

DETECTORES MULTIUSUÁRIOS para DS/CDMA – CANCELADORES de INTERFERÊNCIA

Taufik Abrão

Departamento de Construção Civil - Engenharia Elétrica
Universidade Estadual de Londrina - UEL CEP: 86051-
990, Londrina - PR - Brasil Tel: (043) 371-4790, Fax:
(043) 371-4789. taufik@uel.br

Paul Jean E. Jeszensky

PTC - Departamento de Engenharia de Telecomunicações e
Controle, LCS - Laboratório de Comunicações e Sinais EPUSP.
Av. Prof. Luciano Gualberto, travessa 3, No 158 CEP 05508-
900 São Paulo - SP - Brasil Tel: (011) 3031-9809, Fax: (011)
3818-5718 pjj@lcs.poli.usp.br

Resumo - Este trabalho faz uma revisão dos principais detectores multiusuários (MUD) subótimos para sistemas DS-CDMA (*Direct Sequence - Code Division Multiple Access*). Nesta segunda parte são enfocados os Canceladores de Interferência (IC). Dentre os diversos MUD, os detectores IC resultam em ótimo compromisso desempenho \times complexidade, mostrando-se uma opção factível na implementação de sistemas celulares de terceira geração (3G); em contrapartida, requerem acurácia na estimação dos parâmetros de canal (amplitude, atraso e fase da portadora de todos os sinais recebidos). Detectores multiusuários são capazes de operar sob o efeito *near-far* (NFres) e combatem efetivamente a interferência de múltiplo acesso (MAI), resultando em aumento de desempenho em relação ao detector Convencional.

Summary - This work makes a revision of the main suboptimal multiuser detectors (MUD) for DS-CDMA systems (*Direct Sequence - Code Division Multiple Access*). In this second part Interference Cancellation detectors (IC) are focused. Within various MUD, IC detectors result in optimum trade-off performance \times complexity, being shown a feasible option in the implementation of cellular systems for third generation (3G); in compensation interference cancellation demands accurate estimation of the channel parameters (received amplitude, delay and phase). Multiuser detectors are capable to operate under the effect of *near-far* (NFres) and they combat the multiple access interference (MAI), resulting in performance improvement in relation to the Conventional detector.

Keywords: *Sistemas CDMA, detecção multiusuário subótima, cancelamento de interferência sucessivo e paralelo.*

1 Introdução

O detector Convencional baseado no filtro casado resulta em capacidade sistêmica bem abaixo da capacidade do canal, além de sofrer a limitação de não ser resistente ao efeito *near-far*, requerendo cuidadoso e rígido controle de potência. Assim, buscam-se algoritmos de detecção multiusuários objetivando a redução ou eliminação da MAI. Versões subótimas lineares fixas foram tratadas na primeira parte deste trabalho [1].

Nos detectores multiusuários subótimos baseados em IC, tema deste segundo artigo, são geradas estimativas de interferência MAI e posteriormente subtraídas do sinal desejado.

Existem basicamente três abordagens para se obter o cancelamento de interferência subtrativo: o Cancelamento¹ de Interferência Paralelo (PIC), o Sucessivo (SIC) e o Detector de Decisão Realimentada *Zero Forcing* (ZF-DF). Estas estruturas pressupõem a explícita detecção e cancelamento de cada sinal de usuário a partir dos demais. Tais técnicas têm como pré-requisito o conhecimento dos parâmetros de canal, necessitando portanto de estimadores eficientes para as energias e atrasos dos sinais recebidos.

Receptores MUD subótimos baseados em IC são obtidos a partir de uma aproximação do detector de seqüências de máxima verossimilhança, MLSD, admitindo-se que dados, amplitudes e atrasos dos usuários interferentes (ou um subconjunto destes) sejam conhecidos. Também denominados de detectores de Decisão Realimentada (DF), esta classe de MUD opera com estimativas separadas da contribuição da interferência de cada usuário a fim de subtrair da saída algumas ou todas as interferências MAI vistas em cada usuário. O sinal residual resultante desta operação pode ser interpretado como um sinal *single-user* em presença de ruído de canal. Intuitivamente, se todos os sinais MAI puderem ser perfeitamente cancelados, o desempenho do receptor será idêntico ao do receptor Convencional em um ambiente *single-user*, resultando em máxima resistência ao efeito *near-far*. Na prática, a interferência jamais poderá ser cancelada perfeitamente e a eficiência será sempre menor que 1.

Os detectores IC subtrativos são implementados normalmente empregando-se vários estágios, onde a expectativa é de decisões melhoradas a cada novo estágio. São similares aos equalizadores realimentados em [2], empregados no combate à ISI.

A principal vantagem de detectores MUD não lineares IC consiste no *compromisso ótimo entre complexidade de implementação \times desempenho*. E a principal desvantagem desta técnica condiciona a melhoria de desempenho à obtenção de estimativas precisas dos níveis de energia de cada usuário.

O primeiro trabalho sobre PIC é atribuído a Varanasi e Aazhang [3]. Enquanto que [4] representa um artigo clássico para o tratamento do SIC. Há ainda abordagens híbridas: GSIC (*Group-wise SIC*) e GPIC [5], [6]. GIC são esquemas multiestágios com estimativas melhoradas em um modo iterativo. A estimativa do canal é feita simultaneamente sobre um grupo

¹ ou Cancelador

de usuários e cancelamentos são então realizados em paralelo ou de modo sucessivo.

Detecutores baseados em IC dependem de decisões feitas sobre os bits dos usuários interferentes e utilizam estas informações para obter cancelamento de interferência do usuário de interesse, podendo envolver a reconstrução do sinal interferente modulado objetivando subtraí-lo do sinal de entrada. Versões adaptativas necessitam de acurácia na estimação dos parâmetros atraso e potência. [7], [8].

Elevado tempo de demodulação, proporcional ao número de usuários, é a principal desvantagem dos receptores SIC, o que em sistemas altamente carregados torna-se impraticável. Adicionalmente requerem a ordenação dos usuários em termos de suas energias ou correlações recebidas, resultando em complexidade adicional na implementação.

Devido à sua baixa complexidade, alta capacidade, baixo tempo de latência e robustez, o PIC multistágio torna-se uma técnica atraente na implementação de sistemas práticos. A única desvantagem consiste na necessidade de um relativo controle de potência. No entanto, a capacidade do PIC multistágio será significativamente maior que a abordagem SIC, caso seja garantido perfeito controle de potência ($NFR = 0$).

Há duas abordagens para se realizar o cancelamento de interferência subtrativo, ambas equivalentes do ponto de vista teórico:

- **Desespalhamento/Respalhamento em Banda Larga** (*Wideband despread/respread*): envolve a reconstrução do sinal **antes** do cancelamento;
- **Pós-Detecção** (*Post-Detection Cancellation*): emprega a correlação cruzada entre usuários e as estatísticas de decisão ($Z_i^{(s)}$) na reconstrução das componentes da interferência **após** a detecção.

Quando as correlações cruzadas não mudarem rapidamente, a abordagem Pós-Detecção pode ser mais rápida. No entanto, em sistemas práticos, a abordagem de cancelamento em Banda Larga é mais simples de ser implementada [6], [9].

Algumas destas soluções de detectores não lineares utilizam tentativas de decisões de dados² na estimação da interferência, enquanto outras utilizam-se apenas das decisões finais dos usuários interferentes no processo de detecção. O esquema que emprega tentativas de decisões é denominado *Decisão Abrupta em cancelamento de interferência* (HD-IC), cujos bits obtidos nos circuitos de decisão são diretamente realimentados; não é linear, requerendo estimativas realistas para as amplitudes recebidas. Caso não se utilize de tentativas na decisão dos dados, o esquema é denominado *Decisão Suave para cancelamento de interferência* (SD-IC); este esquema emprega estimativas lineares de dados na obtenção da estimativa conjunta de dados e amplitudes do usuário de interesse, resultando em maior simplicidade de implementação.

Detecutores subtrativos requerem um mínimo de confiabilidade em suas decisões iniciais. Caso seja possível obter estimativas confiáveis das amplitudes, o detector de cancelamento de interferência do tipo HD-IC geralmente terá desempenho superior ao detector do tipo SD-IC.

Canceladores de interferência são também apropriados para operarem em sistemas CDMA dinâmicos, onde os parâmetros

de sistema devem ser atualizados freqüentemente devido às constantes mudanças no número de usuários, formas de onda de espalhamento, atrasos e amplitudes recebidas.

Um abordagem alternativa para a implementação de receptores IC consiste na remoção da interferência na saída de um banco de filtros casados sem lançar mão da regeneração dos sinais interferentes. Em [10] foi proposto um meio adaptativo para se obter o cancelamento que consiste em subtrair da saída do filtro casado correspondente ao usuário de interesse valores estimados de uma soma ponderada dos interferentes, figura 1. Esta técnica não requer seqüência de treinamento, porém exige conhecimento de todos os usuários ativos para implementar o banco de filtros casados e formar boas estimativas iniciais das interferências no Descorrelacionador.

Definitivamente, receptores baseados em cancelamento de interferência são uma grande promessa para a implementação de sistemas DS/CDMA de alta capacidade e desempenho.

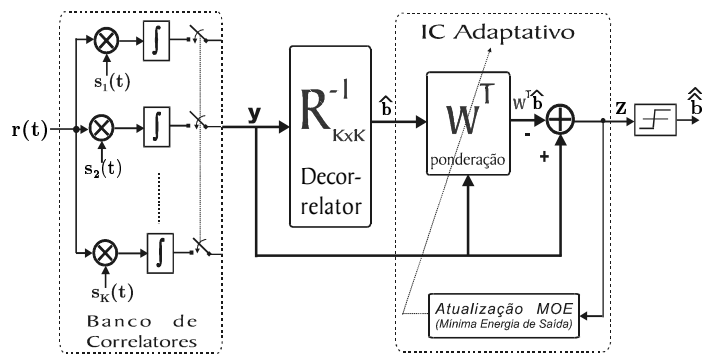


Figura 1: Cancelamento de Interferência multiusuário adaptativo a partir de ponderação baseada em energia mínima de saída (MOE)

2 Detector SIC

O cancelador de interferência sucessivo emprega abordagem de busca serial para cancelar a MAI. Caso uma decisão tenha sido feita sobre o bit de um usuário interferente, então este sinal pode ser recriado no receptor e subtraído do sinal recebido. Admite-se conhecidas as seqüências de espalhamento de todos os usuários, porém as energias dos usuários individuais são estimadas. Isto cancelará o sinal interferente supondo que a decisão esteja correta; caso contrário, ter-se-á a duplicação da contribuição do sinal interferente. Uma vez que a subtração tenha sido feita, o receptor admitirá que o sinal resultante contém um usuário interferente a menos, e o processo pode ser repetido até que $K - 1$ usuários tenham sido demodulados.

Visando obter as decisões intermediárias, o cancelamento sucessivo utiliza as decisões geradas nos filtros casados *single-user*, os quais negligenciam a presença de interferentes. Uma vez que decisões intermediárias errôneas afetarão a confiabilidade de todas as decisões de bits sucessivos, então a ordem com que os usuários são demodulados afetará o desempenho final do SIC. Uma abordagem de demodulação empregada freqüentemente consiste em demodular os usuários em *ordem decrescente das potências recebidas*. No entanto, isto não conduz necessariamente ao melhor desempenho. Tal estratégia falha em não levar em conta as correlações cruzadas entre os usuários.

²Internamente ao demodulador do usuário de interesse.

Alternativamente, o processo de ordenação das energias dos sinais recebidos em um SIC pode ser realizado a partir das correlações das seqüências de espalhamento no receptor, s_k , e o sinal recebido $r(t)$ [4]. Os valores de correlação obtidos a partir de um banco de correladores convencional são então introduzidos em um selector, o qual determina o valor da maior correlação, selecionando o usuário correspondente, z_i , para decodificação e cancelamento. Estes valores de correlação formam a base para a estimação das amplitudes e manutenção da ordem de cancelamento³, em oposição à estratégia da estimação das potências separadas. Na figura 2, a operação de cancelamento de interferência para o i -ésimo usuário é precedida pela ordenação das energias dos sinais recebidos, baseada em: **a)** estimação das amplitudes; ou **b)** uma operação de correlação entre sinal recebido e as seqüências de espalhamento; neste caso, as estimativas das amplitudes, A_i , não são necessárias. Em um SIC são implementadas as seguintes operações:

1. detecção do sinal mais forte, z_i , a partir de um detector convencional;
2. decisão abrupta em z_i ;
3. regeneração e estimação do sinal recebido para o usuário mais forte no i -ésimo cancelamento, \hat{z}_i , empregando-se decisão de dados da etapa 1, conhecimento da seqüência de espalhamento, s_i , estimação das amplitudes, fases e desajustes temporais;
4. cancelamento de \hat{z}_i , a partir do sinal total recebido, $r(t)$, produzindo uma versão parcialmente limpa deste sinal, $r_{i+1}(t)$.

Admitindo-se estimação precisa de z_i na etapa 3, da i -ésima etapa de cancelamento resultarão:

1. decisão do usuário mais forte ;
2. versão modificada do sinal recebido, $r_{i+1}(t)$, sem a parcela da MAI referente ao i -ésimo usuário mais forte z_i .

Este processo é reproduzido sucessivamente até que o usuário de menor energia ou correlação seja demodulado: o k -ésimo estágio gera uma estimativa de decisão de dados adicional, \hat{z}_k , e uma versão mais limpa do sinal recebido, $r_{k+1}(t)$. Apesar da ordenação dos usuários baseada nos valores de correlação resultar, para certos casos, em melhor desempenho, há duas razões para se adotar o cancelamento dos sinais em ordem descendente de potência:

1. facilidade de aquisição e demodulação do usuário de maior amplitude com grande chance de se obter decisão correta;
2. maior benefício para os remanescentes; o usuário de maior amplitude não se beneficiará com qualquer redução de MAI, equivalendo à detecção convencional para este usuário; porém, os mais fracos, potencialmente, terão imensa redução de MAI.

³Adicionalmente, as saídas dos correladores auxiliam na obtenção da fase durante processo de demodulação não coerente.

