

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES E**  
**CONTROLE**  
**ÁREA DE SISTEMAS ELETRÔNICOS**

# **ESQUEMAS DE MULTITAXA PARA SISTEMAS CDMA DE BANDA LARGA**

**André Fagundes da Rocha**

**SÃO PAULO**  
**SETEMBRO / 2002**

**André Fagundes da Rocha**

# **ESQUEMAS DE MULTITAXA PARA SISTEMAS CDMA DE BANDA LARGA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia Elétrica

Área de Concentração: Sistemas Eletrônicos

**Orientador:**

**Prof. Dr. Paul Jean Etienne Jeszensky**

**SÃO PAULO**

**SETEMBRO / 2002**

Rocha, André Fagundes da

Esquemas de Multitaxa para Sistemas CDMA de Banda Larga  
São Paulo, setembro de 2002  
pp. 244

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle – Área de Sistemas Eletrônicos

1. Telefonia Celular, 2. DS-CDMA, 3. Multitaxa, 4. Desempenho, 5. Canal AWGN, 6. Canal Multi-Percurso, 7. Multi-Modulação, 8. Multi-Códigos, 9. Múltiplos Ganhos de Processamento.

Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle – Área de Sistemas Eletrônicos

## **DEDICATÓRIA**

À minha esposa Marcia, meu filho Otávio, e meus pais Valter e Lucia.

À memória de meus avôs Jadyr e Gualter.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Paul Jean pela dedicação na orientação ao desenvolvimento deste estudo.

Aos demais amigos que direta ou indiretamente colaboraram para a elaboração deste trabalho.

# ÍNDICE

DEDICATÓRIA .....	IV
AGRADECIMENTOS .....	V
ÍNDICE .....	VI
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	XII
LISTA DE FIGURAS .....	XIII
LISTA DE TABELAS .....	XV
RESUMO .....	XVI
ABSTRACT .....	XVII
1 - INTRODUÇÃO .....	1
1.1 - SISTEMAS CELULARES DE TERCEIRA GERAÇÃO .....	1
1.2 - ESQUEMAS DE MULTITAXA .....	3
1.3 - DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO .....	5
2 - SISTEMAS CELULARES MULTITAXAS DS-CDMA .....	8
2.1 - MODELO MULTITAXA .....	8
2.2 - TRANSMISSORES MULTITAXAS .....	12
2.2.1 - Definição .....	12
2.2.2 - Modulação de Dados .....	14
2.2.2.1 - Definição .....	14
2.2.2.2 - Modulação Binária .....	15
2.2.2.3 - Modulação M-ária .....	15
2.2.3 - Modulação de Amplitude de Pulso .....	16
2.2.4 - Espalhamento Espectral .....	18
2.2.5 - Modulação de Portadora .....	21
2.2.6 - Modelo de Transmissor Multitaxa .....	22

2.2.6.1 - Modulação M-ária .....	22
2.2.6.2 - Modulação Binária .....	23
2.2.7 - Energia e Potência .....	24
2.2.7.1 - Energia Média de Símbolo .....	24
2.2.7.2 - Energia Média de Bit .....	26
2.2.7.3 - Potência Média no Transmissor .....	27
2.3 - RECEPTORES MULTITAXAS .....	27
2.3.1 - Definição.....	27
2.3.2 - Desespalhamento Espectral.....	29
2.3.3 - Demodulação .....	30
2.3.4 - Detecção .....	31
2.3.5 - Modelo de Receptor Multitaxa.....	33
2.3.5.1 - Modulação M-ária .....	33
2.3.5.2 - Modulação Binária .....	35
3 - DESEMPENHO EM CANAIS AWGN .....	36
3.1 - CANAL AWGN.....	36
3.1.1 - Modelo de Canal .....	36
3.1.2 - Potência e Relação Sinal-Ruído .....	39
3.2 - MODELO DE SISTEMA .....	40
3.2.1 - Definição.....	40
3.2.2 - Variável de Decisão.....	42
3.2.2.1 - Definição.....	42
3.2.2.2 - Modelo Estatístico .....	46
3.3 - PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT .....	49
3.3.1 - Definição.....	49
3.3.2 - Modulação Binária ( $M_{hj} = 2$ ).....	50
3.3.3 - Modulação Quaternária ( $M_{hj} = 4$ ) .....	53
3.3.4 - Modulação M-ária ( $M_{hj} \geq 16$ ).....	57
3.3.5 - Comparação das Soluções de Modulação .....	62

4 - DESEMPENHO EM CANAIS MULTI-PERCURSOS .....	69
4.1 - CANAL MULTI-PERCURSO .....	69
4.1.1 - Definição.....	69
4.1.2 - Modelo de Canal .....	72
4.1.3 - Potência Média e Relação Sinal-Ruído.....	76
4.2 - MODELO DE SISTEMA .....	78
4.2.1 - Definição.....	78
4.2.2 - Variável de Decisão.....	80
4.2.2.1 - Definição.....	80
4.2.2.2 - Modelo Estatístico .....	82
4.3 - PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT .....	85
4.3.1 - Definição.....	85
4.3.2 - Modulação Binária ( $M_{hj} = 2$ ).....	87
4.3.3 - Modulação Quaternária ( $M_{hj} = 4$ ) .....	89
4.3.4 - Modulação M-ária ( $M_{hj} \geq 16$ ).....	90
4.3.5 - Comparação das Soluções de Modulação .....	92
5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE POTÊNCIA.....	97
5.1 - CONTROLE DE POTÊNCIA.....	97
5.2 - PERDA DE PERCURSO.....	99
5.3 - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO.....	101
5.3.1 - Definição.....	101
5.3.2 - Densidade Uniforme de Usuários .....	105
5.3.3 - Arquitetura Celular .....	106
6 - ESQUEMAS DE MULTITAXA .....	112
6.1 - MULTI-MODULAÇÃO .....	112
6.1.1 - Definição.....	112
6.1.2 - Desempenho em Canais AWGN .....	118
6.1.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos.....	120
6.2 - MÚLTIPLOS GANHOS DE PROCESSAMENTO .....	122



6.2.1 - Definição.....	122
6.2.2 - Desempenho em Canais AWGN .....	128
6.2.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos.....	129
6.3 - MÚLTIPLOS CÓDIGOS.....	131
6.3.1 - Definição.....	131
6.3.2 - Desempenho em Canais AWGN .....	139
6.3.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos.....	142
6.4 - RESUMO PARA PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT .....	145
6.4.1 - CANAL AWGN.....	145
6.4.2 - CANAL COM MÚLTIPLOS PERCURSOS .....	146
6.5 - OUTROS ESQUEMAS DE MULTITAXA.....	148
7 - COMPARAÇÃO DE ESQUEMAS DE MULTITAXA.....	150
7.1 - INTRODUÇÃO .....	150
7.2 - DESEMPENHO DE SISTEMA COMPOSTO POR UMA CÉLULA.....	153
7.2.1 - Caracterização do Sistema Multitaxa.....	153
7.2.2 - Análise de Equivalência entre Sub-sistemas .....	159
7.2.3 - Análise de Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 .....	162
7.2.4 - Análise de Capacidade do Sistema A .....	165
7.3 - DESEMPENHO DE SISTEMA COM VÁRIAS CÉLULAS.....	168
7.3.1 - Caracterização do Sistema Multitaxa.....	168
7.3.2 - Análise de Equivalência entre Sub-sistemas .....	172
7.3.3 - Análise de Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 .....	173
8 - CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	177
APÊNDICE A - RUÍDO ADITIVO GAUSSIANO BRANCO .....	179
A.1 - DEFINIÇÃO .....	179
A.2 - MÉDIA E VARIÂNCIA DE $\eta_{hjl}^I$ .....	180
A.3 - MÉDIA E VARIÂNCIA DE $\eta_{hjl}^O$ .....	182
APÊNDICE B - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO EM CANAL AWGN .....	183

B.1 - DEFINIÇÃO.....	183
B.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS .....	185
B.3 - MÉDIAS DE $\gamma_{hjl}^I$ E $\gamma_{hjl}^Q$ .....	187
B.4 - VARIÂNCIA DE $\gamma_{hjl}^I$ .....	188
B.4.1 - Definição.....	188
B.4.2 - Distribuição de $\phi_{gik}^{(h)}$ .....	189
B.4.3 - Distribuição de $b_{gik}^{I/Q}(t)$ .....	190
B.4.4 - Distribuição de $c_{gik}^{I/Q}(t)$ .....	193
B.4.5 - Distribuição de $\tau_{gik}^{(h)}$ .....	197
B.5 - VARIÂNCIA DE $\gamma_{hjl}^Q$ .....	198
APÊNDICE C - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO EM CANAL MULTI-PERCURSO .....	200
C.1 - DEFINIÇÃO.....	200
C.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS .....	201
C.3 - MÉDIAS DE $\gamma_{hjlz}^I$ E $\gamma_{hjlz}^Q$ .....	203
C.4 - VARIÂNCIAS DE $\gamma_{hjlz}^I$ E $\gamma_{hjlz}^Q$ .....	204
APÊNDICE D - AUTO-INTERFERÊNCIA .....	205
D.1 - DEFINIÇÃO .....	205
D.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS .....	206
D.3 - MÉDIAS DE $\chi_{hjlz}^I$ E $\chi_{hjlz}^Q$ .....	206
D.4 - VARIÂNCIA DE $\chi_{hjlz}^I$ .....	207
D.4.1 - Definição.....	207
D.4.2 - Distribuição de $\phi_{hjlz}^{(h)}$ .....	207
D.4.3 - Distribuição de $b_{hjl}^{I/Q}(t)$ .....	208
D.4.4 - Distribuição de $c_{hjl}^{I/Q}(t)$ .....	210

D.4.5 - Distribuição de $\tau_{hjl_x}^{(h)}$ .....	213
D.5 - VARIÂNCIA DE $\chi_{hjl_z}^Q$ .....	214
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	216
ANEXO – ROTINAS DE MATLAB.....	219

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARIB	<i>Association of Radio Industries and Businesses</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
COST	<i>European Co-operation in the Field of Scientific and Technical Research</i>
DS-CDMA	<i>Direct Sequence Code Division Multiple Access</i>
ERB	<i>Estação Rádio-Base</i>
ETSI	<i>European Telecommunications Standards Institute</i>
FPLMTS	<i>Future Public Land Mobile Telephone System</i>
IMT-2000	<i>International Mobile Telecommunications in the year 2000</i>
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>
ITU-R	<i>International Telecommunication Union Radiocommunication</i>
MAI	<i>Multiple Access Interference</i>
MC	<i>Multi-Code (or Multi-Channel)</i>
MM	<i>Multi-Modulation</i>
MPG	<i>Multi Processing-Gain</i>
PC/SS	<i>Parallel Combinatory Spread Spectrum</i>
PPM	<i>Pulse Position Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
SI	<i>Self-Interference</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
TIA	<i>Telecommunications Industry Association</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunications System</i>
UTRA	<i>UMTS Terrestrial Radio Access</i>
WCDMA	<i>Wideband Code Division Multiple Access</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.1 - Sistema de Múltiplo Acesso .....	8
Figura 2.1.2 – Sistema Celular Multitaxa .....	10
Figura 2.1.3 – Enlace de Comunicação no Sistema Celular Multitaxa.....	11
Figura 2.2.1 – Modelo de Transmissor .....	12
Figura 2.2.2 – Modulação de Amplitude de Pulso .....	17
Figura 2.2.3 – Espalhamento Espectral <i>Dual-Channel</i> .....	19
Figura 2.2.4 – Modulação de Portadora.....	22
Figura 2.2.5 – Transmissor Multitaxa para Modulação M-ária.....	23
Figura 2.2.6 – Transmissor Multitaxa para Modulação Binária.....	24
Figura 2.3.1 – Modelo de Receptor .....	28
Figura 2.3.2 – Desespalhamento Espectral .....	30
Figura 2.3.3 – Demodulação por Circuito de Correlação.....	31
Figura 2.3.4 – Receptor Multitaxa para Modulação M-ária.....	34
Figura 2.3.5 – Receptor Multitaxa para Modulação Binária.....	35
Figura 3.1.1 – Canal AWGN .....	37
Figura 3.3.1 – Limiar de Decisão na Modulação Binária .....	51
Figura 3.3.2 – Limiares de Decisão na Modulação Quaternária .....	54
Figura 3.3.3 – Limiares de Decisão na Modulação M-ária com $M_{hj} \geq 16$ .....	59
Figura 3.3.4 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com $U_{hj} = 10$ .....	65
Figura 3.3.5 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com $U_{hj} = 50$ .....	66
Figura 3.3.6 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com $U_{hj} = 100$ .....	66
Figura 4.1.1 – Canal Multi-Percurso .....	74
Figura 4.3.1 – Comparação de Modulação de Dados em Canal Multi-Percurso.....	95

Figura 5.2.1 – Interferência em Célula Vizinha .....	100
Figura 5.3.1 – Arquitetura Celular Hexagonal .....	107
Figura 5.3.2 – Sistema de Coordenadas para Determinação de Distâncias entre ERBs.....	108
Figura 6.1.1 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa Multi-Modulação (Transmissão) .....	113
Figura 6.1.2 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa Multi-Modulação (Recepção).....	114
Figura 6.2.1 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa com Múltiplos Ganhos de Processamento (Transmissão).....	123
Figura 6.2.2 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa com Múltiplos Ganhos de Processamento (Recepção) ...	124
Figura 6.3.1 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa Multi-Código (Transmissão).....	132
Figura 6.3.2 – Célula $g$ de um Sistema Multitaxa Multi-Código (Recepção) .....	133
Figura 6.3.3 – Transmissor Multitaxa Multi-Código.....	134
Figura 6.3.4 – Receptor Multitaxa Multi-Código.....	137
Figura 7.2.1 – Probabilidade de Erro de Bit no Sub-sistema 11 do Sistema A .....	154
Figura 7.2.2 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MC/MPG).....	164
Figura 7.2.3 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MM) .....	164
Figura 7.2.4 – Acomodação dos Sub-sistemas 11 e 12 no Sistema A (MC/MPG).....	167
Figura 7.2.5 – Acomodação dos Sub-sistemas 11 e 12 no Sistema A (MM) .....	167
Figura 7.3.1 – Probabilidade de Erro de Bit no Sub-sistema 11 do Sistema B.....	169
Figura 7.3.2 – Degradação de Desempenho no sub-sistema 11 (MC/MPG).....	175
Figura 7.3.3 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MM) .....	176
Figura B.1 – Intervalo de Integração para Determinação de $\psi_{gik,hjl}^{II}$ .....	190
Figura B.2 – Intervalo de Integração para Determinação de $\Re_{gik,hjl}^{II}(m_0 T_{hj}, (m_0 + 1)T_{hj})$ .....	195
Figura D.1 – Intervalo de Integração para Determinação de $\psi_{x,z}^{II}$ .....	209
Figura D.2 – Intervalo de Integração para Determinação de $\Re_{x,z}^{II}(t_1, t_2)$ e $\Re_{x,z}^{II}(t_2, t_3)$ .....	211

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.3.1 – Fator de Interferência de Anel $W_n^{(h)}$ .....	110
Tabela 6.4.1 – Probabilidade de Erro de Bit em Canal AWGN .....	145
Tabela 6.4.2 – Probabilidade de Erro de Bit em Canal com Múltiplos Percursos .....	147
Tabela 7.2.1 – Número Máximo de Usuários no Sub-sistema 11 .....	156
Tabela 7.2.2 – Número Máximo de Usuários no Sub-sistema 12 .....	158
Tabela 7.2.3 – Fator de Equivalência de Usuários $F_U$ para $R_{12} = 4R_{11}$ .....	161
Tabela 7.3.1 – Número Máximo de Usuários por Célula no Sub-sistema 11.....	170

## RESUMO

Um dos principais objetivos dos sistemas celulares de terceira geração é suportar simultaneamente diversas aplicações ou classes de serviço com requisitos variados de taxa de bits e desempenho, tais como serviços de voz, dados e vídeo. As técnicas que permitem a esses sistemas acomodar de forma eficiente diferentes taxas de bits na banda alocada são denominadas esquemas de multitaxa, e constituem o foco principal deste trabalho.

São estudados sistemas celulares DS-CDMA que adotam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos de espalhamento. O estudo envolve a caracterização e modelagem desses sistemas; análise de desempenho em canais AWGN e canais seletivos em frequência com desvanecimento Rayleigh através do desenvolvimento de expressões para probabilidade de erro de bit; e avaliação da potência interferente em função do modelo de perda de percurso adotado, da arquitetura e geometria celular, e da distribuição de usuários nas células. Por fim, os três sistemas são comparados, identificando-se as vantagens e desvantagens de cada um. Nessa comparação destaca-se a análise de desempenho, onde são investigados sistemas que acomodam duas classes de serviço, e onde mostra-se que os sistemas multi-códigos apresentam desempenho igual aos sistemas com múltiplos ganhos de processamento, enquanto os sistemas multi-modulações apresentam desempenho inferior para altas taxas de bits.



## ABSTRACT

One of the main objectives of third generation cellular systems is support simultaneously several types of applications or services with different requirements on bit rate and performance, such as speech, data and video. The techniques which allow these systems to support different bit rates in an efficient manner are called multi-rate schemes, which are the subject of this work.

DS-CDMA cellular systems which adopt multi-rate schemes based on multiple modulation formats, multiple processing gains or multiple spreading codes are studied. The work covers the description and modelling of these systems; a performance analysis with the development of error bit probability expressions for AWGN and frequency-selective Rayleigh fading channels; and the evaluation of interferent power as a function of path loss model, cellular architecture and geometry, and users distribution over the cells. Finally, the three systems are compared, and advantages and disadvantages of each one are shown. This comparison includes a performance analysis where two-application systems are investigated. It is shown that multi-code systems have the same performance of multi processing-gain systems, while multi-modulation systems have poor performance at high bit rates.

# 1 - INTRODUÇÃO

## 1.1 - SISTEMAS CELULARES DE TERCEIRA GERAÇÃO

O final do século XX foi caracterizado pelo notável desenvolvimento das telecomunicações no mundo, impulsionado pelos avanços da microeletrônica, das técnicas de comunicação digital e das comunicações ópticas, que contribuíram para introdução de novos produtos e serviços no mercado, a preços cada vez mais acessíveis. Verifica-se nesse período o crescimento explosivo da Internet, viabilizado pelo desenvolvimento das técnicas de transmissão de dados a taxas mais elevadas e pela popularização dos computadores pessoais com microprocessadores mais potentes. Da mesma forma, o lançamento de terminais móveis menores e mais poderosos, em conjunto com o desenvolvimento de redes celulares mais robustas e confiáveis, constituíram fatores essenciais para que os serviços de comunicações móveis atingissem os atuais níveis de penetração no mercado.

O crescimento da utilização de serviços de dados, baseados na infra-estrutura da Internet principalmente, e a consolidação dos sistemas de comunicações celulares representaram uma revolução no modo de vida dos diversos setores da sociedade, tornando-se elementos indispensáveis nas rotinas de pessoas e empresas. A integração entre serviços de dados e mobilidade, com suporte a uma grande variedade de aplicações ou classes de serviço, é a evolução natural desse processo. Dessa forma, as futuras redes celulares deverão suportar a transmissão de altas taxas de dados, expandindo sua capacidade de fluxo de informação na interface aérea de modo a atender esse tráfego multi-serviço crescente.

Esses novos sistemas são denominados sistemas celulares de terceira geração. No âmbito do ITU, os sistemas celulares de terceira geração são denominados IMT-2000 (*International Mobile Telecommunications in the year 2000*), e devem estar orientados a um conjunto de objetivos e requisitos definidos em [Itu97a], [Itu97b], [Itu97c], [Itu97d] e [Itu00], dos quais destacam-se:

- suportar novos serviços de banda larga como acesso à Internet com alta velocidade, aplicações multimídia, transmissão de vídeo e imagens de alta resolução, transferência de arquivos, consulta a bases de dados remotas, entre outras;
- suportar simultaneamente serviços com diversos requisitos de taxa de transmissão de dados, taxa de erro de bit e atraso de transferência;
- garantir alta flexibilidade para desenvolvimento e implantação de novos serviços;
- utilizar o espectro de forma eficiente, dado que esse é um recurso limitado;
- incorporar os recentes avanços tecnológicos, garantindo a evolução em relação aos sistemas atualmente em operação;
- garantir compatibilidade com os sistemas existentes visando preservação de investimentos.

O IMT-2000 representou não só o esforço do ITU em especificar um sistema capaz de atender os objetivos mencionados, como principalmente estabelecer uma padronização internacional que possibilitasse o roaming global com transparência. Esse processo de especificação e padronização [Oja98] [Seh01] foi iniciado no final dos anos 80 pelo ITU-R *Task Group 8/1* com a definição dos requisitos para interface aérea do FPLMTS (*Future Public Land Mobile Telecommunication Systems*), antiga designação do IMT-2000. Vários programas de pesquisa e testes foram desenvolvidos em todo o mundo, liderados principalmente por organismos regionais de padronização como TTA, ETSI e ARIB, resultando em um conjunto de propostas para interface aérea do IMT-2000, submetidas ao ITU em junho de 1998. No processo de avaliação e harmonização de propostas foram aprovadas cinco especificações para interface aérea do IMT-2000, dentre as quais as principais são:

- IMT-2000 DS (*Direct Spread*), baseada nas propostas WCDMA, da JAPAN ARIB [Ari98], e UTRA, da ETSI [Ets98];
- IMT-2000 MC (*Multi Carrier*), baseada na proposta cdma2000 da TTA [Tia98];

que adotam o CDMA (*Code Division Multiple Access*) como técnica de múltiplo acesso.

Os sistemas CDMA [Pro95] [Vit95] se caracterizam pela designação de um ou mais códigos a cada usuário, utilizados nos transmissores para espalhar os sinais de informação em uma banda superior a que seria necessária para transmiti-los através da interface aérea. Na recepção, cópias sincronizadas desses códigos são utilizadas para realização do procedimento inverso (desespalhamento espectral) e restauração dos sinais de informação originais. Usualmente os códigos de espalhamento [Mar97] [Din98] são sequências pseudo-aleatórias obtidas a partir de registradores de deslocamento, ou códigos ortogonais construídos a partir de matrizes de Walsh. A autocorrelação dos códigos de espalhamento tem papel importante na aquisição do sincronismo de código na recepção. A baixa correlação cruzada entre os diversos códigos de espalhamento utilizados em um sistema é importante para minimização da interferência entre os sinais dos usuários do sistema.

Entre as diversas técnicas de espalhamento espectral, a mais usual é o espalhamento por sequência direta [Pro95] [Vit95]. Nessa técnica, o espalhamento espectral é obtido pela multiplicação direta do sinal que contém a informação pelo código de espalhamento. Os sistemas propostos neste estudo utilizam a técnica de múltiplo acesso por divisão por código de sequência direta (DS-CDMA).

## **1.2 - ESQUEMAS DE MULTITAXA**

Um dos principais requisitos para os sistemas celulares de terceira geração é suportar simultaneamente aplicações envolvendo diferentes taxas de transmissão de bits e níveis de desempenho. Esse requisito garante extrema flexibilidade ao sistema, que pode disponibilizar a seus usuários uma grande variedade de serviços com diferentes perfis de tráfego. Isso significa que os sistemas celulares de terceira geração devem ser capazes de suportar de modo eficiente usuários desenvolvendo aplicações compatíveis com baixas taxas de transmissão de bits, como por exemplo serviços de voz, no mesmo instante em que outros usuários desenvolvem aplicações que exigem altas taxas de transmissão de dados como serviços de vídeo, sempre observando requisitos de qualidade de serviço como taxa de erro de bit e tolerância a atrasos.

Para atender esse requisito, os sistemas de comunicação devem empregar técnicas que possibilitem acomodar de forma eficiente as diferentes taxas de bits na banda alocada, além de garantir a qualidade de serviço requerida, o que significa garantir que requisitos de atraso e taxa de erro de bit sejam atendidos. Essas técnicas são denominadas esquemas de multitaxa [Ott98]. Diversos esquemas de multitaxa são apresentados na literatura como alternativas para acomodar diferentes taxas de bits em sistemas celulares DS-CDMA, sendo que os principais são os que utilizam múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos, que constituem o tema central deste estudo.

Os sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa multi-modulação atendem diversos requisitos de taxas de bits através da utilização de diversas soluções de modulação, com uma taxa de símbolos comum, para atender os diversos requisitos de taxas de bits. Nesses sistemas, a possibilidade de se utilizar soluções de modulação distintas significa que a quantidade de bits transportada por cada símbolo transmitido é ajustada conforme o requisito de taxa de bits da aplicação que o usuário desenvolve: quanto maior a taxa de bits, maior é o nível de modulação da solução adotada e consequentemente maior o número de bits transportados por um símbolo transmitido.

Os sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa baseado em múltiplos ganhos de processamento são caracterizados pelo espalhamento de todos os sinais de todos os usuários do sistema em uma mesma banda, independente do requisito de taxa de bits. Ao contrário dos sistemas multi-modulações onde as taxas de símbolos com que todos os sinais são transmitidos é a mesma, em sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento as taxas de símbolos variam conforme o requisito de taxa de bits da aplicação que o usuário desenvolve, o que implica em ganhos de processamento distintos. Nesses sistemas, quanto maior a taxa de bits, maior é a taxa de símbolos e consequentemente menor é o ganho de processamento no transmissor.

Nos sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa baseado em múltiplos códigos, os bits a transmitir de um usuário são distribuídos entre diversos enlaces de comunicação paralelos, que utilizam códigos de espalhamento distintos e uma taxa de bits comum. O número de enlaces utilizados por um usuário quando desenvolve uma determinada aplicação é função do requisito de taxa de bits da aplicação: quanto maior a taxa de bits, maior é o número de enlaces e mais códigos de espalhamento são alocados ao usuário.

### 1.3 - DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO

O objetivo deste trabalho é o estudo de sistemas celulares DS-CDMA que adotam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento ou múltiplos códigos de espalhamento. O estudo envolve a caracterização e modelagem desses sistemas, com destaque para análise de desempenho em canais AWGN e multi-percurso. Com base nas definições e resultados obtidos comparam-se esses três sistemas propostos identificando as vantagens e desvantagens de cada um.

No capítulo 2 é proposto um modelo para sistemas multitaxas DS-CDMA composto por várias células onde as aplicações ou classes de serviço suportadas em cada célula são representadas por sub-sistemas, caracterizados por requisitos de taxa de bits e desempenho variados. Esse modelo corresponde a uma extensão do modelo proposto em [Ott98], que se restringe a um sistema formado por uma única célula e onde todas as aplicações apresentam o mesmo requisito de desempenho. A partir da composição de modelos e conceitos descritos principalmente em [Lat89], [Pro95], [Oja98] e [Ott98], são definidos os modelos para transmissores e receptores multitaxas adotados neste estudo, descrevendo seus blocos funcionais.

No capítulo 3 caracteriza-se o desempenho dos sistemas multitaxas em canais AWGN através do desenvolvimento de expressões para probabilidade de erro de bit para diversas soluções de modulação. Esse desenvolvimento baseia-se na adequação de conceitos e resultados de [Pur77], [Lat89], [Jes92], [Jes95] e [Pro95] ao caso multitaxa, de acordo com o modelo de sistema proposto no capítulo 2. A partir dos resultados obtidos compara-se o desempenho de sistemas que adotam diferentes soluções de modulação.

No capítulo 4 caracteriza-se o desempenho dos sistemas multitaxas em canais com múltiplos percursos, modelados como canais seletivos em frequência com desvanecimento Rayleigh conforme definições em [Ken69], [Pro95], [Skl97a], [Skl97b] e [Hui98]. São desenvolvidas expressões para probabilidade de erro de bit a partir da extensão dos resultados do capítulo 3, e por fim compara-se o desempenho de sistemas que adotam diferentes soluções de modulação. Neste estudo não se considera o emprego de diversidade na recepção.

No capítulo 5 são apresentadas considerações adicionais sobre potência em sistemas multitasas. Inicialmente destaca-se a importância do controle de potência como instrumento para garantir o atendimento de requisitos de desempenho. Em seguida a perda de percurso é definida conforme [Kim93], [Itu97c] e [Sk197a]. Por fim, é feita uma análise da interferência de múltiplo acesso através do desenvolvimento de expressões e obtenção de resultados numéricos para determinados casos de arquitetura celular e distribuição de usuários nas células, utilizando a abordagem em [Kim93] como referência.

Nos capítulos 2, 3, 4 e 5, os sistemas multitasas são caracterizados de forma genérica, porém aplicável aos três esquemas de multitaxa que constituem o foco deste estudo: múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos. No capítulo 6, os modelos e resultados apresentados nos capítulos anteriores são utilizados na descrição e modelagem de sistemas celulares multitasas DS-CDMA que adotam cada um dos três esquemas de multitaxa propostos.

No capítulo 7, as três propostas de sistemas multitasas são comparadas a partir da caracterização apresentada no capítulo 6, identificando as vantagens e desvantagens de cada uma. Nesse capítulo destaca-se a análise de desempenho em canais AWGN, onde são investigados sistemas que acomodam duas classes de serviço com requisitos de taxa de bits e desempenho distintos.

No capítulo 8 são apresentadas as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

Com o intuito de não interferir na sequência de raciocínio durante a leitura dos capítulos, alguns desenvolvimentos matemáticos foram organizados à parte nos Apêndices A, B, C e D. No Apêndice A são obtidas expressões para média e variância das parcelas de interferência causadas por ruído aditivo gaussiano branco, adequando para o caso multitaxa os resultados de [Jes92]. No Apêndice B são obtidas expressões para média e variância da interferência de múltiplo acesso em canal AWGN através de uma abordagem semelhante à apresentada em [Ott98]. O Apêndice C é uma variante do Apêndice B, onde são obtidas expressões para média e variância da interferência de múltiplo acesso em canal com múltiplos percursos. No Apêndice D são obtidas expressões para média e variância da auto-interferência em canais com múltiplos percursos, a partir de raciocínio análogo ao empregado no Apêndice B.

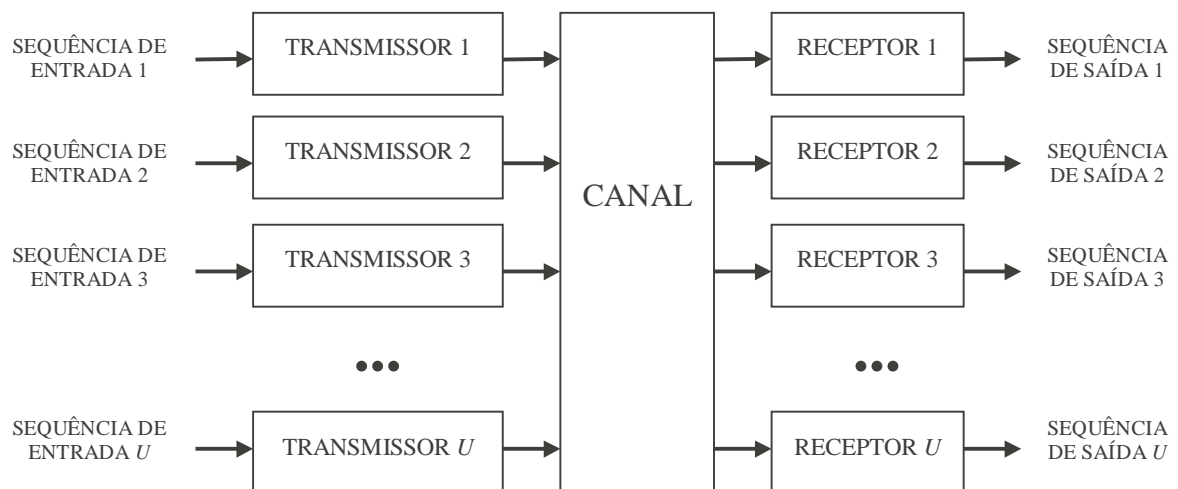
No Anexo são apresentadas as rotinas desenvolvidas em *software* Matlab para obtenção de gráficos e resultados numéricos.



## 2 - SISTEMAS CELULARES MULTITAXAS DS-CDMA

### 2.1 - MODELO MULTITAXA

Os sistemas celulares multitaxas são sistemas de comunicação celular digital que utilizam técnicas de múltiplo acesso e esquemas de multitaxa apropriados para suportar simultaneamente diversos enlaces de comunicação com diferentes requisitos de taxa de transmissão de bits. Os sistemas multitaxas propostos neste estudo utilizam técnicas de múltiplo acesso por divisão de código do tipo sequência direta (DS-CDMA) e adotam um dos seguintes esquemas de multitaxa: múltiplos ganhos de processamento, múltiplos códigos ou múltiplos formatos de modulação.



**Figura 2.1.1 - Sistema de Múltiplo Acesso**

O modelo de sistema celular multitaxa proposto neste estudo está baseado no modelo de sistema de múltiplo acesso definido na figura 2.1.1. Os transmissores atuam como interfaces com o canal de comunicação, convertendo as sequências binárias na entrada do

sistema em sinais com características adequadas para transmissão através desse canal. O canal de comunicação é o meio que provê conexão física entre transmissores e receptores, introduzindo porém alterações nos sinais transmitidos. Os receptores processam os sinais fornecidos pelo canal, produzindo na saída do sistema estimativas das sequências originais.

Nesse modelo, as  $U$  sequências binárias na entrada do sistema representam as informações produzidas pelos  $U$  usuários móveis do sistema, que são transmitidas assincronamente aos receptores localizados nas estações rádio-bases das respectivas células visitadas, através de um canal de comunicação compartilhado (interface aérea). Esse modelo caracteriza o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA. A opção pelo estudo do canal reverso se justifica por constituir uma análise de pior caso no que diz respeito a desempenho e capacidade do sistema. No canal direto, o sincronismo entre os transmissores da estação rádio-base contribui para redução da interferência de múltiplo acesso, resultando em melhor desempenho e maior capacidade para o sistema [Rol00].

Os sistemas multitaxas devem suportar várias aplicações ou classes de serviços, caracterizadas por diversos requisitos de taxas de transmissão de bits e níveis de desempenho (probabilidade de erro de bit). O atendimento dos requisitos especificados para cada aplicação é importante para otimização da utilização dos recursos do sistema multitaxa. Um usuário que, por exemplo, desenvolve uma aplicação com taxa de bits acima do que a necessária ou especificada, está consumindo recursos do sistema desnecessariamente e contribuindo para redução da capacidade total do sistema.

