária e MIP exponencial decrescente, de (4.70) tem-se que:

$$\sum_{l_p=0}^{L-1} \Omega_{l_p} = \Omega_0 \left[\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right] \quad (\text{B.25})$$

Com isso:

$$\text{Var}[Z_{l_x}^{(0)}] = \frac{P d_{l_x}^2 \Omega_0}{2} \cdot \left[\frac{K}{3G_{DS}} \left(\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right) - \frac{\exp(-\xi l_x)}{3G_{DS}} + \frac{N_0}{2 \Omega_0 E_b} \right] \quad (\text{B.26})$$

Com as mesmas considerações feitas na obtenção da equação (4.72), o termo $\frac{\exp(-\xi l_x)}{3G_{DS}}$ na equação (B.26) pode ser desprezado. Dessa forma:

$$\text{Var}[Z_{l_x}^{(0)}] = \frac{P d_{l_x}^2 \Omega_0}{2} \cdot \left[\frac{K}{3G_{DS}} \left(\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right) + \frac{N_0}{2 \Omega_0 E_b} \right] \quad (\text{B.27})$$

A partir das estatísticas de $Z_{l_x}^{(0)}$, as estatísticas de $Z^{(0)}$ são derivadas da seguinte forma:

$$\mathbb{E}[Z^{(0)}] = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \sqrt{\frac{P}{2}} \cdot \beta_{l_x}^{(0)} \cdot d_{l_x} \quad (\text{B.28})$$

e:

$$\text{Var}[Z^{(0)}] = \frac{P \Omega_0}{4 \gamma_c} \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} d_{l_x}^2 \quad (\text{B.29})$$

onde:

$$\gamma_c = \left[\frac{2K}{3G_{DS}} \left(\frac{1 - \exp(-\xi L)}{1 - \exp(-\xi)} \right) + \frac{N_0}{\Omega_0 E_b} \right]^{-1} \quad (\text{B.30})$$

Assumindo $Z^{(0)}$ como uma variável aleatória gaussiana, a probabilidade de erro do 0-ésimo usuário, condicionada ao conjunto $\beta_{l_x}^{(0)}$, $l_x = 0, 1, \dots, L_f - 1$, é dada por:

$$Pe^{(0)}|_{\beta_{l_x}^{(0)}} = Q \left(\sqrt{\frac{(\mathbb{E}[Z^{(0)}])^2}{\text{Var}[Z^{(0)}]}} \right) \quad (\text{B.31})$$

A probabilidade de erro média considerando os K usuários do sistema é obtida da seguinte forma:

$$\overline{Pe} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} Pe^{(k)} \quad (\text{B.32})$$

• MRC

No emprego da regra de combinação MRC, os ganhos do receptor *Rake* são dados por $d_{l_x} = \beta_{l_x}^{(0)}$. Assim:

$$\begin{aligned} Pe^{(0)}|_{\beta_{l_x}^{(0)}} &= Q \left(\sqrt{\frac{\frac{P}{2} \left(\sum_{l_x=0}^{L_f-1} (\beta_{l_x}^{(0)})^2 \right)^2}{\frac{P \Omega_0}{4 \gamma_c} \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} (\beta_{l_x}^{(0)})^2}} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow Pe^{(0)}|_{\beta_{l_x}^{(0)}} = Q \left(\sqrt{2 \cdot \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \gamma_{l_x}} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

onde:

$$\gamma_x = \frac{\gamma_c}{\Omega_0} \cdot (\beta_{l_x}^{(0)})^2 \quad (\text{B.34})$$

Define-se:

$$\gamma_b = \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \gamma_{l_x} \quad (\text{B.35})$$

que, assim como a equação (4.85) representa a soma de L_f componentes $\{\gamma_{l_x}\}$ estatisticamente independentes. Portanto:

$$Pe^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{l_x=0}^{L_f-1} \pi_{l_x} \left[1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_{l_x}}{1 + \bar{\gamma}_{l_x}}} \right] \quad (\text{B.36})$$

onde π_{l_x} é dada por (4.87) e $\bar{\gamma}_{l_x}$ representa a relação sinal ruído média do l_x -ésimo percurso, dada por:

$$\bar{\gamma}_{l_x} = \frac{\gamma_c}{\Omega_0} \cdot \mathbb{E} \left[\left(\beta_{l_x}^{(0)} \right)^2 \right] \quad (\text{B.37})$$