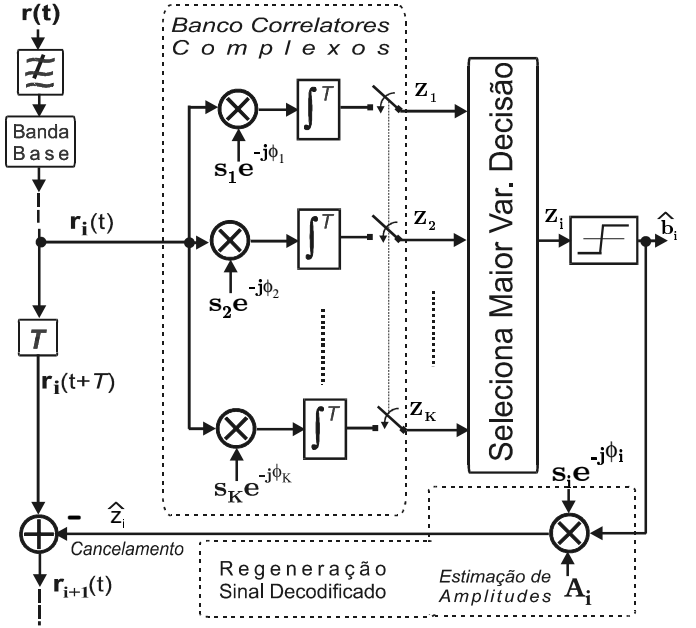


Figura 2: Etapas de detecção do i -ésimo usuário em um SIC Pós-Detecção, com decisão *hard* e modulação BPSK coerente.

Restrição no número de usuários cancelados em um SIC pode ser imposta quando estimativas de amplitude confiáveis não puderem ser obtidas para todos os usuários ativos e/ou quando atrasos de processamento excessivos não puderem ser tolerados, uma vez que em SIC o tempo de detecção é proporcional a $K.T$. Procede-se então ao cancelamento sucessivo dos usuários pertencentes ao grupo mais forte e trata-se os usuários do grupo mais fraco como ruído no processo de detecção de qualquer usuário pertencente a este grupo.

O Detector SIC requer uma quantidade mínima de hardware adicional, porém resulta em um aumento substancial de desempenho em relação ao detector convencional. No entanto, existem as seguintes dificuldades de implementação:

- atrasos adicionais de período de bit, T , a cada estágio de cancelamento; deve-se buscar compromisso entre número de usuários cancelados e quantidade de atraso a ser tolerado;
- reordenação dos sinais dos usuários ativos, uma vez que o perfil das potências mudam. Deve-se estabelecer compromisso entre precisão na ordenação das potências e complexidade aceitável de processamento;
- quando a estimativa inicial dos dados não for confiável, mesmo que estimativas de tempo, amplitude e fase sejam perfeitas, o efeito da interferência de cada bit incorreto sobre a SNR será quadruplicado em termos de potência. Em SIC, faz-se necessário pelo menos que a estimativa dos dados mais fortes sejam confiáveis.

Partindo-se do procedimento de ordenação das energias baseado nas correlações [4], após i -cancelamentos sucessivos, a *variável de decisão* para o $(i+1)$ -ésimo usuário em um sistema com demodulação BPSK coerente será:

$$\hat{z}_{i+1} = \frac{1}{2} (A_{i+1}b_{i+1} + C_{i+1}) \quad (1)$$

onde a componente de ruído total C_{i+1} é dada por:

$$C_{i+1} = \underbrace{\sum_{k=i+2}^K A_k I_{k,i+1}(\tau_{k,i+1}, \phi_{k,i+1})}_{\text{MAI (Us. Não Cancelados)}} + \underbrace{(n_{i+1}^I + n_{i+1}^Q)}_{\text{AWGN}} - \underbrace{\sum_{j=1}^i C_j I_{j,i+1}(\tau_{j,i+1}, \phi_{j,i+1})}_{\text{Cancelamento Imperfeito Cumulativo}} \quad (2)$$

com n^I e n^Q componentes em fase e quadratura do AWGN e o termo correlação cruzada dada por:

$$I_{k,\ell}(\tau_{k,\ell}, \phi_{k,\ell}) = \frac{1}{T} \left[\int_0^T s_k(t - \tau_{k,\ell}) s_\ell(t) dt \right] \cos(\phi_k - \phi_\ell) \quad (3)$$

com ϕ_k k -ésima fase da portadora recebida. A variância da componente ruído total, condicionada à k -ésima amplitude, é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[C_{i+1}|A_k] &= \chi_{i+1} = \\ &= \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2 + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i \chi_j & \text{Sínc.} \\ \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2}_{\text{Var. Us. Não-Cancel}} + \underbrace{\frac{N_0}{T}}_{\text{Var. Ruído}} + \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{j=1}^i \chi_j}_{\text{Var. Cancel. Imperf}} & \text{Assínc.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

A relação Sinal-Ruído ainda condicionada à k -ésima amplitude, para o caso síncrono, será:

$$SNR_{i+1} = \frac{\frac{1}{4} A_{i+1}^2}{\frac{1}{4} \chi_{i+1}} = \frac{A_{i+1}^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2 + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i \chi_j} \quad (5)$$

Admitindo-se aproximação Gaussiana [11] para o ruído total C_{i+1} com média zero e variância χ_{i+1} resulta, finalmente, a probabilidade de erro de bit (P_e) para o i -ésimo cancelamento sucessivo condicionada às amplitudes:

$$P_e^{i+1} = Q\left(\sqrt{\frac{A_{i+1}^2}{\chi_{i+1}}}\right) = Q\left(\sqrt{SNR_{i+1}}\right) \quad (6)$$

Correlações médias (sobre n bits) na estimação das energias. Pode-se mostrar que em um SIC a variância do ruído total na estimativa das amplitudes decresce de n^{-1} , supondo-se correlações independentes bit-a-bit; portanto ter-se-á aumento no desempenho em termos de P_e quando se empregam valores de correlações médias sob n bits. Assim, a variância do ruído na variável de decisão após o j -ésimo cancelamento para o caso síncrono e assíncrono, respectivamente, será:

$$E[\chi_{i+1}] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K E[A_k^2] + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N \cdot n} \sum_{j=1}^i \chi_j \\ \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{k=i+2}^K E[A_k^2]}_{\text{Var. Us. Não-Cancel}} + \underbrace{\frac{N_0}{T}}_{\text{Var. Ruído}} + \underbrace{\frac{1}{3N \cdot n} \sum_{j=1}^i \chi_j}_{\text{Var. Cancel. Imperf}} \end{cases} \quad (7)$$

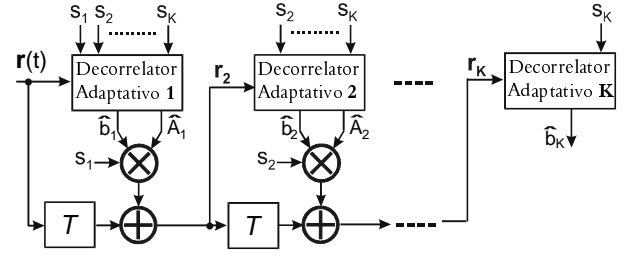


Figura 3: SIC Adaptativo, K usuários.

com n = número de bits utilizados na média. Este procedimento é necessário quando em ambiente com desvanecimento multipercurso Rayleigh.

Caso sejam utilizadas **estimativas para as potências dos sinais**, ao invés de correlações, no procedimento de ordenação de usuários em um SIC, deve-se ter acurácia da ordem de 3dB (em relação à potência real) no processo de estimação das potências a fim de obter P_e compatível com aquele resultante do procedimento de ordenação via correlações com $n = 1$ bit. Se forem tomadas correlações médias sobre $n = 10$ bits, a acurácia necessária para as estimativas de potência torna-se mais restritiva ainda, da ordem de 1dB.

2.1 Associação de SIC e MUD Linear

Estruturas mais complexas para o cancelamento de interferência foram propostas, onde basicamente troca-se o primeiro estágio Convencional com banco de correladores da figura 2 por um MUD linear. Por exemplo, o Ddecorrelacionador Adaptativo proposto em Chen e Roy [12] é empregado na obtenção de um SIC, figura 3. O primeiro estágio Decorrelacionador é empregado para estimar o bit do usuário de maior potência recebida. O sinal demodulado deste usuário é regenerado e subtraído do sinal recebido original. O segundo estágio Decorrelacionador emprega este sinal para detectar o próximo usuário de maior potência, cuja influência também é subtraída do sinal agregado resultante da etapa anterior. Cancelamentos sucessivos são realizados, respeitando a ordem decrescente das potências recebidas, até que todos os usuários sejam detectados. Quando forem garantidos boa sincronização e conhecimento das seqüências de espalhamento, obter-se-á significativo aumento de desempenho em canal AWGN. O desempenho será muito próximo ao limite *single-user* garantindo-se controle perfeito de potência ($NFR = 0$). Mesmo com intenso efeito *near-far*, o detector será robusto.

3 Detector PIC

O detector PIC estima e subtrai, paralelamente, todas as MAI para cada usuário, figura 4. O primeiro estágio é essencialmente um receptor convencional, composto por um banco de correladores, produzindo estimativas para os sinais de todos os usuários, $\{\hat{S}_1^{(1)}(t), \hat{S}_2^{(1)}(t), \dots, \hat{S}_K^{(1)}(t)\}$; a única diferença é que a *decisão de bit* não é feita neste ponto. No 2º estágio, as estimativas são então subtraídas do sinal recebido, $r(t)$, restando um sinal residual. Passa-se o resultado por um 2º banco de filtros casados. Cada estágio PIC introduz atraso de T (1 bit) no sinal recebido, $r(t)$, e nas amplitudes, A_i . Este processo pode ser repetido, gerando múltiplos estágios. Em um PIC,

pode-se mostrar que a complexidade por símbolo demodulado é linear com relação ao número total de usuários, $\mathcal{O}(K)$, enquanto mantém desempenho próximo ao do receptor MUD Ótimo para a maioria dos casos práticos de interesse [1].

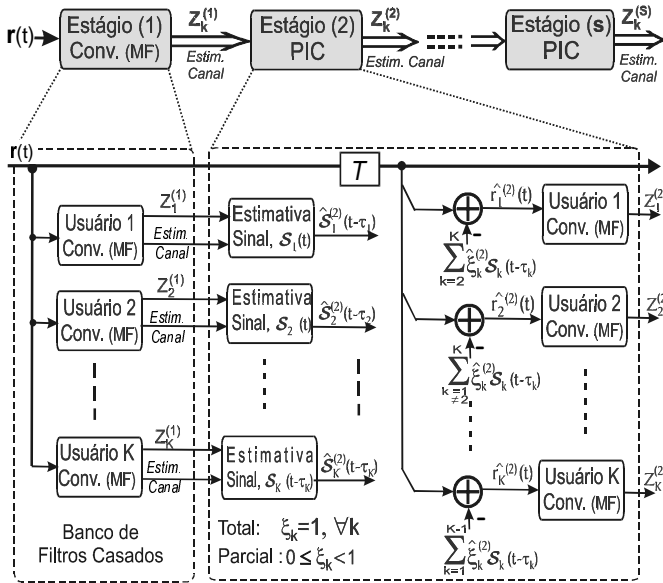


Figura 4: PIC Total (Clássico) e Parcial, K usuários assíncronos e s estágios.

Denomina-se **PIC Clássico** à estrutura receptora multiusuário com ocorrência de etapas de cancelamento de interferência paralelo no 2º estágio e posteriores, se houver, precedido(s) por um banco de filtros casados (banco de correladores) às seqüências de espalhamento de cada usuário. Quando houver a tentativa de cancelamento total dos interferentes no 2º estágio e seguintes o cancelador é denominado **PIC Total**; por sua vez, quando o cancelamento dos interferentes for escalonado (fator $0 < \xi \leq 1$), o receptor subtrativo é denominado **PIC Parcial**. Finalmente, quando não for possível obter estimativas confiáveis para os parâmetros de canal de todos os usuários ativos, pode-se realizar o cancelamento apenas dos usuários com estimativas confiáveis, tratando os demais simplesmente como ruído. A esta estratégia denomina-se **PIC Seletivo** [13]. Recentemente, inúmeras variações para o detector PIC foram propostas:

1. primeiro estágio: receptor RAKE ou Descorrelacionador ou MMSE, em versões fixas e adaptativas⁴;
2. cancelamento parcial da MAI em cada estágio, com coeficientes fixos⁵ [14], [15] e adaptativos⁶ [16], resultando no aumento total de cancelamento em cada estágio;
3. decisão abrupta (HD-PIC) [6]: emprego de bits já detectados na saída de um estágio a fim de aumentar o desempenho dos bits remanescentes no mesmo estágio;
4. combinação linear das saídas de decisores suaves (SD-PIC) de diferentes estágios;

⁴Canais com desvanecimento multipercurso e/ou interferência intercelular.

⁵Distintos ou iguais para todos os usuários.

⁶Coefficientes são atualizados periodicamente, baseado em algum critério de estimação de confiabilidade de cada sinal de usuário recebido.

Analisa-se a seguir o comportamento de um receptor PIC Clássico Total e Parcial em termos de suas estatísticas de decisão, figura 4, considerando canal AWGN e seqüências aleatórias (Rndz). Evidencia-se a existência de um termo polarização que reduz a média da estatística de decisão $E[Z_i^{(s)}]$ à saída dos estágios canceladores, sendo esta redução proporcional ao carregamento do sistema [17]: sistemas altamente carregados serão mais afetados pelas estimativas polarizadas, terão mais erros nas decisões finais dos bits e, portanto, piores desempenhos.

3.1 PIC Total Clássico

Cada um dos K usuários transmite um conjunto de dados binários, $\{b_{k,i}\}$, espalhados pela seqüência de código $s_k(t)$, sendo ambas variáveis independentemente (i.i.d). O ganho de processamento definido por $N = \frac{T}{T_c}$ identifica adoção de código curto. O sinal A-CDMA recebido em banda base pode ser expresso por:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \underbrace{\sqrt{P_k} b_k(t - \tau_k) s_k(t - \tau_k)}_{S_k(t)} e^{j\phi_k} + n(t) \quad (8)$$

As estimativas das amplitudes dos sinais recebidos, obtidas no 1º estágio, são empregadas no 2º estágio na reconstrução dos sinais de todos os usuários, $\hat{S}_k^{(1)}(t)$, necessária ao cancelamento simultâneo dos interferentes de um determinado usuário.