Uma forma bastante conveniente de modelar um sistema multitaxa é defini-lo como um conjunto de sub-sistemas [Ott98], associando cada sub-sistema a uma determinada aplicação ou classe de serviço, que corresponde a um certo requisito de taxa de bits e desempenho. Nesse modelo, quando o usuário desenvolve uma determinada aplicação, ele se caracteriza como um usuário do sub-sistema correspondente, o que significa que determinados parâmetros nos transmissores e receptores são ajustados de modo a suportar os requisitos de taxa de bits e desempenho especificados para essa aplicação. Quando esse usuário desenvolve uma nova aplicação, com novos requisitos de taxa de bits e desempenho, ele passa a se caracterizar como usuário de outro sub-sistema e os parâmetros apropriados são ajustados nos transmissores e receptores para essa nova condição.

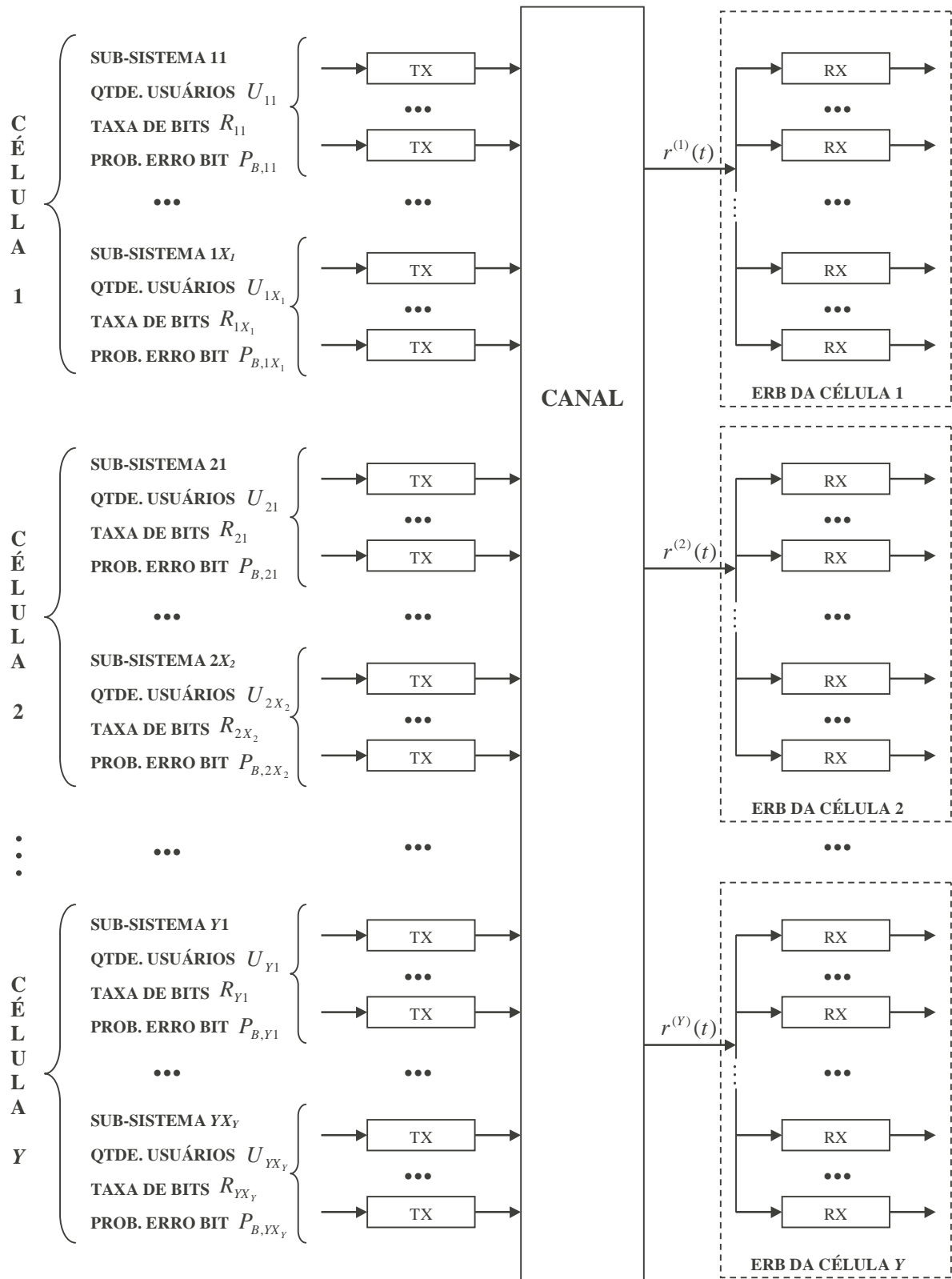
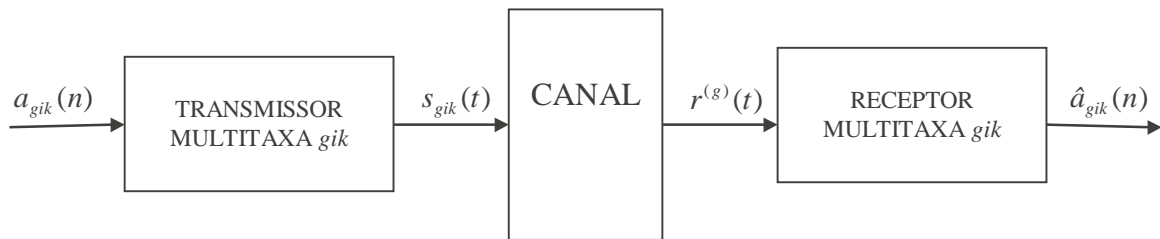


Figura 2.1.2 – Sistema Celular Multitaxa

A figura 2.1.2 representa o modelo celular multitaxa organizado em sub-sistemas como proposto, ilustrando um sistema formado por  $Y$  células. Nesse modelo, as  $X_g$  classes de serviços suportadas em cada célula  $g$  do sistema são representadas pelos sub-sistemas  $g1$  a  $gX_g$ . O sub-sistema  $i$  da célula  $g$  (ou simplesmente sub-sistema  $gi$ ) é composto por  $U_{gi}$  usuários e suporta os requisitos de taxa de transmissão de bits  $R_{gi}$  e desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,gi}$  especificados para a aplicação correspondente. Em cada célula, os receptores estão fisicamente concentrados em um único ponto, que é a ERB da célula. Assumindo que as modificações que o canal impõe aos sinais transmitidos (atenuações e atrasos, por exemplo) variam conforme a distância entre transmissores e receptores, o sinal  $r^{(g)}(t)$  que o canal fornece aos receptores localizados na ERB de uma célula  $g$  é diferente do sinal fornecido aos receptores nas ERBs de outras células.



**Figura 2.1.3 – Enlace de Comunicação no Sistema Celular Multitaxa**

A figura 2.1.3 ilustra um enlace de comunicação  $gik$  do sistema celular multitaxa representado pela figura 2.1.2, definindo a notação utilizada neste estudo. De acordo com a figura, um usuário móvel  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  produz a sequência binária de informação  $a_{gik}(n)$ , que é convertida pelo transmissor multitaxa em um sinal  $s_{gik}(t)$  com características adequadas para transmissão através do canal. O canal de comunicação fornece aos receptores localizados na ERB da célula  $g$  o sinal  $r^{(g)}(t)$ , que é uma composição de todos os sinais  $s_{gik}(t)$  em todas as células do sistema, modificados conforme as características desse canal. O receptor multitaxa  $gik$  deve ser capaz de processar o sinal  $r^{(g)}(t)$  de modo a identificar a informação enviada pelo transmissor correspondente e produzir a sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que é uma estimativa da sequência

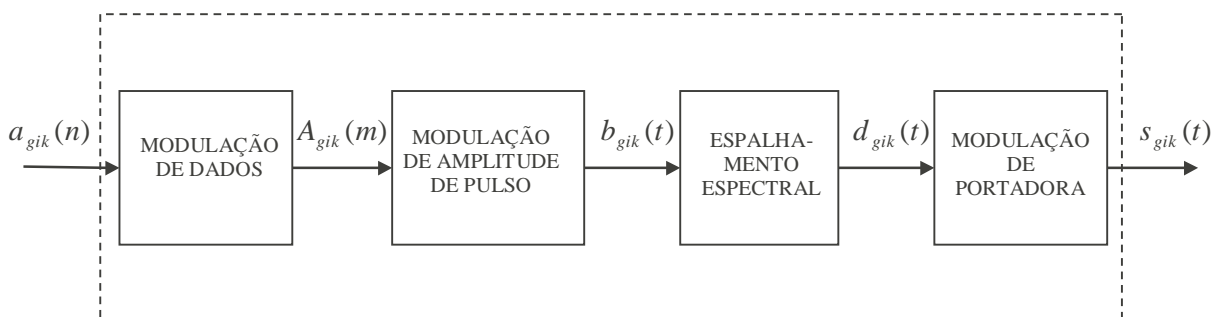
$a_{gik}(n)$  na entrada do sistema. O grau de semelhança entre a sequência na entrada do sistema  $a_{gik}(n)$  e a sequência na saída  $\hat{a}_{gik}(n)$  é um indicador de desempenho do sistema.

## 2.2 - TRANSMISSORES MULTITAXAS

### 2.2.1 - Definição

Em um sistema de comunicação digital, os transmissores atuam como interfaces com o canal de comunicação, convertendo sequências binárias de informação em sinais com características adequadas para transmissão através desse canal. Nos sistemas multitaxas, os transmissores devem ser capazes de ajustar determinados parâmetros internos de forma a se compatibilizar com os requisitos de taxas de bits e desempenho especificados para as aplicações suportadas pelo sistema. A definição desses parâmetros depende do esquema de multitaxa utilizado e será abordada em um capítulo posterior.

Neste item é definido um modelo genérico para transmissor multitaxa, que se aplica aos três esquemas de multitaxa propostos neste estudo. A figura 2.2.1 representa esse modelo, que é uma composição de conceitos e modelos propostos em [Lat89], [Pro95], [Ott98] e [Oja98], definindo os blocos funcionais que o compõem e a notação utilizada neste estudo.



**Figura 2.2.1 – Modelo de Transmissor**

Nesse modelo, a sequência binária de informação produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  de uma célula  $g$ , definida como

$$a_{gik}(n) = 0 \text{ ou } 1, \text{ com } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2-2-1)$$

é convertida na sequência de símbolos  $A_{gik}(m)$  por um modulador de dados. A sequência  $A_{gik}(m)$  é utilizada na modulação da amplitude de pulsos retangulares, gerando o sinal de informação  $b_{gik}(t)$ , que é modulado por códigos de espalhamento em um processo denominado espalhamento espectral. O sinal  $d_{gik}(t)$  resultante desse processo modula a fase e amplitude de uma portadora com frequência central  $\omega$ , gerando o sinal  $s_{gik}(t)$  com características adequadas para transmissão através do canal. As características da sequência de símbolos  $A_{gik}(m)$  e dos sinais  $b_{gik}(t)$ ,  $d_{gik}(t)$  e  $s_{gik}(t)$  dependem dos modelos adotados para os blocos funcionais que compõem o transmissor, que são definidos nos sub-itens seguintes.

O modelo de transmissor proposto não contempla a codificação de canal [Pro95], que consiste na introdução controlada de redundâncias na sequência binária de informação, de modo a compensar efeitos de ruído e interferência observados durante a transmissão pelo canal. Essa redundância contribui para que os receptores detectem corretamente os sinais transmitidos, aumentando o grau de confiabilidade da informação na saída do sistema de comunicação. A codificação de canal foge aos objetivos deste estudo, porém não há perda de generalidade quanto aos resultados obtidos, uma vez que a sequência de informação  $a_{gik}(n)$  pode ser interpretada como uma sequência que já contém bits de redundância, introduzidos por um codificador de canal.

## 2.2.2 - Modulação de Dados

### 2.2.2.1 - Definição

A modulação de dados envolve a conversão de uma sequência de bits em uma sequência de símbolos de acordo com uma determinada regra de mapeamento. No modelo proposto para modulação de dados, cada conjunto de  $q_{gi}$  bits de uma sequência de informação  $a_{gik}(n)$  em um sub-sistema  $gi$ , definida conforme (2-2-1), é mapeado em um conjunto de símbolos complexos

$$Z_{gi} = \{ Z_{gi,1}^I + jZ_{gi,1}^Q, Z_{gi,2}^I + jZ_{gi,2}^Q, \dots, Z_{gi,M_{gi}}^I + jZ_{gi,M_{gi}}^Q \} \quad (2-2-2)$$

produzindo a sequência de símbolos

$$A_{gik}(m) = A_{gik}^I(m) + jA_{gik}^Q(m) \quad (2-2-3)$$

onde  $A_{gik}^I(m)$  e  $A_{gik}^Q(m)$  são sequências formadas pelas partes real e imaginária de cada símbolo, respectivamente.

Define-se o nível de modulação  $M_{gi}$  em um sub-sistema  $i$  de uma célula  $g$  como o número de símbolos complexos que compõem o conjunto  $Z_{gi}$  associado a esse sub-sistema. O nível de modulação  $M_{gi}$  e o número de bits por símbolo  $q_{gi}$  no sub-sistema  $gi$  se relacionam através da expressão

$$M_{gi} = 2^{q_{gi}} \quad (2-2-4)$$

Neste estudo, as soluções de modulação de dados propostas para transmissores multitaxas são soluções de modulação binária e modulação M-ária definidas conforme os sub-itens seguintes.

### 2.2.2.2 - Modulação Binária

A modulação binária corresponde ao caso onde  $q_{gi} = 1$  e  $M_{gi} = 2$ , ou seja, cada bit da sequência de informação  $a_{gik}(n)$  é mapeado em um conjunto  $Z_{gi}$  composto por dois símbolos possíveis. Neste estudo é adotada a seguinte regra de mapeamento para modulação binária:

$$\begin{aligned} \text{se } a_{gik}(n) = 0 \quad \text{então } A_{gik}(m = n) &= Z_{gi,1} = -F_{gi} \\ \text{se } a_{gik}(n) = 1 \quad \text{então } A_{gik}(m = n) &= Z_{gi,2} = +F_{gi} \end{aligned} \quad (2-2-5)$$

onde  $F_{gi}$ , usualmente definido como igual a 1, é um fator utilizado para ajustar ou normalizar a energia média dos símbolos transmitidos conforme requisitos do sistema.

Se os símbolos  $Z_{gi,1}$  e  $Z_{gi,2}$  são equiprováveis, os seguintes valores médios são obtidos:

$$E\{A_{gik}(m)\} = \frac{1}{2}(F_{gi}) + \frac{1}{2}(-F_{gi}) = 0 \quad (2-2-6)$$

$$E\{(A_{gik}(m))^2\} = \frac{1}{2}(F_{gi})^2 + \frac{1}{2}(-F_{gi})^2 = F_{gi}^2 \quad (2-2-7)$$

### 2.2.2.3 - Modulação M-ária

Este estudo abrange os casos de modulação M-ária onde  $q_{gi}$  é par e os  $M_{gi}$  símbolos complexos  $Z_{gi,y} = Z_{gi,y}^I + jZ_{gi,y}^Q$  que compõem o conjunto  $Z_{gi}$  são definidos [Pro95] como

$$Z_{gi,y}^I = \left( 2 \left\lfloor \frac{y-1}{\sqrt{M_{gi}}} \right\rfloor + 1 - \sqrt{M_{gi}} \right) F_{gi}, \quad \text{com } y = 1, \dots, M_{gi} \quad (2-2-8)$$



$$Z_{gi,y}^Q = \left( 2 \left( (y-1) - \sqrt{M_{gi}} \left\lfloor \frac{y-1}{\sqrt{M_{gi}}} \right\rfloor \right) + 1 - \sqrt{M_{gi}} \right) F_{gi}, \quad \text{com } y = 1, \dots, M_{gi} \quad (2-2-9)$$

onde  $\lfloor x \rfloor$  representa a parte inteira do argumento  $x$ . Em outras palavras, define-se através das expressões (2-2-8) e (2-2-9) que o conjunto  $Z_{gi}$  é formado pelas  $M_{gi}$  combinações possíveis quando  $Z_{gi,y}^I$  e  $Z_{gi,y}^Q$  satisfazem

$$\begin{aligned} Z_{gi,y}^I &\in \left\{ -(\sqrt{M_{gi}} - 1)F_{gi}, \dots, -3F_{gi}, -F_{gi}, +F_{gi}, +3F_{gi}, \dots, +(\sqrt{M_{gi}} - 1)F_{gi} \right\} \\ Z_{gi,y}^Q &\in \left\{ -(\sqrt{M_{gi}} - 1)F_{gi}, \dots, -3F_{gi}, -F_{gi}, +F_{gi}, +3F_{gi}, \dots, +(\sqrt{M_{gi}} - 1)F_{gi} \right\} \end{aligned} \quad (2-2-10)$$

Se os  $M_{gi}$  símbolos  $Z_{gi,y}$  são equiprováveis, os seguintes valores médios são obtidos [Pro95]:

$$E\{A_{gik}^{I/Q}(m)\} = \frac{1}{M_{gi}} \sqrt{M_{gi}} \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{gi}}} (2(y-1) + 1 - \sqrt{M_{gi}}) F_{gi} = 0 \quad (2-2-11)$$

$$E\{(A_{gik}^{I/Q}(m))^2\} = \frac{1}{M_{gi}} \sqrt{M_{gi}} \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{gi}}} (2(y-1) + 1 - \sqrt{M_{gi}})^2 F_{gi}^2 = \frac{(M_{gi} - 1)F_{gi}^2}{3} \quad (2-2-12)$$

onde a notação  $x^{I/Q}$  é utilizada neste estudo para representar simultaneamente  $x^I$  e  $x^Q$ .

### 2.2.3 - Modulação de Amplitude de Pulso

No modelo proposto para modulação de amplitude de pulso, as sequências  $A_{gik}^I(m)$  e  $A_{gik}^Q(m)$ , definidas conforme a solução de modulação de dados adotada, modulam as amplitudes de pulsos retangulares de duração  $T_{gi}$ , compondo o sinal  $b_{gik}(t)$ , definido como

$$b_{gik}(t) = b_{gik}^I(t) + jb_{gik}^Q(t) \quad (2-2-13)$$

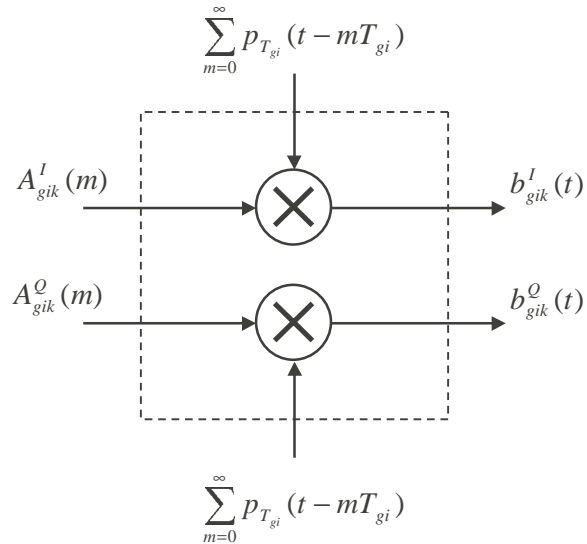
onde

$$\begin{aligned} b_{gik}^I(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \text{Re}\{A_{gik}(m)\} p_{T_{gi}}(t - mT_{gi}) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{gik}^I(m) p_{T_{gi}}(t - mT_{gi}) \\ b_{gik}^Q(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \text{Im}\{A_{gik}(m)\} p_{T_{gi}}(t - mT_{gi}) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{gik}^Q(m) p_{T_{gi}}(t - mT_{gi}) \end{aligned} \quad (2-2-14)$$

com

$$p_{\tau}(t) = \begin{cases} 1, & \text{em } 0 \leq t < \tau \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2-2-15)$$

A figura 2.2.2 define o circuito de modulação de amplitude de pulso proposto.



**Figura 2.2.2 – Modulação de Amplitude de Pulso**

A duração  $T_{gi}$  dos pulsos retangulares modulados pelas sequências de símbolos  $A_{gik}^I(m)$  e  $A_{gik}^Q(m)$  no sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é denominada duração de símbolo e está relacionada com a taxa de transmissão de bits  $R_{gi}$  através da expressão

$$T_{gi} = \frac{\log_2 M_{gi}}{R_{gi}} \quad (2-2-16)$$

onde  $M_{gi}$  é o nível de modulação definido em (2-2-4).

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada, então  $\text{Im}\{A_{gik}(m)\}$  é igual a zero e o sinal  $b_{gik}(t)$  na saída do modulador é dado pela expressão

$$b_{gik}(t) = b_{gik}^I(t) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{gik}^I(m) p_{T_{gi}}(t - mT_{gi}) \quad (2-2-17)$$

## 2.2.4 - Espalhamento Espectral

No modelo proposto para espalhamento espectral por sequência direta, as componentes  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  de um sinal de informação, definidas em (2-2-14), são multiplicadas, respectivamente, pelos códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$ . Esse modelo caracteriza uma solução de espalhamento espectral *dual-channel* [Ott98] [Oja98] e o sinal  $d_{gik}(t)$  resultante nesse caso é

$$d_{gik}(t) = d_{gik}^I(t) + jd_{gik}^Q(t) = |d_{gik}(t)| \angle \varphi_{gik}(t) \quad (2-2-18)$$

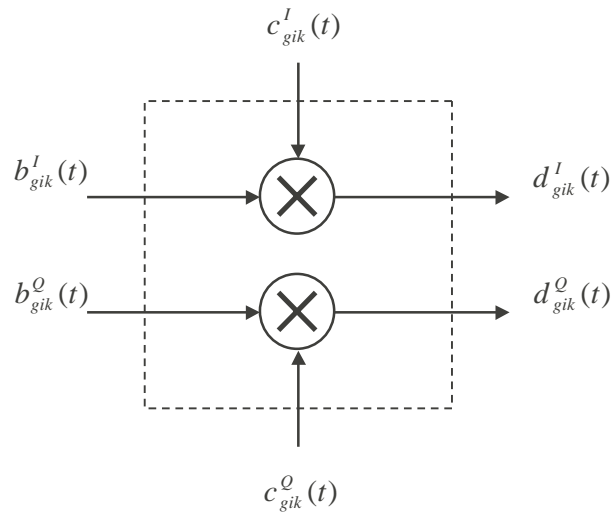
onde

$$\begin{aligned} d_{gik}^I(t) &= b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \\ d_{gik}^Q(t) &= b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \end{aligned} \quad (2-2-19)$$

e

$$\begin{aligned} |d_{gik}(t)| &= \sqrt{(d_{gik}^I(t))^2 + (d_{gik}^Q(t))^2} \\ \varphi_{gik}(t) &= \tan^{-1} \left( \frac{d_{gik}^Q(t)}{d_{gik}^I(t)} \right) \end{aligned} \quad (2-2-20)$$

A figura 2.2.3 define o circuito de espalhamento espectral proposto.



**Figura 2.2.3 – Espalhamento Espectral *Dual-Channel***

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada, então  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero e apenas o código  $c_{gik}^I(t)$  é necessário para realizar o espalhamento espectral. Nesse caso, o sinal  $d_{gik}(t)$  na saída do circuito de espalhamento é

$$d_{gik}(t) = d_{gik}^I(t) = b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \quad (2-2-21)$$

Os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  [Mar97] [Din98] são sinais periódicos formados por pulsos retangulares (chips) de duração  $T_c$  assumida neste estudo constante e igual para todos os sub-sistemas:

$$c_{gik}^{I/Q}(t) = \sum_{x=0}^{\infty} C(x) p_{T_c}(t - xT_c) \quad (2-2-22)$$

onde  $p_{T_c}(t)$  é um pulso retangular de duração  $T_c$  definido conforme (2-2-15);  $C(x)$  é definido como

$$\begin{aligned} C(x) &= -1 \text{ ou } +1, \text{ com } x = 0, 1, 2, \dots \\ C(x) &= C(x + L_{gi}) \end{aligned} \quad (2-2-23)$$

e  $L_{gi}$  é um valor inteiro positivo que corresponde ao número de chips em um período. Define-se a taxa de chip  $R_c$  de um código de espalhamento como o inverso da duração de chip  $T_c$ :

$$R_c = \frac{1}{T_c} \quad (2-2-24)$$

Para se obter o espalhamento espectral de um sinal de informação, a duração de chip  $T_c$  do código de espalhamento deve ser inferior à duração de símbolo  $T_{gi}$  desse sinal. Essa relação é denominada ganho de processamento no sub-sistema  $i$  da célula  $g$ :

$$N_{gi} = \frac{T_{gi}}{T_c} \quad (2-2-25)$$

Neste estudo é assumido que  $N_{gi} \ll L_{gi}$ , ou seja, os códigos de espalhamento utilizados no sistema apresentam período  $L_{gi}T_c$  muito maior que a duração de símbolo  $T_{gi}$  do sinal de informação, que é a solução usualmente adotada em sistemas práticos. A partir dessa

consideração caracterizam-se os códigos de espalhamento neste estudo como códigos longos (*long codes*), que podem ser modelados estatisticamente como processos aleatórios estacionários.

## 2.2.5 - Modulação de Portadora

No modelo proposto para modulação de portadora, o sinal  $d_{gik}(t)$  definido em (2-2-18) modula amplitude e fase de uma portadora de frequência central  $\omega$  e amplitude  $\sqrt{2P_{gik}}$ . Nesse processo, o sinal  $d_{gik}(t)$  é deslocado para uma faixa de frequência mais alta, resultando em um sinal  $s_{gik}(t)$  com características adequadas para transmissão através do canal. O sinal  $s_{gik}(t)$  é definido como

$$s_{gik}(t) = \text{Re} \left\{ \left| d_{gik}(t) \right| e^{j\varphi_{gik}(t)} \sqrt{2P_{gik}} e^{j(\omega t + \theta_{gik})} \right\} \quad (2-2-26)$$

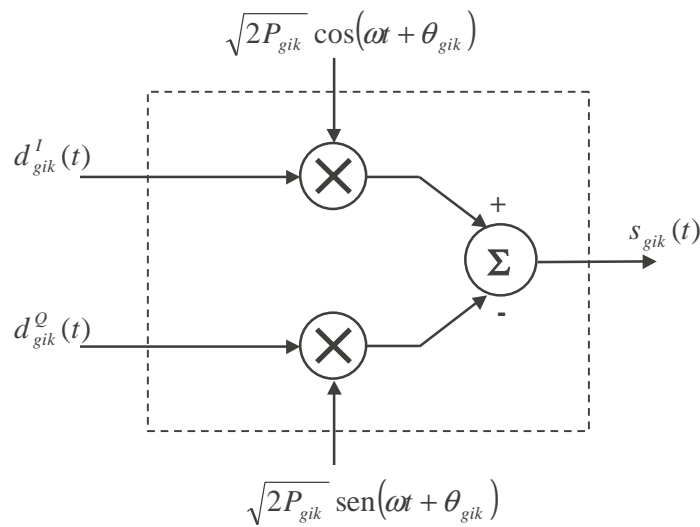
onde  $P_{gik}$ ,  $\omega$  e  $\theta_{gik}$  são respectivamente a potência, frequência central e fase da portadora no transmissor multitaxa, e  $\left| d_{gik}(t) \right|$  e  $\varphi_{gik}(t)$  são definidos em (2-2-20). Os valores de  $P_{gik}$  são ajustados conforme requisitos de controle de potência no sistema e o valor de  $\omega$  depende da faixa de frequência disponível para o serviço móvel celular. A fase  $\theta_{gik}$  é modelada como uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$ . Desenvolvendo (2-2-26) a partir de (2-2-18) se obtém

$$\begin{aligned} s_{gik}(t) &= \sqrt{2P_{gik}} \left| d_{gik}(t) \right| \cos(\omega t + \theta_{gik} + \varphi_{gik}(t)) \\ &= \sqrt{2P_{gik}} \left| d_{gik}(t) \right| \cos \varphi_{gik}(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} \left| d_{gik}(t) \right| \sin \varphi_{gik}(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \\ &= \sqrt{2P_{gik}} d_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} d_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \end{aligned} \quad (2-2-27)$$

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada, então  $d_{gik}^Q(t)$  é igual a zero e a expressão (2-2-27) se reduz a

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} d_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) \quad (2-2-28)$$

A figura 2.2.4 define o circuito de modulação de portadora proposto.



**Figura 2.2.4 – Modulação de Portadora**

## 2.2.6 - Modelo de Transmissor Multitaxa

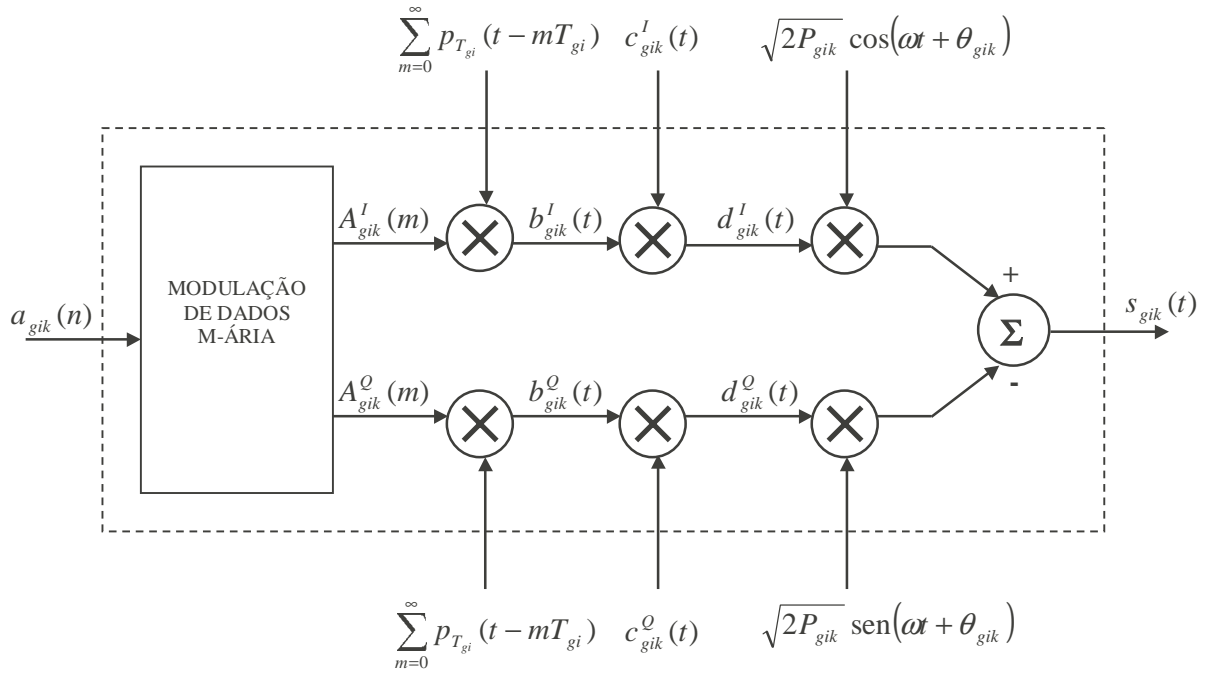
### 2.2.6.1 - Modulação M-ária

Com base nos blocos funcionais definidos nos sub-itens 2.2.1 a 2.2.5 e representados através das figuras 2.2.1 a 2.2.4, define-se na figura 2.2.5 o modelo proposto para transmissor multitaxa quando é adotada a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3.

Nesse modelo, o transmissor multitaxa converte a sequência binária de informação  $a_{gik}(n)$  produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  no sinal  $s_{gik}(t)$  definido conforme as expressões (2-2-27) e (2-2-19) como

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \quad (2-2-29)$$

onde os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  são definidos em (2-2-14) e os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são definidos conforme (2-2-22).



**Figura 2.2.5 – Transmissor Multitaxa para Modulação M-ária**

### 2.2.6.2 - Modulação Binária

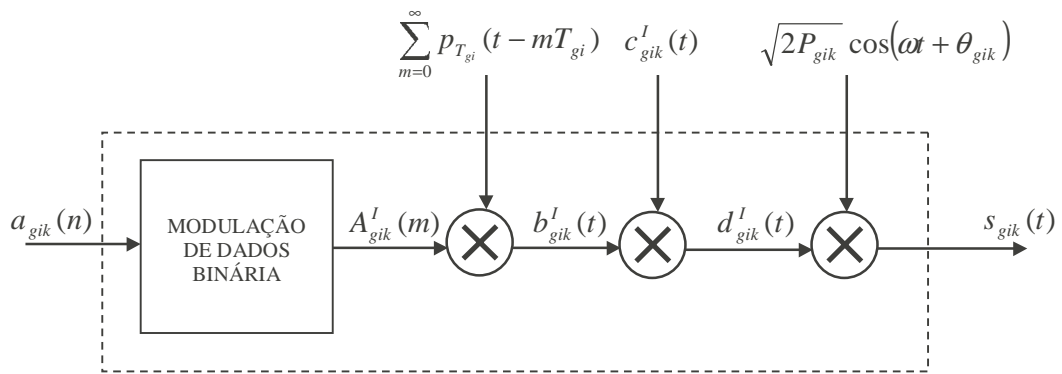
Se a solução de modulação de dados adotada é a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2, então  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero e o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída do transmissor multitaxa é



dado pela expressão

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) \quad (2-2-30)$$

O modelo para transmissor multitaxa nesse caso é definido na figura 2.2.6 e corresponde a uma simplificação do modelo da figura 2.2.5.