Referências

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Hypergeometric Functions. Ch. 15 in Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 9th printing.* New York: Dover, 1972. 555-566 p.
- ABRÃO, T. *Canceladores de Interferência Multiusuário Aplicados a Sistemas DS/CDMA de Múltipla Taxa.* 364 p. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP, São Paulo - SP, 2001.
- ANGÉLICO, B. A.; JESZENSKY, P. J. E.; ABRÃO, T. Desempenho de um Sistema MC-CDMA em Canal com Desvanecimentos Rayleigh Correlacionados na Freqüência. *Revista Científica Periódica - Telecomunicações - INATEL*, v. 06, n. 02, p. 1–8, Dezembro 2003.
- ANGÉLICO, B. A.; JESZENSKY, P. J. E.; ABRÃO, T. Sistema MC-CDMA com Cancelamento de Interferência Paralelo e Desvanecimentos Correlacionados na Freqüência. *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações-SBT'04*, Belém, Pará, Setembro 2004.
- BAYBAKOV, K.; SVIRIDOVA, T.; LOBUR, M.; KOHUT, R. Using OFDM for multiple access schemes in 4G communication systems. *CAD Systems in Microelectronics, CADSM 2003*, p. 572–573, February 2003.
- BEAULIEU, N. C.; MERANI, M. L. Efficient Simulation of Correlated Diversity Channels. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference WCNC*, p. 207–210, September 2000.
- CHANG, W. Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission. *Bell Syst. Tech. J.*, v. 45, p. 1775–1796, December 1966.
- CIMINI, L. J. Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing. *IEEE Trans. on Communications*, v. 33, p. 665–675, July 1985.
- CLARKE, R. H. A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception. *Bell System Technical Journal*, v. 47, p. 957–1000, July 1968.
- COUCH II, L. H. *Digital and Analog Communication Systems.* 5. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1993. ISBN 0-13-522583-3.
- Da SILVA, V. M.; SOUSA, E. S. Performance of Orthogonal CDMA Codes for Quasi-Synchronous Communication Systems, in. *Proc. of IEEE ICUP '93*, p. 995–999, Ottawa, Canada, October 1993.
- ETSI. *Radio Broadcasting Systems: Digital Audio Broadcasting to Mobile, Portable and Fixed Receivers. European Telecommunication Standard, ETS 300-401.* February 1995.

- ETSI. *Digital Video Broadcasting: framing structure, channel coding, and modulation for digital terrestrial television. European Telecommunication Standard, EN 300-744*. August 1997.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. W. *Table of Integrals, Series, and Products*. New York: Academic, 1965.
- GUI, X.; SANG Ng, T. Performance of Asynchronous Orthogonal Multicarrier CDMA System in Frequency Selective Fading Channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 47, p. 1084–1091, July 1999.
- GUIMARÃES, D. A. Sistemas de Comunicação Móvel de Terceira Geração (invited tutorial). *Revista Periódica Telecomunicações - INATEL*, v. 4, p. 1–23, Maio 2001.
- HAN, S. H.; LEE, J. H. Reduction of PAPR of an OFDM Signal by Partial Transmit Sequence Technique with Reduced Complexity. *GLOBECOM 2003*, p. 1326–1329, 2003.
- HARADA, H.; PRASAD, R. *Simulation and Software Radio for Mobile Communications*. USA: Artech House, 2002. (Universal Personal Communications Series). ISBN 1-58053-044-3.
- HUI, S. Y.; YEUNG, K. H. Challenges in the migration to 4G mobile systems. *IEEE Communications Magazine*, v. 41, p. 54–59, December 2003.
- IEEE. *Std. 802.11a - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: High-speed Physical Layer in the 5 GHz Band*. September 1999.
- JAGANNATHAN, S. Project Report EE359: *Performance Analysis of Multicarrier DS-CDMA systems over Nakagami-m Fading Channels*. Dept. of Electrical Engineering Stanford University, December 2003.
- JAKES, W. C. *Microwave Mobile Communications*. New York: Wiley, 1974. ISBN 0-471-43720-4.
- JONES, A. E.; WILKINSON, T. A. Block coding scheme for the reduction of peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes. *Electronics Letters*, v. 30, n. 25, p. 2098–2099, 1994.
- KLEER, F.; HARA, S.; PRASAD, R. *Detection Strategies and Cancellation Schemes in a MC-CDMA System*. In: *CDMA Techniques for Third Generation Mobile Systems*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1999. 185-215 p.
- KONDO, S.; MILSTEIN, L. B. Performance of Multicarrier DS CDMA Systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 44, p. 238–246, February 1996.
- KYEES, P. J.; McCONNELL, R. C.; SISTANIZADEH, K. ADSL: A New Twisted-Pair Access to the Information Highway. *IEEE Communications Magazine*, v. 33, p. 52–60, April 1995.
- LI, X.; CIMINI, Jr., L. J. Effects of Clipping and Filtering on the Performance of OFDM. *IEEE Communications Letters*, v. 2, n. 5, p. 131–133, May 1998.