3.1.1 Primeiro Estágio: Convencional

Supondo-se que o receptor obtém perfeito sincronismo em relação a todos os usuários presentes em um sistema unicelular⁷, o sinal recebido é correlacionado a uma cópia da forma de onda de espalhamento, $s_k(t - \tau_k)$. Normalizando-se os resultados do valor da correlação assim obtidos por T resulta na estatística de decisão no 1º estágio⁸, i -ésimo bit do k -ésimo usuário:

$$Z_{k,i}^{(1)} = \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} \text{Re} \left\{ r(t) s_k(t - \tau_k) e^{-j\phi_k} \right\} dt \quad (9)$$

com $\text{Re}\{\cdot\}$ = operador parte real de um número complexo. Admitindo-se o 1º usuário como o de interesse, a métrica de decisão em (9) resulta:

$$Z_{1,i}^{(1)} = \underbrace{U_1}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{\sum_{k=2}^K S_k^{(1)} s_1(t) e^{-j\phi_1}}_{\text{MAI, } \mathcal{I}_1^{(1)}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}} \quad (10)$$

Reescrevendo as estatísticas de decisão do estágio inicial, equação (9), em termos de correlações cruzadas par, R e ímpar, \tilde{R} , respectivamente, tem-se:

⁷Conhecimento e identificação de todas as seqüências de espalhamento e respectivos atrasos de propagação, τ_k .

⁸A normalização da estatística de decisão por T remove a dependência em relação à duração de bit, simplificando as análises subsequentes.

$$Z_{1,i}^{(1)} = \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}} + \underbrace{\sum_{\ell=2}^K \sqrt{P_\ell} \cos(\phi_\ell - \phi_1) [b_{\ell,i-1} R_{\ell,1}(\tau) + b_{\ell,i} \check{R}_{\ell,1}(\tau)]}_{\text{MAI, } \mathcal{I}_1^{(1)}} \quad (11)$$

A capacidade de exclusão da MAI no filtro casado é determinada pelo ganho de processamento e pela potência relativa do usuário de interesse em relação à dos interferentes. As três componentes na métrica de decisão do 1º estágio são variáveis aleatórias estatisticamente independentes. As médias e variâncias destas componentes são resultados bem estabelecidos na literatura. A média e a variância total para a estatística de decisão deste estágio, condicionada ao i -ésimo bit transmitido, serão dadas respectivamente por:

$$E[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \quad (12)$$

$$\text{Var}[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}] = \frac{1}{3N} \sum_{k=2}^K P_k + \frac{N_0}{2T} \quad (13)$$

com a variância total composta pelas parcelas das variâncias da MAI e AWGN. A equação (12) indica que a métrica de decisão para o 1º estágio é composta por estimativas não polarizadas das amplitudes do sinal do usuário de interesse. Finalmente, a expressão da taxa de erro de bit (BER), bem conhecida, para sistema A-CDMA convencional (MF) com modulação BPSK, admitindo-se aproximação Gaussiana para a MAI [11], pode ser escrita como:

$$\text{BER}^{(1)} = Q \left(\sqrt{\frac{(E[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}])^2}{\text{Var}[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}]}} \right) \quad (14)$$

$$= Q \left(\left[\frac{N_0}{2E_{b1}} + \frac{1}{3N} \frac{\sum_{k=2}^K P_k}{P_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (15)$$

3.1.2 Segundo Estágio: Cancelamento Paralelo

O 2º estágio reconstrói o sinal transmitido a partir de estimativas da MAI, posteriormente canceladas. Neste processo de reconstrução, a métrica de decisão do 1º estágio é empregada como medida das amplitudes de primeira ordem para cada sinal transmitido. Assim, considerando média de conjunto, para um dado bit transmitido, a métrica de decisão do 1º estágio é igual à amplitude do sinal transmitido de um dado usuário. Portanto, torna-se imediato a construção de um estimador não polarizado para cada usuário com os respectivos bit e amplitude transmitidos, $\widehat{A_k} \widehat{b}_{k,i}$, dado por:

$$\widehat{A_k} \widehat{b}_{k,i} = Z_{k,i}^{(1)} \quad (16)$$

A partir desta estimativa é possível proceder à reconstrução do sinal transmitido de cada usuário (estimativas de primeira ordem), com seus respectivos atrasos admitidos conhecidos:

$$\begin{aligned} \widehat{S}_k^{(2)}(t - \tau_k) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \widehat{A_k} \widehat{b}_{k,i} p_T(t - \tau_k - iT) s_k(t - \tau_k) e^{j\phi_k} \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} Z_{k,i}^{(1)} p_T(t - \tau_k - iT) s_k(t - \tau_k) e^{j\phi_k} \end{aligned} \quad (17)$$

com $p_T(t)$ = formatação de pulso, suposta retangular.

Após a reconstrução de todos os sinais, o cancelamento de interferência *Total* é implementado pela subtração das estimativas dos sinais dos usuários do sinal recebido, formando um novo sinal recebido *reconstituído* para cada usuário. Para o k -ésimo usuário, resulta:

$$\widehat{r}_k^{(2)}(t) = r(t) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \widehat{S}_j^{(2)}(t - \tau_j) \quad (18)$$

A efetividade da operação de cancelamento é resultante do grau de acurácia obtida com os sinais da MAI reconstruída.

Cada estimativa de sinal transmitido, $\widehat{S}_k^{(2)}$, torna-se estimativa não polarizada do correspondente sinal transmitido, isto é, a média destas estimativas é o próprio sinal transmitido:

$$E[\widehat{S}_k^{(2)}(t - \tau_k)] = S_k(t - \tau_k) \quad (19)$$

No entanto, apesar das médias de conjunto para as estimativas de MAI em (19) serem iguais aos sinais transmitidos verdadeiros, o desempenho do receptor pode ser afetado caso estas estimativas de MAI oscilem significativamente em torno da média, medida através da variância da MAI reconstituída.

Finalmente, a estatística de decisão para o estágio PIC, após $\widehat{r}_k^{(2)}(t)$ passar por um banco de correladores idênticos ao do 1º estágio, será:

$$Z_{k,i}^{(2)} = \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} \text{Re} \left\{ \widehat{r}_k^{(2)}(t) s_k(t - \tau_k) e^{-j\phi_k} \right\} dt \quad (20)$$

Após a subtração, caso as estimativas de atraso, fase e de amplitude sejam perfeitas, garante-se a total eliminação da MAI. Nos casos práticos de interesse sempre existirá MAI residual devido à introdução de erros nas estimativas desses parâmetros. Assim, um novo estágio subtrativo paralelo pode ser implementado a fim de reduzir o termo da MAI residual. Note que o procedimento de cancelamento subtrativo pode ser repetido inúmeras vezes; porém, a parte substancial do aumento de desempenho é obtido com o 2º estágio. Melhoria adicional de desempenho é cada vez menor com o aumento do número de estágios, s , uma vez que existe limite para desempenho imposto pelo ganho de processamento do sistema, impedindo separação ainda maior do sinal desejado em relação à MAI.

Desenvolvendo-se uma expressão para a métrica do 2º estágio em termos da métrica do 1º estágio e das correlações cruzadas resulta, para o primeiro usuário, de (20) e admitindo-se sem perda de generalidade $\tau_1 = 0$:

$$Z_{1,i}^{(2)} = \underbrace{Z_{1,i}^{(1)}}_{1^\circ \text{ estágio}} - \underbrace{\sum_{\ell=2}^K \cos(\phi_\ell - \phi_1) \left[Z_{1,i-1}^{(1)} R_{\ell,1}(\tau) + Z_{1,i}^{(1)} \check{R}_{\ell,1}(\tau) \right]}_{\text{Cancelamento de Interferência}}, \quad (21)$$

Substituindo a metrica de decisão do primeiro estágio, na forma de (11), em (21) notar-se-á que a estatística de decisão para o 2º estágio depende das estimativas das amplitudes, das correlações cruzadas par e ímpar e das fases das portadoras (sistemas coerentes) de todos os usuários ativos. Finalmente, tomando-se a média para a métrica de decisão à saída do 2º estágio, condicionada ao i -ésimo bit transmitido pelo usuário de interesse, $b_{1,i}$, resultarão três termos [17], cujo termo relativo à MAI conterá alguns produtos de cossenos quadrados, resultando em média distinta de zero:

$$\begin{aligned} E[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i}] &= \sqrt{P_1} b_{1,i} \\ &- E \left[\sqrt{P_1} \sum_{\ell=2}^K \cos^2(\phi_\ell - \phi_1) b_{1,i} \left(R_{\ell,1}^2(\tau) + \hat{R}_{\ell,1}^2(\tau) \right) \right] \\ &= \sqrt{P_1} b_{1,i} - \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i} E \left[\sum_{\ell=2}^K \cos^2(\phi_\ell - \phi_1) \right]}_{=\frac{1}{2}(K-1)} \times \\ &\quad \times \underbrace{E \left[R_{\ell,1}^2(\tau) + \hat{R}_{\ell,1}^2(\tau) \right]}_{=\frac{2}{3N}} \\ E[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i}] &= \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Ampl. Estim}} - \underbrace{\frac{1}{3N} \sqrt{P_1} b_{1,i} (K-1)}_{\text{Termo Polarização}} \\ &= \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[1 - \frac{(K-1)}{3N} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Termo de Polarização A equação (22) revela a existência de um termo de polarização, proporcional ao carregamento do sistema, K/N . Esta polarização na estimativa das amplitudes do sinal no 2º estágio causa desvio da região decisão dos sinais recebidos, resultando em aumento da $P_e^{(2)}$, cuja influência torna-se mais significativa em sistemas altamente carregados. Em algumas situações⁹ pode ocorrer a inversão de desempenho: $P_e^{(2)} > P_e^{(1)}$; o estágio cancelador torna-se ineficiente devido à existência do termo polarização, piorando o desempenho em relação ao sistema Convencional.

O efeito danoso do termo de polarização em sistemas altamente carregados pode ser atenuado empregando-se seqüências de espalhamento com grandes N . No entanto, sistemas de 3ª Geração necessariamente operam na região de forte carregamento, afetando drasticamente a métrica de decisão: redução de $\approx 30\%$ para sistemas assíncronos e de $\approx 50\%$ para síncronos, considerando $K/N = 1$.

⁹Sistemas sobrecarregados, ($K/N > 1$) e região de baixas $\frac{E_b}{N_0}$.

O PIC Parcial é uma solução que consiste na preservação da estrutura de baixa complexidade do MF do 1º estágio, responsável pela estimação das estatísticas de decisão, associado à ponderação das estimativas de decisão de MAI para os estágios canceladores na proporção do grau de confiança dos sinais, mantendo-se o requisito de baixa complexidade também para estes estágios [17], [18], [19].

Expressões analíticas aproximadas para a $P_e^{(s)}$ em um PIC Clássico com cancelamento total e canal AWGN, considerando aproximação Gaussiana para a MAI, foram dadas em [20]. Os desempenhos para canais assíncronos com e sem efeito *near-far*, considerando o usuário 1 como o de interesse, resultam, respectivamente:

$$P_{e1}^{(s)} = Q \left(\left[\frac{N_0}{2P_1 T} \left(\frac{1 - \left(\frac{K-1}{3N} \right)^s}{1 - \frac{K-1}{3N}} \right) + (-1)^s + \left(\frac{1}{3N} \right)^s \left(\frac{(K-1)^s - (-1)^s}{K} \left(\frac{\sum_{k=2}^K P_k}{P_1} + 1 \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (23)$$

$$P_e^{(s)} = Q \left(\left[\frac{N_0}{2PT} \left(\frac{1 - \left(\frac{K-1}{3N} \right)^s}{1 - \frac{K-1}{3N}} \right) + \left(\frac{K-1}{3N} \right)^s \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (24)$$

onde P_k é a potência recebida para o k -ésimo usuário; K = número total de usuários ativos no sistema; T = período de bit; N = ganho de processamento do sistema CDMA e ruído Gaussiano com densidade espectral de potência bilateral igual a $\frac{N_0}{2}$. As expressões (23) e (24) resultam em boa aproximação para sistemas com baixos níveis de carregamento ($\frac{K}{N} < 25\%$), pois no desenvolvimento dessas expressões admite-se que $Z_{k,i}^{(s)}$ são estimativas não polarizadas para $A_k b_k$ em cada estágio. Infelizmente, esta hipótese não é verdadeira; $Z_{k,i}^{(s)}$ será polarizada após o 1º estágio em um PIC Clássico, como mostra (22).

Em PIC, há um limite para $\frac{E_b}{N_0}$ obtido a partir da manipulação de (24), abaixo do qual o cancelamento não será mais benéfico, ocorrendo $P_e^{(s+1)} > P_e^{(s)}$, dado por [20]:

$$\frac{E_b}{N_0} > \frac{1}{2} \left(1 - \frac{K-1}{3N} \right)^{-1} \quad \text{com} \quad \frac{K-1}{3N} < 1 \quad (25)$$

A figura 5 apresenta $\frac{E_b}{N_0}$ mínimo para que o cancelamento seja benéfico, nos casos de $N = 15, 31, 63, 127$. Note que com o PIC multiestágio é possível obter desempenhos benéficos a cada novo estágio mesmo sob elevadíssimos carregamentos de sistema.

O **comportamento assintótico** do receptor multiestágio quando o número de estágios $s \rightarrow \infty$ e $\frac{K-1}{3N} < 1$ pode ser obtido a partir de (23), resultando em:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} P_{e1}^{(s)} = Q \left(\sqrt{\frac{2P_1 T}{N_0} \left(1 - \frac{K-1}{3N} \right)} \right) \quad (26)$$

não dependendo das energias dos usuários interferentes, sendo exclusivamente função do nível de carregamento do sistema e da $\frac{E_b}{N_0}$ do usuário de interesse. Para o caso de controle perfeito de potência, resulta: $\lim_{s \rightarrow +\infty} P_e^{(s)} = Q\left(1, 4\sqrt{\frac{PT}{N_0}}\right) \simeq Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right)$. A figura 6.a mostra o comportamento assintótico para um PIC multiestágio considerando seqüências aleatórias de comprimento $N = 127$ ($Rndz127$) e diferentes carregamentos. Na figura 6.b são comparados o comportamento assintótico para as situações onde há controle perfeito e desbalanceamento de potência, considerando $K = 51$; para efeito de comparação, mostra-se o limite *single user* ($K = 1$). Sob a condição $NFR = 0dB$, o desempenho do PIC multiestágio apresentará uma pequena melhoria em relação à situação de desbalanceamento das potências recebidas, indicando que a estrutura PIC é capaz de operar em ambiente com algum efeito *near-far*, sem que haja degradação apreciável de desempenho.