**Figura 2.2.6 – Transmissor Multitaxa para Modulação Binária**

## 2.2.7 - Energia e Potência

### 2.2.7.1 - Energia Média de Símbolo

A energia de símbolo na saída do transmissor do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é definida como

$$E_{S,gik} = \int_0^{T_{gi}} (s_{gik}(t))^2 dt \quad (2-2-31)$$

onde o sinal  $s_{gik}(t)$  é dado pela expressão (2-2-29) com  $b_{gik}^Q(t)$  igual a zero se o transmissor utiliza modulação binária. Observando que

- no intervalo de integração (duração de símbolo)  $T_{gi}$  os sinais  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  permanecem constantes;
- $\left(c_{gik}^{I/Q}(t)\right)^2 = 1$  conforme a definição para códigos de espalhamento em (2-2-22); e
- as integrais das parcelas em  $2\omega$  podem ser desprezadas se é assumido que  $\omega = x\pi T_{gi}^{-1}$ , onde  $x$  é um inteiro positivo;

calcula-se a energia de símbolo no transmissor  $gik$  a partir de (2-2-29) e (2-2-31) como

$$\begin{aligned}
 E_{S,gik} &= 2P_{gik} \int_0^{T_{gi}} \left( b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \right)^2 dt \\
 &= P_{gik} T_{gi} \left( \left( b_{gik}^I(t) \right)^2 + \left( b_{gik}^Q(t) \right)^2 \right)
 \end{aligned} \tag{2-2-32}$$

A partir de (2-2-32) e (2-2-14) define-se a energia média de símbolo na saída do transmissor do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  como

$$\bar{E}_{S,gik} = P_{gik} T_{gi} \mathbb{E} \left\{ \left( b_{gik}^I(t) \right)^2 + \left( b_{gik}^Q(t) \right)^2 \right\} = P_{gik} T_{gi} \mathbb{E} \left\{ \left( A_{gik}^I(m) \right)^2 + \left( A_{gik}^Q(m) \right)^2 \right\} \tag{2-2-33}$$

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada no transmissor  $gik$  então  $A_{gik}^Q(m)$  é igual a zero. Nesse caso, se os símbolos transmitidos são equiprováveis, se obtém a partir de (2-2-33) e (2-2-7) que

$$\bar{E}_{S,gik} = P_{gik} T_{gi} \mathbb{E} \left\{ \left( A_{gik}^I(m) \right)^2 \right\} = P_{gik} F_{gi}^2 T_{gi} \tag{2-2-34}$$

Se a modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 é a solução de modulação de dados

adotada no transmissor  $gik$ , e os símbolos transmitidos são equiprováveis, se obtém a partir de (2-2-33) e (2-2-12) que

$$\bar{E}_{S,gik} = P_{gik} T_{gi} \left[ \left( \frac{M_{gi} - 1}{3} \right) F_{gi}^2 + \left( \frac{M_{gi} - 1}{3} \right) F_{gi}^2 \right] = \frac{2P_{gik} (M_{gi} - 1) F_{gi}^2 T_{gi}}{3} \quad (2-2-35)$$

### 2.2.7.2 - Energia Média de Bit

A energia média de bit na saída do transmissor do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é definida como a razão entre a energia média de símbolo na saída desse transmissor e a quantidade de bits  $q_{gi}$  equivalente a um símbolo:

$$\bar{E}_{B,gik} = \frac{\bar{E}_{S,gik}}{q_{gi}} = \frac{\bar{E}_{S,gik}}{\log_2 M_{gi}} \quad (2-2-36)$$

onde  $M_{gi}$  é o nível de modulação definido em (2-2-4).

Como na modulação binária, um símbolo equivale a um bit, a energia média de bit na saída do transmissor  $gik$  é dada a partir de (2-2-34) por

$$\bar{E}_{B,gik} = \bar{E}_{S,gik} = P_{gik} F_{gi}^2 T_{gi} \quad (2-2-37)$$

Como na modulação M-ária, um símbolo equivale a  $q_{gi} = \log_2 M_{gi}$  bits, a energia média de bit na saída do transmissor  $gik$  é dada a partir de (2-2-35) por

$$\bar{E}_{B,gik} = \frac{\bar{E}_{S,gik}}{\log_2 M_{gi}} = \frac{2P_{gik} (M_{gi} - 1) F_{gi}^2 T_{gi}}{3 \log_2 M_{gi}} \quad (2-2-38)$$

### 2.2.7.3 - Potência Média no Transmissor

A potência média na saída do transmissor do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é definida como

$$S_{gik}^{(TX)} = E \left\{ \frac{1}{T_{gi}} \int_0^{T_{gi}} (s_{gik}(t))^2 dt \right\} = \frac{\overline{E}_{S,gik}}{T_{gi}} \quad (2-2-39)$$

A partir dos resultados em (2-2-34) e (2-2-35) se obtém para solução de modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 que

$$S_{gik}^{(TX)} = P_{gik} F_{gi}^2 \quad (2-2-40)$$

e para solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 que

$$S_{gik}^{(TX)} = \frac{2P_{gik}(M_{gi} - 1)F_{gi}^2}{3} \quad (2-2-41)$$

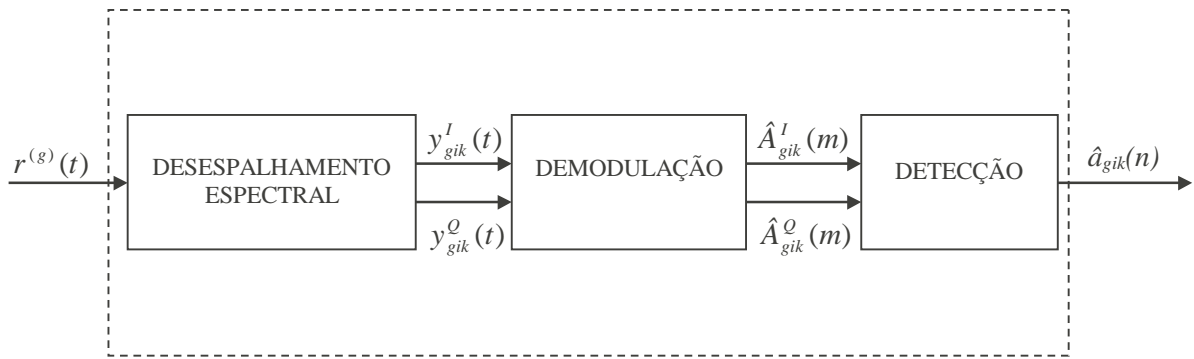
## 2.3 - RECEPTORES MULTITAXAS

### 2.3.1 - Definição

Em um sistema de comunicação digital, os receptores são os elementos responsáveis por processar os sinais fornecidos pelo canal, produzindo estimativas das sequências binárias de informação na entrada do sistema. Nos sistemas multitaxas, os receptores deverão ser capazes de ajustar determinados parâmetros internos de forma a se compatibilizar com os requisitos de taxas de bits e desempenho especificados para as aplicações suportadas pelo

sistema. A definição desses parâmetros depende do esquema de multitaxa utilizado e será abordada em um capítulo posterior.

Neste item é definido um modelo genérico para receptor multitaxa, compatível com o modelo definido para transmissor multitaxa no item anterior, e que se aplica aos três esquemas de multitaxa propostos neste estudo. A figura 2.3.1 representa esse modelo, que é uma composição de conceitos e modelos propostos em [Lat89], [Pro95], [Ott98] e [Oja98], definindo os blocos funcionais que o compõem e a notação empregada neste estudo.



**Figura 2.3.1 – Modelo de Receptor**

Nesse modelo, para identificar a sequência binária de informação  $a_{gik}(n)$  produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  e definida em (2-2-1), o receptor multitaxa demodula o sinal  $r^{(g)}(t)$  que o canal de comunicação fornece aos receptores localizados na estação rádio-base da célula  $g$ , utilizando os mesmos códigos de espalhamento utilizados pelo transmissor correspondente, em um processo denominado desespalhamento espectral. Os sinais  $y_{gik}^I(t)$  e  $y_{gik}^Q(t)$  resultantes desse processo são convertidos por um demodulador nas sequências  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$ , que representam estimativas das sequências de símbolos  $A_{gik}^I(m)$  e  $A_{gik}^Q(m)$  no transmissor. Os elementos das sequências  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  são traduzidos em conjuntos de bits por um circuito de detecção, compondo a sequência

binária de saída  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência binária original  $a_{gik}(n)$ . Os modelos adotados para os blocos funcionais que compõem o receptor são definidos nos sub-itens seguintes.

Como o modelo de transmissor proposto no item anterior não contempla a codificação de canal, o receptor proposto também não deve incluir a decodificação de canal [Pro95], que teria o objetivo de eliminar as redundâncias introduzidas por um codificador de canal no transmissor. Da mesma forma, não há perda de generalidade quanto aos resultados obtidos já que a sequência  $\hat{a}_{gik}(n)$  na saída do receptor pode ser interpretada como uma sequência que contém bits de redundância a serem eliminados por um decodificador de canal em uma etapa seguinte.

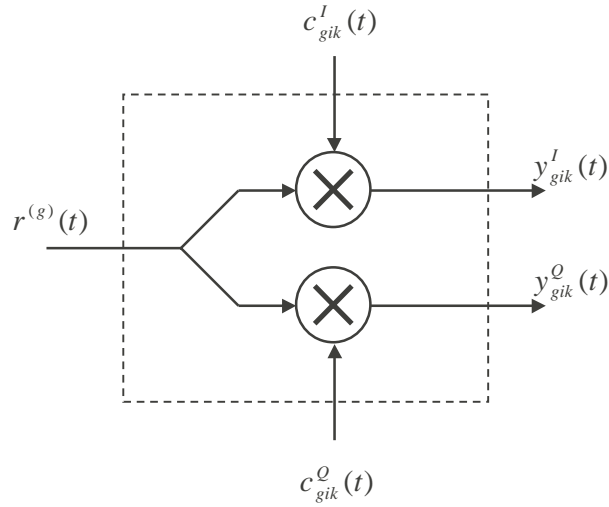
### 2.3.2 - Desespalhamento Espectral

No modelo proposto para desespalhamento espectral por sequência direta, um sinal  $r^{(g)}(t)$  composto pelos vários sinais que compartilham o canal e definido conforme as características desse canal de comunicação utilizado, é multiplicado por cópias sincronizadas dos códigos  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  utilizados para espalhamento espectral no transmissor. Os sinais  $y_{gik}^I(t)$  e  $y_{gik}^Q(t)$  resultantes nesse processo são definidos pelas expressões

$$\begin{aligned} y_{gik}^I(t) &= r^{(g)}(t) c_{gik}^I(t) \\ y_{gik}^Q(t) &= r^{(g)}(t) c_{gik}^Q(t) \end{aligned} \tag{2-3-1}$$

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada no enlace de comunicação  $gik$ , então apenas o código  $c_{gik}^I(t)$  é utilizado e o sinal  $y_{gik}^Q(t)$  é igual a zero.

A figura 2.3.2 define o circuito de desespalhamento espectral proposto.



**Figura 2.3.2 – Desespalhamento Espectral**

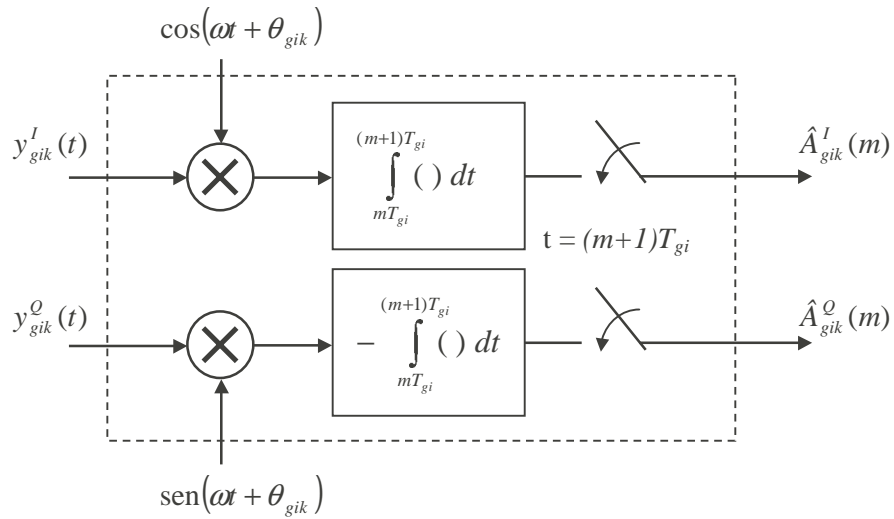
### 2.3.3 - Demodulação

O modelo proposto para demodulação é baseado na utilização de circuitos de correlação. Os sinais  $y_{gik}^I(t)$  e  $y_{gik}^Q(t)$  definidos em (2-3-1) são multiplicados por portadoras com a mesma frequência central  $\omega$  que as portadoras utilizadas nos transmissores, produzindo sinais que são integrados e amostrados no intervalo de duração de um símbolo  $T_{gi}$ . O circuito demodulador deve utilizar técnicas apropriadas para atender requisitos de sincronismo de símbolo e portadora [Pro95], compensando efeitos de atraso no canal.

As sequências  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  na saída do circuito demodulador são obtidas através das expressões

$$\begin{aligned}\hat{A}_{gik}^I(m) &= \int_{mT_{gi}}^{(m+1)T_{gi}} y_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) dt \\ \hat{A}_{gik}^Q(m) &= - \int_{mT_{gi}}^{(m+1)T_{gi}} y_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) dt\end{aligned}\quad (2-3-2)$$

A figura 2.3.3 define o circuito demodulador proposto.



**Figura 2.3.3 – Demodulação por Circuito de Correlação**

Se a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 é a solução de modulação de dados adotada no enlace de comunicação  $gik$ , então apenas o código  $c_{gik}^I(t)$  é utilizado para desespalhamento espectral e a sequência  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  é nula.

### 2.3.4 - Detecção

A detecção consiste na identificação da sequência de bits transmitida pelo sistema de comunicação a partir do mapeamento de uma variável de decisão em um conjunto de regiões de decisão, onde cada região corresponde a uma sequência de bits distinta. As regiões de decisão são definidas por limiares [Lat89] que dependem das probabilidades de



ocorrência dos bits 0 e 1 na sequência na entrada do sistema, dos símbolos utilizados na solução de modulação de dados adotada no transmissor correspondente e das características das alterações que o canal de comunicação introduz nos sinais transmitidos.

No modelo de detecção proposto, as variáveis de decisão utilizadas como referências na identificação dos bits transmitidos são os elementos da sequência

$$\hat{A}_{gik}(m) = \hat{A}_{gik}^I(m) + j\hat{A}_{gik}^Q(m) \quad (2-3-3)$$

onde as componentes  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  são definidas conforme (2-3-2). Cada elemento de  $\hat{A}_{gik}(m)$  é comparado com determinados limiares de decisão para ser traduzida em um conjunto de bits, de modo a compor a sequência binária

$$\hat{a}_{gik}(n) = 0 \text{ ou } 1, \text{ com } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2-3-4)$$

que representa uma estimativa da sequência binária  $a_{gik}(n)$  na entrada do sistema de comunicação.

O circuito de detecção implementado no receptor deve ser compatível com a solução de modulação de dados adotada no transmissor. Se o nível de modulação no transmissor é  $M_{gi}$ , então no circuito de detecção devem ser definidas  $M_{gi}$  regiões de decisão, cada uma associada a uma diferente combinação de  $q_{gi} = \log_2 M_{gi}$  bits.

Se uma região de decisão  $D_{gi,y}$ , associada a uma sequência de bits  $\{x_0 x_1 \dots x_{q_{gi}-1}\}$  é definida pelos limiares inferiores e superiores  $\mu_{\text{inf},gi,y}^I$ ,  $\mu_{\text{inf},gi,y}^Q$ ,  $\mu_{\text{sup},gi,y}^I$  e  $\mu_{\text{sup},gi,y}^Q$  e a variável de decisão  $\hat{A}_{gik}(m)$  em  $m = m_0$  satisfaz as condições

$$\begin{aligned} \mu_{\text{inf},gi,y}^I &< \hat{A}_{gik}^I(m = m_0) < \mu_{\text{sup},gi,y}^I \\ \mu_{\text{inf},gi,y}^Q &< \hat{A}_{gik}^Q(m = m_0) < \mu_{\text{sup},gi,y}^Q \end{aligned} \quad (2-3-5)$$

então o circuito de detecção identifica que  $\hat{A}_{gik}(m = m_0)$  pertence à região de decisão  $D_{gi,y}$  e na saída do receptor multitaxa se tem

$$\begin{aligned}\hat{a}_{gik}(n = q_{gi} m_0) &= x_0 \\ \hat{a}_{gik}(n = q_{gi} m_0 + 1) &= x_1 \\ &\dots \\ \hat{a}_{gik}(n = q_{gi} m_0 + q_{gi} - 1) &= x_{q_{gi}-1}\end{aligned}\tag{2-3-6}$$

Se é adotada a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, então são definidas apenas duas regiões de decisão, uma correspondendo ao bit 0 e outra ao bit 1. Nesse caso, cada elemento da sequência  $\hat{A}_{gik}(m) = \hat{A}_{gik}^I(m)$  é traduzido de acordo com a seguinte regra:

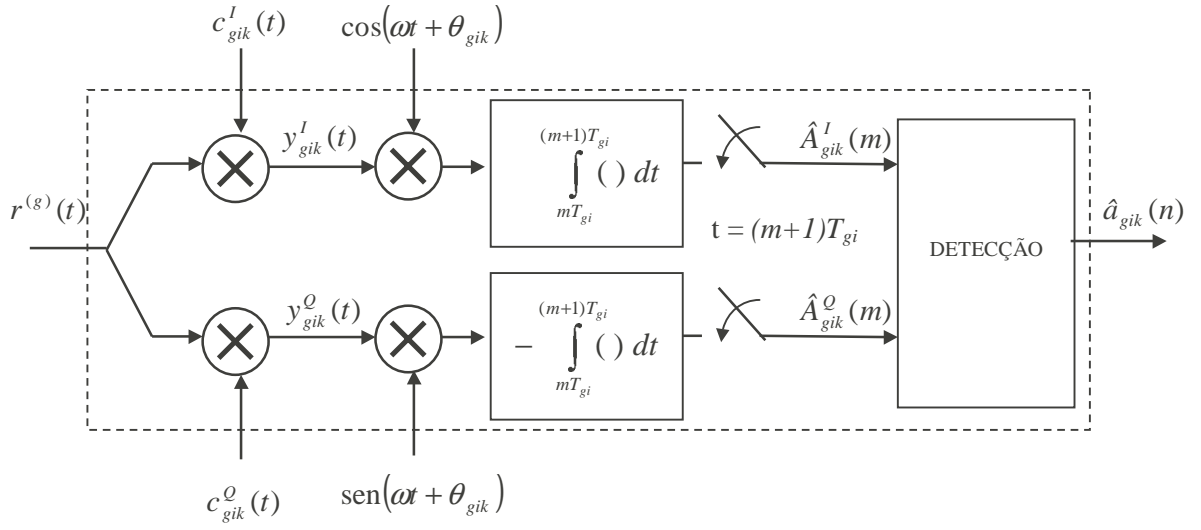
$$\begin{aligned}\text{se } \hat{A}_{gik}^I(m = m_0) < \mu_{gi}^I &\text{ então } \hat{a}_{gik}(n = m_0) = 0 \\ \text{se } \hat{A}_{gik}^I(m = m_0) > \mu_{gi}^I &\text{ então } \hat{a}_{gik}(n = m_0) = 1\end{aligned}\tag{2-3-7}$$

onde o limiar de decisão  $\mu_{gi}^I$  depende das características do canal de comunicação e das probabilidades de ocorrência dos bits 0 e 1 na sequência de informação  $a_{gik}(n)$  na entrada do sistema.

## 2.3.5 - Modelo de Receptor Multitaxa

### 2.3.5.1 - Modulação M-ária

Com base nos blocos funcionais apresentados nos sub-itens 2.3.1 a 2.3.4 e representados através das figuras 2.3.1 a 2.3.3, define-se na figura 2.3.4 o modelo proposto para receptor multitaxa quando é adotada a solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3.



**Figura 2.3.4 – Receptor Multitaxa para Modulação M-ária**

Nesse modelo, o receptor obtém a sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{gik}(n)$  produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$ , a partir da sequência  $\hat{A}_{gik}(m)$  definida conforme (2-3-1), (2-3-2) e (2-3-3) como

$$\hat{A}_{gik}(m) = \hat{A}_{gik}^I(m) + j\hat{A}_{gik}^Q(m) \quad (2-3-8)$$

com

$$\begin{aligned} \hat{A}_{gik}^I(m) &= \int_{mT_{gi}}^{(m+1)T_{gi}} r^{(g)}(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) dt \\ \hat{A}_{gik}^Q(m) &= - \int_{mT_{gi}}^{(m+1)T_{gi}} r^{(g)}(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) dt \end{aligned} \quad (2-3-9)$$

onde  $T_{gi}$  é a duração de símbolo no sub-sistema  $gi$ ; os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são definidos em (2-2-22); e  $r^{(g)}(t)$  é o sinal fornecido pelo canal aos receptores

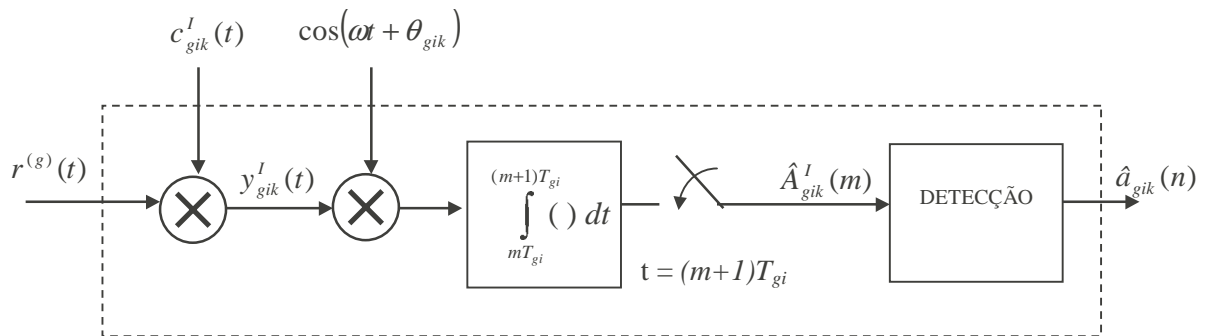
localizados na ERB da célula  $g$ , que é uma composição dos vários sinais  $s_{gik}(t)$  que compartilham o canal, modificados conforme as características desse canal.

### 2.3.5.2 - Modulação Binária

Se é adotada a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, então apenas o código de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  é utilizado e a sequência  $\hat{A}_{gik}(m)$  é dada por

$$\hat{A}_{gik}(m) = \hat{A}_{gik}^I(m) = \int_{mT_{gi}}^{(m+1)T_{gi}} r^{(g)}(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) dt \quad (2-3-10)$$

O modelo para receptor multitaxa para esse caso é definido na figura 2.3.5 e corresponde a uma simplificação do modelo da figura 2.3.4.



**Figura 2.3.5 – Receptor Multitaxa para Modulação Binária**

## 3 - DESEMPENHO EM CANAIS AWGN

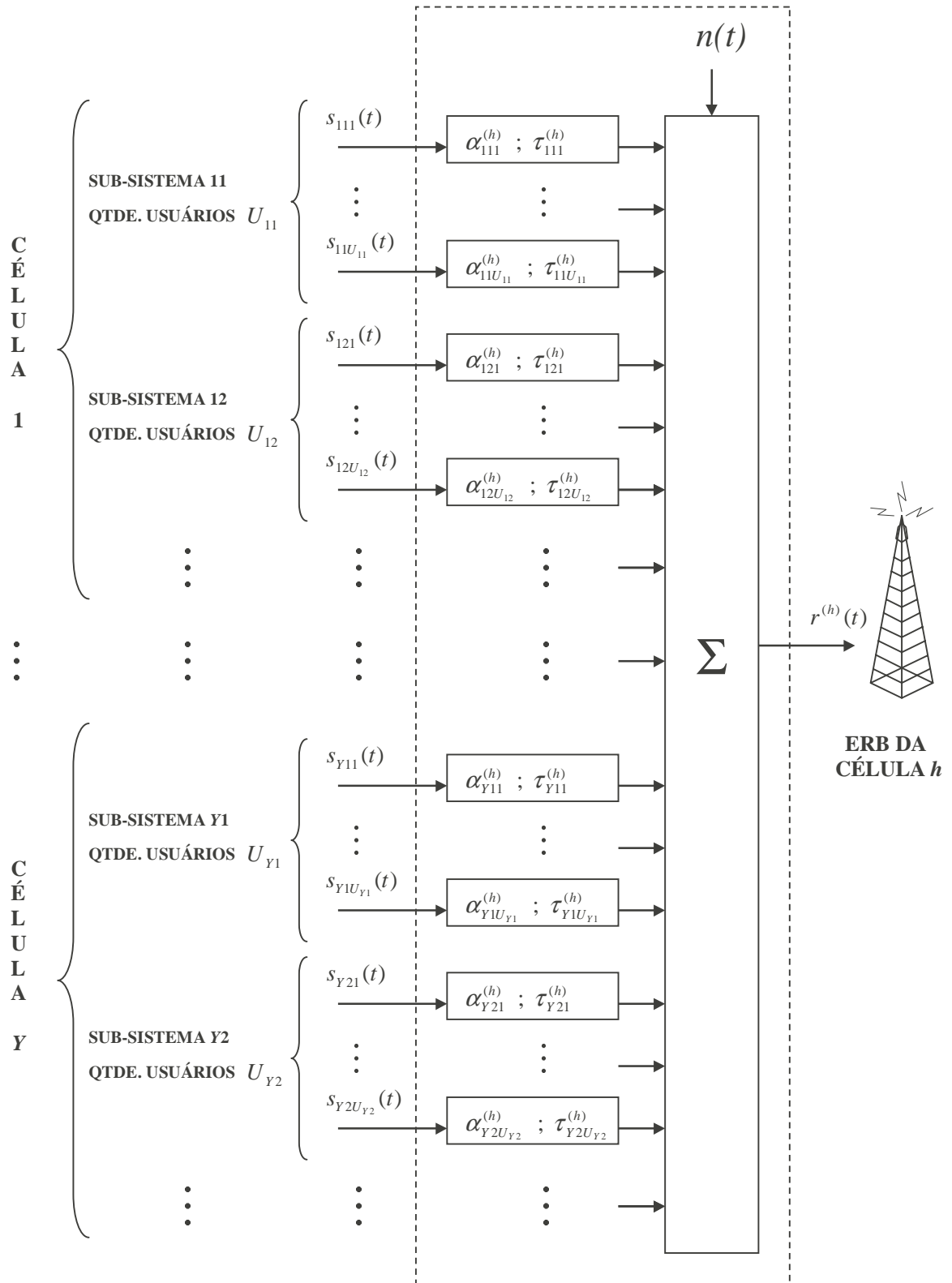
### 3.1 - CANAL AWGN

#### 3.1.1 - Modelo de Canal

O canal de comunicação é o meio que provê a conexão física entre transmissores e receptores em um sistema de comunicação. Para análise dos sistemas de comunicação é importante a construção de modelos matemáticos que reflitam as principais características desses meios e das alterações que introduzem nos sinais que por eles são transmitidos.

Um modelo bastante utilizado em função de sua simplicidade e tratabilidade matemática, e que se aplica a um grande conjunto de canais físicos, é o modelo de canal aditivo gaussiano branco (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), que introduz nos sinais transmitidos um ruído modelado estatisticamente como um processo aditivo gaussiano branco [Lat89] [Pro95]. No modelo de canal proposto assume-se ainda que os sinais se propagam no espaço livre, onde são atenuados e atrasados. Define-se neste caso, o quadrado da atenuação do sinal no trajeto entre transmissor e receptor, que corresponde à perda no percurso, como inversamente proporcional à distância entre transmissor e receptor elevada a um expoente de propagação igual a 2 [Pro95].

A figura 3.1.1 define o modelo de canal AWGN, por onde são transmitidos simultaneamente sinais  $s_{gik}(t)$  fornecidos pelos transmissores do sistema multitaxa. No percurso até a ERB de uma célula  $h$ , o canal impõe atenuações  $\alpha_{gik}^{(h)}$  e atrasos  $\tau_{gik}^{(h)}$  a esses sinais, além de introduzir o ruído aditivo gaussiano branco  $n(t)$ . Os sinais fornecidos pelo canal a receptores em células distintas são diferentes uma vez que as atenuações e atrasos variam conforme a distância entre receptor (estação rádio-base) e transmissor (usuário móvel).



**Figura 3.1.1 – Canal AWGN**

A figura 3.1.1 representa o sinal  $r^{(h)}(t)$  fornecido pelo canal AWGN aos receptores localizados na estação rádio-base de uma célula  $h$  como função dos sinais  $s_{gik}(t)$  de todos os usuários em todos os sub-sistemas de todas as células do sistema multitaxa, que é definido como

$$r^{(h)}(t) = n(t) + \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \alpha_{gik}^{(h)} s_{gik}(t - \tau_{gik}^{(h)}) \quad (3-1-1)$$

onde

- $s_{gik}(t)$  é o sinal que contém a informação produzida por um usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$ , definido nas expressões (2-2-29) e (2-2-30);
- $Y$  é o número de células do sistema multitaxa,  $X_g$  é o número de sub-sistemas em uma célula  $g$ , e  $U_{gi}$  é o número de usuários do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  em um dado instante, de modo que a somatória em (3-1-1) abrange todos os usuários de todos os sub-sistemas em todas as células que compõem o sistema multitaxa e compartilham o canal de comunicação em um dado instante;
- $n(t)$  é um processo aleatório aditivo gaussiano branco, de média zero e densidade espectral de potência  $N_0/2$ ;
- $\alpha_{gik}^{(h)}$  é a atenuação que o canal impõe ao sinal  $s_{gik}(t)$  no percurso entre o transmissor  $gik$  e a ERB de uma célula  $h$ , assumida como uma variável determinística e invariante no tempo;
- $\tau_{gik}^{(h)}$  é o atraso que o canal impõe ao sinal  $s_{gik}(t)$  no percurso entre o transmissor  $gik$  e a ERB de uma célula  $h$ , assumido invariante no tempo e aleatório com distribuição uniforme entre 0 e a duração de símbolo  $T_{gi}$ .

### 3.1.2 - Potência e Relação Sinal-Ruído

Na expressão (2-2-39) no capítulo anterior foi definida a potência média do sinal  $s_{gik}(t)$  do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  no transmissor  $gik$ . De acordo com o modelo de canal proposto, no percurso entre esse transmissor  $gik$  e a estação rádio-base da célula  $g$ , o sinal  $s_{gik}(t)$  sofre atenuação  $\alpha_{gik}^{(g)}$  e atraso  $\tau_{gik}^{(g)}$  de forma que sua potência média no receptor  $gik$  é dada por

$$S_{gik}^{(g)} = E \left\{ \frac{1}{T_{gi}} \int_0^{T_{gi}} (\alpha_{gik}^{(g)} s_{gik}(t - \tau_{gik}^{(g)}))^2 dt \right\} = \frac{\bar{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(g)})^2}{T_{gi}} \quad (3-1-2)$$

onde  $\bar{E}_{S,gik}$  é a energia média de símbolo no transmissor  $gik$  definida em (2-2-33).

Porém, a potência transmitida pelo usuário  $gik$  causa interferência nos demais receptores do sistema celular. A potência média com que um usuário  $gik$  interfere nos receptores da própria célula  $g$  visitada é dada pela expressão (3-1-2) pois todos os receptores da célula  $g$  estão fisicamente concentrados em um único ponto da célula, que é a estação rádio-base (ERB) da célula. A potência média com que um usuário  $gik$  interfere nos receptores localizados na ERB de uma célula vizinha  $h$  é dada por

$$S_{gik}^{(h)} = \frac{\bar{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} \quad (3-1-3)$$

onde  $\alpha_{gik}^{(h)}$  é a atenuação que o canal impõe ao sinal  $s_{gik}(t)$  no percurso entre o transmissor  $gik$  e a ERB da célula  $h$ .

Dessa forma, a potência média total em um receptor  $hjl$ , que é a mesma para todos os receptores da ERB da célula  $h$  e corresponde à soma das potências recebidas em função de todos os enlaces de comunicação estabelecidos em todas as células do sistema multitaxa, é dada por



$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \frac{\bar{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} \quad (3-1-4)$$

A relação sinal-ruído por bit na recepção do sinal do usuário  $gik$  é definida como

$$(SNR)_{gik} = \frac{\bar{E}_{B,gik} (\alpha_{gik}^{(g)})^2}{N_0} = \frac{\bar{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(g)})^2}{N_0 \log_2 M_{gi}} \quad (3-1-5)$$

onde  $\bar{E}_{B,gik}$  é a energia média de bit no transmissor  $gik$  definida em (2-2-36);  $N_0/2$  é a densidade espectral de potência do ruído aditivo gaussiano branco; e  $M_{gi}$  é o nível de modulação. Relacionando (3-1-5) com (3-1-2) se obtém que

$$S_{gik}^{(g)} = (SNR)_{gik} N_0 R_{gi} \quad (3-1-6)$$

onde  $R_{gi}$  é a taxa de bits especificada para o sub-sistema  $gi$ , calculada conforme (2-2-16).

## 3.2 - MODELO DE SISTEMA

### 3.2.1 - Definição

O modelo celular multitaxa definido na figura 2.1.2 é utilizado como referência para avaliação do desempenho de sistemas celulares multitaxas em canais AWGN. Os transmissores multitaxas são definidos conforme os modelos das figuras 2.2.5 ou 2.2.6, e os receptores multitaxas conforme os modelos das figuras 2.3.4 ou 2.3.5, de acordo com a solução de modulação de dados adotada. Conforme abordado no item 2.1, esse modelo caracteriza o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA, onde a

transmissão de informação pelos vários usuários através do canal é assíncrona.

Conforme as expressões (2-2-29) e (2-2-30), o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída do transmissor de um usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é dado por

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \quad (3-2-1)$$

onde  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero se o transmissor utiliza modulação binária.