- LI, X.; RITCEY, J. A. M-sequence for OFDM peak-to-average power ratio reduction and error correction. *Electronics Letters*, v. 33, n. 7, p. 554–555, March 1997.
- MCNAIR, J.; ZHU, F. Migration toward 4G wireless communications - Vertical handoffs in fourth-generation multinet environments. *IEEE Wireless Communications*, v. 11, p. 8–15, June 2004.
- MEYER, C. D. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000. ISBN 0-89871-454-0.
- MÜLLER, S. H.; HUBER, J. B. OFDM with Reduced Peak-to-Average Power Ratio by Optimum Combination of Partial Transmit Sequences. *Electronics Letters*, v. 33, n. 5, p. 368–369, Feb. 1997.
- MORELLI, M.; MENGALI, U. A comparison of pilot-aided channel estimation methods for ofdm systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 49, p. 3065–3073, December 2001.
- MOSHAHI, S. Multiuser Detection for DS-CDMA Communication. *IEEE Communications Magazine*, v. 34, n. 10, p. 124–136, October 1996.
- NATARAJAN, B.; NASSAR, C. R.; CHANDRASEKHAR, V. Generation of Correlated Rayleigh Fading Envelopes for Spread Spectrum Applications. *IEEE Communications Letters*, v. 4, n. 1, p. 9–11, January 2000.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. *Discrete-Time Signal Processing (2nd ed.)*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1999. ISBN 0-13-754920-2.
- PAPOULIS, A. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 3. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1991. (Electrical Engineering. Communications and Signal Processing). ISBN 0-07-100870-5.
- PICKHOLTZ, R. L.; MILSTEIN, L. B.; SCHILLING, D. L. Spread Spectrum for Mobile Communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 40, p. 313–322, May 1991.
- PINTO, E. L.; ALBUQUERQUE, C. P. A Técnica de Transmissão OFDM. *Revista Científica Periódica - Telecomunicações - INATEL*, v. 05, n. 1, p. 1–10, Junho 2002.
- POLLET, T.; VAN BLADEL, M.; MOENECLAHEY, M. BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise. *IEEE Transactions on Communications*, v. 43, n. 2/3/4, p. 191–193, April 1995.
- PRASAD, R.; HARA, S. An Overview of Multi-Carrier CDMA. *IEEE Communications Magazine*, p. 126–133, December 1997.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1995. (Electrical Engineering. Communications and Signal Processing). ISBN 0-07-050937-9.
- SHI, Q.; LATVA-AHO, M. Exact Bit Error Rate Calculations for Synchronous MC-CDMA Over a Rayleigh Fading Channel. *IEEE Communications Letters*, v. 6, n. 7, p. 276–278, July 2002.

- SHI, Q.; LATVA-AHO, M. Performance Analysis of MC-CDMA in Rayleigh Fading Channels with Correlated Envelopes and Phases. *IEE Proceedings Communication*, v. 150, n. 3, June 2003.
- SILVA, V. A.; ABRÃO, T.; JESZENSKY, P. J. E. Statistically Correct Simulation Models for the Generation of Multiple Uncorrelated Rayleigh Fading Waveforms. *ISSSTA 2004*, p. 1326–1329, August, Sydney, Australia 2004.
- SKLAR, B. Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems. Part I: Characterization. *IEEE Communications Magazine*, p. 90–100, July 1997.
- SKLAR, B. Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems. Part II: Mitigation. *IEEE Communications Magazine*, p. 102–109, July 1997.
- SMITH, J. I. A Computer Generated Multipath Fading Simulation for Mobile Radio. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, VT-24, n. 3, p. 39–40, August 1975.
- SOUROUR, E. A.; NAKAGAWA, M. Performance of Orthogonal Multicarrier CDMA in a Multipath Fading Channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 44, n. 3, p. 356–367, March 1996.
- STÜBER, G. L. *Principles of Mobile Communication*. 2. ed. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2001. ISBN 0-7923-7998-5.
- TELLAMBURA, C. Use of m -sequences for OFDM peak-to-average power ratio reduction. *Electronics Letters*, v. 33, n. 15, p. 1300–1301, July 1997.
- TUFVESSON, F.; MASENG, T. Pilot Assisted Channel Estimation for OFDM in Mobile Cellular Systems. *VTC'97*, p. 1–5, 1997.
- VANDENDORPE, L. Multitone Direct Sequence CDMA System in an Indoor Wireless Environment, in. *Proc. of IEEE First Symposium of Communications and Vehicular Technology*, p. 4.1.1–4.1.8, Benelux, Delft, The Netherlands, October 1993.
- VERDÚ, S. *Multuser Detection*. USA: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0-521-59373-5.
- VITERBI, A. J. *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1995.
- WEINSTEIN, S. B.; EBERT, P. M. Data Transmission by Frequency Division Multiplexing using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Trans. Commun. Technol.*, COM-19, p. 628–634, October 1971.
- YACOUB, M. D. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Boca Raton: CRC, 1993. ISBN 0-8493-8677-2.
- YANG, L.; HANZO, L. Performance of Generalized Multicarrier DS-SS-CDMA Over Nakagami- m Fading Channels. *IEEE Transactions on Communication*, v. 50, n. 6, p. 956–966, June 2002.

YEE, N.; LINNARTZ, J. P.; FETTWEIS, G. Multi-Carrier CDMA in Indoor Wireless Radio Networks, in. *Proc. PIMRC' 93*, p. 109–113, Yokohama, Japan, Sept 1993.

ZENG, M.; ANNAMALAÍ, A.; BHARGAVA, V. K. Harmonization of Global Third-Generation Mobile Systems. *IEEE Communications Magazine*, p. 94–104, December 2000.

ZEXIAN, L.; LATVA-AHO, M. Error Probability for MC-CDMA in Nakagami- m Fading Channel using Equal Gain Combining. *IEEE International Conference on Communications*, New York City, 2002.