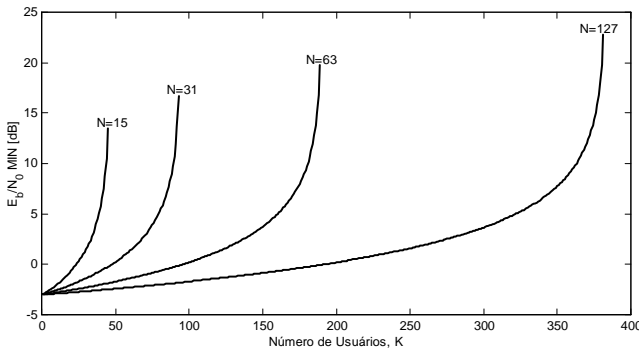


Figura 5: $\frac{E_b}{N_0}$ mínimo para se obter efetividade no cancelamento de interferência em função do número de usuários, K . Diversos ganhos de processamento, N , sistema A-CDMA.

Melhoria de desempenho para o k -ésimo usuário em um PIC de 1 a 4 estágios canceladores e canal AWGN é apresentada na figura 7; considera-se $N = 127$, $K = 37$ usuários com mesma potência recebida e $NFR = +9dB$ para metade dos usuários interferentes. São considerados também os casos *single user* ($K = 1$) e quando o número de estágios $s \rightarrow \infty$. Há um significativo aumento de desempenho quando se passa de 1 para 2 (3) estágios canceladores, no caso de $NFR = 0$ ($NFR \neq 0$) e apenas uma pequena melhoria quando se passa de 2 (3) para 3 (4) estágios. A melhoria significativa de desempenho é obtida com poucos estágios. Cancelamentos além de 4 estágios não compensam nem o esforço computacional, nem o atraso de processamento adicionais. O maior ganho é obtido na região de alta $\frac{E_b}{N_0}$, uma vez que melhores estimativas para os sinais podem ser obtidas com a redução do ruído e assim, há melhoria nos cancelamentos, resultando em taxas de erros de bit menores.

A figura 8 compara o desempenho médio dos detectores Convencional, PIC multiestágio e SIC em dois cenários com desbalanceamento de potência, considerando seqüências $Rndz32$, canal AWGN, $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$, exato conhecimento dos parâmetros A , τ , ϕ e correta ordenação das energias recebidas. O detector SIC terá desempenho superior ao PIC em ambiente com desvanecimento e sem controle de potência, uma vez que explora a variação de potência para realizar cancelamento. Já o PIC Total terá desempenho superior ao SIC em canais com controle perfeito de potência. Note que quando houver um

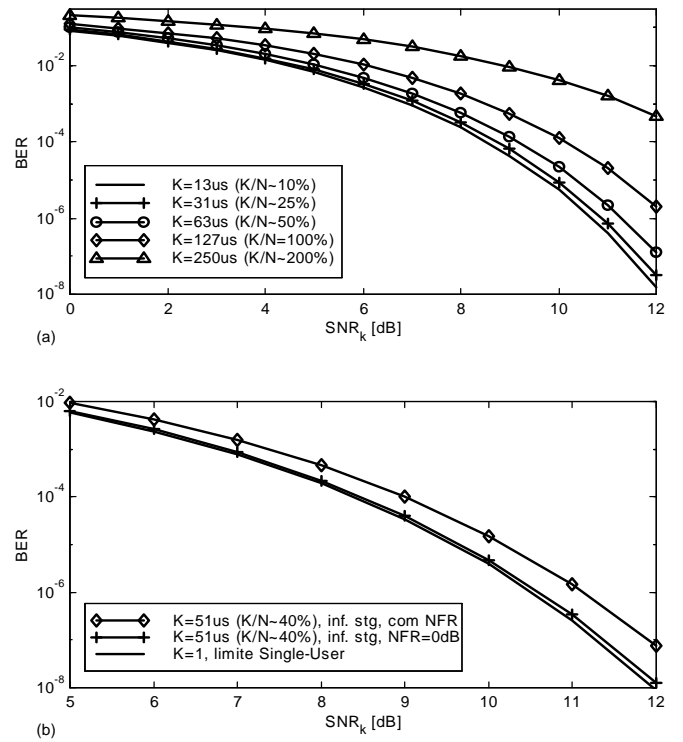


Figura 6: Comportamento Assintótico ($s \rightarrow \infty$) para o receptor PIC multiestágio assíncrono, $Rndz127$. (a) diferentes carregamentos K/N ; (b) $K = 51$ ($\frac{K}{N} \approx 40\%$); pequena degradação devido ao desbalanceamento das potências recebidas.

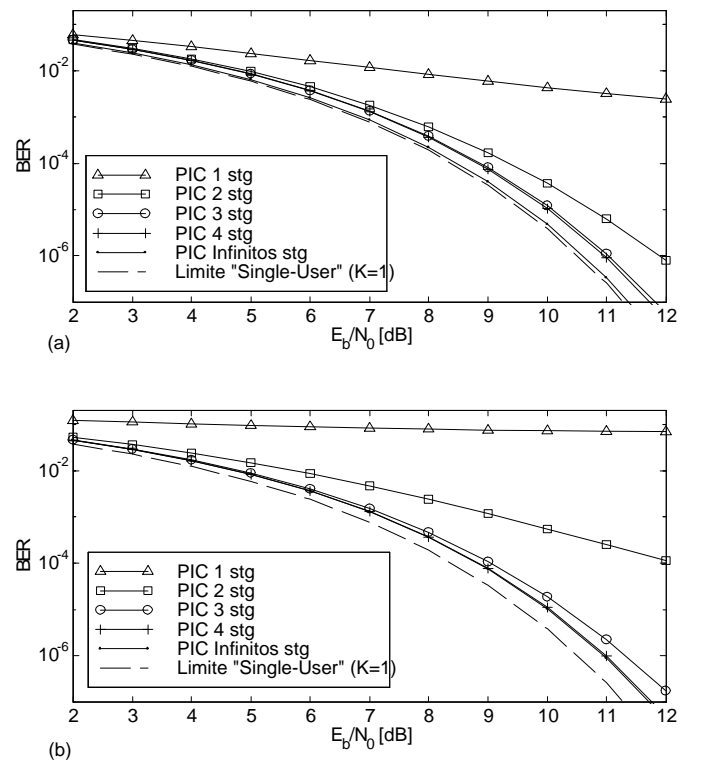


Figura 7: BER analítico $\times \frac{E_b}{N_0}$ para PIC assíncrono em canal AWGN, $K = 37$ usuários e $Rndz127$; (a) controle perfeito de potência (b) metade dos us. interferentes com $NFR = +9dB$. São mostrados ainda o comportamento assintótico ($s \rightarrow \infty$) e o limite *single-user*.

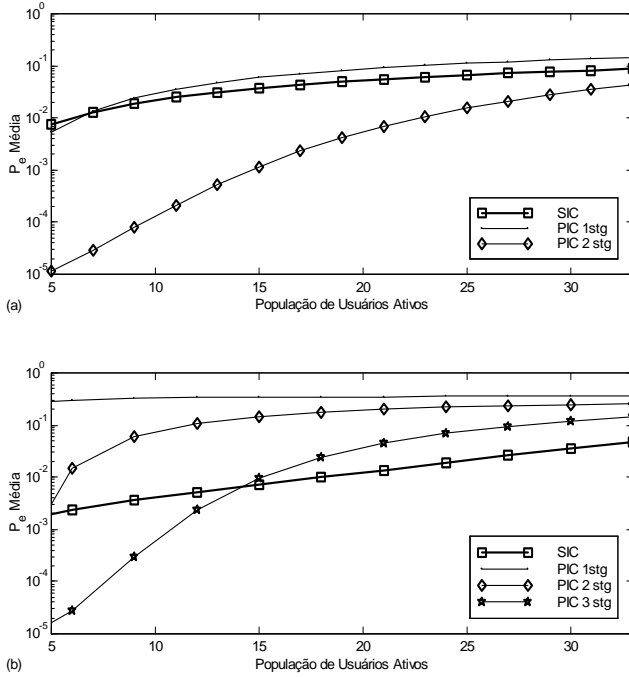


Figura 8: \overline{BER} para PIC multiestágio e SIC Assíncronos com $Rndz32$, $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$ e efeito *Near-Far*: (a) metade dos usuários interferentes ativos com potência recebida 10dB acima dos demais. (b) NFR distintos com potências separadas de $\frac{1}{2}$ dB: para $K_{max} = 33$ us resulta $NFR = 9, 5, 8, 5, 8, 0, \dots, -6, 0, -6, 5 dB$

maior separação e espalhamento entre os valores das potências recebidas, resultará em melhoria no desempenho do SIC e degradação no PIC: compare (a) e (b) da figura 8. Mesmo assim, o PIC multiestágio resulta em melhor desempenho que o receptor Convencional. No entanto, quando a estimativa de parâmetros não for boa, qualquer operação de cancelamento paralelo, sucessivo ou híbrido (grupo) mostrar-se-á ineficiente.

A figura 9 apresenta resultados de desempenho médio em função do carregamento do sistema ($\approx 12\%$ a $\approx 86\%$) para os principais detectores IC e lineares em ambiente com controle perfeito de potência; considera-se seqüências aleatórias de $N = 128$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$. Exceto na situação de NFR com potências recebidas bastante espalhadas, o desempenho do detector PIC multiestágio¹⁰ é superior ao do SIC e será sempre melhor que o MMSE, Descorrelacionador e Convencional.

As estimativas para a taxa de erro de bit, obtidas na figura 7 e em (23), (24), tornam-se otimistas na região de baixas P_e e K/N elevados. Considerando esta limitação, técnica mais elaborada incluindo efeitos de segunda ordem da MAI no cálculo da P_e foi desenvolvida em [21], permitindo obter previsões de desempenhos mais realistas naqueles casos onde as potências interferentes apresentam distribuição aleatória.

3.2 PIC Parcial Clássico

A solução de cancelamento Parcial não elimina a polarização, porém é uma solução de baixíssima complexidade adicional e

¹⁰ Assumido acurácia nas estimativas dos parâmetros atraso, fase e amplitudes dos sinais recebidos.

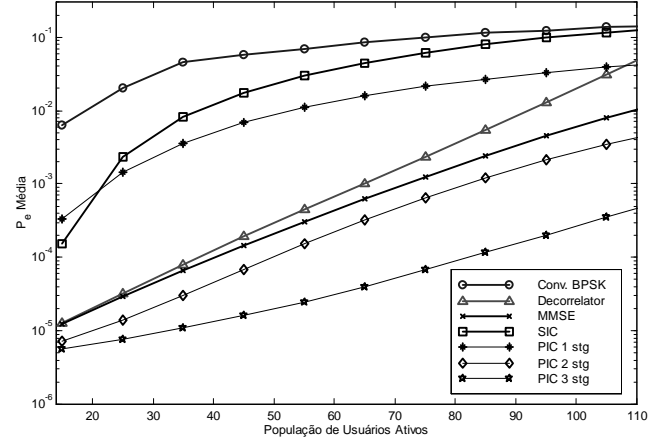


Figura 9: Comparação de desempenho em termos de $\overline{BER} \times$ número de usuários para os detectores SIC, PIC de 1 a 3 estágios, Convencional BPSK, Decorrelator e MMSE Síncronos e $NFR = 0$. Seqüências $Rndz128$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$.

mostra-se efetiva na redução da taxa de erro de bit. Tal solução preserva o estimador de amplitudes do 1º estágio (MF) que por sua natureza resulta em métrica de decisão polarizada quando associado a um estágio de cancelamento subtrativo. Esta solução é motivada pela dificuldade de se encontrar estimadores não polarizados de baixa complexidade. Estimadores não polarizados resultam em maior complexidade que as operações de multiplicação e acumulação do filtro casado e possivelmente introduzem não linearidades.

O cancelamento Parcial está baseado no princípio de que estimativas de MAI não confiáveis devem resultar em cancelamentos parciais, resultando na redução da taxa de erro de bit em relação ao caso em que cancelamentos totais são realizados para as estimativas não confiáveis de MAI. Pode-se então postular que ponderando as estimativas de MAI na proporção de sua confiabilidade, reduzir-se-ão os efeitos da polarização sobre a taxa de erro de bit. Em essência, o PIC ponderado consiste no cancelamento de uma percentagem da MAI, escalonando-se o sinal reconstituído de cada interferente por um fator, denominado SCF (*Soft Cancellation Factor*), compreendido no intervalo $0 \leq \xi_k \leq 1$ [22]. O valor de ξ_k depende do grau de confiança da estimativa da MAI e dos parâmetros do sistema: N , P_i (equivalente a $\frac{E_b}{N_0}$), K e atrasos τ_k . A estrutura de um cancelador de interferência paralelo parcial de um estágio é a mesma do PIC Total, exceto que os cancelamentos no 2º e demais estágios são ponderados pelos coeficientes ξ_k , figura 4. Aplicando-se o princípio de cancelamento escalonado ao PIC Clássico, obtém-se um ganho de desempenho em relação ao PIC Total com aumento de complexidade mínimo [14], [22], [17], [19].

A complexidade de implementação do PIC Parcial torna-se proporcional a K^2 . Porém, caso seja possível obter controle perfeito de potência, bastará um único SCF para todos os usuários, reduzindo-se à complexidade linear, proporcional a K . No caso mais geral (efeito *near-far*), para cada usuário será necessário a estimação de amplitude e obtenção do fator de cancelamento parcial correspondente, ξ_k .