O canal AWGN introduz ruído aleatório aditivo  $n(t)$ , atenuações  $\alpha_{gik}^{(h)}$  e atrasos  $\tau_{gik}^{(h)}$  aos sinais  $s_{gik}(t)$  dos usuários que compõem os diversos sub-sistemas nas várias células, fornecendo uma composição desses sinais aos receptores multitaxas, conforme o modelo de canal definido no item 3.1. A partir das expressões (3-1-1) e (3-2-1), se obtém o sinal  $r^{(h)}(t)$  fornecido pelo canal aos receptores da célula  $h$ :

$$\begin{aligned} r^{(h)}(t) = n(t) + \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) \cos(\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \\ - \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) \sin(\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \end{aligned} \quad (3-2-2)$$

onde

$$\phi_{gik}^{(h)} = \theta_{gik} - \omega \tau_{gik}^{(h)} \quad (3-2-3)$$

Os receptores na célula  $h$  devem processar o sinal  $r^{(h)}(t)$  de modo a identificar as informações fornecidas pelos transmissores correspondentes. Para obter a sequência binária  $\hat{a}_{hjl}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{hjl}(n)$  produzida por um usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$ , o receptor deverá utilizar cópias sincronizadas dos códigos de espalhamento utilizados no transmissor  $hjl$  e atender requisitos de sincronismo

de símbolo e portadora, compensando efeitos do atraso  $\tau_{hjl}^{(h)}$ . Não há perda de generalidade em definir  $\tau_{hjl}^{(h)}$  e  $\theta_{hjl}$  como referências para os demais atrasos  $\tau_{gik}^{(h)}$  e fases  $\theta_{gik}$  e adotar

$$\begin{aligned}\tau_{hjl}^{(h)} &= 0 \\ \phi_{hjl}^{(h)} &= \theta_{hjl} = 0\end{aligned}\tag{3-2-4}$$

pois o importante para a análise em questão são as diferenças relativas de fase e atraso.

A sequência binária  $\hat{a}_{hjl}(n)$  na saída do receptor  $hjl$  é obtida por um circuito de detecção que traduz em bits os valores da sequência  $\hat{A}_{hjl}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{hjl}^I(m)$  e  $\hat{A}_{hjl}^Q(m)$  são definidas conforme (2-3-9) e (2-3-10), assumindo (3-2-4), como

$$\begin{aligned}\hat{A}_{hjl}^I(m) &= \int_{mT_{hj}}^{(m+1)T_{hj}} r^{(h)}(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \\ \hat{A}_{hjl}^Q(m) &= - \int_{mT_{hj}}^{(m+1)T_{hj}} r^{(h)}(t) c_{hjl}^Q(t) \sin \omega t \, dt\end{aligned}\tag{3-2-5}$$

observando que  $\hat{A}_{hjl}^Q(m)$  é nula caso o receptor utilize modulação binária, pois  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado nesse caso.

### 3.2.2 - Variável de Decisão

#### 3.2.2.1 - Definição

A variável de decisão é a variável utilizada no receptor como referência para identificação dos bits enviados pelo transmissor correspondente. No modelo proposto neste estudo, definem-se as variáveis de decisão no receptor que demodula e detecta o sinal do usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  como os elementos da sequência  $\hat{A}_{hjl}(m)$ , cujas componentes

$\hat{A}_{hjl}^I(m)$  e  $\hat{A}_{hjl}^Q(m)$  são definidas em (3-2-5). Definindo  $\hat{A}_{hjl}$  como a variável de decisão em  $m = m_0$ , a componente  $\hat{A}_{hjl}^I = \hat{A}_{hjl}^I(m_0)$  é obtida a partir de (3-2-5) e (3-2-2):

$$\begin{aligned}
\hat{A}_{hjl}^I &= \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \\
&+ \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos(\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \cos \omega t \, dt \\
&- \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin(\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \cos \omega t \, dt \\
&= \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \\
&+ \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \, dt \\
&+ \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \frac{1}{2} \cos \phi_{gik}^{(h)} \, dt \\
&- \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \frac{1}{2} \sin(2\omega t + \phi_{gik}^{(h)}) \, dt \\
&- \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \frac{1}{2} \sin \phi_{gik}^{(h)} \, dt
\end{aligned} \tag{3-2-6}$$

A segunda e a quarta parcela da expressão (3-2-6) podem ser desprezadas se é assumido que  $\omega = x\pi T_{hj}^{-1}$ , onde  $x$  é um inteiro positivo. A terceira parcela pode ser dividida em um primeiro termo, que contém o sinal de informação  $b_{hjl}^I(t)$ , e um segundo termo, que contém os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  dos demais usuários. Essa consideração também se aplica à quinta parcela de (3-2-6). A partir dessas considerações e observando que  $\tau_{hjl}^{(h)} = 0$ ,  $\cos \phi_{hjl}^{(h)} = 1$  e  $\sin \phi_{hjl}^{(h)} = 0$  conforme (3-2-4), a expressão (3-2-6) se reduz a

$$\begin{aligned}
\hat{A}_{hjl}^I = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} b_{hjl}^I(t) c_{hjl}^I(t) c_{hjl}^I(t) \, dt \\
& + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{gik}^{(h)} \, dt \\
& - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{gik}^{(h)} \, dt
\end{aligned} \tag{3-2-7}$$

Observando que  $(c_{hjl}^{I/Q}(t))^2 = 1$  conforme (2-2-22) e (2-2-23), e que em função dos requisitos de sincronismo de símbolo na recepção, o sinal  $b_{hjl}^I(t)$  permanece constante e igual a  $\hat{A}_{hjl}^I(m_0)$  no intervalo de integração  $m_0 T_{hj}$  a  $(m_0 + 1)T_{hj}$ , a expressão para  $\hat{A}_{hjl}^I$  é dada por

$$\hat{A}_{hjl}^I = \eta_{hjl}^I + \beta_{hjl}^I + \gamma_{hjl}^I \tag{3-2-8}$$

onde

$$\eta_{hjl}^I = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \tag{3-2-9}$$

é a parcela de interferência causada pelo ruído aditivo gaussiano no canal;

$$\beta_{hjl}^I = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} A_{hjl}^I(m_0) T_{hj} \tag{3-2-10}$$

é a parcela que contém a informação produzida pelo usuário  $hjl$ ; e

$$\begin{aligned}
\gamma_{hjl}^I = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{gik}^{(h)} dt \\
& - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{gik}^{(h)} dt
\end{aligned} \tag{3-2-11}$$

é a parcela de interferência causada pelos demais usuários que compartilham o canal de comunicação em todas as células do sistema multitaxa, denominada interferência de múltiplo acesso. Pela expressão (3-2-11) observa-se que a interferência de múltiplo acesso é minimizada se os códigos de espalhamento utilizados no sistema multitaxa apresentam baixa correlação cruzada [Sar80] [Mar97].

A partir de considerações análogas às utilizadas no desenvolvimento da expressão para  $\hat{A}_{hjl}^I$ , obtém-se a expressão para a componente  $\hat{A}_{hjl}^Q = \hat{A}_{hjl}^Q(m_0)$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$ :

$$\hat{A}_{hjl}^Q = \eta_{hjl}^Q + \beta_{hjl}^Q + \gamma_{hjl}^Q \tag{3-2-12}$$

onde

$$\eta_{hjl}^Q = - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^Q(t) \sin \omega t dt \tag{3-2-13}$$

$$\beta_{hjl}^Q = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} A_{hjl}^Q(m_0) T_{hj} \tag{3-2-14}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{hjl}^Q = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \sin \phi_{gik}^{(h)} dt \\
& + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{g=1}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \cos \phi_{gik}^{(h)} dt
\end{aligned} \tag{3-2-15}$$

observando porém que  $\hat{A}_{hjl}^Q$  é nula se o receptor  $hjl$  utiliza modulação binária pois  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado nesse caso.

### 3.2.2.2 - Modelo Estatístico

Para modelar estatisticamente a variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  são utilizados os resultados obtidos nos Apêndices A e B. No Apêndice A demonstra-se que as parcelas de interferência  $\eta_{hjl}^I$  e  $\eta_{hjl}^Q$  são variáveis aleatórias gaussianas com média e variância obtidas conforme (A-7), (A-8), (A-9) e (A-10) através de

$$E\{\eta_{hjl}^{I/Q}\} = 0 \quad (3-2-16)$$

$$Var\{\eta_{hjl}^{I/Q}\} = \frac{N_0 T_{hj}}{4} \quad (3-2-17)$$

Quanto às parcelas de interferência de múltiplo acesso, representadas por  $\gamma_{hjl}^I$  e  $\gamma_{hjl}^Q$ , demonstra-se em [Ott95] e [Yao77] que podem ser aproximadas por variáveis aleatórias gaussianas se a relação sinal-ruído é baixa e o número de usuários interferentes é grande (ou número de usuários pequeno porém com ganho de processamento alto), quando o teorema do limite central [Pro95] pode ser aplicado. No Apêndice B demonstra-se que, se é assumido que

- os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os símbolos que os compõem são equiprováveis e têm média nula;
- os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os chips +1 e -1 que os compõem são equiprováveis;
- os atrasos  $\tau_{gik}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $T_{gi}$ ;
- as fases  $\phi_{gik}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ ;

- as variáveis aleatórias  $b_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $c_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $\tau_{gik}^{(h)}$  e  $\phi_{gik}^{(h)}$  que compõem o sinal de um mesmo usuário ou de usuários distintos são independentes;
- símbolos consecutivos em um sinal de informação  $b_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes;
- chips consecutivos de um código de espalhamento  $c_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes;
- os diversos códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  utilizados no sistema são independentes;
- as fases  $\phi_{gik}^{(h)}$  dos sinais dos diversos usuários do sistema são independentes;

então as médias e variâncias das parcelas de interferência  $\gamma_{hjl}^I$  e  $\gamma_{hjl}^Q$  são calculadas conforme (B-22), (B-23), (B-39) e (B-40) como

$$E\{\gamma_{hjl}^{I/Q}\} = 0 \quad (3-2-18)$$

$$Var\{\gamma_{hjl}^{I/Q}\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{\overline{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} \quad (3-2-19)$$

Definindo a potência média total com que os demais usuários do sistema interferem no receptor  $hjl$ , a partir de (3-1-3) e (3-1-4), como:

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{\overline{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} \quad (3-2-20)$$

então a expressão da variância em (3-2-19) pode ser escrita como

$$Var\{\gamma_{hjl}^{I/Q}\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{\overline{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} = \frac{T_{hj}T_c}{6} S_{MAI}^{(hjl)} \quad (3-2-21)$$



A partir dessas considerações, se é assumido que  $\eta_{hjl}^{I/Q}$  e  $\gamma_{hjl}^{I/Q}$  são variáveis aleatórias gaussianas independentes então as componentes  $\hat{A}_{hjl}^I$  e  $\hat{A}_{hjl}^Q$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  são variáveis aleatórias gaussianas [Sta94]. Nesse caso, a função densidade de probabilidade de  $\hat{A}_{hjl}^{I/Q}$  dado que um símbolo  $Z_{hj,y} = Z_{hj,y}^I + jZ_{hj,y}^Q$  foi transmitido em  $m = m_0$  é [Pro95]

$$p(\hat{A}_{hjl}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}} \exp\left(-\frac{(\hat{A}_{hjl}^{I/Q} - E\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\})^2}{2 \text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}\right) \quad (3-2-22)$$

onde

$$\begin{aligned} E\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\} &= E\{\eta_{hjl}^{I/Q}\} + E\{\beta_{hjl}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\} + E\{\gamma_{hjl}^{I/Q}\} \\ &= \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} Z_{hj,y}^{I/Q} T_{hj} \end{aligned} \quad (3-2-23)$$

e

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\} &= \text{Var}\{\eta_{hjl}^{I/Q}\} + \text{Var}\{\beta_{hjl}^{I/Q}\} + \text{Var}\{\gamma_{hjl}^{I/Q}\} \\ &= \frac{N_0 T_{hj}}{4} + \frac{T_{hj} T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{6} \end{aligned} \quad (3-2-24)$$

conforme (3-2-8), (3-2-10), (3-2-12), (3-2-14), (3-2-16), (3-2-17), (3-2-18) e (3-2-21).

### 3.3 - PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT

#### 3.3.1 - Definição

O desempenho dos sistemas de comunicação digital pode ser avaliado observando as diferenças entre as sequências binárias na entrada e saída do sistema, que ocorrem em virtude de detecção incorreta nos receptores, e que podem ser caracterizadas pela probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação. Com base nos modelos e notações definidos no capítulo 2, a probabilidade de erro de bit na saída de um receptor multitaxa que demodula e detecta a sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  é obtida através de

$$P_{B,hjl} = P(a_{hjl}(n) = 1)P(\hat{a}_{hjl}(n) = 0 | a_{hjl}(n) = 1) + P(a_{hjl}(n) = 0)P(\hat{a}_{hjl}(n) = 1 | a_{hjl}(n) = 0) \quad (3-3-1)$$

No modelo para receptor multitaxa proposto no item 2.3, os bits na saída do sistema são determinados a partir das decisões de um circuito de detecção, que compara a variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  com  $M_{hj}$  regiões de decisão  $D_{hj,y}$ , cada uma associada a um símbolo  $Z_{hj,y}$ . Nesse modelo, os erros na identificação dos bits ocorrem quando um símbolo transmitido não é detectado corretamente no receptor, ou seja, quando a variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  não é mapeada na região de decisão  $D_{hj,y}$  correspondente ao símbolo  $Z_{hj,y}$  transmitido. Dessa forma, define-se a probabilidade de se detectar incorretamente um símbolo transmitido, ou probabilidade de erro de símbolo, no receptor  $hjl$  como

$$P_{E,hjl} = \sum_{y=1}^{M_{hj}} P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) P(\hat{A}_{hjl} \notin D_{hj,y} | A_{hjl} = Z_{hj,y}) \quad (3-3-2)$$

Para o cálculo da probabilidade de erro de bit é necessário conhecer o número de bits errados resultante do mapeamento da variável de decisão em cada região de decisão  $D_{hj,y}$  incorreta, quando um determinado símbolo é transmitido. Dessa forma, define-se a

probabilidade de erro de bit no receptor  $hjl$  como

$$P_{B,hjl} = \sum_{y=1}^{M_{hj}} P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq y}}^{M_{hj}} \frac{n_{hj}(x,y)}{\log_2 M_{hj}} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,x} \mid A_{hjl} = Z_{hj,y}) \quad (3-3-3)$$

onde

- as regiões de decisão  $D_{hj,x}$  implementadas no circuito de detecção do receptor são definidas pelos limiares de decisão  $\mu_{\text{inf},hj,x}^I$ ,  $\mu_{\text{sup},hj,x}^I$ ,  $\mu_{\text{inf},hj,x}^Q$  e  $\mu_{\text{sup},hj,x}^Q$ , que dependem das probabilidades de ocorrência dos bits 0 e 1 na sequência de informação na entrada do sistema, dos símbolos utilizados na solução de modulação de dados adotada no transmissor correspondente e das características das alterações que o canal de comunicação introduz nos sinais transmitidos [Lat89]; e
- $n_{hj}(x,y)$  é o número de bits diferentes entre as sequências de  $q_{hj} = \log_2 M_{hj}$  bits representadas pelos símbolos  $Z_{hj,x}$  e  $Z_{hj,y}$ .

### 3.3.2 - Modulação Binária ( $M_{hj} = 2$ )

Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação de dados binária definida no sub-ítem 2.2.2.2 então  $M_{hj}$  é igual a 2 e apenas dois símbolos,  $Z_{hj,1}$  e  $Z_{hj,2}$ , podem ser transmitidos, cada um representando um bit. Neste caso,

$$n_{hj}(1,2) = n_{hj}(2,1) = 1 \quad (3-3-4)$$

e a probabilidade de erro de bit na saída do receptor  $hjl$  é determinada conforme (3-3-3) e (3-3-4) por

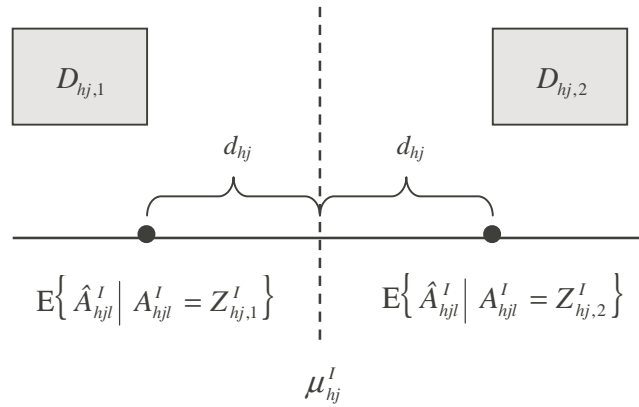
$$P_{B,hjl} = P(A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I)P(\hat{A}_{hjl}^I \in D_{hj,2} | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I) + P(A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I)P(\hat{A}_{hjl}^I \in D_{hj,1} | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I) \quad (3-3-5)$$

pois  $A_{hjl} = A_{hjl}^I$ ,  $\hat{A}_{hjl} = \hat{A}_{hjl}^I$  e  $Z_{hj,y} = Z_{hj,y}^I$  uma vez que  $A_{hjl}^Q$ ,  $\hat{A}_{hjl}^Q$  e  $Z_{hj,y}^Q$  são nulas para modulação binária.

Se é assumido que os símbolos  $Z_{hj,1}$  e  $Z_{hj,2}$  são equiprováveis, ou seja,

$$P(A_{hjl} = Z_{hj,1} = Z_{hj,1}^I) = P(A_{hjl} = Z_{hj,2} = Z_{hj,2}^I) = \frac{1}{2} \quad (3-3-6)$$

e que  $\hat{A}_{hjl} = \hat{A}_{hjl}^I$  é uma variável aleatória gaussiana conforme proposto no sub-item 3.2.2.2, então a solução de detecção ótima envolve a definição do limiar de decisão  $\mu_{hj}^I$  como ponto médio entre os valores médios dessa variável de decisão [Lat89], conforme definido na figura 3.3.1.



**Figura 3.3.1 – Limiar de Decisão na Modulação Binária**

O limiar de decisão  $\mu_{hj}^I$  e o parâmetro  $d_{hj}$  definidos na figura 3.3.1 são calculados a partir dos resultados em (3-2-23) e (2-2-5) como

$$\mu_{hj}^I = \frac{E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I\} + E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I\}}{2} = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} T_{hj} \left( \frac{Z_{hj,1}^I + Z_{hj,2}^I}{2} \right) = 0 \quad (3-3-7)$$

e

$$\begin{aligned} d_{hj} &= E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I\} - \mu_{hj}^I = \mu_{hj}^I - E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I\} \\ &= \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} Z_{hj,2}^I T_{hj} = \sqrt{\frac{P_{hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 F_{hj}^2 T_{hj}^2}{2}} = \sqrt{\frac{\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 T_{hj}}{2}} \end{aligned} \quad (3-3-8)$$

onde  $\bar{E}_{S,hjl}$  é a energia média de símbolo no transmissor  $hjl$  definida em (2-2-34).

A partir das expressões (3-3-5) e (3-3-6), e da definição das regiões de decisão na figura 3.3.1, se obtém a expressão para probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  quando o enlace de comunicação estabelecido utiliza a solução de modulação de dados binária:

$$\begin{aligned} P_{B,hjl} &= P(A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I) P(\hat{A}_{hjl}^I \in D_{hj,2} | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I) + P(A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I) P(\hat{A}_{hjl}^I \in D_{hj,1} | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I) \\ &= \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I > \mu_{hj}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I) + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I < \mu_{hj}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I) \\ &= \frac{1}{2} \int_{\mu_{hj}^I}^{\infty} p(\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I) d\hat{A}_{hjl}^I + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\mu_{hj}^I} p(\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I) d\hat{A}_{hjl}^I \\ &= \frac{1}{2} Q\left(\frac{\mu_{hj}^I - E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1}^I\}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^I\}}}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,2}^I\} - \mu_{hj}^I}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^I\}}}\right) \\ &= Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^I\}}}\right) \end{aligned} \quad (3-3-9)$$

onde  $p(\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,y}^I)$  é a função densidade de probabilidade da variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}^I$  dado que  $Z_{hj,y}^I$  foi transmitido, definida em (3-2-22), e a função  $Q(x)$  é definida como

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\alpha^2/2\right) d\alpha \quad (3-3-10)$$

Utilizando os resultados obtidos em (3-3-8) e (3-2-24), e a definição da relação sinal-ruído por bit  $(SNR)_{hjl}$  em (3-1-5), a expressão da probabilidade de erro de bit em (3-3-9) resulta em

$$P_{B,hjl} = Q\left(\left(\frac{N_0}{2\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right) = Q\left(\left(\frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (3-3-11)$$

### 3.3.3 - Modulação Quaternária ( $M_{hj} = 4$ )

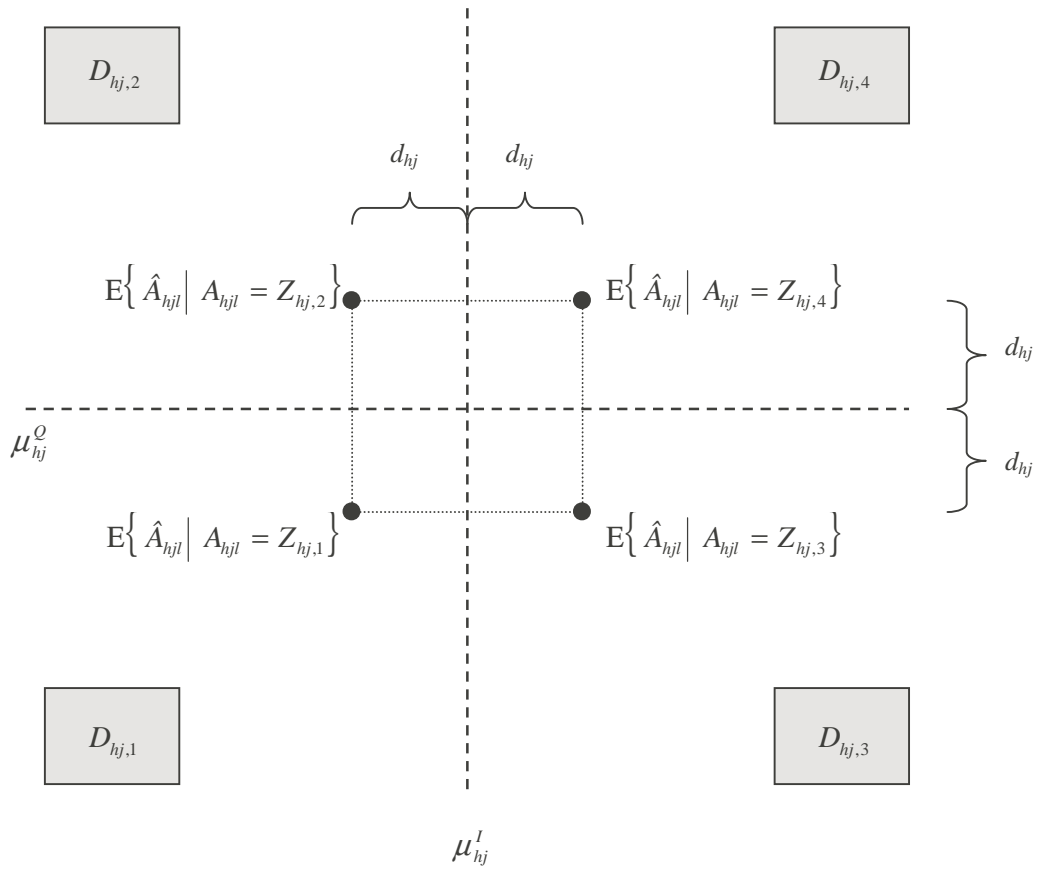
Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação de dados quaternária, que é a solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 com  $M_{hj}$  igual a 4, então apenas quatro símbolos  $Z_{hj,y}$  podem ser transmitidos, cada um representando uma combinação distinta de dois bits. Neste caso, define-se a probabilidade de erro de bit na saída do receptor  $hjl$  a partir de (3-3-3) como

$$P_{B,hjl} = \sum_{y=1}^4 P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq y}}^4 \frac{n_{hj}(x,y)}{2} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,x} | A_{hjl} = Z_{hj,y}) \quad (3-3-12)$$

Se é assumido que os símbolos  $Z_{hj,y}$  são equiprováveis, ou seja,

$$P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) = \frac{1}{4}, \quad y = 1, \dots, 4 \quad (3-3-13)$$

e que as componentes  $\hat{A}_{hjl}^I$  e  $\hat{A}_{hjl}^Q$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  são variáveis aleatórias gaussianas, conforme proposto no sub-item 3.2.2.2, então a solução de detecção ótima envolve a definição dos limiares de decisão  $\mu_{hj}^I$  e  $\mu_{hj}^Q$  como pontos médios entre os valores médios dessas componentes [Lat89], conforme definido na figura 3.3.2.



**Figura 3.3.2 – Limiares de Decisão na Modulação Quaternária**

Os limiares de decisão  $\mu_{hj}^I$  e  $\mu_{hj}^Q$  e o parâmetro  $d_{hj}$  definidos na figura 3.3.2 são calculados a partir dos resultados em (3-2-23), (2-2-8) e (2-2-9) como

$$\begin{aligned}\mu_{hj}^I &= \frac{E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1/2}^I\} + E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,3/4}^I\}}{2} = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} T_{hj} \left( \frac{Z_{hj,1/2}^I + Z_{hj,3/4}^I}{2} \right) = 0 \\ \mu_{hj}^Q &= \frac{E\{\hat{A}_{hjl}^Q | A_{hjl}^Q = Z_{hj,1/3}^Q\} + E\{\hat{A}_{hjl}^Q | A_{hjl}^Q = Z_{hj,2/4}^Q\}}{2} = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} T_{hj} \left( \frac{Z_{hj,1/3}^Q + Z_{hj,2/4}^Q}{2} \right) = 0\end{aligned}\quad (3-3-14)$$

e

$$\begin{aligned}d_{hj} &= E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,3/4}^I\} - \mu_{hj}^I = \mu_{hj}^I - E\{\hat{A}_{hjl}^I | A_{hjl}^I = Z_{hj,1/2}^I\} \\ &= E\{\hat{A}_{hjl}^Q | A_{hjl}^Q = Z_{hj,2/4}^Q\} - \mu_{hj}^Q = \mu_{hj}^Q - E\{\hat{A}_{hjl}^Q | A_{hjl}^Q = Z_{hj,1/3}^Q\} \\ &= \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} Z_{hj,4}^I T_{hj} = \sqrt{\frac{P_{hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 F_{hj}^2 T_{hj}^2}{2}} = \sqrt{\frac{\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 T_{hj}}{4}}\end{aligned}\quad (3-3-15)$$

onde  $\bar{E}_{S,hjl}$  é a energia média de símbolo no transmissor  $hjl$  definida em (2-2-35).

De acordo com a configuração de símbolos definida na figura 3.3.2, a probabilidade de erro de bit é minimizada se os conjuntos de bits associados aos símbolos  $Z_{hj,y}$  são tais que a diferença entre símbolos adjacentes seja de um bit e a diferença entre símbolos opostos seja de dois bits, ou seja,

$$\begin{aligned}n_{hj}(1, 2) &= n_{hj}(1, 3) = n_{hj}(2, 1) = n_{hj}(3, 1) = 1 \\ n_{hj}(2, 4) &= n_{hj}(3, 4) = n_{hj}(4, 2) = n_{hj}(4, 3) = 1 \\ n_{hj}(1, 4) &= n_{hj}(4, 1) = 2 \\ n_{hj}(2, 3) &= n_{hj}(3, 2) = 2\end{aligned}\quad (3-3-16)$$

A partir das expressões (3-3-12), (3-3-13) e (3-3-16), e da definição das regiões de decisão na figura 3.3.2, se obtém a expressão para probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  quando o enlace de comunicação estabelecido utiliza a solução de modulação de dados quaternária:



$$\begin{aligned}
P_{B,hjl} &= \sum_{y=1}^4 \frac{1}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq y}}^4 \frac{n_{hj}(x,y)}{2} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,x} \mid A_{hjl} = Z_{hj,y}) \\
&= \frac{2}{2} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,1} \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,2} \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&\quad + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,3} \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&= \frac{2}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I < \mu_{hj}^I, \hat{A}_{hjl}^Q < \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I < \mu_{hj}^I, \hat{A}_{hjl}^Q > \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&\quad + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I > \mu_{hj}^I, \hat{A}_{hjl}^Q < \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&= \frac{2}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I < \mu_{hj}^I \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) P(\hat{A}_{hjl}^Q < \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&\quad + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I < \mu_{hj}^I \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) P(\hat{A}_{hjl}^Q > \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&\quad + \frac{1}{2} P(\hat{A}_{hjl}^I > \mu_{hj}^I \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) P(\hat{A}_{hjl}^Q < \mu_{hj}^Q \mid A_{hjl} = Z_{hj,4}) \\
&= \frac{2}{2} Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}}\right) Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}}\right) + 2 \frac{1}{2} Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}}\right) \left(1 - Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}}\right)\right) \\
&= Q\left(\frac{d_{hj}}{\sqrt{\text{Var}\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}}\right) \tag{3-3-17}
\end{aligned}$$

que, utilizando a definição da relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$  em (3-1-5) e os resultados obtidos em (3-3-15) e (3-2-24), resulta em

$$P_{B,hjl} = Q\left(\left(\frac{N_0}{\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2} + \frac{2T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right) = Q\left(\left(\frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right) \tag{3-3-18}$$

### 3.3.4 - Modulação M-ária ( $M_{hj} \geq 16$ )

A probabilidade de erro de bit na saída do receptor  $hjl$  quando o enlace de comunicação estabelecido utiliza a solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 com  $M_{hj}$  maior ou igual a 16, é definida a partir de (3-3-3) como

$$P_{B,hjl} = \sum_{y=1}^{M_{hj}} P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq y}}^{M_{hj}} \frac{n_{hj}(x, y)}{\log_2 M_{hj}} P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,x} \mid A_{hjl} = Z_{hj,y}) \quad (3-3-19)$$

Conforme observado nos sub-itens anteriores para outros casos de modulação de dados, o desenvolvimento da expressão para probabilidade de erro de bit exige que sejam conhecidas as regras de mapeamento de bits nos  $M_{hj}$  símbolos possíveis, possibilitando identificar com quantos erros de bit contribui cada erro de símbolo possível. No caso em que  $M_{hj}$  é maior ou igual a 16, o número de possibilidades para as regras de mapeamento de bits é grande, dificultando essa identificação e consequentemente a definição dos valores para  $n_{hj}(x, y)$ .

Uma forma de abordar esse problema é definir  $n_{hj}(x, y)$  por um valor médio, único para todo  $x \neq y$ . Esse valor, representado neste estudo por  $n_{hj}$ , seria função do nível de modulação  $M_{hj}$ , das regras de mapeamento de bits nos símbolos  $Z_{hj,y}$ , da probabilidade de ocorrência desses símbolos e da definição das regiões de decisão  $D_{hj,y}$  para detecção. Dessa forma, assumindo que  $n_{hj}(x, y) = n_{hj}$  para todo  $x \neq y$ , com

$$1 < n_{hj} < \log_2 M_{hj} \quad (3-3-20)$$

define-se a probabilidade de erro de bit na saída do receptor  $hjl$  a partir de (3-3-19) como

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj} P_{E,hjl}}{\log_2 M_{hj}} \quad (3-3-21)$$

sendo a probabilidade de erro de símbolo  $P_{E,hjl}$  calculada através de

$$\begin{aligned}
P_{E,hjl} &= \sum_{y=1}^{M_{hj}} P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) P(\hat{A}_{hjl} \notin D_{hj,y} \mid A_{hjl} = Z_{hj,y}) \\
&= 1 - \sum_{y=1}^{M_{hj}} P(A_{hjl} = Z_{hj,y}) P(\hat{A}_{hjl} \in D_{hj,y} \mid A_{hjl} = Z_{hj,y}) \\
&= 1 - \left( 1 - \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} P(A_{hjl}^I = Z_{hj,y}^I) P(\hat{A}_{hjl}^I \notin D_{hj,y}^I \mid A_{hjl}^I = Z_{hj,y}^I) \right) \\
&\quad \times \left( 1 - \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} P(A_{hjl}^Q = Z_{hj,y}^Q) P(\hat{A}_{hjl}^Q \notin D_{hj,y}^Q \mid A_{hjl}^Q = Z_{hj,y}^Q) \right) \\
&= 1 - (1 - P_{E,hjl}^I) (1 - P_{E,hjl}^Q)
\end{aligned} \tag{3-3-22}$$

onde  $P_{E,hjl}^I$  e  $P_{E,hjl}^Q$  são respectivamente as probabilidades de erro na detecção das componentes  $Z_{hj,y}^I$  e  $Z_{hj,y}^Q$  dos símbolos  $Z_{hj,y}$  transmitidos; e  $D_{hj,y}^I$  e  $D_{hj,y}^Q$  são regiões de decisão associadas às componentes  $Z_{hj,y}^I$  e  $Z_{hj,y}^Q$  respectivamente.