3.2.1 Receptor PIC Parcial Síncrono

Considere um sistema S-CDMA ao nível de bit, dispensando a modelagem dos atrasos de propagação dos diversos usuários através do canal. O Cancelamento Parcial é obtido escalonando cada uma das estimativas dos sinais reconstruídos. O conjunto de fatores SCF é formado por $\{\xi_k\}$, $k \in \{1, 2, \dots, K\}$. O 1º estágio é idêntico ao caso do PIC total: um receptor de correlação CDMA convencional. As estatísticas de decisão para i-ésimo bit do k-ésimo usuário é dada por (9), tomando-se $\tau_k = 0$. No 2º Estágio, a reconstrução do sinal transmitido de cada usuário (estimativas de primeira ordem), sem os atrasos, toma a forma (17). Aqui, atribui-se um fator SCF a cada interferente e procede-se à nova reconstrução do sinal recebido, para cada usuário de acordo com:

$$\hat{r}_k^{(2)}(t) = r(t) - \sum_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa \neq k}}^K \xi_\kappa \hat{S}_\kappa^{(2)}(t) \quad (27)$$

Cada sinal reconstruído através do uso dos fatores SCF alimenta um banco de correladores idênticos ao do 1º estágio, figura 4, a fim de obter uma versão mais limpa para o conjunto das estatísticas de decisão, como em (20).

O objetivo consiste em empregar o conjunto de fatores SCF para minimizar a $BER^{(2)}$; admitindo ainda o 1º usuário como o de interesse, deve-se procurar o conjunto $\{\xi_\ell\}$, $\ell \in \{2, \dots, K\}$, tal que:

$$\{\xi_\ell\} = \arg \left\{ \min_{0 \leq \xi_\ell \leq 1, \forall \ell \in \{2, \dots, K\}} BER^{(2)}(\{\xi_\ell\}) \right\} \quad (28)$$

onde $BER^{(2)}(\{\xi_\ell\})$ é definido como em (14). Para a determinação do conjunto de fatores SCF tal que minimize a $BER^{(2)}$, deve-se caracterizar a métrica de decisão e analisar o efeito da polarização sob o ponto de vista do cancelamento parcial.

3.2.2 Métrica e Polarização no PIC Parcial

A análise da métrica no PIC Parcial pode ser derivada em parte do caso anterior, canal assíncrono. As simplificações consideradas aqui são $\tau_k = 0$ e portanto as correlações cruzadas pares e ímpares são reduzidas a:

$$\Gamma_{m,\ell} = \frac{1}{T} \int_0^T s_m(t) s_\ell(t) dt = \check{R}_{\ell,m}(0) \quad (29)$$

Primeiro Estágio: reescrevendo (9) em termos de correlações cruzadas, a estatística de decisão reduz-se a:

$$Z_{1,i}^{(1)} = \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{\sum_{\ell=2}^K \sqrt{P_\ell} b_{\ell,i} \Gamma_{1,\ell} \cos(\phi_\ell - \phi_1)}_{\text{MAI}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}} \quad (30)$$

A média e variância para a métrica de decisão do 1º estágio podem ser calculadas a partir da determinação separada das médias e variâncias das 3 componentes, resultando:

$$E[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \quad (31)$$

$$Var[Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i}] = \frac{1}{2N} \sum_{\ell=2}^K P_\ell + \frac{N_0}{2T} \quad (32)$$

Variâncias do 1º estágio - caso Síncrono × Assíncrono.

Comparando-se (32) com (13), observa-se que a variância do 1º estágio (MF) para o caso síncrono é maior que para o assíncrono, resultando no aumento da taxa de erro de bit. Assim, o 1º estágio Convencional com sinais síncronos ao nível de bit constitui a situação de pior caso para o cálculo de $BER^{(1)}$.

Finalmente, a expressão da taxa de erro de bit, bem conhecida, para sistema S-CDMA Convencional com modulação BPSK pode ser escrita, para o 1º usuário, como:

$$BER_{\text{Sincr}}^{(1)} = Q \left(\left[\frac{N_0}{2E_{b1}} + \frac{1}{2N} \frac{\sum_{\ell=2}^K P_\ell}{P_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (33)$$

Segundo Estágio. Pode-se obter as estatísticas de decisão do 2º estágio em termos das estatísticas do 1º estágio, das correlações cruzadas e dos fatores SCF, seguindo-se os mesmos passos anteriores até (21), com as devidas simplificações:

$$Z_{1,i}^{(2)} = \underbrace{Z_{1,i}^{(1)}}_{\text{1º estágio}} - \underbrace{\sum_{\ell=2}^K \xi_\ell Z_{1,i}^{(1)} \Gamma_{\ell,1} \cos(\theta_\ell - \theta_1)}_{\text{Cancelamento de Interferência com SCF}} \quad (34)$$

Substituindo-se a métrica de decisão do 1º estágio de (30) em (34), pode-se concluir que a estatística de decisão para o 2º estágio ainda dependerá das estimativas das amplitudes, das seqüências de espalhamento de todos os usuários ativos, da fase da portadora (sistemas coerentes) e das correlações cruzadas.

A **média** para métrica de decisão à saída do 2º estágio, condicionada ao i-ésimo bit transmitido pelo usuário de interesse, $b_{1,i}$, analogamente a (22), ainda contém o termo polarização, porém ponderado pelos fatores SCF [14], [17]:

$$E[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i}] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[1 - \frac{\sum_{\ell=2}^K \xi_\ell}{2N} \right] \quad (35)$$

Para a **variância**, resulta uma expressão analítica extensa [17], tendo por base o ruído incrementado, $\frac{N_0}{2T} \left[1 + \frac{1}{2N} \sum_{\ell=2}^K \xi_\ell^2 \right]$ e somatórias simples do tipo: $\frac{1}{2N} \sum_{\ell=2}^K P_\ell \xi_\ell^2$, duplas: $(2N)^{-2} \sum_{\ell=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq \ell}}^K \xi_\ell^2 \xi_m^2 P_m$ e triplas: $(2N)^{-3} \sum_{\ell=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq \ell}}^K \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq m, \ell}}^K \xi_\ell \xi_m \xi_n P_m$.

Obs.1. Em geral, a taxa de erro de bit após cancelamento parcial é menor que antes; a contribuição do ruído na variância total é ampliada devido ao uso do estimador MF no processo de cancelamento. Porém, o processo de cancelamento geralmente remove mais MAI do que adiciona ruído, tornando a variância do 2º estágio muito menor que a obtida para o 1º estágio Convencional (32), indicando que as estimativas das amplitudes no 2º estágio afastam-se bem menos de suas respectivas médias que no caso do estágio com MF, resultando em menor taxa de erro de bit.

Obs.2. No cancelamento Parcial, a polarização ainda existe. Comparando-se (35) com (22), nota-se a diferença de fator $\frac{1}{2}$ no lugar de $\frac{1}{3}$, devido à mudança de canal assíncrono para síncrono e a somatória dos fatores SCF dos interferentes devido ao cancelamento parcial. Tomando-se o cancelamento Total

em canal síncrono ter-se-á:

$$E \left[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[1 - \frac{K-1}{2N} \right], \quad (36)$$

pois $\xi_\ell = 1$ para todos os interferentes. Portanto no PIC Parcial sempre resultará em uma redução na magnitude do termo polarização, já que $\sum_{\ell=2}^K \xi_\ell < (K-1)$.

Obs.3. Há uma diferença entre a magnitude da polarização em um canal síncrono e assíncrono para usuários com mesma potência unitária:

$$|Bias_{Sinc}|_{NFR=0} = \frac{K-1}{2N}; \quad |Bias_{Assinc}|_{NFR=0} = \frac{K-1}{3N}. \quad (37)$$

Isto se deve aos valores médios distintos para as correlações cruzadas normalizadas considerando seqüências de espalhamento aleatórias; em canais assíncronos com fases aleatórias este valor é $1/3N$, enquanto que para sistemas síncronos é $1/2N$ [11].

Obs.4. As equações para as médias das estimativas de amplitudes em um estágio PIC Total síncrono (36) e assíncrono (22), indicam que o limitante para o cancelamento de interferência será $K \leq 2N + 1$ usuários síncronos e $K \leq 3N + 1$ usuários assíncronos, (25), figura 5. Um número de usuários acima destes limitantes causa inversão nas estatísticas de decisão dos dados, resultando em $BER = 0,5$. Tais limitantes são justificados também pelos valores médios distintos das correlações cruzadas.

3.2.3 Interpretação do Fator de Cancelamento Parcial

A designação do fator SCF ótimo para o k -ésimo usuário, $\xi_{k_{Opt}}$, depende do: • N ; • de todas potências recebidas, P_i ; • potência de ruído; • demais fatores SCF, ξ_i , $i \neq k$.

A partir da expressão da $BER^{(2)}$, função dos fatores SCF, obtém-se o **conjunto dos SCF otimizados** tal que minimize a taxa de erro. Efetivamente, os fatores ξ_{Opt} reduzem a polarização na métrica de decisão no 2º estágio, aumentando o desempenho do PIC. A convergência do fator SCF para cada usuário indica que a $BER^{(2)}$ assim obtida corresponde ao ponto de mínimo¹¹. Adotando-se o 1º usuário como o de interesse, tem-se a atribuição ótima do SCF para o k -ésimo interferente:

$$\{\xi_k\}_{Opt} \frac{\partial}{\partial \xi_k} [\arg(Q(\cdot))] = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[\frac{\left(E \left[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right] \right)^2}{Var \left[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right]} \right] = 0, \quad (38)$$

com $k \in \{2, 3, \dots, K\}$, resultando em [17]:

$$\xi_{k_{Opt}} = \frac{A}{B} \quad (39)$$

onde

$$\begin{aligned} A = & 8N^3 \left(P_k - \frac{N_0}{2T} \right) - 4N^2 \frac{N_0}{2T} \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \xi_\ell^2 \\ & - \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \xi_\ell^2 \left[P_1 (7N - 6) + (2N - 1) \left(\sum_{m=2; m \neq k, \ell}^K P_m + 2N P_\ell \right) \right] \\ & - (2N - 1) \left(2N \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \xi_\ell [2P_k - P_\ell] \right. \\ & \left. - \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \sum_{m=2; m \neq k, \ell}^K \xi_\ell \xi_m (P_\ell - P_k) \right) \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = & 8N^3 \left(P_k + \frac{N_0}{2T} \right) - 4N^2 \frac{N_0}{2T} \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \xi_\ell \\ & - \sum_{\ell=2; \ell \neq k}^K \xi_\ell \left[P_1 (7N - 6) + (2N - 1) \left(\sum_{m=2; m \neq k, \ell}^K P_m + 2N P_k \right) \right] \\ & - 2N (2N - 1) \left[\sum_{m=2; m \neq k}^K P_m + (6 - 7N) P_1 \right] \quad (41) \end{aligned}$$

Casos limites para ξ_{Opt} . Observando-se o comportamento assintótico dos fatores SCF, considerando (39), tem-se:

1. *Ganho de processamento infinito* ($N \rightarrow \infty$).

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \xi_k = \frac{P_k - \frac{N_0}{2T}}{P_k + \frac{N_0}{2T}} \quad (42)$$

isto é, na situação assintótica quando o sistema tem completa imunidade à MAI ($N \rightarrow \infty$), o ξ_k dependerá exclusivamente da potência do k -ésimo interferente e da potência do AWGN [20].

2. *Ganho de processamento e imunidade à MAI infinitos.* Corresponde a considerar o caso anterior com a hipótese adicional de ausência de ruído, obtém-se um sistema com estimativas perfeitas de MAI:

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ N_0 \rightarrow 0}} \xi_k = 1 \quad (43)$$

3. *Controle perfeito de potência:* $P_k = P = \frac{E_b}{T}$, $\forall k$. Após algumas passagens em (39), considerando que todos os usuários terão a mesma potência recebida, resulta um mesmo SCF para todos os usuários, determinado por:

$$\begin{aligned} \xi(N, K, P)_{NFR=0} = & \frac{\frac{E_b}{N_0} (4N^2 - 2N) - 2N^2}{\frac{E_b}{N_0} [4N^2 + 2K(2N - 1) - 3N - 2] + 2N^2}, \quad (44) \end{aligned}$$

uma vez que para as mesmas potências recebidas as estimativas da MAI para todos os usuários apresentarão o mesmo grau de confiança e portanto deverão ter o mesmo valor de escalonamento, ξ .

¹¹ A segunda derivada do argumento da função $Q(\cdot)$ em relação a ξ_k é positiva.

A figura 10 sintetiza o comportamento do $\xi_{Opt} |_{NFR=0}$ para ganho de processamento $N = 63$, $\frac{E_b}{N_0}$ no intervalo de 0 a 10 dB e carregamento do sistema entre 0 a 100%. Quanto mais as estimativas de MAI se desviarem de seus valores verdadeiros, devido ao ruído total¹² ou à presença de outros usuários acessando o canal (maior carregamento do sistema), menor será o valor do fator de cancelamento parcial, indicando que as estimativas de MAI não são confiáveis e portanto não serão totalmente canceladas. Inversamente, a região de maior confiabilidade para as estimativas de MAI será aquela cujo K/N for muito baixo e simultaneamente baixo ruído total, resultando em fatores SCF próximos à unidade.

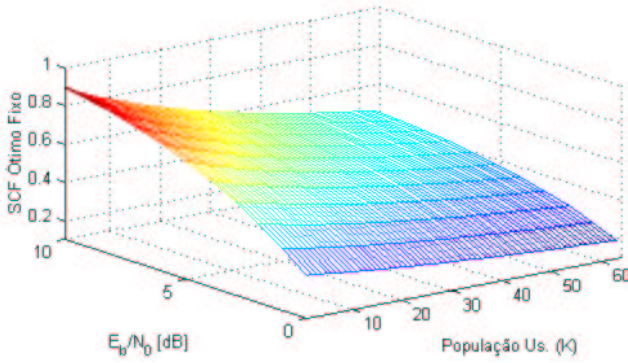


Figura 10: ξ_{Opt} versus número de usuários ativos, K e $\frac{E_b}{N_0}$, considerando $N = 63$ e controle perfeito de potência.

Desempenho PIC Parcial - Controle Perfeito de Potência. Para canal com controle perfeito de potência, a **média** em (35) e a **variância** para as estatísticas de decisão do PIC Parcial reduzem-se a:

$$E \left[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right]_{NFR=0} = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left(1 - \frac{(K-1)\xi}{2N} \right) \quad (45)$$

$$\begin{aligned} Var \left[Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right]_{NFR=0} &= \frac{PN_0}{2E_b} \left(1 + \frac{(K-1)\xi^2}{2N} \right) \\ &+ \frac{P(K-1)}{2N} \left[1 + \left(1 + \frac{9}{4N} - \frac{3}{2N^2} \right) \xi^2 - 2\xi - \frac{(K-1)\xi^2}{2N} \right] \\ &+ \frac{P(K-1)(K-2)\xi}{2N^2} \left[2\xi - 1 + \frac{(K-3)^2\xi}{4N} \right] \quad (46) \end{aligned}$$

A figura 11.a compara as médias das estimativas das amplitudes degradadas para o 2º estágio de um PIC Total e Parcial em função do carregamento de um sistema S-CDMA com controle perfeito de potência e $Rndz63$. Note que a redução na degradação da média aplicando-se os valores ξ_{Opt} é cada vez maior à medida que o sistema torna-se mais carregado. Como já visto, a degradação nas estimativas ocorre devido ao termo de polarização, inerente ao estimador de amplitudes baseado no MF.

¹²Baixos $\frac{E_b}{N_0}$ e/ou alta interferência intercelular e/ou usuários não sincronizados.

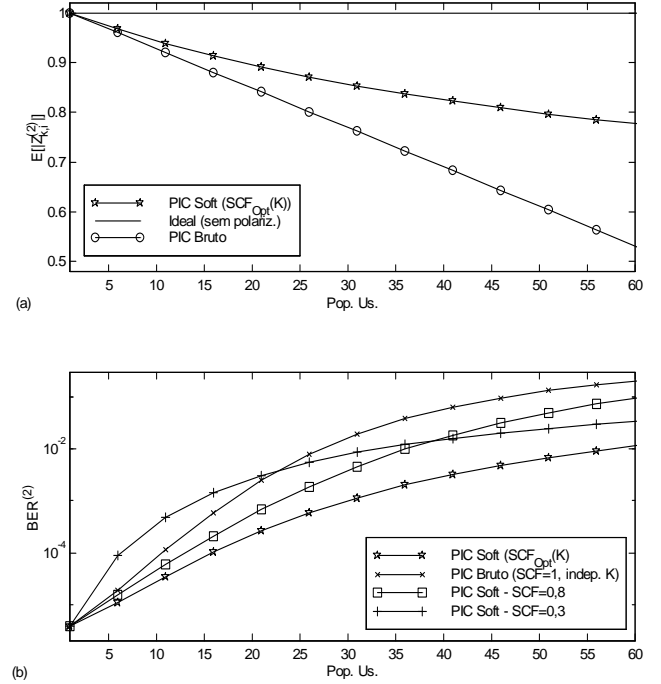


Figura 11: PIC Parcial. $NFR = 0$ dB, S-CDMA, $Rndz63$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB. (a) Efeito do termo polarização sobre $E \left[Z_{k,i}^{(2)} \right]$. (b) $BER^{(2)}$ com $\xi_{Opt}(K) \times$ carregamento do sistema. Comparação com fatores de cancelamento não otimizados.

A taxa de erro de bit mínima em uma estrutura PIC Parcial é obtida com a designação ótima dos coeficientes SCF. A figura 11.b apresenta o desempenho de um PIC de um estágio com ξ_{Opt} em função do carregamento, para um sistema S-CDMA e os mesmos parâmetros anteriores. Mostra-se que o desempenho do PIC Parcial Otimizado é superior ao PIC Parcial com fatores SCF não otimizados.

Os desempenhos de um PIC de um estágio em função de $\frac{E_b}{N_0}$ para diferentes ξ são comparados na figura 12.a; são considerados PIC Total ($\xi = 1$), PIC Parcial com $\xi = 0, 3, \xi = 0, 8$ não otimizados e PIC Parcial Otimizado, com o conjunto de fatores $\xi_{Opt}(\frac{E_b}{N_0})$ mostrados na figura 12.b. Consideram-se os parâmetros $K = 31$ usuários e $N = 63$ em um sistema S-CDMA em canal AWGN.

Simplificação no projeto do receptor PIC Parcial objetivando a manutenção da complexidade de implementação próxima à do PIC Total consiste na atribuição de um único ξ (fixo). Foi mostrado em [18] que um fator de cancelamento $\xi = 0, 5$ no 1º estágio cancelador de um PIC Parcial resulta em bom compromisso, atingindo melhoria significativa de desempenho para carregamentos acima de 60%.

3.2.4 Modificações no PIC Parcial

Pode-se ampliar a análise de desempenho \times complexidade em PIC considerando ambientes mais realistas e/ou melhorando ainda mais o desempenho obtido com um PIC Parcial em relação ao PIC Total a partir das seguintes modificações:

- desempenho do PIC Parcial em ambientes mais realistas: canais assíncronos com desvanecimento multipercursos;

- desempenho com erros nas estimativas dos atrasos, fases [23] e potências de ruído e sinal¹³;
- obtenção de estimadores de amplitudes não polarizados: resulta em melhoria de desempenho às custas de aumento de complexidade;
- outras estratégias de atribuição de um único¹⁴ SCF para todos os usuários tal que a diferença entre a taxa de erro de bit obtida e a taxa de erro de bit ótima seja minimizada;
- alternativamente, atribuição de coeficientes SCF distintos para cada usuário de um modo adaptativo [16].

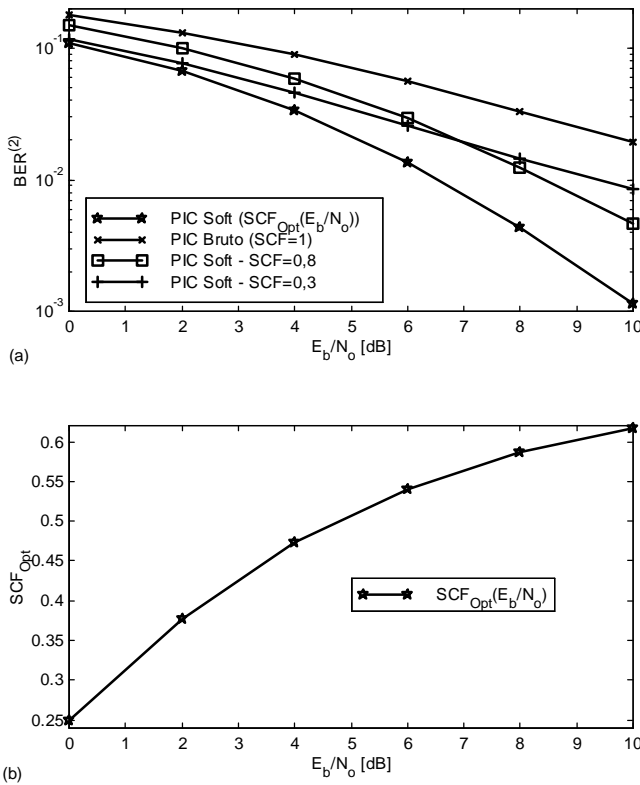


Figura 12: Desempenho do PIC, S-CDMA com $N = 63$ e $K = 31$ (carregamento $\approx 50\%$) com distintos fatores ζ . (a) Taxa erro de bit após um estágio PIC, considerando distintos fatores SCF. (b) ζ_{Opt} em função $\frac{E_b}{N_0}$.

4 Detector DDF

O Detector subtrativo de decisão realimentada do tipo *Zero-Forcing*, ZF-DF (*Zero-Forcing Decision FeedBack*) é também denominado Descorrelacionador de Decisão Realimentada, DDF (*Decorrelating Decision FeedBack*) [24], [25]. Em [7], Duel-Hallen propõe uma estrutura para o Descorrelacionador Linear multiusuário com decisão de bits realimentada para CDMA síncrono, uma vez que utiliza as diferenças de energia dos usuários, resultando em desempenho melhorado

em relação ao Descorrelacionador Linear; [8] é a versão assíncrona CDMA do trabalho anterior. Tipicamente, o DDF realiza duas operações: pré-processamento linear e detecção SIC. A operação linear descorrelaciona parcialmente os usuários sem aumentar o ruído. A última operação, decide e subtrai a interferência de cada usuário, uma a uma, em ordem decrescente da intensidade do sinal. Admitindo-se que todas as decisões passadas sejam corretas, o DDF elimina por completo toda a MAI e maximiza a SNR. Isto é análogo ao equalizador ZF-DF empregado no combate a ISI.

O DDF está baseado em um modelo de canal com AWGN. Otimizam-se os filtros direto e reverso a fim de obter completa eliminação da MAI, admitindo-se que os dados realimentados foram previa e corretamente detectados. Decisões para todos os usuários são feitas em ordem decrescente das energias recebidas. O receptor, para cada usuário, realiza a combinação linear das saídas amostradas de uma matriz de filtros casados com as decisões de todos os usuários interferentes mais fortes que o usuário a ser detectado, figura 13. Portanto, para o usuário com maior energia, não há realimentação sendo seu desempenho equivalente ao obtido com o Descorrelacionador Linear. Assim, no esquema DDF, os usuários mais fracos serão os maiores beneficiados. O usuário mais fraco, por utilizar as decisões de todos os outros usuários, idealmente¹⁵, atinge o mesmo desempenho de um sistema *single-user* sem interferentes.

Inicialmente admite-se que o receptor conheça as energias dos usuários e estas energias estão ordenadas da seguinte forma: $E_1 \geq E_2 \geq \dots \geq E_K$. Adicionalmente, supõe-se aqui um sistema S-CDMA com K usuários. Um banco de filtros casados às respectivas seqüências dos assinantes é seguido por amostradores à taxa de bit, resultando no vetor saída em tempo discreto, figura 13:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{z} \quad (47)$$

com \mathbf{R} = matriz de correlação, dimensão $K \times K$; \mathbf{A} = matriz diagonal das amplitudes; \mathbf{z} = vetor ruído Gaussiano com matriz de autocorrelação, dimensão $K \times K$, $\mathbf{R}(\mathbf{z}) = \sigma^2 \mathbf{R}$, com $R(\mathbf{z})_{i,j} = E[z_i, z_j]$.

No Descorrelacionador linear, a forma de recuperar o vetor de bit de dados, \mathbf{b} , dado o vetor de saída, \mathbf{y} , consiste em aplicar a matriz de filtro \mathbf{R}^{-1} seguida por um conjunto de dispositivos de decisão [1]. A saída da matriz de filtro será simplesmente:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{b} + \tilde{\mathbf{z}} \quad (48)$$

com a matriz de autocorrelação do vetor ruído Gaussiano, $\mathbf{R}(\tilde{\mathbf{z}}) = \sigma^2 \mathbf{R}^{-1}$. A probabilidade de erro de bit para a k -ésimo usuário é calculada como:

$$P_k^{Dec_Sync} = Q\left(\frac{A_k}{\sqrt{\sigma^2 [\mathbf{R}^{-1}]_{kk}}}\right) \quad (49)$$

Um filtro capaz de adaptar canais com ruído Gaussiano¹⁶ (*Noise-Whitening Filter*) pode ser obtido fatorando-se a matriz definida positiva de correlação, \mathbf{R} , dimensão $K \times K$, através de:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (50)$$

¹³ Assumiu-se aqui conhecimento perfeito destes parâmetros.

¹⁴ Visando a redução da complexidade de implementação

¹⁵ Quando todos os símbolos realimentados forem corretos.

¹⁶ Porém não AWGN.

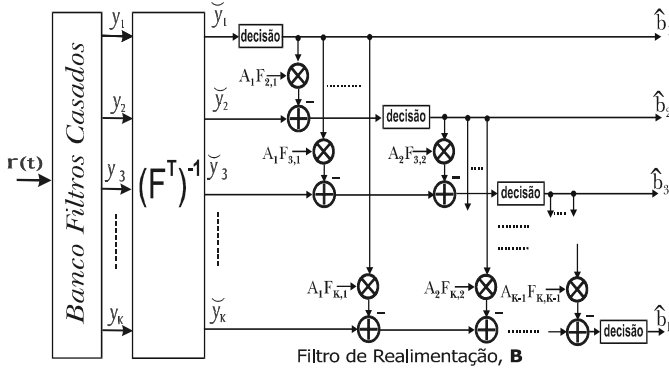


Figura 13: Receptor não linear DDF, K usuários síncronos.

com \mathbf{F} uma matriz triangular inferior¹⁷, obtida via algoritmo de decomposição de Cholesky [7], [26], [27]. Assim, se um filtro com resposta $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ for aplicado às saídas de um banco de filtros casados às respectivas seqüências dos assinantes, figura 13, e seguido por amostradores à taxa de bit, R , resultará em um modelo discreto de ruído branco

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (51)$$

obtendo-se o *branqueamento* do ruído (*Whitened Matched Filters*), com \mathbf{n} = vetor ruído Gaussiano branco com matriz de covariância do ruído igual a $\sigma^2 \mathbf{I} = \frac{N_0}{2} \mathbf{I}$.

Os bits de dados do modelo de canal com AWGN são parcialmente decorrelacionados, e isto pode ser comprovado pelo fato de \mathbf{F} ser triangular inferior. A saída para o bit 1 do 1º usuário não contém MAI. A saída para o bit 1 do 2º usuário contém MAI apenas do bit 1 do 1º usuário e está por completo decorrelacionado dos demais usuários. Similarmente, a saída do k -ésimo usuário para o intervalo de bit i estará por completo decorrelacionado dos usuários $k+1, k+2, \dots, K$, para o intervalo i ; e de todos os bits para intervalos de tempo futuros. O detector DDF emprega detecção SIC a fim de explorar a decorrelação parcial dos bits em um modelo de ruído branco. A saída do decisor suave para o bit 1 do 1º usuário, o qual está livre por completo de MAI, é usada para regenerar e cancelar as demais saídas com MAI, resultando em uma saída suave para o bit 1 do segundo usuário, também livre por completo de MAI. Para cada nova iteração, a MAI contribui para que um bit adicional (o bit anteriormente decorrelacionado) seja regenerado e cancelado, gerando um novo bit decorrelacionado.