Conforme as definições em (2-2-8), (2-2-9) e (2-2-10), as componentes  $Z_{hj,y}^I$  e  $Z_{hj,y}^Q$  podem assumir  $\sqrt{M_{hj}}$  valores distintos. Se é assumido que esses  $\sqrt{M_{hj}}$  valores ocorrem com a mesma probabilidade, tanto em  $Z_{hj,y}^I$  como em  $Z_{hj,y}^Q$ , ou seja,

$$P(A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) = \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}}, \quad y = 1, \dots, M_{hj} \tag{3-3-23}$$

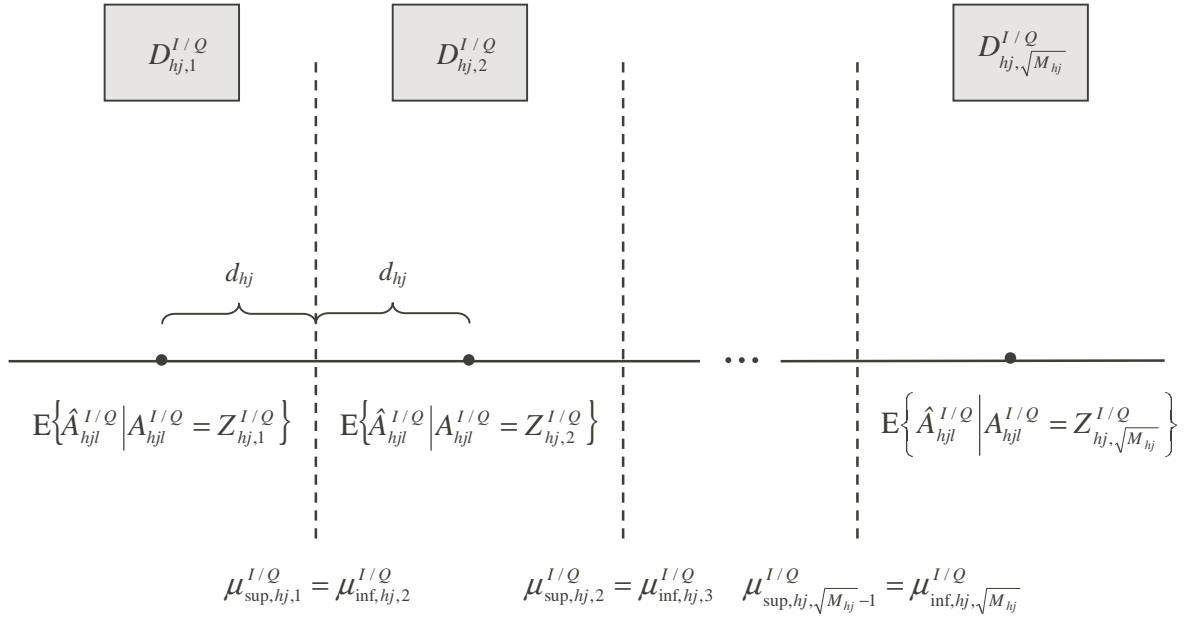
então  $P_{E,hjl}^I$  e  $P_{E,hjl}^Q$  são iguais e passam a ser representadas neste estudo por  $P_{E,hjl}^{I/Q}$ . A probabilidade de erro de símbolo  $P_{E,hjl}$  nesse caso é dada a partir de (3-3-22) e (3-3-23) por

$$P_{E,hjl} = P_{E,hjl}^{I/Q} (2 - P_{E,hjl}^{I/Q}) \quad (3-3-24)$$

onde

$$P_{E,hjl}^{I/Q} = \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}} P(\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \notin D_{hj,y}^{I/Q} \mid A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) \quad (3-3-25)$$

Se é assumido que as componentes  $\hat{A}_{hjl}^I$  e  $\hat{A}_{hjl}^Q$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$  são variáveis aleatórias gaussianas conforme proposto no sub-ítem 3.2.2.2, então a solução de detecção ótima envolve a definição dos limiares de decisão  $\mu_{\text{inf},hj,y}^I$ ,  $\mu_{\text{sup},hj,y}^I$ ,  $\mu_{\text{inf},hj,y}^Q$  e  $\mu_{\text{sup},hj,y}^Q$  como pontos médios entre os valores médios dessas componentes [Lat89], conforme definido na figura 3.3.3.



**Figura 3.3.3 – Limiares de Decisão na Modulação M-ária com  $M_{hj} \geq 16$**

De acordo com a figura 3.3.3, são definidos os limiares de decisão

$$\mu_{\text{inf},hj,y}^{I/Q} = \begin{cases} -\infty & , \quad y = 1 \\ \frac{\text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\right\} + \text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y-1}^{I/Q}\right\}}{2} & , \quad y = 2, \dots, \sqrt{M_{hj}} \end{cases} \quad (3-3-26)$$

$$\mu_{\text{sup},hj,y}^{I/Q} = \begin{cases} \frac{\text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\right\} + \text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y+1}^{I/Q}\right\}}{2} & , \quad y = 1, \dots, \sqrt{M_{hj}} - 1 \\ +\infty & , \quad y = \sqrt{M_{hj}} \end{cases} \quad (3-3-27)$$

e o parâmetro

$$\begin{aligned} d_{hj} &= \text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\right\} - \mu_{\text{inf},hj,y}^{I/Q} & , \quad y = 2, \dots, \sqrt{M_{hj}} \\ &= \mu_{\text{sup},hj,y}^{I/Q} - \text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\right\} & , \quad y = 1, \dots, \sqrt{M_{hj}} - 1 \end{aligned} \quad (3-3-28)$$

que é calculado a partir de (2-2-8), (2-2-9) e (3-2-23) como

$$\begin{aligned} d_{hj} &= \frac{\text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y+1}^{I/Q}\right\} - \text{E}\left\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \middle| A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\right\}}{2} \\ &= \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjl}^{(h)} T_{hj} \left( \frac{Z_{hj,y+1}^{I/Q} - Z_{hj,y}^{I/Q}}{2} \right) = \sqrt{\frac{P_{hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 F_{hj}^2 T_{hj}^2}{2}} = \sqrt{\frac{3\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjl}^{(h)})^2 T_{hj}}{4(M_{hj} - 1)}} \end{aligned} \quad (3-3-29)$$

onde  $\bar{E}_{S,hjl}$  é a energia média de símbolo no transmissor  $hjl$  definida em (2-2-35).

A partir das expressões (3-3-21), (3-3-24) e (3-3-25), e da definição das regiões de decisão na figura 3.3.3, se obtém a expressão para probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  quando o

enlace de comunicação estabelecido utiliza a modulação de dados M-ária com  $M_{hj} \geq 16$ :

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjl}^{I/Q} (2 - P_{E,hjl}^{I/Q}) \quad (3-3-30)$$

onde

$$\begin{aligned} P_{E,hjl}^{I/Q} &= \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}} P(\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \notin D_{hj,y}^{I/Q} \mid A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) \\ &= \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}} P(\hat{A}_{hjl}^{I/Q} < \mu_{\inf,hj,y}^{I/Q}, \hat{A}_{hjl}^{I/Q} > \mu_{\sup,hj,y}^{I/Q} \mid A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}} \sum_{y=1}^{\sqrt{M_{hj}}} \left( Q\left( \frac{E\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \mid A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\} - \mu_{\inf,hj,y}^{I/Q}}{\sqrt{Var\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}} \right) + Q\left( \frac{\mu_{\sup,hj,y}^{I/Q} - E\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q} \mid A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\}}{\sqrt{Var\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}} \right) \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{M_{hj}}} (2\sqrt{M_{hj}} - 2) Q\left( \frac{d_{hj}}{\sqrt{Var\{\hat{A}_{hjl}^{I/Q}\}}} \right) \end{aligned} \quad (3-3-31)$$

que, utilizando a definição da relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$  em (3-1-5) e os resultados obtidos em (3-3-29) e (3-2-24), resulta em

$$\begin{aligned} P_{E,hjl}^{I/Q} &= \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q\left( \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3} \left( \frac{N_0}{2\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjl}^{(h)})^2} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q\left( \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3\log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (3-3-32)$$

### 3.3.5 - Comparação das Soluções de Modulação

A partir das expressões para probabilidade de erro de bit em canais AWGN obtidas nos sub-itens anteriores, são comparados os desempenhos em sistemas que adotam as diferentes soluções de modulação de dados propostas neste estudo.

No sub-item 3.3.2 demonstra-se que se um enlace de comunicação  $hjl$  utiliza modulação binária ( $M_{hj} = 2$ ) definida conforme o sub-item 2.2.2.2, a probabilidade de erro de bit no receptor  $hjl$  é dada conforme (3-3-11) por

$$P_{B,hjl} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3-3-33)$$

A mesma expressão é obtida no sub-item 3.3.3 para enlaces de comunicação que utilizam modulação quaternária ( $M_{hj} = 4$ ) definida conforme o sub-item 2.2.2.3, ou seja, para uma mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , mesmo nível de potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$ , e mesma relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$ , enlaces de comunicação que utilizam modulação binária e quaternária apresentam a mesma probabilidade de erro de bit.

Para ilustrar essa consideração, sejam dois sistemas I e II com o mesmo número de usuários, sendo que o sistema I utiliza modulação binária enquanto o sistema II utiliza modulação quaternária. Se todos os usuários nos dois sistemas apresentam a mesma relação sinal-ruído por bit na recepção, então a energia média de símbolo do sinal de um usuário do sistema II na recepção é o dobro da energia média de símbolo do sinal de um usuário do sistema I. Assumindo ainda que todos os usuários nos dois sistemas transmitem com a mesma taxa de bits, então: a taxa de símbolos no sistema II é metade da taxa de símbolos no sistema I; todos os usuários nos dois sistemas apresentam a mesma potência na recepção; e consequentemente a potência interferente é a mesma para todos os usuários nos dois sistemas. Assumindo adicionalmente que a mesma banda é utilizada nos dois sistemas, o que implica em mesma taxa de chip, se verifica que a probabilidade de erro de bit nos dois sistemas, calculada através de (3-3-33), é a mesma. Em resumo, a potência ou

a energia de bit necessária para que um usuário atenda simultaneamente um determinado requisito de taxa de bits e desempenho é a mesma quando se utiliza modulação binária ou quaternária.

No sub-item 3.3.4 demonstra-se que se um enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a modulação M-ária definida conforme o sub-item 2.2.2.3, com nível de modulação  $M_{hj}$  maior ou igual a 16, a probabilidade de erro de bit no receptor  $hjl$  é dada, conforme (3-3-30) e (3-3-32), por

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjl}^{I/Q} (2 - P_{E,hjl}^{I/Q}) \quad (3-3-34)$$

com

$$P_{E,hjl}^{I/Q} = \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q \left( \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3-3-35)$$

que para  $P_{E,hjl}^{I/Q} \ll 1$  pode ser aproximada por

$$P_{B,hjl} = \frac{4 n_{hj} (\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}} \log_2 M_{hj}} Q \left( \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3-3-36)$$

Pela expressão (3-3-36) se verifica que, para uma mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , mesmo nível de potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$ , e mesma relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$ , quanto maior o nível de modulação  $M_{hj}$  na solução M-ária, maior é a probabilidade de erro de bit pois o termo



$$\frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \quad (3-3-37)$$

crece conforme se aumenta  $M_{hj}$  e o termo

$$\frac{4 n_{hj} (\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}} \log_2 M_{hj}} \quad (3-3-38)$$

não é suficientemente pequeno. Da mesma forma, comparando (3-3-36) e (3-3-33) se verifica que as soluções que utilizam modulação binária ou quaternária apresentam menor probabilidade de erro de bit que as soluções que utilizam modulação M-ária, para um mesmo  $T_c^{-1}$ ,  $S_{MAI}^{(hjl)}$  e  $(SNR)_{hjl}$ .

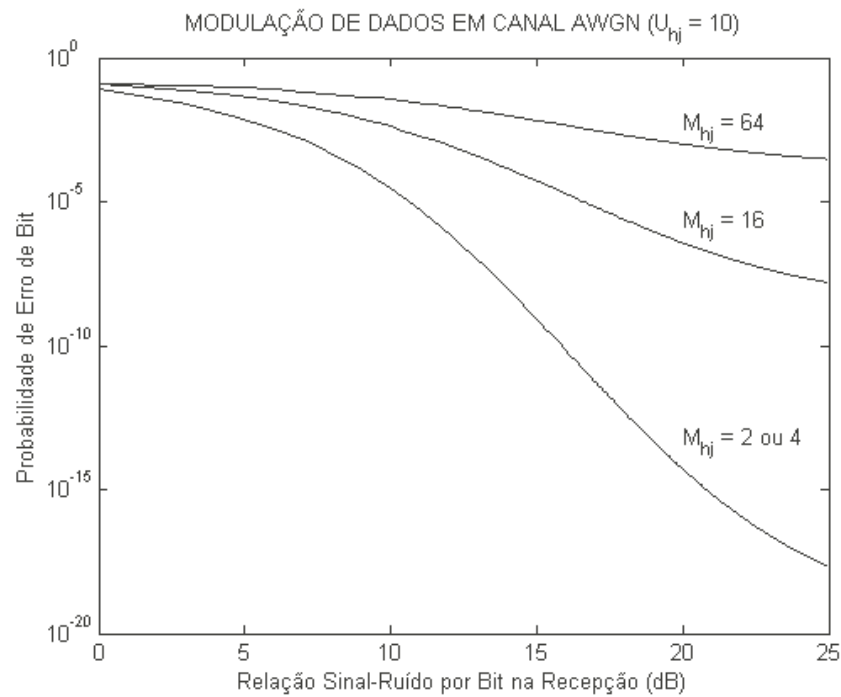
A comparação das diversas soluções de modulação de dados propostas está ilustrada nas figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6, que mostram como a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  em um enlace de comunicação  $hjl$  varia conforme sua relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$ , em um sistema composto por uma única célula  $h$ , onde todos os usuários transmitem com a mesma taxa de bits  $R_{hj}$  e apresentam a mesma potência na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$ . Nesse caso, a potência total interferente no receptor  $hjl$  é dada conforme (3-2-20) e (3-1-6) por

$$S_{MAI}^{(hjl)} = (U_{hj} - 1) S_{hjl}^{(h)} = (U_{hj} - 1) (SNR)_{hjl} R_{hj} N_0 \quad (3-3-39)$$

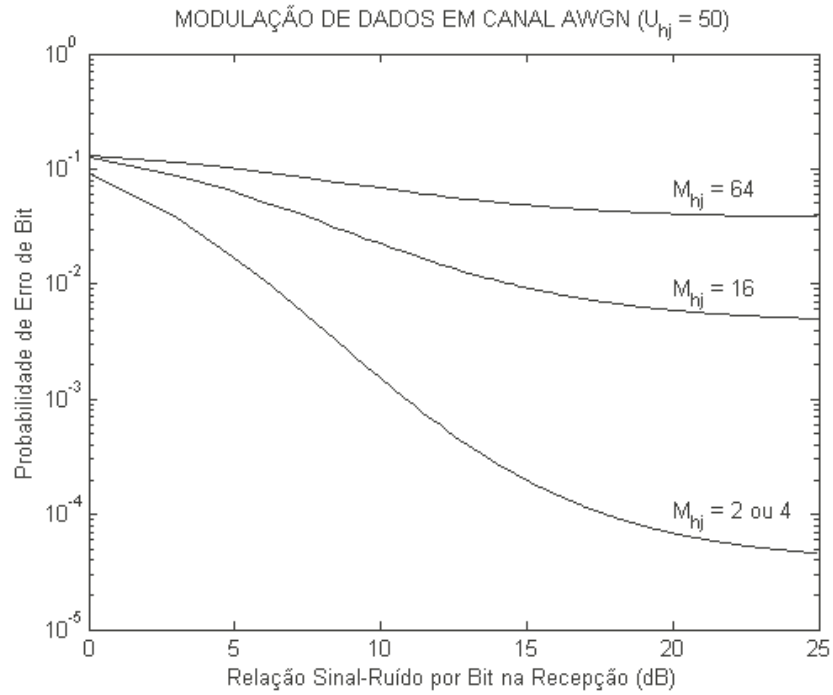
As figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6 foram obtidas utilizando a rotina *modulacao\_awgn.m*, desenvolvidas em *software* Matlab e apresentada no Anexo, que calcula a probabilidade de erro de bit a partir das expressões (3-3-33), (3-3-34) e (3-3-35). Os seguintes parâmetros foram adotados para obtenção dos resultados apresentados:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 256 \times 14400 = 3,6864$  Mcps;

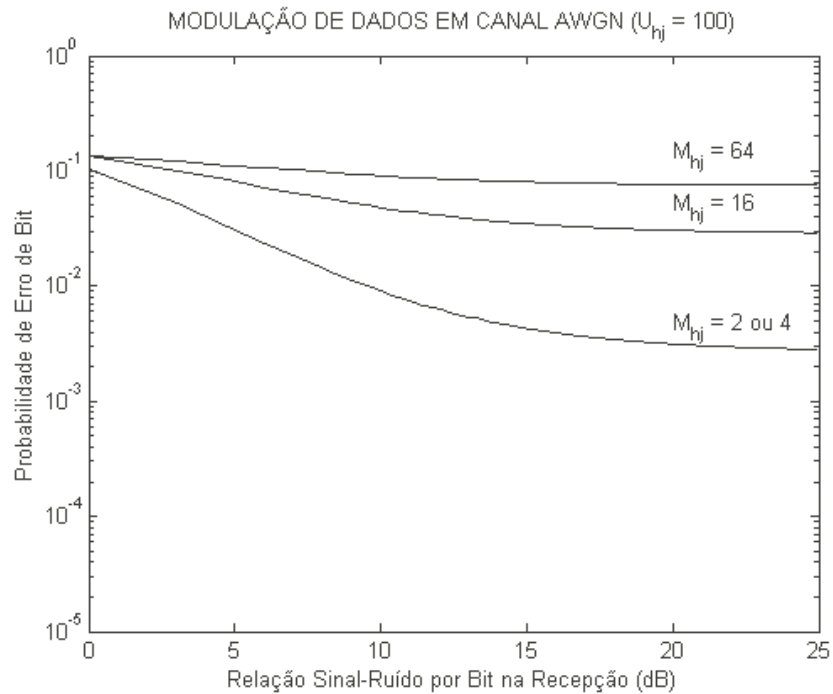
- taxa de bits  $R_{hj} = 14400$  bps;
- número de usuários no sistema  $U_{hj}$  igual a 10, 50 ou 100, respectivamente nas figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6;
- níveis de modulação  $M_{hj} = 2$  (que apresenta o mesmo resultado que  $M_{hj} = 4$ ),  $M_{hj} = 16$  e  $M_{hj} = 64$ ;
- $n_{hj} = 1$ , o que significa que os resultados para modulação M-ária correspondem a uma probabilidade de erro de bit mínima.



**Figura 3.3.4 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com  $U_{hj} = 10$**



**Figura 3.3.5 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com  $U_{hj} = 50$**



**Figura 3.3.6 – Comparação de Modulação de Dados em Canal AWGN, com  $U_{hj} = 100$**

De acordo com as figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6, sistemas que adotam modulação binária e quaternária apresentam menor probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$ , para uma determinada relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$ , que sistemas que adotam soluções com maior nível de modulação, ou seja, exigem menor energia média de bit por usuário na recepção para atender um determinado requisito de desempenho  $P_{B,hj}$ .

Definindo

$$\Omega_{hj} = \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3 N_0 (SNR)_{hjl}} = \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c (U_{hj} - 1) R_{hj}}{3} \quad (3-3-40)$$

como um parâmetro de desempenho que, para modulação binária por exemplo, se relaciona com o requisito de desempenho  $P_{B,hj}$  conforme (3-3-33) por

$$P_{B,hj} = Q(\Omega_{hj}^{-0.5}) \quad (3-3-41)$$

se verifica que para um número maior de usuários  $U_{hj}$  no sistema, maior deve ser  $(SNR)_{hjl}$  para atender um determinado requisito de desempenho  $P_{B,hj}$ , o que é observado comparando as figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6.

Verifica-se também que existe um valor máximo de  $U_{hj}$ , definido por

$$U_{hj}^{MAX} = \frac{3\Omega_{hj}}{T_c R_{hj}} + 1 \quad (3-3-42)$$

acima do qual o sistema não atende o requisito de desempenho  $P_{B,hj}$ ; ou, de forma inversa, que um sistema com  $U_{hj}$  não atende requisitos de desempenho caracterizados por  $\Omega_{hj} < \Omega_{hj}^{MIN}$ , onde

$$\Omega_{hj}^{MIN} = \frac{(U_{hj} - 1) T_c R_{hj}}{3} \quad (3-3-43)$$

o que também é observado nas figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6 onde para cada curva define-se um limite inferior para probabilidade de erro de bit.

## **4 - DESEMPENHO EM CANAIS MULTI-PERCURSOS**

### **4.1 - CANAL MULTI-PERCURSO**

#### **4.1.1 - Definição**

No capítulo anterior empregou-se o modelo de propagação no espaço livre para caracterizar o canal de comunicação em sistemas celulares multitaxas. Neste capítulo, propõe-se um modelo mais preciso para descrever o canal de comunicação, no qual são consideradas as reflexões dos sinais nas superfícies que compõem o meio físico, além dos efeitos da difração e dispersão nesse meio. Esses fenômenos impõem múltiplos percursos à propagação dos sinais no canal, provocando flutuações aleatórias na amplitude e fase dos sinais na recepção. Em seguida são apresentados conceitos relevantes para caracterização de canais com múltiplos percursos [Ken69] [Pro95] [Sk197a].

Quando se transmite um sinal através de um canal com múltiplos percursos, o sinal resultante na recepção corresponde à soma das várias componentes que se propagam em cada um desses diversos percursos, caracterizados por fatores de atenuação e atrasos de propagação distintos e variantes no tempo em função de modificações na estrutura do meio físico. Em virtude principalmente da variação da fase em consequência dos atrasos de propagação, a combinação das componentes multi-percursos de um sinal pode ser construtiva em algumas frequências, porém destrutiva em outras. O desvanecimento se manifesta através da dispersão dos sinais em frequência, que é consequência da variação do canal no tempo, e da dispersão dos sinais no tempo.

As variações do comportamento do canal no tempo ocorrem devido às mudanças na estrutura do meio físico e à própria mobilidade dos usuários do sistema, que modificam as condições e cenários para reflexão, difração e dispersão dos sinais transmitidos. Essas

variações no tempo produzem a dispersão em frequência do sinal transmitido: o sinal resultante na recepção apresenta alargamento espectral em função das variações nas frequências das componentes multi-percursos, fenômeno conhecido como efeito Doppler. A variação temporal do canal multi-percurso é caracterizada no domínio do tempo pelo tempo de coerência, e no domínio da frequência pelo espalhamento Doppler. O tempo de coerência  $(\Delta t)_c$  de um canal corresponde ao intervalo de tempo no qual a resposta do canal é invariante, ou seja, está relacionado com a velocidade com que o canal modifica suas características. O espalhamento Doppler  $B_D$  consiste no alargamento espectral que o canal multi-percurso impõe aos sinais transmitidos. Em [Pro95] define-se que o espalhamento Doppler e o tempo de coerência se relacionam aproximadamente através de:

$$(\Delta t)_c \approx \frac{1}{B_D} \quad (4-1-1)$$

A partir do tempo de coerência e do espalhamento Doppler caracteriza-se o desvanecimento no canal como lento ou rápido. Nos conceitos que seguem define-se a banda  $B$  do sinal transmitido como aproximadamente igual à sua taxa de chip  $T_c^{-1}$ . Se o intervalo de tempo no qual a resposta do canal é invariante é grande quando comparado com a duração de chip do sinal transmitido, de modo que as características do canal não variam de forma significativa durante a transmissão de um chip, ou seja,  $(\Delta t)_c \gg T_c$ , então o canal apresenta desvanecimento lento. Por outro lado, se as características do canal se modificam várias vezes durante a transmissão de um chip, ou seja,  $(\Delta t)_c \ll T_c$ , então o canal apresenta desvanecimento rápido e o sinal na recepção é distorcido. No domínio da frequência, se as variações nas frequências das componentes multi-percursos não causam alterações significativas na largura de banda do sinal transmitido, ou seja,  $B_D \ll B$ , o canal apresenta desvanecimento lento, se comportando como não-dispersivo em frequência. Se  $B_D \gg B$ , o que implica em alargamento espectral com distorção do sinal transmitido (dispersão em frequência), então o canal apresenta desvanecimento rápido.

A dispersão dos sinais no tempo ocorre em virtude dos diferentes atrasos de propagação das componentes multi-percursos, que contribuem para o espalhamento temporal dos chips

do sinal transmitido. A dispersão no tempo é caracterizada no domínio da frequência pela banda de coerência e no domínio do tempo pelo espalhamento temporal. A banda de coerência  $(\Delta f)_c$  de um canal corresponde à largura de banda na qual todas as componentes espectrais são afetadas da mesma forma pelo canal. O espalhamento temporal  $T_M$  corresponde ao alargamento no tempo que o canal multi-percurso impõe aos chips transmitidos. Em [Pro95] define-se que o espalhamento temporal e a banda de coerência se relacionam aproximadamente através da expressão:

$$(\Delta f)_c \approx \frac{1}{T_M} \quad (4-1-2)$$

A partir da banda de coerência e do espalhamento temporal caracteriza-se a seletividade em frequência do canal de comunicação. Nos conceitos que seguem define-se a banda  $B$  do sinal transmitido como aproximadamente igual à sua taxa de chip  $T_c^{-1}$ . Se o espalhamento temporal é pequeno quando comparado com a duração de chip de modo que não há interferência significativa entre chips consecutivos, ou seja,  $T_M \ll T_c$ , então o canal é plano ou não-seletivo em frequência, se comportando como não-dispersivo no tempo. Por outro lado, se  $T_M \gg T_c$ , o que implica em alargamento temporal dos chips, com distorção do sinal transmitido (dispersão no tempo), o canal é seletivo em frequência. No domínio da frequência, se todas as componentes espectrais do sinal transmitido são afetadas da mesma forma pelo canal, ou seja,  $(\Delta f)_c \gg B$ , então o canal é não-seletivo em frequência. Se  $(\Delta f)_c \ll B$ , o que implica que componentes espectrais com espaçamento em frequência maior que  $(\Delta f)_c$  são afetadas de forma diferente pelo canal resultando na distorção do sinal transmitido, então o canal é seletivo em frequência.

A partir desses conceitos, caracterizam-se os canais multi-percursos para  $B \approx T_c^{-1}$  da seguinte forma [Sk197b]:

- se o canal apresenta  $(\Delta f)_c \gg B \gg B_D$ , ou de forma equivalente  $(\Delta t)_c \gg T_c \gg T_M$ , então o canal é não-dispersivo, ou seja, apresenta desvanecimento lento, é não-seletivo em frequência, e o sinal na recepção não apresenta distorção, sendo apenas uma cópia



atenuada e atrasada do sinal transmitido;

- se o canal apresenta  $(\Delta f)_c \ll B$  e  $B_D \ll B$ , ou de forma equivalente  $(\Delta t)_c \gg T_c$  e  $T_M \gg T_c$ , então o canal é dispersivo apenas no tempo, ou seja, apresenta desvanecimento lento, é seletivo em frequência, e o sinal na recepção apresenta distorção em função do canal afetar de forma diferente as componentes espectrais do sinal transmitido;
- se o canal apresenta  $(\Delta f)_c \gg B$  e  $B_D \gg B$ , ou de forma equivalente  $(\Delta t)_c \ll T_c$  e  $T_M \ll T_c$ , então o canal é dispersivo apenas em frequência, ou seja, apresenta desvanecimento rápido, é não-seletivo em frequência, e o sinal na recepção apresenta distorção em função das variações das características do canal no tempo;
- se o canal apresenta  $(\Delta f)_c \ll B \ll B_D$ , ou de forma equivalente  $(\Delta t)_c \ll T_c \ll T_M$ , então o canal é dispersivo no tempo e em frequência, ou seja, apresenta desvanecimento rápido, é seletivo em frequência, e o sinal na recepção apresenta distorção em função das variações das características do canal no tempo, e do canal afetar de forma diferente as componentes espectrais do sinal transmitido.

#### 4.1.2 - Modelo de Canal

De acordo com os conceitos apresentados no sub-item anterior, o canal multi-percurso é caracterizado a partir da relação entre tempo de coerência  $(\Delta t)_c$  e espalhamento temporal  $T_M$  com a duração de chip  $T_c$  do sinal transmitido, ou, no domínio da frequência, a partir da relação entre banda de coerência  $(\Delta f)_c$  e espalhamento Doppler  $B_D$  com a largura de banda  $B$  do sinal transmitido. Conforme as recomendações do ITU [Itu97c], os ambientes terrestres externos para sistemas de terceira geração são tipicamente caracterizados por:

- perda de percurso conforme modelos Okumura-Hata ou COST-231-Walfish-Ikegami, ou ainda, para análises menos precisas pode ser assumida inversamente proporcional à distância elevada a um expoente de propagação entre 3 e 4, conforme o ambiente celular;

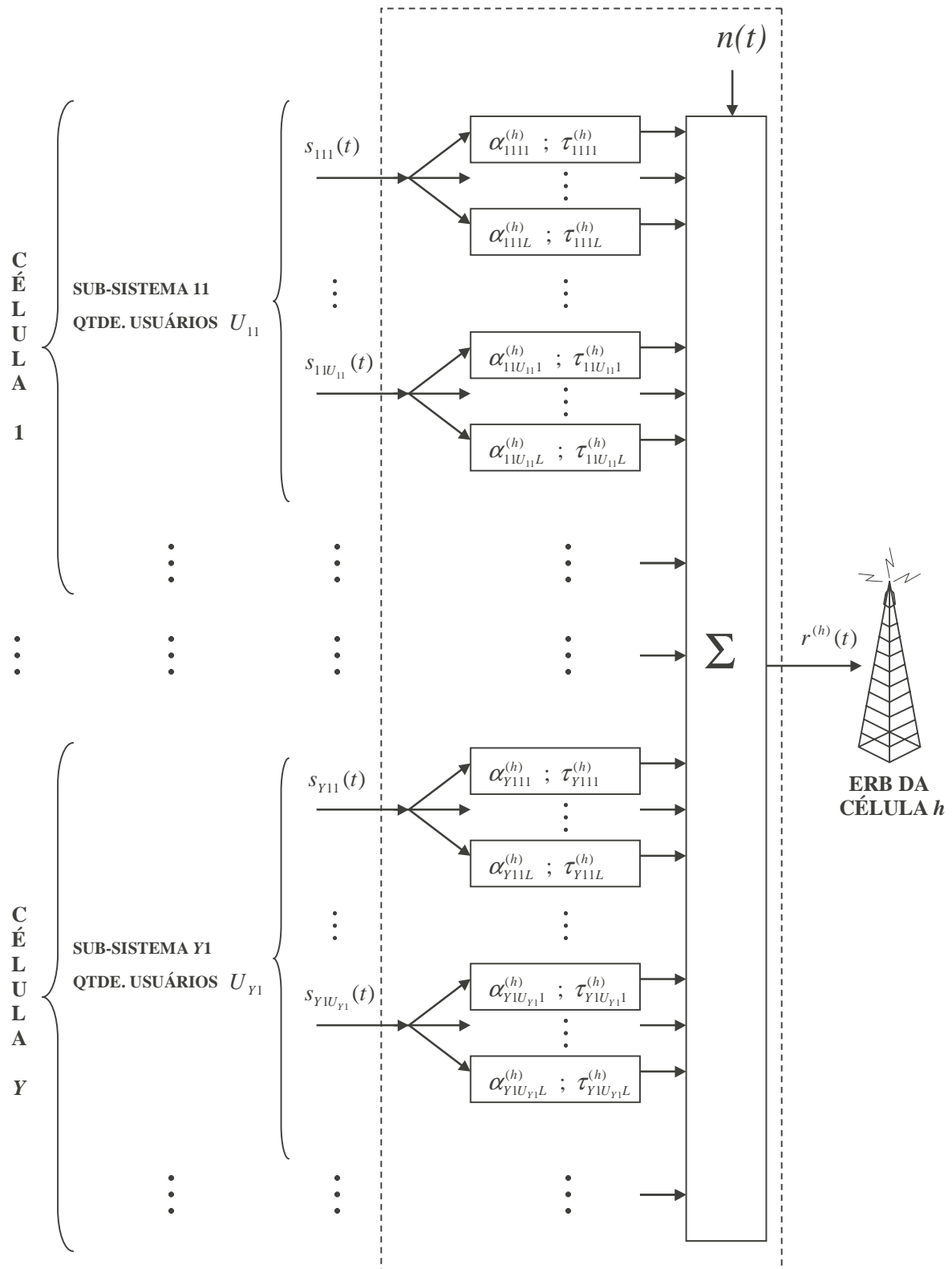
- espalhamento temporal RMS entre 1  $\mu$ s para áreas rurais até 2  $\mu$ s para áreas urbanas (adotando a definição de que o espalhamento temporal RMS é aproximadamente igual a  $0,2(\Delta f)_c^{-1}$  [Skl97a], calcula-se que a banda de coerência assume valores entre 0,1 a 0,2 MHz);
- espalhamento Doppler  $B_D$  entre 10 Hz para usuários pedestres e 1000 Hz para usuários em alta velocidade (500 km/h).

Assumindo que os sistemas celulares multitaxas propostos neste estudo utilizam banda igual a 5 MHz, que é o valor definido pelas principais propostas para sistemas celulares de terceira geração baseados em tecnologia CDMA de banda larga [Oja98], então, como nesse caso  $(\Delta f)_c \ll B$  e  $B_D \ll B$ , caracteriza-se o canal multi-percurso neste estudo como dispersivo apenas no tempo, ou seja, apresenta desvanecimento lento e seletividade em frequência.

Em canais multi-percursos seletivos em frequência, o sinal na recepção pode ser modelado [Pro95] [Vit95] como a combinação de

$$L = \left\lceil \frac{B}{(\Delta f)_c} \right\rceil + 1 \quad (4-1-3)$$

componentes multi-percursos mutuamente não-correlacionadas, caracterizadas por fatores de atenuação e atrasos de propagação distintos e invariantes no tempo quando o desvanecimento no canal é lento. Com base no teorema do limite central, essas  $L$  componentes são modeladas como processos aleatórios gaussianos uma vez que correspondem à soma de um grande número de componentes não-resolvíveis assumidas aleatórias e independentes. Dessa forma, os fatores de atenuação dessas  $L$  componentes multi-percursos são modelados estatisticamente como variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh (ou distribuição Rice caso haja linha de visada entre transmissor e receptor, o que porém foge aos objetivos deste estudo) e suas fases modeladas como variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ .



**Figura 4.1.1 – Canal Multi-Percurso**

A figura 4.1.1 define o modelo de canal multi-percurso proposto, por onde são transmitidos simultaneamente os sinais  $s_{gik}(t)$  fornecidos pelos transmissores. No trajeto até a estação rádio-base de uma célula  $h$ , o canal introduz ruído aleatório  $n(t)$  e cada sinal se propaga através de  $L$  percursos com atenuações  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  e atrasos  $\tau_{gikx}^{(h)}$ . Uma vez que todos os sinais apresentam a mesma banda  $B$ , pois são transmitidos com a mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , e a banda de coerência é assumida a mesma em todo o sistema,  $L$  é definido como o mesmo para todos os usuários. O sinal  $r^{(h)}(t)$  fornecido pelo canal multi-percurso aos receptores localizados na estação rádio-base de uma célula  $h$  é definido em função dos sinais  $s_{gik}(t)$  de todos os usuários em todos os sub-sistemas de todas as células do sistema multitaxa como

$$r^{(h)}(t) = n(t) + \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \alpha_{gikx}^{(h)} s_{gik}(t - \tau_{gikx}^{(h)}) \quad (4-1-4)$$

onde

- $s_{gik}(t)$  é o sinal que contém a informação produzida por um usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$ , definido nas expressões (2-2-29) e (2-2-30);
- $Y$  é o número de células do sistema multitaxa,  $X_g$  é o número de sub-sistemas em uma célula  $g$ , e  $U_{gi}$  é o número de usuários do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  em um dado instante, de modo que a somatória em (4-1-4) abrange todos os usuários de todos os sub-sistemas em todas as células que compõem o sistema multitaxa e compartilham o canal de comunicação em um dado instante;
- $n(t)$  é um processo aleatório aditivo gaussiano branco, de média zero e densidade espectral de potência  $N_0/2$ ;
- $L$  é o número de percursos pelos quais os sinais  $s_{gik}(t)$  se propagam através do canal, assumido igual para todos os usuários em todas as células do sistema multitaxa e definido conforme (4-1-3);

- $\alpha_{gikx}^{(h)}$  é a atenuação que o canal impõe ao sinal  $s_{gik}(t)$  no  $x$ -ésimo percurso entre o transmissor  $gik$  e a ERB de uma célula  $h$ , assumida invariante no tempo e aleatória com distribuição Rayleigh;
- $\tau_{gikx}^{(h)}$  é o atraso que o canal impõe ao sinal  $s_{gik}(t)$  no  $x$ -ésimo percurso entre o transmissor  $gik$  e a ERB de uma célula  $h$ , assumido invariante no tempo e aleatório com distribuição uniforme entre 0 e a duração de símbolo  $T_{gi}$ .

### 4.1.3 - Potência Média e Relação Sinal-Ruído

De acordo com o modelo de canal multi-percurso proposto, no trajeto entre o transmissor  $gik$  e a ERB da célula  $h$ , o sinal  $s_{gik}(t)$  se propaga através de  $L$  percursos com atenuações  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  e atrasos  $\tau_{gikx}^{(h)}$ . A potência média da  $x$ -ésima componente multi-percurso desse sinal nos receptores da célula  $h$  é dada por

$$S_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{T_{gi}} \int_0^{T_{gi}} E\left\{\left(\alpha_{gikx}^{(h)} s_{gik}(t - \tau_{gikx}^{(h)})\right)^2\right\} dt = \frac{\bar{E}_{S,gik}}{T_{gi}} E\left\{\left(\alpha_{gikx}^{(h)}\right)^2\right\} \quad (4-1-5)$$

e a potência média total nesses receptores, que corresponde à soma das potências recebidas em função de todos os enlaces de comunicação estabelecidos em todas as células do sistema, é dada por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L S_{gikx}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \frac{\bar{E}_{S,gik} \sum_{x=1}^L E\left\{\left(\alpha_{gikx}^{(h)}\right)^2\right\}}{T_{gi}} \quad (4-1-6)$$

onde  $\bar{E}_{S,gik}$  é a energia média de símbolo no transmissor  $gik$  definida em (2-2-33).

Assumindo que  $E\left\{\left(\alpha_{gikx}^{(h)}\right)^2\right\}$  é a mesma em todas as  $L$  componentes multi-percursos do sinal

$s_{gik}(t)$  [Hui98], as potências médias de todas essas componentes na recepção são iguais, de modo que a potência média total do sinal  $s_{gik}(t)$  nos receptores da célula  $h$  é dada por

$$S_{gik}^{(h)} = \sum_{x=1}^L S_{gikx}^{(h)} = \frac{\bar{E}_{S,gik} \sum_{x=1}^L E\{(\alpha_{gikx}^{(h)})^2\}}{T_{gi}} = L S_{gikx}^{(h)} \quad (4-1-7)$$

e a potência média total nesses receptores é dada conforme (4-1-6) e (4-1-7) por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} L S_{gikx}^{(h)} \quad (4-1-8)$$

A relação sinal-ruído por bit da  $x$ -ésima componente multi-percurso do sinal do usuário  $gik$  na recepção é definida como

$$(SNR)_{gikx} = \frac{\bar{E}_{B,gik} E\{(\alpha_{gikx}^{(g)})^2\}}{N_0} = \frac{\bar{E}_{S,gik} E\{(\alpha_{gikx}^{(g)})^2\}}{N_0 \log_2 M_{gi}} \quad (4-1-9)$$

onde  $\bar{E}_{B,gik}$  é a energia média de bit no transmissor  $gik$  definida em (2-2-36);  $N_0/2$  é a densidade espectral de potência do ruído aditivo gaussiano branco; e  $M_{gi}$  é o nível de modulação. Relacionando (4-1-9) com (4-1-5) se obtém que

$$S_{gikx}^{(g)} = (SNR)_{gikx} N_0 R_{gi} \quad (4-1-10)$$

onde  $R_{gi}$  é a taxa de bits especificada para o sub-sistema  $gi$ .

## 4.2 - MODELO DE SISTEMA

### 4.2.1 - Definição

O modelo celular multitaxa definido na figura 2.1.2 é utilizado como referência para avaliação do desempenho de sistemas celulares multitaxas em canais com múltiplos percursos. Conforme abordado no item 2.1, esse modelo caracteriza o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA, onde a transmissão de informação pelos vários usuários através do canal é assíncrona.

Os transmissores multitaxas são definidos conforme os modelos das figuras 2.2.5 ou 2.2.6, de acordo com a solução de modulação de dados adotada. Conforme (2-2-29) e (2-2-30), o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída do transmissor de um usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  é dado por

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \quad (4-2-1)$$

onde  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero se o transmissor utiliza modulação binária.

De acordo com o modelo proposto, o canal introduz ruído aditivo gaussiano  $n(t)$  e impõe múltiplos percursos aos sinais  $s_{gik}(t)$  dos usuários que compõem os diversos sub-sistemas nas várias células, fornecendo uma composição desses sinais aos receptores multitaxas. No trajeto até a ERB de uma célula  $h$ , a  $x$ -ésima componente multi-percurso de um sinal  $s_{gik}(t)$  sofre atenuação  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  e atraso  $\tau_{gikx}^{(h)}$ . A partir das expressões (4-1-4) e (4-2-1), se obtém o sinal  $r^{(h)}(t)$  fornecido pelo canal aos receptores da célula  $h$ :

$$\begin{aligned} r^{(h)}(t) = n(t) &+ \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) \cos(\omega t + \phi_{gikx}^{(h)}) \\ &- \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{2P_{gik}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) \sin(\omega t + \phi_{gikx}^{(h)}) \end{aligned} \quad (4-2-2)$$

onde

$$\phi_{gikx}^{(h)} = \theta_{gik} - \omega \tau_{gikx}^{(h)} \quad (4-2-3)$$

Os receptores na célula  $h$  devem processar o sinal  $r^{(h)}(t)$  de modo a identificar as informações fornecidas pelos transmissores correspondentes. Este estudo não contempla diversidade na recepção [Pro95], logo apenas uma das componentes multi-percursos é utilizada como referência para demodulação e detecção da sequência binária transmitida, enquanto as demais componentes são tratadas como interferência. Nesse caso, os receptores multitaxas são definidos conforme os modelos das figuras 2.3.4 ou 2.3.5, de acordo com a solução de modulação de dados adotada.

Para obter a sequência binária  $\hat{a}_{hjl}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{hjl}(n)$  produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$ , o receptor deverá utilizar cópias sincronizadas dos códigos de espalhamento utilizados no transmissor  $hjl$  para realizar o desespalhamento espectral do sinal fornecido pelo canal. Ao utilizar a  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal  $s_{hjl}(t)$  como referência para demodulação, o receptor deverá atender requisitos de sincronismo de símbolo e portadora através da estimação do atraso de propagação dessa componente multi-percurso. Definindo  $\tau_{hjlz}^{(h)}$  e  $\theta_{hjl}$  como referências para os demais atrasos  $\tau_{gikx}^{(h)}$  e fases  $\theta_{gik}$  e adotando

$$\begin{aligned} \tau_{hjlz}^{(h)} &= 0 \\ \phi_{hjlz}^{(h)} &= \theta_{hjl} = 0 \end{aligned} \quad (4-2-4)$$

se obtém a sequência binária  $\hat{a}_{hjl}(n)$  na saída do receptor  $hjl$  através de um circuito de detecção que traduz em bits os valores da sequência  $\hat{A}_{hjlz}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{hjlz}^I(m)$  e  $\hat{A}_{hjlz}^Q(m)$  são definidas conforme (2-3-9) e (2-3-10) como



$$\begin{aligned}
\hat{A}_{hjlz}^I(m) &= \int_{mT_{hj}}^{(m+1)T_{hj}} r^{(h)}(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \\
\hat{A}_{hjlz}^Q(m) &= - \int_{mT_{hj}}^{(m+1)T_{hj}} r^{(h)}(t) c_{hjl}^Q(t) \sin \omega t \, dt
\end{aligned} \tag{4-2-5}$$

observando que  $\hat{A}_{hjlz}^Q(m)$  é nula caso o receptor utilize modulação binária pois  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado nesse caso.

## 4.2.2 - Variável de Decisão

### 4.2.2.1 - Definição

De acordo com o modelo de recepção sem diversidade proposto, as variáveis de decisão no receptor que demodula e detecta o sinal de informação do usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  a partir da  $z$ -ésima componente multi-percurso são os elementos da sequência  $\hat{A}_{hjlz}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{hjlz}^I(m)$  e  $\hat{A}_{hjlz}^Q(m)$  são definidas em (4-2-5).

A partir de desenvolvimentos e considerações análogos aos empregados no sub-item 3.2.2, demonstra-se através de (4-2-2), (4-2-4) e (4-2-5) que as componentes  $\hat{A}_{hjlz}^I$  e  $\hat{A}_{hjlz}^Q$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjlz} = \hat{A}_{hjlz}(m_0)$  são definidas como

$$\hat{A}_{hjlz}^{I/Q} = \eta_{hjlz}^{I/Q} + \beta_{hjlz}^{I/Q} + \gamma_{hjlz}^{I/Q} + \chi_{hjlz}^{I/Q} \tag{4-2-6}$$

onde

$$\eta_{hjlz}^I = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \tag{4-2-7}$$

$$\eta_{hjlz}^Q = - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^Q(t) \sin \omega t \, dt \quad (4-2-8)$$

são as parcelas de interferência causadas pelo ruído aditivo gaussiano no canal;

$$\beta_{hjlz}^I = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} A_{hjl}^I(m_0) T_{hj} \quad (4-2-9)$$

$$\beta_{hjlz}^Q = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} A_{hjl}^Q(m_0) T_{hj} \quad (4-2-10)$$

são as parcelas que contêm a informação produzida pelo usuário  $hjl$ ;

$$\begin{aligned} \gamma_{hjlz}^I = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{gikx}^{(h)} \, dt \\ & - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{gikx}^{(h)} \, dt \end{aligned} \quad (4-2-11)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{hjlz}^Q = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \sin \phi_{gikx}^{(h)} \, dt \\ & + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \cos \phi_{gikx}^{(h)} \, dt \end{aligned} \quad (4-2-12)$$

são as parcelas de interferência causadas pelos demais usuários que compartilham o canal em todas as células do sistema multitaxa, denominada interferência de múltiplo acesso; e

$$\begin{aligned}
\chi_{hjlz}^I = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} b_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{hjlz}^{(h)} dt \\
& - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} b_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{hjlz}^{(h)} dt
\end{aligned} \tag{4-2-13}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{hjlz}^Q = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} b_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \sin \phi_{hjlz}^{(h)} dt \\
& + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} b_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \cos \phi_{hjlz}^{(h)} dt
\end{aligned} \tag{4-2-14}$$

são as parcelas de interferência sobre a  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal  $s_{hjl}(t)$  de um usuário  $hjl$ , causada pelas demais componentes multi-percursos desse sinal, denominada auto-interferência. Em (4-2-13) e (4-2-14) se observa que a auto-interferência é minimizada se os códigos de espalhamento utilizados no sistema multitaxa apresentam propriedades de auto-correlação adequadas [Sar80] [Mar97].

#### 4.2.2.2 - Modelo Estatístico

Para modelar estatisticamente a variável de decisão  $\hat{A}_{hjlz}$  são utilizados os resultados obtidos nos Apêndices A, C e D. No Apêndice A demonstra-se que as parcelas de interferência  $\eta_{hjlz}^I = \eta_{hjl}^I$  e  $\eta_{hjlz}^Q = \eta_{hjl}^Q$  são variáveis aleatórias gaussianas com média e variância calculadas conforme (A-7), (A-8), (A-9) e (A-10) como

$$E\{\eta_{hjlz}^{I/Q}\} = 0 \tag{4-2-15}$$

$$Var\{\eta_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{N_0 T_{hj}}{4} \tag{4-2-16}$$

Com base no teorema do limite central é assumido que as parcelas de interferência de

múltiplo acesso  $\gamma_{hjlz}^I$  e  $\gamma_{hjlz}^Q$  e as parcelas de auto-interferência  $\chi_{hjlz}^I$  e  $\chi_{hjlz}^Q$  são variáveis aleatórias gaussianas pois correspondem à soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes. Nos Apêndices C e D demonstra-se que, se é assumido que

- os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os símbolos que os compõem são equiprováveis e têm média nula;
- os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os chips +1 e -1 que os compõem são equiprováveis;
- as atenuações  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade Rayleigh;
- os atrasos  $\tau_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $T_{gi}$ ;
- as fases  $\phi_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ ;
- as variáveis aleatórias  $b_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $c_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $\tau_{gikx}^{(h)}$ ,  $\phi_{gikx}^{(h)}$  e  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  em uma mesma componente multi-percurso, ou em componentes distintas, do sinal de um mesmo usuário, ou de usuários distintos, são independentes;
- símbolos consecutivos em um sinal de informação  $b_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes;
- chips consecutivos de um código de espalhamento  $c_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes;
- os diversos códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  utilizados no sistema são independentes;
- as fases  $\phi_{gikx}^{(h)}$  das componentes multi-percursos dos sinais dos diversos usuários do sistema são independentes;

então as médias e variâncias das variáveis aleatórias  $\gamma_{hjlz}^I$ ,  $\gamma_{hjlz}^Q$ ,  $\chi_{hjlz}^I$  e  $\chi_{hjlz}^Q$  são determinadas conforme os resultados de (C-18), (C-19), (D-7), (D-8), (D-22) e (D-23) por

$$E\{\gamma_{hjlz}^{I/Q}\} = 0 \quad (4-2-17)$$

$$Var\{\gamma_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \frac{\bar{E}_{S,gik} \sum_{x=1}^L E\{(\alpha_{gikx}^{(h)})^2\}}{T_{gi}} \quad (4-2-18)$$

$$E\{\chi_{hjlz}^{I/Q}\} = 0 \quad (4-2-19)$$

$$Var\{\chi_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{\bar{E}_{S,hjl}T_c}{6} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\} \quad (4-2-20)$$

A partir de (4-1-5), (4-1-6) e (4-1-7) definem-se respectivamente a potência média total com que os demais usuários interferem no receptor  $hjl$ , e a potência média total com que as demais componentes multi-percursos interferem na recepção da  $z$ -ésima componente do sinal  $s_{hjl}(t)$  como

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h, i \neq j, k \neq l}}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \frac{\bar{E}_{S,gik} \sum_{x=1}^L E\{(\alpha_{gikx}^{(h)})^2\}}{T_{gi}} \quad (4-2-21)$$

$$S_{SI}^{(hjlz)} = S_{hjl}^{(h)} - S_{hjlz}^{(h)} = \frac{\bar{E}_{S,hjl}}{T_{hj}} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\} \quad (4-2-22)$$

e, com essas definições, as expressões da variância em (4-2-18) e (4-2-20) se reduzem a

$$Var\{\gamma_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} S_{MAI}^{(hjl)} \quad (4-2-23)$$

$$Var\{\chi_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} S_{SI}^{(hjlz)} \quad (4-2-24)$$

A partir dessas considerações, se é assumido que  $\eta_{hjlz}^{I/Q}$ ,  $\gamma_{hjlz}^{I/Q}$  e  $\chi_{hjlz}^{I/Q}$  são variáveis aleatórias gaussianas independentes então as componentes  $\hat{A}_{hjlz}^I$  e  $\hat{A}_{hjlz}^Q$  da variável de decisão  $\hat{A}_{hjlz}$  são variáveis aleatórias gaussianas [Sta94]. Nesse caso, a função densidade de probabilidade de  $\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}$  dado que um símbolo  $Z_{hj,y} = Z_{hj,y}^I + jZ_{hj,y}^Q$  foi transmitido em  $m = m_0$  é

$$p(\hat{A}_{hjlz}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Var}\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}\}}} \exp\left(-\frac{(\hat{A}_{hjlz}^{I/Q} - E\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\})^2}{2 \text{Var}\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}\}}\right) \quad (4-2-25)$$

onde, a partir de (4-2-6), (4-2-9), (4-2-10), (4-2-15), (4-2-16), (4-2-17), (4-2-19), (4-2-23) e (4-2-24) se tem que

$$E\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\} = E\{\beta_{hjlz}^{I/Q} | A_{hjl}^{I/Q} = Z_{hj,y}^{I/Q}\} = \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} Z_{hj,y}^{I/Q} T_{hj} \quad (4-2-26)$$

$$\text{Var}\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}\} = \text{Var}\{\eta_{hjlz}^{I/Q}\} + \text{Var}\{\gamma_{hjlz}^{I/Q}\} + \text{Var}\{\chi_{hjlz}^{I/Q}\} = \frac{N_0 T_{hj}}{4} + \frac{T_{hj} T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{6} \quad (4-2-27)$$

## 4.3 - PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT

### 4.3.1 - Definição

No capítulo 3, a probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação de um sistema celular multitaxa em canais AWGN foi determinada a partir da avaliação da probabilidade dos circuitos de detecção nos receptores multitaxas mapearem a variável de decisão  $\hat{A}_{hjl}$

em regiões de decisão incorretas, identificando a quantidade de erros de bit associada a cada uma dessas regiões. O desenvolvimento desses conceitos leva às expressões (3-3-9), (3-3-17), (3-3-30) e (3-3-31), onde a probabilidade de erro de bit é definida em função da variância das componentes  $\hat{A}_{hjl}^{I/Q}$  da variável de decisão, do nível de modulação  $M_{hj}$ , e do parâmetro  $d_{hj}$ , que por sua vez é função dos valores médios de  $\hat{A}_{hjl}^{I/Q}$  e dos limiares que definem as regiões de decisão no circuito de detecção do receptor multitaxa.

A probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação de um sistema celular multitaxa em canal com múltiplos percursos, modelado conforme proposto nos itens 4.1 e 4.2, pode ser determinada de forma semelhante à apresentada para canais AWGN no capítulo 3, com algumas considerações adicionais. A partir de desenvolvimento análogo ao apresentado no capítulo 3 para as diversas soluções de modulação propostas e assumindo as mesmas premissas, são obtidas expressões equivalentes a (3-3-9), (3-3-17), (3-3-30) e (3-3-31) para probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $hjl$ . Assumindo que não há diversidade na recepção e que a  $z$ -ésima componente multi-percurso constitui a referência para demodulação e detecção da sequência transmitida pelo usuário  $hjl$ , se obtém para modulação binária e quaternária que

$$P_{B,hjl} = P_{B,hjlz} = Q\left(\frac{d_{hj}}{\text{Var}\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}\}}\right) \quad (4-3-1)$$

e para modulação M-ária com  $M_{hj} \geq 16$  que

$$P_{B,hjl} = P_{B,hjlz} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjlz}^{I/Q} (2 - P_{E,hjlz}^{I/Q}) \quad (4-3-2)$$

onde o parâmetro  $n_{hj}$  é um valor médio que relaciona erros de bit com erros de símbolo definido no sub-item 3.3.4, e

$$P_{E,hjlz}^{I/Q} = \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q\left(\frac{d_{hj}}{\text{Var}\{\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}\}}\right) \quad (4-3-3)$$

Nessas expressões, a variância de  $\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}$  é definida conforme (4-2-27) e o parâmetro  $d_{hj}$  conforme (3-3-8), (3-3-15) ou (3-3-29) de acordo com a solução de modulação de dados adotada, substituindo a variável determinística  $\alpha_{hjl}^{(h)}$  pela variável aleatória Rayleigh  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$  cuja função densidade de probabilidade é dada por [Pro95]

$$p(\alpha_{hjlz}^{(h)}) = \frac{2\alpha_{hjlz}^{(h)}}{\text{E}\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\}} \exp\left(-\frac{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2}{\text{E}\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\}}\right) \quad (4-3-4)$$

A probabilidade de erro de bit é então obtida eliminando a dependência da variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$  nos resultados de (4-3-1) ou (4-3-3), conforme apresentado em seguida para as diversas soluções de modulação de dados propostas.

#### 4.3.2 - Modulação Binária ( $M_{hj} = 2$ )

Neste sub-item determina-se a probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  a partir da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal transmitido, quando não se emprega diversidade na recepção, e a solução de modulação de dados adotada é a modulação binária definida conforme sub-item 2.2.2.2.

Definindo a partir de (3-3-8)

$$d_{hj} = \sqrt{\frac{\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2 T_{hj}}{2}} \quad (4-3-5)$$

e utilizando o resultado para variância de  $\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}$  em (4-2-27), se obtém a expressão da



probabilidade de erro de bit para modulação binária, em função da variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$ , a partir de (4-3-1) como

$$P_{B,hjlz}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) = Q \left( \left( \frac{N_0}{2 \bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 \bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (4-3-6)$$

onde a energia média de símbolo  $\bar{E}_{S,hjl}$  no transmissor  $hjl$  é definida em (2-2-33) e as potências  $S_{MAI}^{(hjl)}$  e  $S_{SI}^{(hjlz)}$  são definidas respectivamente em (4-2-21) e (4-2-22).

A probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  é determinada a partir de (4-3-6) eliminando a dependência em relação à variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$  cuja função densidade de probabilidade é dada em (4-3-4), ou de forma equivalente, eliminando a dependência em relação a uma variável aleatória

$$\lambda_{hjlz}^{(h)} = \left( \frac{N_0}{2 \bar{E}_{S,hjl}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 \bar{E}_{S,hjl}} \right)^{-1} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2 \quad (4-3-7)$$

o que resulta [Pro95] em

$$\begin{aligned} P_{B,hjl} &= \int_0^\infty P_{B,hjlz}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) p(\alpha_{hjlz}^{(h)}) d\alpha_{hjlz}^{(h)} \\ &= \int_0^\infty P_{B,hjlz}(\lambda_{hjlz}^{(h)}) \left( p(\alpha_{hjlz}^{(h)}) \left| \frac{d\lambda_{hjlz}^{(h)}}{d\alpha_{hjlz}^{(h)}} \right|^{-1} \right) d\lambda_{hjlz}^{(h)} \\ &= \int_0^\infty Q\left(\sqrt{\lambda_{hjlz}^{(h)}}\right) \frac{1}{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}} \exp\left(-\lambda_{hjlz}^{(h)} / E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}\right) d\lambda_{hjlz}^{(h)} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + \mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (4-3-8)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} &= \left( \frac{N_0}{2 \bar{E}_{S,hjl}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 \bar{E}_{S,hjl}} \right)^{-1} \mathbb{E}\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\} \\ &= \left( \frac{1}{2 (SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 N_0 (SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4-3-9)$$

onde  $(SNR)_{hjlz}$  é a relação sinal-ruído por bit da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal do usuário  $hjl$  na recepção, definida em (4-1-9).

### 4.3.3 - Modulação Quaternária ( $M_{hj} = 4$ )

Neste sub-item determina-se a probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  a partir da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal transmitido, quando não se emprega diversidade na recepção, e a solução de modulação de dados adotada é a modulação quaternária, que corresponde à solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 com nível de modulação igual a 4.

Definindo a partir de (3-3-15)

$$d_{hj} = \sqrt{\frac{\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2 T_{hj}}{4}} \quad (4-3-10)$$

e utilizando o resultado para variância de  $\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}$  em (4-2-27), se obtém a expressão da

probabilidade de erro de bit em função da variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$  a partir de (4-3-1) como

$$P_{B,hjlz}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) = Q \left( \left( \frac{N_0}{\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} + \frac{2T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3\bar{E}_{S,hjl}(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (4-3-11)$$

Empregando raciocínio análogo ao apresentado no sub-item 4.3.2 para modulação binária, se obtém a expressão da probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  a partir de (4-3-11) eliminando a dependência em relação à variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$ :

$$P_{B,hjl} = \int_0^\infty P_{B,hjlz}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) p(\alpha_{hjlz}^{(h)}) d\alpha_{hjlz}^{(h)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (4-3-12)$$

onde

$$E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \quad (4-3-13)$$

#### 4.3.4 - Modulação M-ária ( $M_{hj} \geq 16$ )

Neste sub-item determina-se a probabilidade de erro de bit na recepção da sequência de informação produzida pelo usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  a partir da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal transmitido, quando não se emprega diversidade na recepção, e a solução de modulação de dados adotada é a modulação M-ária definida conforme sub-item 2.2.2.3 com nível de modulação maior ou igual a 16.

Definindo a partir de (3-3-29)

$$d_{hj} = \sqrt{\frac{3\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2 T_{hj}}{4(M_{hj} - 1)}} \quad (4-3-14)$$

e utilizando o resultado para variância de  $\hat{A}_{hjlz}^{I/Q}$  em (4-2-27), se obtém a expressão da probabilidade de erro  $P_{E,hjlz}^{I/Q}$  em função da variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$  a partir de (4-3-3) como

$$P_{E,hjlz}^{I/Q}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) = \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q \left( \left( \frac{(M_{hj} - 1)}{3} \left( \frac{N_0}{\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} + \frac{2T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3\bar{E}_{S,hjl} (\alpha_{hjlz}^{(h)})^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (4-3-15)$$

Empregando raciocínio análogo ao apresentado no sub-item 4.3.2 para modulação binária, se obtém a expressão para probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  em função de  $P_{E,hjlz}^{I/Q}$ , obtida a partir de (4-3-15) eliminando a dependência em relação à variável aleatória  $\alpha_{hjlz}^{(h)}$ :

$$P_{B,hjl} = P_{B,hjlz} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjlz}^{I/Q} (2 - P_{E,hjlz}^{I/Q}) \quad (4-3-16)$$

com

$$P_{E,hjlz}^{I/Q} = \int_0^\infty P_{E,hjlz}^{I/Q}(\alpha_{hjlz}^{(h)}) p(\alpha_{hjlz}^{(h)}) d\alpha_{hjlz}^{(h)} = \frac{(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{\mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + \mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (4-3-17)$$

onde

$$\mathbb{E}\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3\log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0 (SNR)_{hjlz}} \right) \right)^{-1} \quad (4-3-18)$$

### 4.3.5 - Comparação das Soluções de Modulação

A partir das expressões para probabilidade de erro de bit em canais com múltiplos percursos obtidas nos sub-itens anteriores, são comparados os desempenhos em sistemas que adotam as diferentes soluções de modulação de dados propostas neste estudo.

No sub-item 4.3.2, demonstra-se que se um enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a modulação binária ( $M_{hj} = 2$ ) definida conforme o sub-item 2.2.2.2, a probabilidade de erro de bit no receptor  $hjl$  é dada conforme (4-3-8) e (4-3-9) por

$$P_{B,hjl} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (4-3-19)$$

com

$$E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \quad (4-3-20)$$

Da mesma forma que constatado para canal AWGN no capítulo anterior, as expressões para modulação binária em (4-3-19) e (4-3-20) são iguais às obtidas no sub-item 4.3.3 para enlaces de comunicação que utilizam a modulação quaternária ( $M_{hj} = 4$ ) definida conforme o sub-item 2.2.2.3, ou seja, para uma mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , mesmo nível de potência total interferente  $S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)}$ , e mesma relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{hjlz}$ , enlaces de comunicação que utilizam modulação binária e quaternária apresentam a mesma probabilidade de erro de bit. Em resumo, a potência ou energia de bit por percurso necessária para que um usuário atenda simultaneamente um determinado requisito de taxa de bits e desempenho é a mesma quando se utiliza modulação binária ou quaternária.

No sub-item 4.3.4 demonstra-se que se um enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a modulação

M-ária definida conforme o sub-item 2.2.2.3, com nível de modulação maior ou igual a 16, a probabilidade de erro de bit no receptor  $hjl$  é dada conforme (4-3-16), (4-3-17) e (4-3-18) por

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjlz}^{I/Q} (2 - P_{E,hjlz}^{I/Q}) \quad (4-3-21)$$

com

$$P_{E,hjlz}^{I/Q} = \frac{(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\mathcal{L}_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\mathcal{L}_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (4-3-22)$$

onde

$$E\{\mathcal{L}_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right) \right)^{-1} \quad (4-3-23)$$

Comparando as expressões (4-3-19), (4-3-20), (4-3-21), (4-3-22) e (4-3-23) com base em raciocínio análogo ao empregado no sub-item 3.3.5 para canal AWGN, verifica-se para uma mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , mesmo nível de potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)}$ , e mesma relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{hjlz}$ , que:

- soluções que utilizam modulação binária ou quaternária apresentam menor probabilidade de erro de bit que as soluções que utilizam modulação M-ária;
- quanto maior o nível de modulação na solução M-ária, maior é a probabilidade de erro de bit.

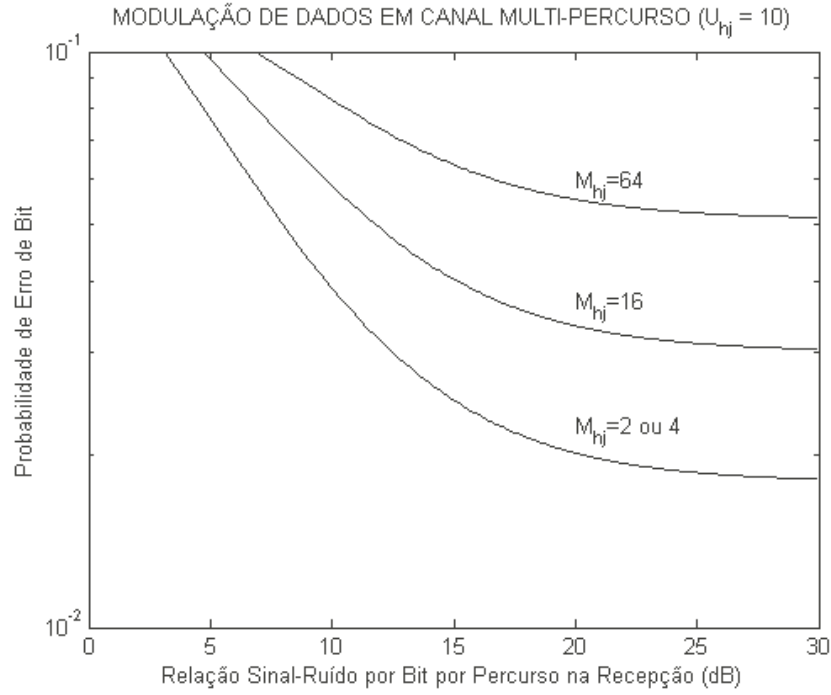
A comparação das diversas soluções de modulação de dados propostas está ilustrada na figura 4.3.1, que mostra como a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  em um enlace de comunicação  $hjl$  varia conforme sua relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção

$(SNR)_{hjlz}$ , em um sistema composto por uma única célula  $h$ , onde todos os usuários transmitem com a mesma taxa de bits  $R_{hj}$  e apresentam a mesma potência por percurso na recepção  $S_{hjlz}^{(h)}$ . Nesse caso, a potência total interferente no receptor  $hjl$  é obtida a partir de (4-2-21), (4-2-22), (4-1-8) e (4-1-10) como

$$S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)} = (LU_{hj} - 1)(SNR)_{hjlz} R_{hj} N_0 \quad (4-3-24)$$

A figura 4.3.1 foi obtida utilizando a rotina *modulacao\_rayl.m*, desenvolvida em *software* Matlab e apresentada no Anexo, que calcula a probabilidade de erro de bit a partir das expressões (4-3-19), (4-3-20), (4-3-21), (4-3-22) e (4-3-23). Os seguintes parâmetros foram adotados para obtenção dos resultados apresentados:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 256 \times 14400 = 3,6864$  Mcps;
- taxa de bits  $R_{hj} = 14400$  bps;
- número de usuários no sistema  $U_{hj} = 10$ ;
- número de componentes multi-percursos para cada sinal de usuário  $L = 3$ ;
- níveis de modulação  $M_{hj} = 2$  (que apresenta o mesmo resultado que  $M_{hj} = 4$ ),  $M_{hj} = 16$  e  $M_{hj} = 64$ ;
- $n_{hj} = 1$ , o que significa que os resultados para modulação M-ária correspondem a uma probabilidade de erro de bit mínima.



**Figura 4.3.1 – Comparação de Modulação de Dados em Canal Multi-Percurso**

De acordo com a figura 4.3.1, sistemas que adotam modulação binária e quaternária apresentam menor probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$ , para uma determinada relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{hjlz}$ , que sistemas que adotam soluções com maior nível de modulação, ou seja, exigem menor energia de bit por usuário na recepção para atender um determinado requisito de desempenho  $P_{B,hj}$ .

Definindo

$$\Omega_{hj} = \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} = \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (LU_{hj} - 1)R_{hj}}{3} \quad (4-3-25)$$

como um parâmetro de desempenho que, para modulação binária por exemplo, se relaciona com o requisito de desempenho  $P_{B,hj}$  conforme (4-3-19) e (4-3-20) por



$$P_{B,hj} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + 2\Omega_{hj}}} \right) \quad (4-3-26)$$

se verifica que existe um valor máximo de  $U_{hj}$ , definido por

$$U_{hj}^{MAX} = \frac{1}{L} \left( \frac{3\Omega_{hj}}{T_c R_{hj}} + 1 \right) \quad (4-3-27)$$

acima do qual o sistema não atende o requisito de desempenho  $P_{B,hj}$ ; ou, de forma inversa, que um sistema com  $U_{hj}$  não atende requisitos de desempenho caracterizados por  $\Omega_{hj} < \Omega_{hj}^{MIN}$ , onde

$$\Omega_{hj}^{MIN} = \frac{(LU_{hj} - 1) T_c R_{hj}}{3} \quad (4-3-28)$$

o que é observado na figura 4.3.1 onde para cada curva define-se um limite inferior para probabilidade de erro de bit.