Antes da obtenção e aplicação da $(\mathbf{F}^T)^{-1}$, a fim de obter o modelo AWGN, os usuários devem ser ordenados de acordo com suas intensidade de sinal. O detector DDF da figura 13 manipula um bit por intervalo de tempo, uma vez que supõe canal síncrono; portanto, a dimensão dos vetores e a ordem de \mathbf{F} são reduzidos a K . Admitindo-se adicionalmente estimativa perfeita para \mathbf{F} e para as amplitudes recebidas, pode-se demodular todos os usuários seqüencialmente.

A k -ésima componente de $\tilde{\mathbf{y}}$ (51) será dada por

$$\tilde{y}_k = \underbrace{F_{k,k} A_k b_k}_{\text{us. interesse}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i} A_i b_i}_{\text{MAI}} + \underbrace{n_k}_{\text{AWGN}} \quad (52)$$

E uma vez que (52) não contém o termo de interferência multiusuário para o usuário mais forte, realiza-se 1ª a decisão para o usuário com maior energia recebida: $\hat{b}_1 = \text{sgn}(\tilde{y}_1)$. A interferência multiusuário para o segundo usuário mais forte será $F_{2,1} A_1 b_1$. E uma vez que neste ponto do processo de detecção a decisão de bit para o 1º usuário está disponível, pode-se realimentar este bit a fim de obter a estimativa de símbolo para o segundo usuário. A segunda decisão será então: $\hat{b}_2 = \text{sgn}(\tilde{y}_2 - F_{2,1} A_1 \hat{b}_1)$. Para o k -ésimo usuário em ordem decrescente de energia recebida, a interferência multiusuário depende dos i usuários mais fortes, com $i = 1, 2, \dots, k-1$. As decisões para estes usuários foram feitas, podendo ser usadas na reconstrução do sinal interferente (termo realimentado); a estimativa para o k -ésimo usuário será dada por [7]:

$$\begin{aligned} \hat{b}_k &= \text{sgn}\left(\tilde{y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i} A_i \hat{b}_i\right) \\ &= \text{sgn}\left(F_{k,k} A_k b_k + \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i} A_i (b_i - \hat{b}_i) + n_k\right) \end{aligned} \quad (53)$$

Assim, o DDF é caracterizado pelo filtro de realimentação:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A} \quad (54)$$

onde \mathbf{F}^d = matriz diagonal obtida de \mathbf{F} fazendo-se todos os elementos não pertencentes à diagonal principal iguais a zero. O filtro é alimentado pelo vetor de decisão, \mathbf{b} . O vetor de entrada para o conjunto de dispositivos de decisão é

$$\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{F}^d \mathbf{A} \mathbf{b} + (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A} (\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}) + \mathbf{n} \quad (55)$$

E uma vez que \mathbf{B} é triangular inferior com zeros na diagonal principal, apenas as decisões anteriores ($\hat{b}_{k-1}, \hat{b}_{k-2}, \dots, \hat{b}_1$) são necessárias para formar a entrada para o k -ésimo dispositivo de decisão.

De (53), conclui-se que a relação sinal-ruído para o k -ésimo usuário do DDF, à entrada do dispositivo de decisão, sob a hipótese das decisões anteriores estarem corretas, será simplesmente

$$\text{SNR}_k = \frac{(F_{k,k} A_k)^2}{\sigma^2} \quad (56)$$

As principais desvantagens e limitações do DDF são:

- cômputo da decomposição de Cholesky;
- inversão da matriz \mathbf{F}^T ;
- estimativa para as amplitudes dos sinais recebidos.

Caso a saída do decisor suave do Descorrelacionador sejam utilizadas para estimar as amplitudes, o DDF será equivalente ao Descorrelacionador. Se as estimativas das amplitudes forem mais confiáveis que aquelas produzidas pelo Descorrelacionador, o DDF resultará em melhor desempenho.

¹⁷Isto é, $F_{k,i} = 0$ se $k < i$, com $F_{k,i}$ o (k, i) -ésimo elemento de \mathbf{F} .

4.1 Equivalência DDF - Cancelador de Ruído

Pode-se mostrar que o DDF é equivalente a um detector de cancelamento de ruído obtido a partir do modelo de tempo discreto em (48); uma vez que a inversa da matriz de correlações $\mathbf{R}^{-1} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} = \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{F}^T)^{-1}$, (48) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} \\ &= \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{F}^{-1} \underbrace{(\mathbf{F}^T)^{-1}}_{\text{filtro Whitened}} \mathbf{z} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{F}^{-1} \mathbf{n}\end{aligned}\quad (57)$$

com \mathbf{n} = vetor ruído AWGN em (51). E como \mathbf{F}^{-1} é triangular inferior, ou seja $\tilde{y}_k = A_k b_k + \sum_{i=1}^{k-1} (F^{-1})_{k,i} n_i$, pode-se construir um *detector que emprega decisões anteriores da sequência de ruído*, $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \dots, \hat{n}_{k-1}$ a fim de **reduzir a variância do ruído** na k -ésima componente de (48) ou (57). Assim, a k -ésima decisão de bit deste detector será dada por:

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(\tilde{b}_k) \quad (58)$$

$$\hat{b}_k = \text{sgn}\left(\tilde{y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} (F^{-1})_{k,i} \hat{n}_i\right) \quad (59)$$

após o que se obtém a k -ésima estimativa de ruído: $\hat{n}_k = F_{k,k}(\tilde{b}_k - A_k \hat{b}_k)$.

4.2 Desempenho para o DDF

Admitindo-se que as *energias dos usuários são estimadas corretamente*, a taxa de erro de bit para o DDF é obtida diretamente de (56):

$$\bar{P}_k^{DDF-Sync} = Q\left(\frac{F_{k,k} A_k}{\sigma}\right) \quad (60)$$

É imediato mostrar que $F_{k,k}^2 \geq \frac{1}{(\mathbf{R}^{-1})_{k,k}}$. Observe que para o usuário mais forte, ($k = 1$), $F_{1,1}^2 = \frac{1}{(\mathbf{R}^{-1})_{1,1}}$ e então a estimativa para probabilidade de erro de bit dada por (60) torna-se a probabilidade de erro de bit final, uma vez que o receptor para o usuário mais forte não utiliza realimentação. Portanto para o usuário mais forte vale $P_1^{DDF} = P_1^{Dec}$. Para usuários mais fracos, ($k = 2, 3, \dots, K$) uma melhoria no desempenho é obtida no DDF. Para o usuário mais fraco, $F_{K,K}^2 = 1$ resultando em um desempenho idêntico ao obtido no sistema *single-user*, $P_e^{SUD} = Q(A/\sigma)$.

Em um DDF, a P_e **exata** é obtida tomando-se a média condicional da probabilidade de erro de bit para um dado padrão de erros para os usuários mais fortes, $1, 2, \dots, k-1$, sobre todos os padrões possíveis para os erros:

$$P_k^{DDF} = \frac{E_{\Delta b_1, \dots, \Delta b_{k-1}}}{2} Q\left(\frac{F_{k,k} A_k + \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i} A_i \Delta b_i}{\sigma}\right) \quad (61)$$

com o padrão de erro para o i -ésimo usuário dado por $\Delta b_i = (b_i - \hat{b}_i)$. Considerando um sistema com 2 usuários e matriz de correlação $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}$, resultam: $\mathbf{R}^{-1} =$

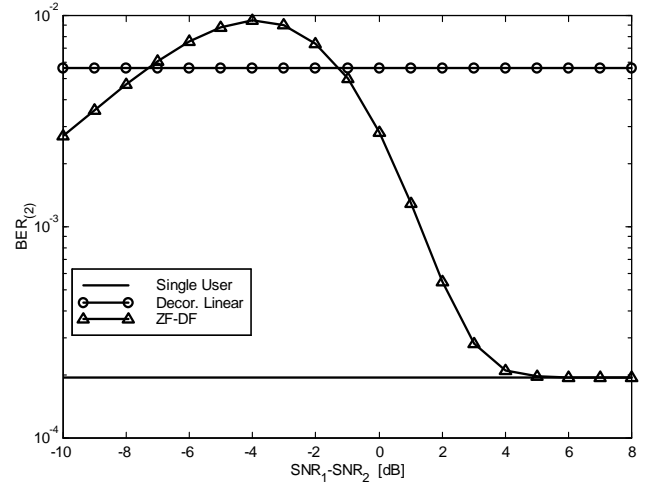


Figura 14: BER para o 2º usuário em um DDF com $K = 2$ usuários, $r = 0,7$ e $SNR_2 = 11 \text{ dB}$. Comparação com Descorrelacionador Clássico e limite *Single User*. Estimação perfeita das energias e atrasos.

$\begin{pmatrix} \frac{1}{1-r^2} & \frac{r}{-1+r^2} \\ \frac{r}{-1+r^2} & \frac{1}{1-r^2} \end{pmatrix} \mathbf{e} \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-r^2} & 0 \\ r & 1 \end{pmatrix}$. A taxa de erro de bit para o 1º usuário é a mesma do Descorrelacionador clássico: $P_1^{DDF} = P_1^{Decor} = Q\left(A_1 \sqrt{(1-r^2)}/\sigma\right)$. Assim, a estimativa de decisão para o segundo usuário será:

$$\begin{aligned}\hat{b}_2 &= \text{sgn}[F_{2,2} A_2 b_2 + F_{2,1} A_1 (b_1 - \hat{b}_1) + n_2] \\ &= \text{sgn}[A_2 b_2 + r A_1 (b_1 - \hat{b}_1) + n_2]\end{aligned}$$

Tomando-se a média sobre todos os possíveis valores assumidos por $b_1 - \hat{b}_1$, deriva-se a taxa de erro de bit para o usuário mais fraco como:

$$\begin{aligned}P_2^{DDF-Sync} &= (1 - P_1) Q\left(\frac{A_2}{\sigma}\right) + \\ &+ \frac{P_1}{2} \left[Q\left(\frac{A_2 + 2r A_1}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{A_2 - 2r A_1}{\sigma}\right) \right] \quad (62)\end{aligned}$$

Supondo que a energia do segundo usuário A_2 esteja fixa e a do 1º cresça; P_1 torna-se menor e então o 1º termo em (62) será dominante. A taxa de erro de bit do usuário mais fraco aproxima-se do limite *single-user*. Portanto, o DDF é atrativo para ambiente com efeito *near-far*. Considerando os parâmetros para um S-CDMA com 2 usuários: $r = 0,7$ e $SNR_2 = \frac{E_2}{\sigma^2} = 11 \text{ dB}$ (fixo), resulta no desempenho da figura 14, para o usuário mais fraco, considerando o DDF, Descorrelacionador linear e limite *single-user*. Note que o desempenho do DDF aproxima-se do limite *single-user* à medida em que a energia do usuário mais forte cresce.

Caso os usuários não estejam ordenados corretamente, isto é, $A_1 < A_2$, o segundo e terceiro termo em (62) serão significativos (propagação de erros) e a realimentação não será benéfica. De fato, para uma dada faixa de valores de A_1 , a $P^{DDF-Sync} > P^{Decor-Sync}$ (\approx entre -7 a -1 dB , figura 14). Finalmente, tomando-se uma faixa de valores para A_1 ainda menor ($\lesssim -7 \text{ dB}$), o DDF novamente resulta em melhor desempenho que o Descorrelacionador clássico. No entanto, o ganho neste região não é significativo em relação ao Descorrelacionador linear e portanto para pequenos valores de A_1 a melhor escolha obviamente é o detector Convencional [1].

5 Erros nas Estimativas de τ_k , ϕ_k e A_k

Muitos dos receptores MUD resistentes ao efeito *near-far* necessitam conhecer uma quantidade substancial de parâmetros: • número de usuários; • respectivas seqüências de espalhamento; • potências recebidas; • fase da portadora; • atraso de propagação. O número de usuários e as seqüências estão disponíveis facilmente; porém, os demais parâmetros devem ser estimados. Grande parte dos MUD apresentados na literatura consideram conhecimento perfeito das matrizes correlação cruzada, \mathbf{R} , e energias dos usuários, \mathbf{E} . Na prática, estas quantidades devem ser estimadas. Ainda, considerar estimação perfeita dos parâmetros atrasos de propagação, fases da portadora (sincronismo) e amplitudes (ganhos do canal) dos usuários pode conduzir a uma incorreta comparação entre detectores, uma vez que alguns detectores não utilizam todas estas informações. Por exemplo, o Descorrelacionador não depende das energias dos usuários para operar corretamente e o Convencional necessita conhecer apenas a seqüência de espalhamento do usuário de interesse.

5.1 Robustez dos Detectores MUD

Qual o desempenho resultante quando as estimativas dos parâmetros τ_k , ϕ_k e A_k contém erros? Quais entre os detectores são inerentemente **robustos** (ou menos sensíveis) ao erros dos parâmetros de canal? [28] mostrou que o Descorrelacionador manterá sua característica de resistência ao efeito *near-far* apenas para pequenos erros nas estimativas dos atrasos de propagação, tipicamente 2% de T_c . No entanto, [9] e [23] analisando o detector PIC concluíram que este cancelador apresenta certa robustez aos erros de sincronização. Mesma conclusão chegaram Holtzman e Cheng [29] com relação ao SIC. No entanto, estes trabalhos compararam algoritmos distintos, utilizaram distintos modelos para descrever os erros, e finalmente utilizaram um conjunto de parâmetros de sistema diferentes entre si.

Em [30] tentou-se uma comparação unificada para os principais MUD lineares e não-lineares (Convencional, Descorrelacionador, MMSE, SIC e PIC). Investigou-se o efeito dos erros das estimativas do atraso de propagação, τ_k , e da fase da portadora, ϕ_k sobre o desempenho. Substituiu-se os dois parâmetros por suas respectivas estimativas, $\hat{\tau}_k$ e $\hat{\phi}_k$. No caso dos MUD lineares, a partir das estimativas $\hat{\tau}_k$ e $\hat{\phi}_k$ obtém-se uma estimativa para a matriz correlação, $\hat{\mathbf{R}}$. Admitiu-se um modelo simplificador para os erros, a fim de tornar a modelagem e as simulações mais tratáveis: • todos os erros são constantes para um bloco de dados; • todos os usuários terão igualmente os maiores erros (pior caso) em seus parâmetros; • estimativas para todos os K usuários serão dadas por:

$$\hat{\tau}_k = \tau_k + \Delta T_c \quad (63)$$

$$\hat{\phi}_k = \phi_k + \delta\phi \quad (64)$$

com ΔT_c = erro de atraso de sincronismo relativo; $\delta\phi$ = erro de fase absoluto para a portadora. Atrasos τ_k e fases ϕ_k são uniformemente distribuídos em $[0, T]$ e $[0, 2\pi]$, respectivamente.