Comparando os resultados da figura 4.3.1 com os resultados obtidos para canal AWGN na figura 3.3.4, se verifica uma grande diferença com relação aos valores para probabilidade de erro de bit, que é consequência do aumento da potência interferente total em função dos múltiplos percursos. Os resultados da figura 4.3.1 ressaltam a importância do emprego de técnicas de diversidade na recepção [Pro95], sem as quais os sistemas ficam extremamente limitados no que diz respeito ao atendimento de aplicações que requerem baixa probabilidade de erro de bit.

## 5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE POTÊNCIA

### 5.1 - CONTROLE DE POTÊNCIA

No capítulo 3 foram obtidas expressões para probabilidade de erro de bit para diferentes soluções de modulação de dados em canal AWGN. A partir de (3-3-11), (3-3-18), (3-3-30) e (3-3-32) se verifica que a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  em um enlace de comunicação  $hjl$  em canal AWGN é função do parâmetro

$$\Omega_{hjl} = \frac{1}{2 (SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3 N_0 (SNR)_{hjl}} \quad (5-1-1)$$

que, aplicando a definição da relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$  em (3-1-6), pode ser escrito como

$$\Omega_{hjl} = \frac{R_{hj}}{S_{hjl}^{(h)}} \left( \frac{N_0}{2} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3} \right) \quad (5-1-2)$$

Da mesma forma, no capítulo 4 foram obtidas expressões para probabilidade de erro de bit para diferentes soluções de modulação de dados em canal multi-percurso. Nas expressões (4-3-8), (4-3-9), (4-3-12), (4-3-13), (4-3-16), (4-3-17) e (4-3-18) se verifica que a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  em um enlace de comunicação  $hjl$  em canal com múltiplos percursos é função do parâmetro

$$\Omega_{hjlz} = \frac{1}{2 (SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 N_0 (SNR)_{hjlz}} \quad (5-1-3)$$

que, aplicando as definições da relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{hjlz}$  em (4-1-10), da potência da auto-interferência  $S_{SI}^{(hjlz)}$  em (4-2-22), e da potência total do sinal do usuário  $hjl$  na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$  em (4-1-7), pode ser escrito como

$$\Omega_{hjlz} = \frac{LR_{hj}}{S_{hjl}^{(h)}} \left( \frac{N_0}{2} + \frac{T_c}{3} \left( S_{MAI}^{(hjl)} + \frac{(L-1)}{L} S_{hjl}^{(h)} \right) \right) \quad (5-1-4)$$

As definições em (5-1-2) e (5-1-4) demonstram que o desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,hjl}$  é função do requisito de taxa de bits  $R_{hj}$  e da potência do sinal de interesse  $S_{hjl}^{(h)}$  na recepção, para uma determinada potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$  causada pelos demais usuários do sistema. Isso significa que para atender simultaneamente os requisitos de taxa de bits  $R_{hj}$  e desempenho  $P_{B,hjl} = P_{B,hjl}$  em um enlace de comunicação  $hjl$ , a potência na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$  deve ser ajustada utilizando técnicas apropriadas de controle de potência. No modelo de sistema proposto no capítulo 2, o controle de potência deve atuar sobre a potência nos transmissores, ajustando o parâmetro  $P_{gik}$  representado nas figuras 2.2.5 e 2.2.6 de modo a compensar os efeitos da atenuação no canal.

Em sistemas celulares onde todos os usuários transmitem informação com a mesma taxa de bits e têm o mesmo requisito de desempenho, o controle de potência deve garantir que todos os usuários de uma célula  $h$  apresentem a mesma potência  $S_{hjl}^{(h)}$  na recepção, o que também implica em uma mesma  $S_{MAI}^{(hjl)}$  em todos os receptores da célula. Em sistemas celulares multitaxas, o controle de potência deve garantir que os usuários de um mesmo sub-sistema apresentem a mesma potência na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$  uma vez que todos devem atender os mesmos requisitos de taxa de bits e desempenho. Por outro lado, usuários que desenvolvem aplicações com diferentes requisitos de taxas de bits e desempenho devem apresentar potências na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$  distintas. Se todos os usuários de um sistema multitaxa transmitissem com a mesma potência na recepção  $S_{hjl}^{(h)}$ , independente de sua taxa de bits, os usuários com taxas de bits mais altas apresentariam maior probabilidade de erro de bit, o que certamente não atenderia às necessidades dos sistemas celulares de terceira

geração e limitaria sua flexibilidade quanto aos requisitos de desempenho das classes de serviço suportadas.

Em resumo, o controle de potência em sistemas celulares multitaxas deve ser interpretado como um instrumento que possibilita, através do ajuste das potências nos transmissores em níveis adequados, atender diferentes requisitos de desempenho nos enlaces de comunicação, viabilizando que os sistemas suportem uma grande variedade de aplicações ou classes de serviços. O estudo detalhado com análise e caracterização das técnicas de controle de potência fogem aos objetivos deste estudo.

## 5.2 - PERDA DE PERCURSO

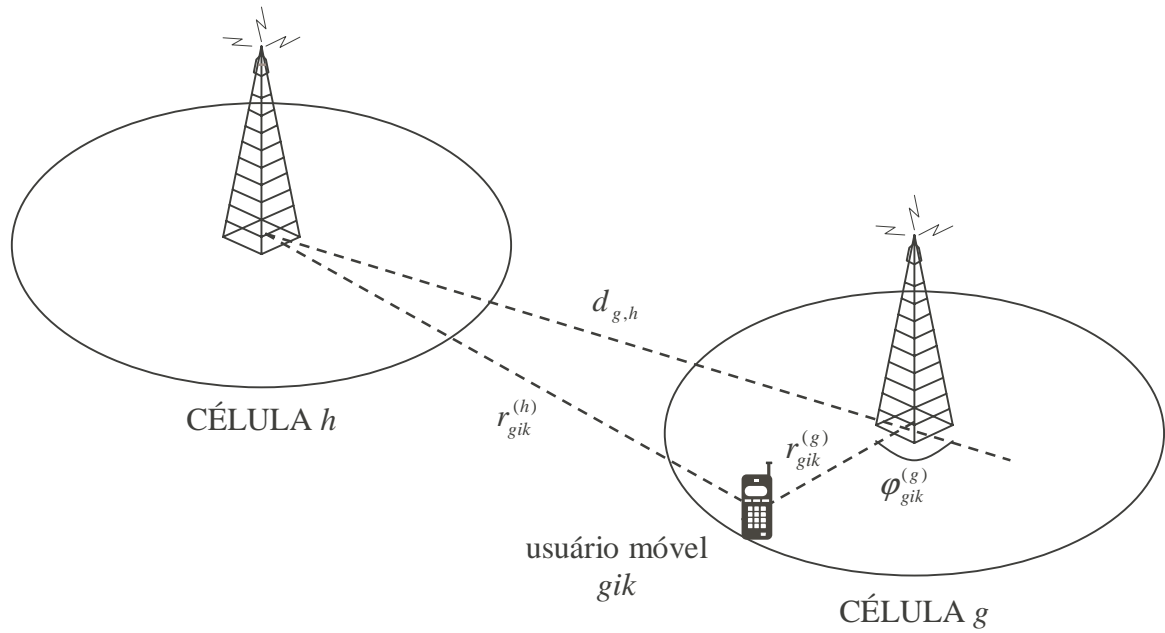
O modelo de propagação proposto neste estudo considera que a relação entre potência média recebida e potência média transmitida, denominada perda de percurso, é inversamente proporcional à distância entre transmissor e receptor elevada a um expoente de propagação  $\gamma$  que depende do ambiente celular [Sk197a]. No modelo proposto para canal AWGN no capítulo 3, os sinais se propagam no espaço livre, onde o expoente de propagação é assumido igual a 2 [Pro95]. No modelo proposto para canal multi-percurso no capítulo 4 são considerados os efeitos da reflexão, difração e dispersão no meio físico e o expoente de propagação assume valores entre 3 e 4 [Itu97c].

Dessa forma, define-se a perda de percurso do sinal  $s_{gik}(t)$  no trajeto entre o usuário móvel  $gik$  (transmissor  $gik$ ) e a estação rádio-base da célula  $g$  (receptor  $gik$ ) como

$$\frac{S_{gik}^{(g)}}{S_{gik}^{(TX)}} = \frac{K}{\left(r_{gik}^{(g)}\right)^\gamma} \quad (5-2-1)$$

onde  $r_{gik}^{(g)}$  é a distância entre o usuário  $gik$  e a ERB da célula  $g$ , e  $K$  é uma constante de proporcionalidade assumida a mesma para todas as células do sistema, que depende dos ganhos das antenas e da frequência em que opera o sistema celular.

Da mesma forma, a perda de percurso do sinal  $s_{gik}(t)$  no trajeto até a ERB de uma célula vizinha  $h$ , que caracteriza como o usuário  $gik$  interfere nos receptores dessa célula, é função da distância  $r_{gik}^{(h)}$  correspondente a esse percurso. Essa distância pode ser determinada a partir da posição do usuário  $gik$  na célula  $g$  e da distância entre as células  $h$  e  $g$ , conforme demonstrado em seguida.



**Figura 5.2.1 – Interferência em Célula Vizinha**

A figura 5.2.1 ilustra os parâmetros envolvidos na determinação de  $r_{gik}^{(h)}$ , que corresponde à distância entre o usuário móvel  $gik$  e a ERB de uma célula vizinha  $h$ . De acordo com a figura, define-se  $r_{gik}^{(g)}$  como a distância entre o usuário  $gik$  e a ERB da célula visitada  $g$ ; e  $d_{g,h}$  como a distância entre as ERBs das células  $g$  e  $h$ . Nesse modelo, os parâmetros  $r_{gik}^{(g)}$  e  $\varphi_{gik}^{(g)}$  constituem coordenadas polares que definem a posição do usuário  $gik$  na célula  $g$ . Utilizando a lei dos cossenos, esses parâmetros se relacionam através de

$$\left(r_{gik}^{(h)}\right)^2 = \left(r_{gik}^{(g)}\right)^2 + \left(d_{g,h}\right)^2 + 2d_{g,h}r_{gik}^{(g)}\cos\varphi_{gik}^{(g)} \quad (5-2-2)$$

A partir de (5-2-2) define-se a perda de percurso do sinal  $s_{gik}(t)$  no trajeto entre o usuário móvel  $gik$  (transmissor  $gik$ ) e a ERB da célula vizinha  $h$  como função da posição do usuário  $gik$  na célula  $g$  (coordenadas  $r_{gik}^{(g)}$  e  $\varphi_{gik}^{(g)}$ ) e da distância entre as células  $g$  e  $h$ :

$$\frac{S_{gik}^{(h)}}{S_{gik}^{(TX)}} = \frac{K}{\left(r_{gik}^{(h)}\right)^\gamma} = \frac{K}{\left(\sqrt{\left(r_{gik}^{(g)}\right)^2 + \left(d_{g,h}\right)^2} + 2d_{g,h}r_{gik}^{(g)}\cos\varphi_{gik}^{(g)}\right)^\gamma} \quad (5-2-3)$$

## 5.3 - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO

### 5.3.1 - Definição

Em (3-2-20) e (4-2-21) define-se a potência média interferente na recepção do sinal de um usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$  causada pelos demais usuários do sistema como a soma das potências  $S_{gik}^{(h)}$  recebidas em função de todos os enlaces de comunicação estabelecidos em todas as células do sistema multitaxa, com exceção da potência  $S_{hjl}^{(h)}$  do sinal de interesse:

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} \quad (5-3-1)$$

A potência total  $S_{Total}^{(h)}$  no receptor  $hjl$ , que é a mesma para todos os receptores da célula  $h$ , é dada por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y S_g^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} \quad (5-3-2)$$

onde

- $S_g^{(h)}$  é a potência nos receptores da célula  $h$  em função dos enlaces de comunicação estabelecidos em uma célula vizinha  $g$ ; e
- $S_{gi}^{(h)}$  é a potência nos receptores da célula  $h$  em função apenas dos enlaces de comunicação do sub-sistema  $i$  da célula  $g$ , definida a partir de (5-2-1) e (5-2-3) como

$$S_{gi}^{(h)} = \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(g)} \frac{(r_{gik}^{(g)})^\gamma}{(r_{gik}^{(h)})^\gamma} = \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(g)} \left( \frac{r_{gik}^{(g)}}{\sqrt{(r_{gik}^{(g)})^2 + (d_{g,h})^2 + 2d_{g,h} r_{gik}^{(g)} \cos \phi_{gik}^{(g)}}} \right)^\gamma \quad (5-3-3)$$

A expressão (5-3-3) permite determinar  $S_{gi}^{(h)}$  a partir da distância entre as ERBs das células  $g$  e  $h$ , da posição dos usuários do sub-sistema  $gi$  (coordenadas  $d_{gik}^{(g)}$  e  $\phi_{gik}^{(g)}$  definidas na figura 5.2.1), e da potência  $S_{gik}^{(g)}$  de cada um desses usuários. Porém a posição dos usuários  $gik$  na célula  $g$  normalmente é desconhecida em virtude da mobilidade, o que torna conveniente expressar  $S_{gi}^{(h)}$  como função de como os usuários se distribuem na célula  $g$ .

Conforme abordado no item 5.1, a potência  $S_{gik}^{(g)}$  deve ser igual para todos os  $U_{gi}$  usuários do sub-sistema  $gi$  pois todos devem atender o mesmo requisito de taxa de bits e desempenho. Dessa forma, definindo  $S_{gi}^{(h)}$  a partir de (5-3-3) como a soma de parcelas infinitesimais de potência nos receptores da célula  $h$  que resultam dos enlaces de comunicação estabelecidos pelos  $dU_{gi}$  usuários do sub-sistema  $gi$ , que se encontram em uma região com área  $dA$  na célula  $g$ , se obtém que

$$\begin{aligned} S_{gi}^{(h)} &= S_{gik}^{(g)} \int_{\text{Área da célula } g} \left( \frac{r_{gik}^{(g)}}{\sqrt{(r_{gik}^{(g)})^2 + (d_{g,h})^2 + 2d_{g,h} r_{gik}^{(g)} \cos \phi_{gik}^{(g)}}} \right)^\gamma \frac{dU_{gi}}{dA} dA \\ &= S_{gi}^{(g)} w_{gi}^{(h)} \end{aligned} \quad (5-3-4)$$

onde

$$S_{gi}^{(g)} = U_{gi} S_{gik}^{(g)} \quad (5-3-5)$$

é a potência nos receptores de uma célula  $g$  que resulta dos enlaces de comunicação do sub-sistema  $gi$  da própria célula;

$$w_{gi}^{(h)} = \frac{1}{U_{gi}} \int_{\text{Área da célula } g} \left( \frac{r_{gik}^{(g)}}{\sqrt{(r_{gik}^{(g)})^2 + (d_{g,h})^2 + 2 d_{g,h} r_{gik}^{(g)} \cos \phi_{gik}^{(g)}}} \right)^\gamma \rho_{gi} dA \quad (5-3-6)$$

é uma função que caracteriza como a potência total resultante dos enlaces de comunicação do sub-sistema  $gi$  interfere em uma célula vizinha  $h$ ; e

$$\rho_{gi} = \frac{dU_{gi}}{dA} \quad (5-3-7)$$

é a função densidade de usuários do sub-sistema  $gi$ , que define como os usuários desse sub-sistema se distribuem na área de cobertura da célula  $g$ .

A partir de (5-3-2) e (5-3-4) se determina a potência  $S_g^{(h)}$  nos receptores da célula  $h$  em função de todos os enlaces de comunicação estabelecidos na célula vizinha  $g$  como

$$S_g^{(h)} = \sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(h)} = \sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(g)} w_{gi}^{(h)} = S_g^{(g)} w_g^{(h)} \quad (5-3-8)$$

onde  $S_g^{(g)}$  é a potência nos receptores de uma célula  $g$  em função de todos os enlaces de comunicação estabelecidos na própria célula  $g$ ; e



$$w_g^{(h)} = \frac{1}{S_g^{(g)}} \sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(g)} w_{gi}^{(h)} = \frac{\sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(g)} w_{gi}^{(h)}}{\sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(g)}} \quad (5-3-9)$$

é uma função que caracteriza como a potência total resultante de todos os enlaces de comunicação estabelecidos em uma célula  $g$  interfere em uma célula vizinha  $h$ .

Dessa forma, a potência total no receptor  $hjl$  pode ser escrita a partir de (5-3-2) e (5-3-8) como

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y S_g^{(h)} = \sum_{g=1}^Y S_g^{(g)} w_g^{(h)} \quad (5-3-10)$$

observando que  $w_h^{(h)} = 1$ . A potência  $S_g^{(g)}$  pode ser interpretada como um parâmetro que caracteriza a carga da célula  $g$  em um dado instante, onde define-se carga ou capacidade de uma célula como a quantidade de usuários em cada sub-sistema da célula. A potência  $S_g^{(g)}$  e consequentemente o número de usuários por sub-sistema na célula devem obedecer parâmetros de dimensionamento do sistema, que definem limites para a interferência nas células vizinhas de modo que os requisitos de desempenho nessas células possam ser garantidos. Da mesma forma, a potência  $S_{Total}^{(h)}$  pode ser interpretada como um parâmetro que caracteriza a carga de todo o sistema celular multitaxa em um dado instante. Porém, deve ser observado que a potência total nos receptores é limitada por restrições tecnológicas quanto à linearidade dos amplificadores de potência utilizados nesses receptores.

A partir de (5-3-10) e (5-3-1) determina-se a potência da interferência de múltiplo acesso no receptor  $hjl$  como

$$S_{MAI}^{(hjl)} = \left( \sum_{g=1}^Y S_g^{(h)} \right) - S_{hjl}^{(h)} = \left( \sum_{g=1}^Y S_g^{(g)} w_g^{(h)} \right) - S_{hjl}^{(h)} \quad (5-3-11)$$

### 5.3.2 - Densidade Uniforme de Usuários

Quando a distribuição exata dos usuários na célula não é conhecida, pode se adotar a premissa de que os usuários de cada sub-sistema são uniformemente distribuídos na área de cobertura da célula. Dessa forma, se uma célula  $g$  tem formato circular com raio  $R_g$  e os  $U_{gi}$  usuários do sub-sistema  $gi$  estão uniformemente distribuídos em sua área de cobertura, então a densidade de usuários do sub-sistema  $gi$  é dada por

$$\rho_{gi} = \frac{U_{gi}}{\pi R_g^2} \quad (5-3-12)$$

Assumindo que a ERB da célula  $g$  está localizada no centro da célula e o expoente de propagação  $\gamma$  é igual a 4, a função  $w_{gi}^{(h)}$  que caracteriza como a potência total resultante dos enlaces de comunicação do sub-sistema  $gi$  interfere em uma célula vizinha  $h$  é dada a partir de (5-3-6) por [Kim93]

$$\begin{aligned} w_{gi}^{(h)} &= \frac{1}{U_{gi}} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_g} \left( \frac{r_{gik}^{(g)}}{\sqrt{(r_{gik}^{(g)})^2 + (d_{g,h})^2 + 2r_{gik}^{(g)} d_{g,h} \cos \varphi_{gik}^{(g)}}} \right)^4 \frac{U_{gi}}{\pi R_g^2} r_{gik}^{(g)} dr_{gik}^{(g)} d\varphi_{gik}^{(g)} \\ &= \frac{4d_{g,h}^2}{R_g^2} \ln \left( \frac{d_{g,h}^2}{d_{g,h}^2 - R_g^2} \right) - \frac{(4d_{g,h}^4 - 6d_{g,h}^2 R_g^2 + R_g^4)}{(d_{g,h}^2 - R_g^2)^2} \end{aligned} \quad (5-3-13)$$

Se a distância  $d_{g,h}$  entre as ERBs é definida como função do raio da célula  $g$  conforme

$$d_{g,h} = x_{g,h} R_g \quad (5-3-14)$$

se tem que

$$w_{gi}^{(h)} = 4x_{g,h}^2 \ln \left( \frac{x_{g,h}^2}{x_{g,h}^2 - 1} \right) - \frac{(4x_{g,h}^4 - 6x_{g,h}^2 + 1)}{(x_{g,h}^2 - 1)^2} \quad (5-3-15)$$

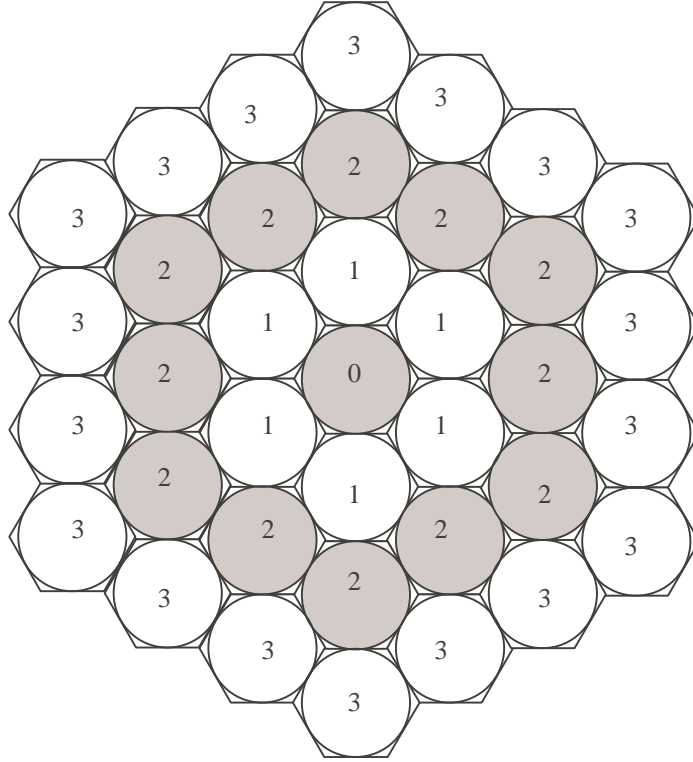
De acordo com as expressões (5-3-13) ou (5-3-15), verifica-se que  $w_{gi}^{(h)}$  é o mesmo para todos os sub-sistemas da célula  $g$  se todos apresentam densidade uniforme de usuários, pois é função apenas de  $x_{g,h} = d_{g,h}/R_g$ . Nesse caso, a partir da expressão (5-3-9) se tem que

$$w_g^{(h)} = \frac{1}{S_g^{(g)}} \sum_{i=1}^{X_g} S_{gi}^{(g)} w_{gi}^{(h)} = w_{gi}^{(h)} \quad (5-3-16)$$

de modo que pode se calcular a potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$  em um receptor  $hjl$  utilizando a expressão (5-3-11) e determinando  $w_g^{(h)}$  para cada célula vizinha a partir das expressões (5-3-13) ou (5-3-15) com base na arquitetura do sistema celular (distância entre ERBs e raios das células).

### 5.3.3 - Arquitetura Celular

Conforme abordado no sub-item 5.3.2, o cálculo da potência interferente proveniente das células vizinhas exige o conhecimento da arquitetura do sistema celular. Na modelagem dessa arquitetura é conveniente representar as células por hexágonos de modo que as fronteiras entre células sejam delimitadas sem sobreposições ou áreas descobertas. Por outro lado, a representação das áreas de cobertura das células por círculos é adequada quando se assume o uso de antenas omnidirecionais nas ERBs. A figura 5.3.1 ilustra o modelo de arquitetura celular proposto neste estudo, onde o formato circular é adequado à geometria hexagonal: as áreas de cobertura das células são representadas por círculos inscritos a hexágonos de modo que os raios das células sejam iguais aos apótemas dos hexágonos [Rol00].



**Figura 5.3.1 – Arquitetura Celular Hexagonal**

No modelo proposto todas as células apresentam o mesmo raio  $R$ . A célula que ocupa a posição indicada por “0” é denominada célula central, enquanto os demais números indicados na figura 5.3.1 definem a ordem  $n$  do anel a que pertencem. O número de células em um anel de ordem  $n$  é igual a  $6n$ . Algumas células foram sombreadas simplesmente para facilitar a visualização do conceito de anel. Embora a figura 5.3.1 represente um sistema composto por apenas três anéis, o modelo proposto não se limita a esse número.

De acordo com as expressões (5-3-11), (5-3-9) e (5-3-6), para calcular a potência da interferência de múltiplo acesso  $S_{MAI}^{(hjl)}$  em um receptor  $hjl$  localizado na ERB de uma célula  $h$  é necessário conhecer a distância entre essa ERB e as demais ERBs do sistema celular. Assumindo que a célula  $h$  é a célula central no modelo de arquitetura definido na figura 5.3.1, e que as ERBs em todas as células estão localizadas no centro de cada célula, as distâncias entre a ERB da célula central  $h$  e as demais ERBs do sistema podem ser determinadas com base no sistema de coordenadas definido na figura 5.3.2.



$$S_g^{(g)} = S, \quad \text{para } g = 1, \dots, Y \quad (5-3-18)$$

então a potência interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$  é dada conforme (5-3-11) por

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S \left( \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \right) - S_{hjl}^{(h)} \quad (5-3-19)$$

onde  $w_g^{(h)}$  é determinado a partir de (5-3-15) utilizando

$$x_g^{(h)} = 2\sqrt{n^2 + m^2 - nm} \quad (5-3-20)$$

Definindo o fator de interferência de anel

$$W_n^{(h)} = 6 \sum_{m=1}^n w_g^{(h)} \quad (5-3-21)$$

como a relação entre a potência interferente proveniente de todas as  $6n$  células do anel de ordem  $n$  e a potência  $S$  nas células, e definindo o fator de interferência total

$$W_{Total}^{(h)} = \sum_{n=1}^A W_n^{(h)} \quad (5-3-22)$$

como a relação entre a potência interferente proveniente de todas as células em todos os  $A$  anéis do sistema celular e a potência  $S$  nas células, se tem que a potência da interferência de múltiplo acesso total  $S_{MAI}^{(hjl)}$  em um receptor  $hjl$  é dada por

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S \left( 1 + \sum_{n=1}^A W_n^{(h)} \right) - S_{hjl}^{(h)} = S \left( 1 + W_{Total}^{(h)} \right) - S_{hjl}^{(h)} \quad (5-3-23)$$

A tabela 5.3.1 mostra os resultados do cálculo do fator de interferência de anel  $W_n^{(h)}$  para os vários anéis de um sistema celular definido conforme o modelo da figura 5.3.1, assumindo (5-3-18) e distribuição uniforme de usuários por sub-sistema nas células conforme proposto no sub-item 5.3.2. Essa tabela foi obtida utilizando a rotina *fator\_interferencia.m*, desenvolvida em *software* Matlab e apresentada no Anexo, que determina o fator de interferência  $W_n^{(h)}$  para cada anel de ordem  $n$  a partir das expressões (5-3-21), (5-3-16), (5-3-15) e (5-3-20).

Ordem do Anel (n)	$W_n^{(h)}$
1	0,2841
2	0,0274
3	0,0074
4	0,0030
5	0,0015
6	0,0009
7	0,0005
8	0,0004
9	0,0003
10	0,0002

**Tabela 5.3.1 – Fator de Interferência de Anel  $W_n^{(h)}$**

De acordo com a tabela, as células no anel de ordem 1 totalizam uma potência interferente de aproximadamente 28% da potência  $S$  de uma célula. Para anéis mais distantes, essa interferência diminui significativamente apesar desses anéis serem formados por um número maior de células.

A partir da definição de um limite inferior para  $W_n^{(h)}$ , a rotina *fator\_interferencia.m* também calcula o fator de interferência total a partir da expressão (5-3-22), desprezando a interferência de anéis com  $W_n^{(h)}$  menor que esse limite. Definindo 0,1% como esse limite inferior, a interferência de anéis de ordem maior que 5 é desprezada e a rotina fornece o seguinte resultado:

$$W_{Total}^{(h)} \cong 0,3234 \quad (5-3-24)$$

que significa que a potência total interferente proveniente de todas as células vizinhas do sistema é aproximadamente 32,34% da potência  $S$  de uma célula. Vale ressaltar que na obtenção dos resultados neste sub-item considera-se controle perfeito de potência e despreza-se a diferença entre as áreas dos hexágonos e círculos, ilustrada na figura 5.3.1.



## 6 - ESQUEMAS DE MULTITAXA

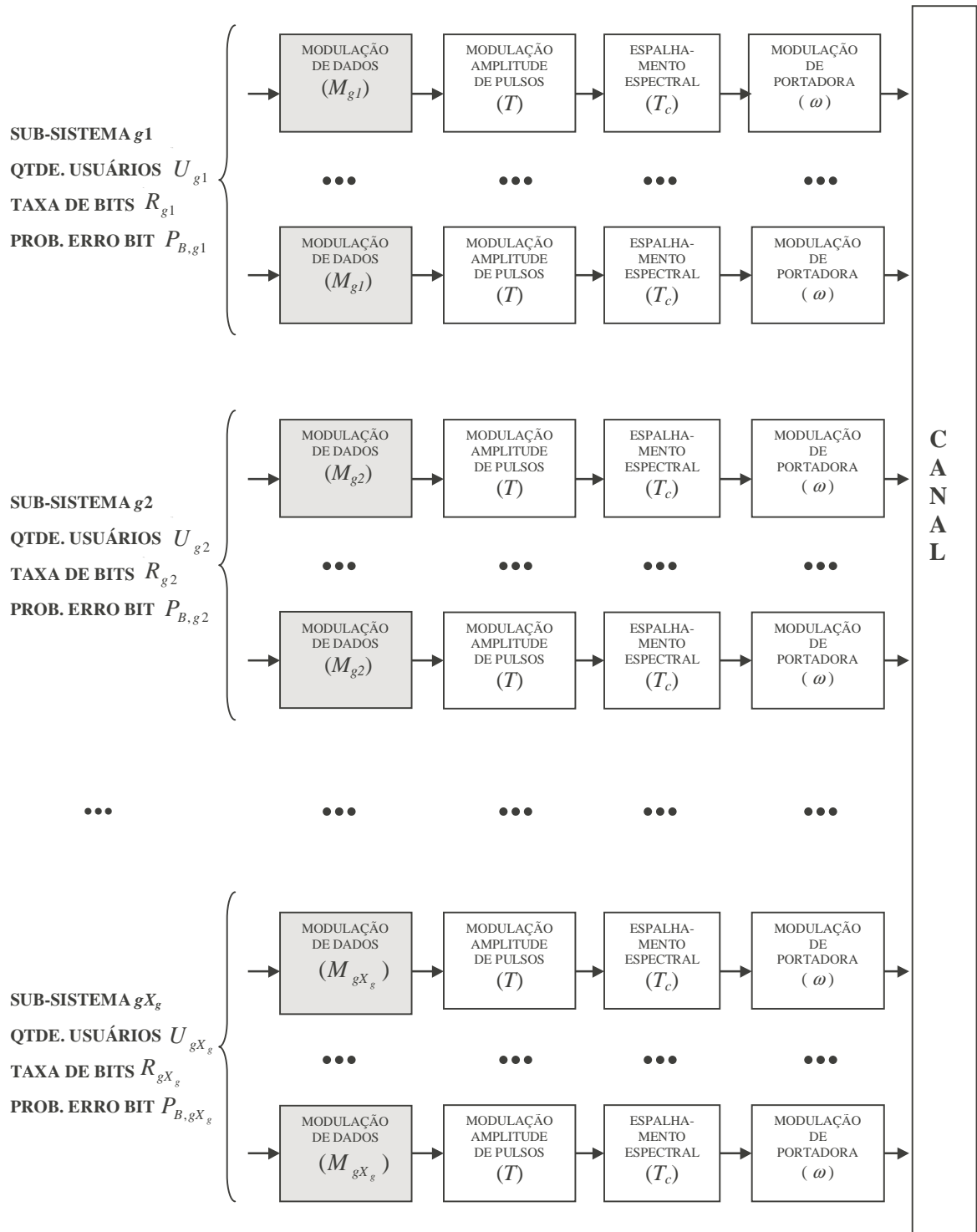
### 6.1 - MULTI-MODULAÇÃO

#### 6.1.1 - Definição

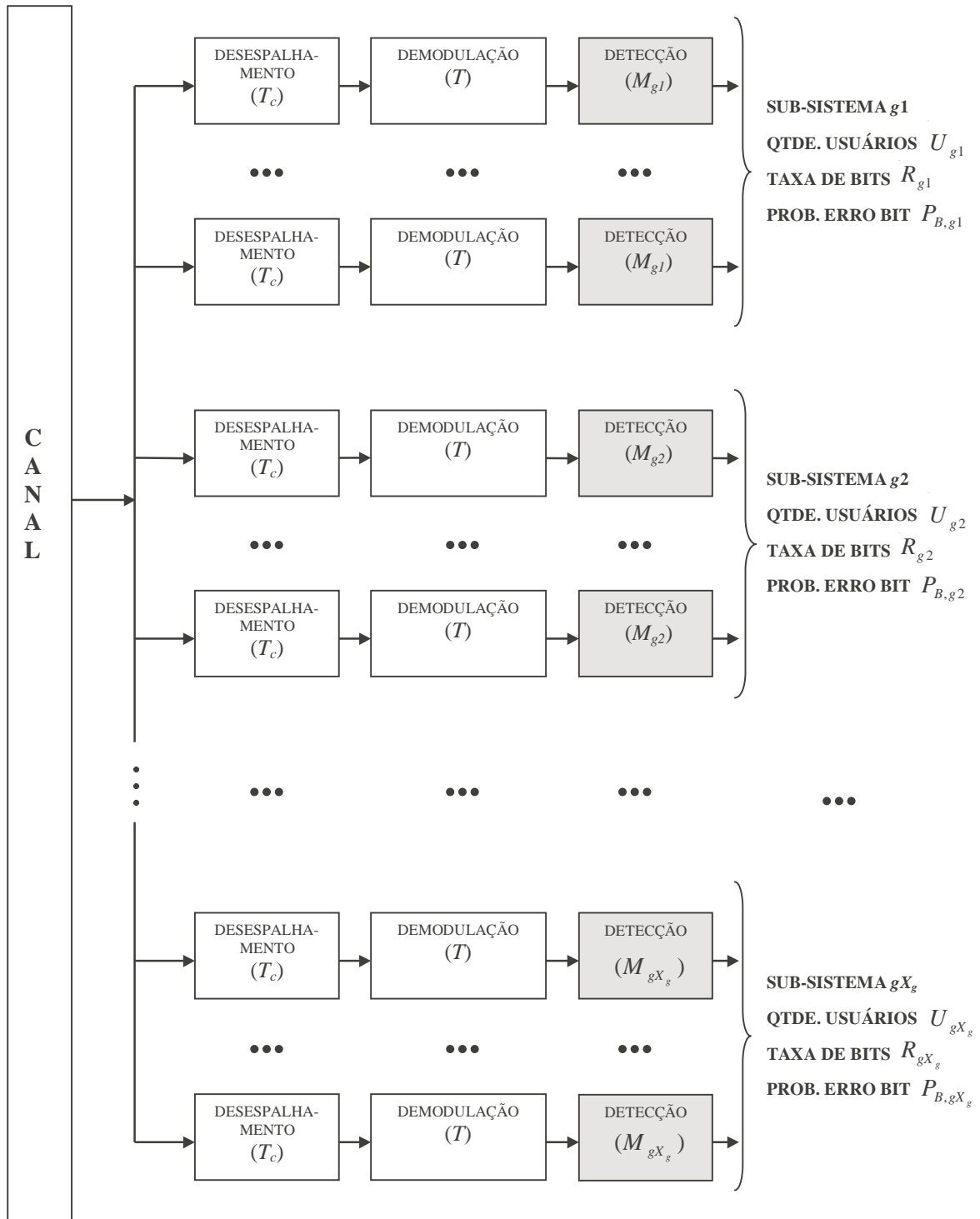
Os sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa multi-modulação [Ott98] são caracterizados pela utilização de diversas soluções de modulação de dados para atender diversos requisitos de taxas de bits distintos. Nesses sistemas, a possibilidade de se utilizar soluções com níveis de modulação distintos significa que a quantidade de bits transportada por cada símbolo transmitido é ajustada conforme o requisito de taxa de bits: quanto maior a taxa de bits, maior é o nível de modulação e consequentemente maior o número de bits transportados por um símbolo transmitido.