Resultados de [30] indicaram que todos os detectores MUD lineares e não lineares analisados são severamente afetados

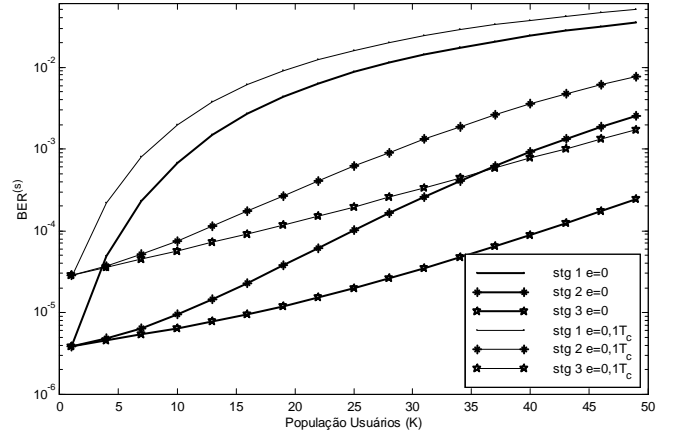


Figura 15: Capacidade para o detector PIC Total multistágio considerando todos os usuários afetados pelo mesmo erro nas estimativas de atrasos = 0, $1T_c$. $Rndz63$, $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB e $NFR = 0$.

pelos erros nas estimativas de atraso e fase da portadora, experimentando quase todos a mesma degradação. Para erros moderados de fase, $\delta\phi \leq 20^\circ$, o desempenho não é tão afetado quanto ao experimentado quando ocorrem erros de estimação de atraso acima de 25% de T_c . A principal conclusão é que nenhum desses detectores será resistente ao efeito *near-far* quando se introduz quantidade razoável de erros nas estimativas dos parâmetros atraso ($\Delta T_c > 10\%$) e fase da portadora ($\delta\phi > 20^\circ$). Mesmo assim, os MUD ainda terão desempenho muito superior em relação ao detector Convencional.

No processo de detecção, erros nas estimativas de atraso resultam na perda de parte da energia do sinal recebido, já que as formas de onda das seqüências de espalhamento empregadas no processo de correlação tornam-se "descasadas"; uma vez que o atraso não é perfeitamente conhecido no receptor, não é possível reconstruir o sinal em um IC e portanto as estimativas da MAI não serão exatas. Estimativas de atrasos dos usuários e da fase da portadora (sistemas coerentes) em receptores PIC introduzem ruído no processo de cancelamento dos interferentes, degradando o desempenho global do sistema. O emprego de *médias* reduz a variância dos parâmetros estimados [18].

As figuras 15 e 16 mostram o impacto no desempenho PIC Clássico Total multistágio devido aos erros nas estimativas dos atrasos. Na figura 15 são considerados o desempenho para o PIC de 1 a 3 estágios com carregamento de 0 a $\approx 80\%$ com estimativas perfeitas e erros de atrasos de 10% de T_c em todos os sinais recebidos. A robustez do PIC multistágio contra erros nas estimativas de atraso é mostrada na figura 16. Considera-se carregamento da ordem de 33%. Note que erros de até 10% a 15% de T_c ainda são suportáveis em um PIC multistágio sem que haja degradação significativa na taxa de erro de bit.

5.1.1 Estimação e Atualização das Energias em DDF e IC

Em um ambiente CDMA variável no tempo, geralmente o receptor desconhece as energias e portanto é necessário estimar e atualizar as amplitudes recebidas para todos os usuários. Considere o detector não linear DDF da secção 4. Supondo que uma única transmissão ocorra, dadas as saídas descorrelacionadas do filtro *whitened* (57), é razoável estimar a ampli-

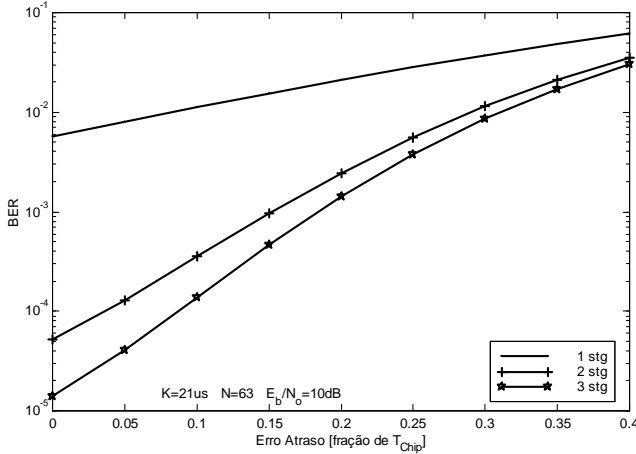


Figura 16: Impacto no desempenho de um PIC Total multiestágio em função dos erros nas estimativas de τ . Considera-se $Rndz63$, $\frac{K}{N} \approx 33\%$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$. Todos os usuários experimentam o mesmo erro nas estimativas.

tude para o k -ésimo usuário como $\hat{A}_k = |\tilde{y}_k|$. Isto implica que a k -ésima decisão de ruído será $\hat{n}_k = 0$, resultando em um detector que não cancela o ruído, sendo equivalente ao Descorrelacionador. Se as energias variarem lentamente é possível melhorar o método de estimação tomando-se a média dos valores absolutos das N saídas anteriores; assim, a k -ésima estimativa da amplitude no n -ésimo intervalo será:

$$\hat{A}_k(n) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i |\tilde{y}_k(n-i)| \quad (65)$$

com α_i = conjunto de coeficientes, comprimento N , não negativos, não crescentes ($\alpha_i \geq \alpha_{i+1}$) e $\sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i = 1$. Nestas condições, uma boa estimativa é obtida escolhendo-se N grande e uma sequência lentamente decrescente para α_i . Por outro lado, caso as energias variem rapidamente, maior ênfase deve ser dada às componentes mais recentes da sequência \tilde{y}_k . Caso as energias mudem imprevisível e bruscamente, não é possível obter cancelamento do ruído, resultando no Descorrelacionador clássico. Enfim, caso haja períodos cujas energias mudem brusca e lentamente, o receptor poderá detectar este comportamento, alternando entre o modo descorrelação clássica e realimentado. Isto se aplica à região de alta relação sinal-ruído.

De modo similar, pode-se realizar a estimação e atualização das amplitudes em detecção PIC e SIC. Uma vez que estimativas de τ_k e ϕ_k em IC introduzem ruído no processo de cancelamento dos interferentes, degradando o desempenho global do sistema, o emprego de médias simples reduzirão a variância dos parâmetros a serem estimados [18]. Estas médias são tomadas sobre um número de bits de dados, n ,

$$\hat{A}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{A}_{k,i} \quad (66)$$

onde: $\hat{A}_{k,i}$ = parâmetro A , já estimado, para o usuário k durante o i -ésimo intervalo de bit; \hat{A}_k = média da estimativa tomada sobre n bits. Esta técnica pode ser empregada na redução da variância das estimativas dos parâmetros contanto

que estas não sofram variações significativas durante o intervalo compreendido pelos n bits utilizados no processo de mediação. Resultados numéricos de [4] e [18] para as estimativas de amplitude, atraso e fase mostraram que tomando-se a média sobre um pequeno número de bits obtém-se redução significativa das respectivas variâncias, tanto em canal estático (AWGN) quanto em canais com desvanecimento multipercursivo.

6 Conclusões

Este trabalho de revisão procurou mostrar o potencial incremento na capacidade dos sistemas de comunicação associado aos receptores multiusuário subtrativos (não lineares). Diferentemente da detecção convencional com filtro casado *single-user*, a detecção multiusuário utiliza as informações dos demais usuários ativos para anular os sinais que aparecem como interferência MAI quando da detecção do usuário de interesse. Em contrapartida ter-se-á um aumento na complexidade dos sistemas. O receptor DS-CDMA convencional é extremamente sensível ao efeito *near-far*, requerendo grandes cuidados com controle de potência e o projeto das sequências de espalhamento a fim de obter aceitável desempenho, além de apresentar capacidade de sistema bem abaixo da capacidade de canal. Isto têm motivado pesquisas no campo de detecção multiusuário, objetivando reduzir ou mesmo eliminar a MAI.

Técnicas de Cancelamento de Interferência são empregadas quando informações exatas sobre os interferentes mais significativos no sistema estiverem disponíveis no receptor.

Questões importantes de pesquisa ainda remanescentes incluem considerações sobre estimadores não polarizados, confiabilidade na estimação de parâmetros, métodos de cancelamento parcial otimizados e canais com desvanecimento multipercursivo objetivando atingir implementações estáveis e efetivas em receptores IC de baixa complexidade, alto desempenho e capacidade.

Agradecimentos

Os autores desejam expressar seus agradecimentos aos revisores desse trabalho cujas sugestões permitiram aprimorar a sua apresentação geral.

Referências

- [1] T. Abrão and P. J. E. Jeszensky, "Detectores multiusuários para DS-CDMA - lineares fixos," *Em processo de submissão à revista SBrT*.
- [2] J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2nd ed. 1989.
- [3] M. K. Varanasi and B. Aazhang, "Multistage detection in asynchronous CDMA communications," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, n.4, pp. 509–19, April 1990.
- [4] P. Patel and J. M. Holtzman, "Analysis of a single successive interference cancellation scheme in a DS/CDMA system," *IEEE*

- Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 12, n.5, pp. 796–07, June 1994.
- [5] A. L. Johansson, *Successive Interference Cancellation in DS-CDMA Systems*. PhD thesis, Department of Signals and Systems School of Electrical and Computer Engineering - Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1998.
 - [6] M. Juntti, *Multiuser Demodulation for DS-CDMA Systems in Fading Channels*. PhD thesis, Dep. of Electrical Engineering University of Oulu, Finland, Sept. 1997.
 - [7] A. Duel-Hallen, "Decorrelating decision-feedback multiuser detector for synchronous CDMA channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 41, n.2, pp. 285–90, Feb 1993.
 - [8] A. Duel-Hallen, "A family of multiuser decision-feedback detectors for asynchronous CDMA channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 421–34, Feb/Mar/April 1995.
 - [9] K. Kansanen, "Performance of mismatched parallel interference cancellation receivers in CDMA systems," Master's thesis, Dep. of Electrical Engineering University of Oulu, Finland, 1998.
 - [10] Z. e. A. Siveski, "Error performance of synchronous multiuser CDMA detector with multidimensional adaptive canceller," *European Trans. Telecommunications Related Technologies*, vol. 5, pp. 73–8, Nov./Dec. 1994.
 - [11] M. Pursley, "Performance evaluation for phase-coded spread spectrum multiple access communication - part i: System analysis," *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-25, n.8, pp. 795–99, 1977.
 - [12] D. Chen and S. Roy, "An adaptive multiuser receiver for CDMA systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 12, no. 5, pp. 808–16, June 1994.
 - [13] R. Fantacci, "Proposal of an interference cancellation receiver with low complexity for DS/CDMA mobile communication systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 48, no.4, pp. 1039–46, July 1999.
 - [14] N. S. Correal, R. M. Buehrer, and B. D. Woerner, "A DSP-based DS-CDMA multiuser receiver employing partial parallel interference cancellation," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 47, no.4, pp. 613–30, April 1999.
 - [15] R. M. Buehrer and S. P. Nicoloso, "Comments on partial parallel interference cancellation for CDMA," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no.5, pp. 658–61, May 1999.
 - [16] G. Xue, J. Weng, T. Le-Ngoc, and S. Tahar, "Adaptive multistage parallel interference cancellation for CDMA," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, n.10, pp. 1815–27, October 1999.
 - [17] P. G. Renucci, "Optimization of soft interference cancellation in DS-CDMA receivers," Master's thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, May 1998.
 - [18] R. M. Buehrer, *The Application of Multiuser Detection to Cellular CDMA*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, June 1996.
 - [19] N. S. Correal, *Efficient Interference Cancellation Techniques for Advanced DS-CDMA Receivers*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University - USA, July 1999.
 - [20] A. Kaul and B. D. Woerner, "Analytic limits on performance of adaptive multistage interference cancellation for CDMA," *Electronics Letters*, vol. 30, n.25, pp. 2093–95, 8 Dec. 1995.
 - [21] R. M. Buehrer and B. D. Woerner, "Analysis of an adaptive multistage interference cancellation for CDMA using improved gaussian approximation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 14, no. 10, pp. 1308–21, Oct. 1996.
 - [22] D. Divsalar, M. K. Simon, and D. Raphaeli, "Improved parallel interference cancellation for CDMA," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, n.2, pp. 258–68, Feb. 1998.
 - [23] R. M. Buehrer, K. Stavros, S. Striglis, and B. D. Woerner, "Analysis of DS/CDMA parallel interference cancellation with phase and timing errors," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 14, no. 8, pp. 1522–34, Oct. 1996.
 - [24] S. Moshavi, "Multi-user detection for DS-CDMA communications," *IEEE Communications Magazine*, pp. 124–36, Oct. 1996.
 - [25] S. Verdú, *Multiuser Detection*. Cambridge University Press, 1998.
 - [26] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*. Johns Hopkins Univ Press (3rd edition), 1996.
 - [27] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 1996.
 - [28] S. Parkvall, *Near-Far Resistant DS-CDMA Systems: Parameter Estimation and Data Detection*. PhD thesis, Royal Institute of Technology, School of Electrical Engineering, Stockholm, Sweden, 1996.
 - [29] F. C. Cheng and J. M. Holtzman, "Effect of tracking error on DS/CDMA successive interference cancellation," in *Proc. IEEE Communication Theory Mini-Conference, San Francisco, USA*, pp. 166–70, 1994.
 - [30] P. Orten and T. Ottosson, "Robustness of DS-CDMA multiuser detectors," in *Proc. IEEE Communication Theory Mini-Conference, Phoenix, USA*, 1997.