O modelo proposto para sistemas multitaxas multi-modulações está baseado no modelo multitaxa definido na figura 2.1.2, que representa o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA. Esse modelo está representado nas figuras 6.1.1 e 6.1.2, que ilustram a célula  $g$  de um sistema multitaxa multi-modulação que suporta  $X_g$  aplicações, representadas pelos sub-sistemas  $g1$  a  $gX_g$ . Cada sub-sistema  $gi$  é composto por  $U_{gi}$  usuários e suporta os requisitos de taxa de transmissão de bits  $R_{gi}$  e desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,gi}$  especificados para a aplicação a que corresponde.

Os transmissores multitaxas multi-modulações são definidos conforme o modelo proposto no item 2.2 e representado nas figuras 2.2.5 e 2.2.6, composto pelos seguintes blocos funcionais: modulação de dados, modulação de amplitude de pulso, espalhamento espectral e modulação de portadora. Os receptores multitaxas multi-modulações são definidos conforme o modelo proposto no item 2.3 e representado nas figuras 2.3.4 e 2.3.5, composto pelos seguintes blocos funcionais: desespalhamento espectral, demodulação e detecção.



**Figura 6.1.1 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa Multi-Modulação (Transmissão)**



**Figura 6.1.2 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa Multi-Modulação (Recepção)**

Conforme ilustrado nas figuras 6.1.1 e 6.1.2, em sistemas multitaxas multi-modulações, o parâmetro que diferencia transmissores e receptores em sub-sistemas distintos é o nível de modulação  $M_{gi}$  empregado na solução de modulação de dados do transmissor e na solução de detecção do receptor. Nesses sistemas, os circuitos dos demais blocos funcionais dos transmissores e receptores devem ser implementados utilizando os mesmos parâmetros em todos os sub-sistemas, com exceção obviamente dos parâmetros individuais tais como códigos de espalhamento e potência nos transmissores.

As soluções de modulações de dados adotadas em sistemas multitaxas multi-modulações devem ser tais que em todos os sub-sistemas seja utilizada uma mesma taxa de símbolos  $R = T^{-1}$ , denominada taxa básica do sistema multitaxa multi-modulação. Para atender o requisito de taxa de bits  $R_{gi} = R$ , os transmissores do sub-sistema  $gi$  devem adotar a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, com nível de modulação  $M_{gi} = 2$ . Para atender o requisito de taxa de bits  $R_{gi} > R$ , os transmissores do sub-sistema  $gi$  devem adotar a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3, com nível de modulação igual a

$$M_{gi} = 2^{\frac{R_{gi}}{R}} \quad (6-1-1)$$

o que implica em

$$se \quad R_{g1} < R_{g2} < \dots < R_{gX_g} \quad \Rightarrow \quad M_{g1} < M_{g2} < \dots < M_{gX_g} \quad (6-1-2)$$

Na modulação de amplitude de pulso, as sequências de símbolos de todos os usuários em todos os sub-sistemas devem ser convertidas em sinais com a mesma taxa de símbolos  $R = T^{-1}$ , utilizando trens de pulsos retangulares com a mesma largura de pulso

$$T_{gi} = \frac{\log_2 M_{gi}}{R_{gi}} = \frac{1}{R} = T \quad (6-1-3)$$

No espalhamento espectral, os sinais de todos os usuários em todos os sub-sistemas devem ser espalhados em uma mesma banda utilizando códigos de espalhamento com uma taxa de chip  $T_c^{-1}$  comum. Como a taxa de símbolo  $T^{-1}$  também é comum a todos os sub-sistemas, o ganho de processamento é o mesmo em todos os sub-sistemas e definido como

$$N_{gi} = N = \frac{T}{T_c} \quad (6-1-4)$$

Na modulação de portadora, as amplitudes  $\sqrt{2P_{gik}}$  das portadoras utilizadas em cada transmissor multitaxa nos diversos sub-sistemas são determinadas de acordo com as referências para controle de potência. Conforme abordado no capítulo 5, a determinação da potência nos transmissores é função não só da atenuação no canal, como também do requisito de desempenho da aplicação que o usuário desenvolve em um dado instante.

De acordo com o modelo proposto, define-se o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída de um transmissor multitaxa multi-modulação  $gik$  a partir de (2-2-29) como

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \quad (6-1-5)$$

onde  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero se  $R_{gi} = R$ , pois implica na adoção da modulação binária.

Os receptores multitaxas multi-modulações devem processar o sinal  $r^{(g)}(t)$  fornecido pelo canal, que é uma composição de todos os sinais  $s_{gik}(t)$  no sistema, de modo a identificar a informação enviada pelo transmissor  $gik$  e produzir a sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{gik}(n)$  na entrada do sistema. Nas soluções de desespalhamento espectral devem ser utilizadas cópias sincronizadas dos mesmos códigos de espalhamento utilizados nos transmissores correspondentes. Na demodulação, os circuitos implementados devem atender requisitos de sincronismo de símbolo e portadora com os transmissores correspondentes. Na detecção, as soluções adotadas devem manter a compatibilidade com as soluções de modulação de dados adotadas nos transmissores, o que

significa utilizar regras de mapeamento de bits em símbolos distintas para sub-sistemas com requisitos de taxa de bits distintos. A sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$  é obtida pela tradução em bits dos valores da sequência  $\hat{A}_{gik}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  são definidas a partir de (2-3-9) como

$$\begin{aligned}\hat{A}_{gik}^I(m) &= \int_{mT}^{(m+1)T} r^{(g)}(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) dt \\ \hat{A}_{gik}^Q(m) &= - \int_{mT}^{(m+1)T} r^{(g)}(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) dt\end{aligned}\tag{6-1-6}$$

com  $\hat{A}_{gik}^Q(m) = 0$  se é adotada a solução de modulação de dados binária.

Para garantir flexibilidade aos usuários de sistemas multitaxas, os transmissores e receptores devem possibilitar o ajuste de determinados parâmetros internos de modo a atender o requisito de taxa de bits da aplicação que o usuário desenvolve em um dado instante. No esquema de multitaxa multi-modulação, esse parâmetro ajustável é o nível de modulação  $M_{gi}$  adotado, o que significa que os transmissores multitaxas multi-modulações devem ser capazes de variar o algoritmo de mapeamento de bits em símbolos, buscando uma solução de modulação de dados que compatibilize a taxa de bits requerida com a taxa de símbolos básica do sistema. Da mesma forma, os receptores multi-modulações devem ser capazes de variar seus algoritmos de decisão nos circuitos de detecção de acordo com o requisito de taxa de bits, compatibilizando-se com a solução de modulação de dados adotada no transmissor.

Se o usuário, por exemplo, desenvolve em um determinado instante uma aplicação que demanda taxa de bits  $R_{gi}$  igual à taxa de símbolos básica do sistema  $R = T^{-1}$ , então o transmissor multitaxa e seu correspondente receptor devem associar cada bit a um símbolo, adotando a modulação de dados binária. Quando o usuário passa a desenvolver uma nova aplicação, com diferente requisito de taxa de bits, os transmissores e receptores devem ser ajustados para essa nova condição, o que significa utilizar uma nova solução de modulação de dados, onde cada símbolo transmitido transporte uma diferente quantidade de bits.

### 6.1.2 - Desempenho em Canais AWGN

O desempenho de sistemas multitaxas multi-modulações em canais AWGN é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 3, desenvolvendo-as para o caso multi-modulação de acordo com o modelo definido no sub-item 6.1.1. Conforme esse modelo, sub-sistemas que apresentam requisito de taxa de bits igual a taxa básica  $R$  devem adotar a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, enquanto sub-sistemas com requisito de taxa de bits igual a  $R \log_2 M_{hj}$ , onde  $M_{hj} \geq 4$ , devem adotar a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 com nível de modulação igual a  $M_{hj}$ .

A partir dos resultados obtidos em (3-3-11) e (3-3-18) define-se para sistemas multitaxas multi-modulações em canais AWGN que a probabilidade de erro de bit dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits igual a  $R_{hj} = R$ , que utilizam modulação binária, e dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits  $R_{hj} = 2R$ , que utilizam a modulação quaternária, é dada por

$$P_{B,hjl} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6-1-7)$$

onde  $(SNR)_{hjl}$  é a relação sinal-ruído por bit na recepção definida em (3-1-5) e  $S_{MAI}^{(hjl)}$  é a potência da interferência de múltiplo acesso definida em (3-2-20).

Da mesma forma, a partir de (3-3-30) e (3-3-32), define-se que a probabilidade de erro de bit dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits  $R_{hj} = R \log_2 M_{hj} \geq 4R$ , que utilizam modulação M-ária com  $M_{hj} \geq 16$ , é dada por

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjl}^{I/Q} (2 - P_{E,hjl}^{I/Q}) \quad (6-1-8)$$

com

$$P_{E,hjl}^{I/Q} = \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q \left( \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6-1-9)$$

Conforme (3-2-20), a potência total interferente em um receptor  $hjl$  é dada por

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} \quad (6-1-10)$$

onde a potência total no receptor  $hjl$ , que é a mesma em todos os receptores da célula  $h$ , é dada conforme (5-3-2), (5-3-10), (5-3-5) e (3-1-6) por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} S_{gik}^{(g)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gik} N_0 R_{gi} \quad (6-1-11)$$

que pode ser expressa em função do nível de modulação  $M_{gi}$ , definido conforme (6-1-1), como

$$S_{Total}^{(h)} = N_0 R \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gik} \log_2 M_{gi} \quad (6-1-12)$$

onde  $w_g^{(h)}$  é uma função que caracteriza como a potência total dos transmissores na célula vizinha  $g$  interfere nos receptores da célula  $h$ , definida a partir de (5-3-9) e (5-3-6);  $R$  é a taxa de símbolos básica do sistema multitaxa multi-modulação; e a relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{gik}$  é função do requisito de desempenho  $P_{B,gi}$  no sub-sistema  $gi$ .



### 6.1.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos

O desempenho de sistemas multitaxas multi-modulações em canais com múltiplos percursos é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 4, desenvolvendo-as para o caso multi-modulação conforme o modelo definido no sub-item 6.1.1, de forma análoga à empregada no sub-item 6.1.2 para canais AWGN.

A partir dos resultados obtidos em (4-3-8), (4-3-9), (4-3-12) e (4-3-13) define-se para sistemas multitaxas multi-modulações em canais multi-percursos que a probabilidade de erro de bit dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits igual a  $R_{hj} = R$ , que utilizam modulação binária, e dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits igual a  $R_{hj} = 2R$ , que utilizam modulação quaternária, é dada por

$$P_{B,hjl} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (6-1-13)$$

com

$$E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \quad (6-1-14)$$

onde  $(SNR)_{hjlz}$  é a relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção definida em (4-1-9),  $S_{MAI}^{(hjl)}$  é a potência da interferência de múltiplo acesso definida em (4-2-21) e  $S_{SI}^{(hjlz)}$  é a potência da auto-interferência definida em (4-2-22).

Da mesma forma, a partir de (4-3-16), (4-3-17) e (4-3-18), define-se que a probabilidade de erro de bit dos enlaces de comunicação em sub-sistemas com requisito de taxa de bits  $R_{hj} = R \log_2 M_{hj} \geq 4R$ , que utilizam modulação M-ária com  $M_{hj} \geq 16$ , é dada por

$$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjlz}^{I/Q} (2 - P_{E,hjlz}^{I/Q}) \quad (6-1-15)$$

com

$$P_{E,hjlz}^{I/Q} = \frac{(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (6-1-16)$$

onde

$$E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{2(M_{hj} - 1)}{3 \log_2 M_{hj}} \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right) \right)^{-1} \quad (6-1-17)$$

Conforme (4-2-21) e (4-2-22), a potência total interferente em um receptor  $hjl$  é dada por

$$S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjlz}^{(h)} \quad (6-1-18)$$

onde a potência total no receptor  $hjl$ , que é a mesma em todos os receptores da célula  $h$ , é dada conforme (5-3-2), (5-3-10), (5-3-5), (4-1-7) e (4-1-10) por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} L S_{gikx}^{(g)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} L U_{gi} (SNR)_{gikx} N_0 R_{gi} \quad (6-1-19)$$

que pode ser expressa em função do nível de modulação  $M_{gi}$ , definido em (6-1-1), como

$$S_{Total}^{(h)} = L N_0 R \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gikx} \log_2 M_{gi} \quad (6-1-20)$$

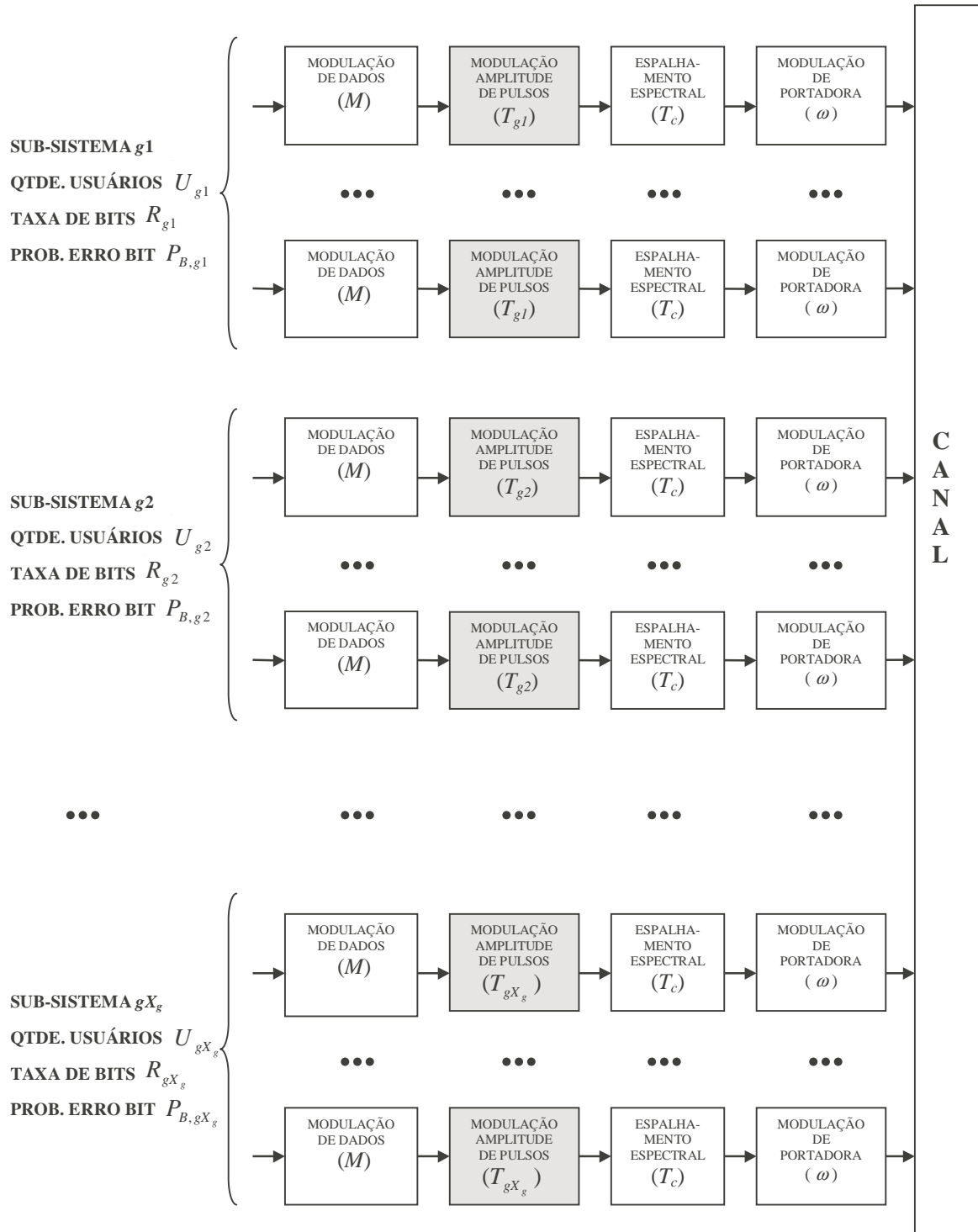
onde  $w_g^{(h)}$  é definida em (5-3-9) e (5-3-6);  $L$  é o número de percursos;  $R$  é a taxa de símbolos básica do sistema multi-modulação; e a relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{gikx}$  é função do requisito de desempenho  $P_{B,gi}$  no sub-sistema  $gi$ .

## 6.2 - MÚLTIPLOS GANHOS DE PROCESSAMENTO

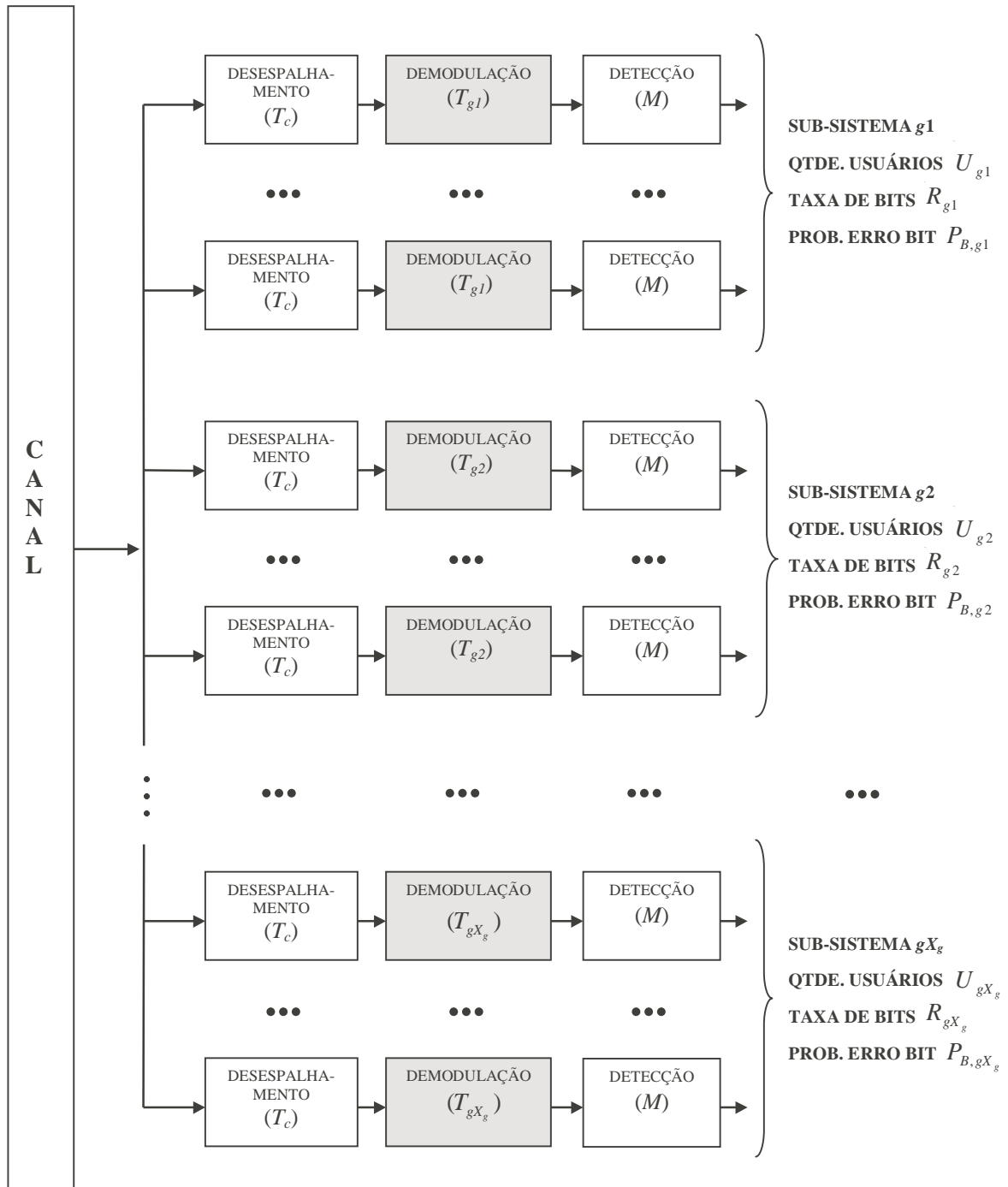
### 6.2.1 - Definição

Os sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa baseado em múltiplos ganhos de processamento [Ott98] são caracterizados pelo espalhamento de todos os sinais de todos os usuários do sistema em uma mesma banda, independente de suas taxas de bits. Ao contrário dos sistemas multi-modulações apresentados no item 6.1 onde a taxa de símbolos com que todos os sinais são transmitidos é a mesma, em sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento a taxa de símbolos com que o sinal de um usuário é transmitido varia conforme o requisito de taxa de bits, o que implica em ganhos de processamento distintos para usuários com taxas de bits distintas. Nesses sistemas, quanto maior a taxa de bits, maior é a taxa de símbolos e consequentemente menor é o ganho de processamento no transmissor multitaxa.

O modelo proposto para sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento está baseado no modelo multitaxa definido na figura 2.1.2, que representa o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA. Esse modelo está representado nas figuras 6.2.1 e 6.2.2, que ilustram a célula  $g$  de um sistema multitaxa com múltiplos ganhos de processamento que suporta  $X_g$  aplicações, representadas pelos sub-sistemas  $g1$  a  $gX_g$ . Cada sub-sistema  $gi$  é composto por  $U_{gi}$  usuários e suporta os requisitos de taxa de transmissão de bits  $R_{gi}$  e desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,gi}$  especificados para a aplicação a que corresponde.



**Figura 6.2.1 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa com Múltiplos Ganhos de Processamento (Transmissão)**



**Figura 6.2.2 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa com Múltiplos Ganhos de Processamento (Recepção)**

Os transmissores multitaxas com múltiplos ganhos de processamento são definidos conforme o modelo proposto no item 2.2 e representado nas figuras 2.2.5 e 2.2.6, composto pelos seguintes blocos funcionais: modulação de dados, modulação de amplitude de pulso, espalhamento espectral e modulação de portadora. Os receptores multitaxas com múltiplos ganhos de processamento são definidos conforme o modelo proposto no item 2.3 e representado nas figuras 2.3.4 e 2.3.5, composto pelos seguintes blocos funcionais: desespalhamento espectral, demodulação e detecção.

Conforme ilustrado nas figuras 6.2.1 e 6.2.2, em sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento, o parâmetro que diferencia transmissores e receptores em sub-sistemas distintos é a taxa de símbolos  $T_{gi}^{-1}$  empregada na solução de modulação de amplitude de pulso do transmissor e na solução de demodulação do receptor, que implica em ganhos de processamento distintos para sub-sistemas distintos. Nesses sistemas, os circuitos dos demais blocos funcionais dos transmissores e receptores devem ser implementados utilizando os mesmos parâmetros em todos os sub-sistemas, com exceção obviamente dos parâmetros individuais tais como códigos de espalhamento e potência nos transmissores

As soluções de modulação de dados adotadas em sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento devem ser as mesmas em todos os sub-sistemas, apresentando o mesmo nível de modulação

$$M_{gi} = M \quad (6-2-1)$$

o que significa uma regra única de mapeamento de bits em símbolos em todo o sistema. Nos sub-itens 3.3.5 e 4.3.5 demonstrou-se que sistemas que adotam as soluções de modulação de dados binária ou quaternária apresentam melhor desempenho que aqueles que adotam soluções com maior nível de modulação. Dessa forma, é considerado neste estudo que os sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento adotam modulação binária ( $M = 2$ ) ou quaternária ( $M = 4$ ) como solução de modulação de dados nos transmissores.

As soluções de modulação de amplitude de pulso adotadas devem ser tais que a taxa de

símbolos  $T_{gi}^{-1}$  seja função do requisito de taxa de bits conforme

$$T_{gi} = \frac{\log_2 M}{R_{gi}} \quad (6-2-2)$$

No espalhamento espectral, os sinais de todos os usuários em todos os sub-sistemas devem ser espalhados em uma mesma banda, utilizando códigos de espalhamento com uma taxa de chip  $T_c^{-1}$  comum. Como a duração de símbolo  $T_{gi}$  é diferente nos diversos sub-sistemas, o ganho de processamento  $N_{gi}$ , dado por

$$N_{gi} = \frac{T_{gi}}{T_c} = \frac{\log_2 M_{gi}}{T_c R_{gi}} = \frac{\log_2 M}{T_c R_{gi}} \quad (6-2-3)$$

também é diferente nos diversos sub-sistemas, de modo que taxas de bits mais altas implicam em menor ganho de processamento:

$$se \quad R_{g1} < R_{g2} < \dots < R_{gX_g} \quad \Rightarrow \quad N_{g1} > N_{g2} > \dots > N_{gX_g} \quad (6-2-4)$$

Na modulação de portadora, as amplitudes  $\sqrt{2P_{gik}}$  das portadoras utilizadas em cada transmissor multitaxa nos diversos sub-sistemas devem ser determinadas de acordo com as referências para controle de potência. Conforme abordado no capítulo 5, a determinação da potência nos transmissores é função não só da atenuação no canal, como também do requisito de desempenho da aplicação que o usuário desenvolve em um dado instante.

De acordo com o modelo proposto, define-se o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída de um transmissor multitaxa com múltiplos ganhos de processamento  $gik$  a partir de (2-2-29) como

$$s_{gik}(t) = \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^I(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) - \sqrt{2P_{gik}} b_{gik}^Q(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) \quad (6-2-5)$$

onde  $b_{gik}^Q(t)$  é igual a zero se o transmissor adota a solução de modulação de dados binária.

Os receptores multitaxas com múltiplos ganhos de processamento devem processar o sinal  $r^{(g)}(t)$  fornecido pelo canal, que é uma composição de todos os sinais  $s_{gik}(t)$  no sistema, de modo a identificar a informação enviada pelo transmissor  $gik$  e produzir a sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{gik}(n)$  na entrada do sistema. Nas soluções de desespalhamento espectral devem ser utilizadas cópias sincronizadas dos mesmos códigos de espalhamento utilizados nos transmissores correspondentes. Na demodulação, as soluções adotadas devem ser compatíveis com as taxas de símbolos  $T_{gi}^{-1}$  nos transmissores correspondentes, que são diferentes nos diversos sub-sistemas. Na detecção, a solução adotada deve ser a mesma em todos os sub-sistemas, compatível com a solução de modulação de dados adotada nos transmissores. A sequência binária  $\hat{a}_{gik}(n)$  é obtida pela tradução em bits dos valores da sequência  $\hat{A}_{gik}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{gik}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gik}^Q(m)$  são definidas a partir de (2-3-9) como

$$\begin{aligned}\hat{A}_{gik}^I(m) &= \int_{mT}^{(m+1)T_{gi}} r^{(g)}(t) c_{gik}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gik}) dt \\ \hat{A}_{gik}^Q(m) &= - \int_{mT}^{(m+1)T_{gi}} r^{(g)}(t) c_{gik}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gik}) dt\end{aligned}\tag{6-2-6}$$

com  $\hat{A}_{gik}^Q(m) = 0$  se é adotada a solução de modulação de dados binária.

Para garantir flexibilidade aos usuários de sistemas multitaxas, os transmissores e receptores devem possibilitar o ajuste de determinados parâmetros internos de modo a atender o requisito de taxa de bits da aplicação que o usuário desenvolve em um dado instante. No esquema de multitaxa baseado em múltiplos ganhos de processamento, esse parâmetro ajustável é a taxa de símbolos  $T_{gi}^{-1}$ , que implica em ganhos de processamento  $N_{gi}$  variáveis. Isso significa que os transmissores multitaxas com múltiplos ganhos de processamento devem ser capazes de ajustar a duração dos pulsos modulados pelas



sequências de informação dos usuários de modo a atingir o requisito de taxa de bits especificado. Da mesma forma, os receptores multitaxas com múltiplos ganhos de processamento devem ser capazes de se ajustar a essa taxa de símbolos adequando os intervalos de integração e amostragem no demodulador, com garantia de sincronismo de símbolo.

Se o usuário, por exemplo, desenvolve em um determinado instante uma aplicação que demanda taxa de bits  $R_{gi} = T_{gi}^{-1} \log_2 M$ , então a solução de modulação de amplitude de pulso deve utilizar uma taxa de símbolos  $T_{gi}^{-1}$ , o que implica em ganho de processamento  $N_{gi} = T_{gi}/T_c$ . Quando o usuário passa a desenvolver uma nova aplicação, com diferente requisito de taxa de bits, os transmissores e receptores devem ser ajustados para essa nova condição, o que significa operar com uma nova taxa de símbolos, resultando em um ganho de processamento diferente.

## 6.2.2 - Desempenho em Canais AWGN

O desempenho de sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento em canais AWGN é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 3, desenvolvendo-as para o caso de múltiplos ganhos de processamento conforme o modelo definido no sub-item 6.2.1, de forma análoga à empregada no sub-item 6.1.2 para sistemas multitaxas multi-modulações.

Conforme exposto no sub-item 6.2.1, considera-se neste estudo que os sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento adotam modulação binária ou quaternária, que são as soluções que apresentam melhor desempenho. Dessa forma, define-se a partir dos resultados obtidos em (3-3-11) e (3-3-18) a probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação de um sistema multitaxa com múltiplos ganhos de processamento em canais AWGN como

$$P_{B,hjl} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6-2-7)$$

onde  $(SNR)_{hjl}$  é a relação sinal-ruído por bit na recepção definida em (3-1-5) e  $S_{MAI}^{(hjl)}$  é a potência da interferência de múltiplo acesso definida em (3-2-20).

Conforme (3-2-20), a potência total interferente em um receptor  $hjl$  é dada por

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} \quad (6-2-8)$$

onde a potência total no receptor  $hjl$ , que é a mesma em todos os receptores da célula  $h$ , é dada conforme (5-3-2), (5-3-10), (5-3-5) e (3-1-6) por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} S_{gik}^{(g)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gik} N_0 R_{gi} \quad (6-2-9)$$

que pode ser expressa em função do ganho de processamento  $N_{gi}$  definido em (6-2-3) como

$$S_{Total}^{(h)} = \frac{N_0 \log_2 M}{T_c} \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} \frac{U_{gi} (SNR)_{gik}}{N_{gi}} \quad (6-2-10)$$

onde  $w_g^{(h)}$  é definida em (5-3-9) e (5-3-6), e a relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{gik}$  é função do requisito de desempenho  $P_{B,gi}$  no sub-sistema  $gi$ .

### 6.2.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos

O desempenho de sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento em canais

multi-percursos é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 4, desenvolvendo-as para o caso de múltiplos ganhos de processamento conforme o modelo definido no sub-item 6.2.1, de forma análoga à empregada no sub-item 6.2.2 para canais AWGN.

Conforme exposto em sub-itens anteriores, considera-se neste estudo que os sistemas multitaxas com múltiplos ganhos de processamento adotam modulação binária ou quaternária, que são as soluções que apresentam melhor desempenho. Dessa forma, a partir dos resultados obtidos em (4-3-8), (4-3-9), (4-3-12) e (4-3-13) define-se a probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação de um sistema multitaxa com múltiplos ganhos de processamento em canais multi-percursos como

$$P_{B,hjl} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\}}} \right) \quad (6-2-11)$$

com

$$E\{\lambda_{hjlz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c(S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3N_0(SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \quad (6-2-12)$$

onde  $(SNR)_{hjlz}$  é a relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção definida em (4-1-9),  $S_{MAI}^{(hjl)}$  é a potência da interferência de múltiplo acesso definida em (4-2-21) e  $S_{SI}^{(hjlz)}$  é a potência da auto-interferência definida em (4-2-22).

Conforme (4-2-21) e (4-2-22), a potência total interferente em um receptor  $hjl$  é dada por

$$S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjlz}^{(h)} \quad (6-2-13)$$

onde a potência total no receptor  $hjl$ , que é a mesma em todos os receptores da célula  $h$ , é dada conforme (5-3-2), (5-3-10), (5-3-5), (4-1-7) e (4-1-10) por

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} S_{gik}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} L S_{gikx}^{(g)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} L U_{gi} (SNR)_{gikx} N_0 R_{gi} \quad (6-2-14)$$

que pode ser expressa em função do ganho de processamento  $N_{gi}$  definido em (6-2-3) como

$$S_{Total}^{(h)} = \frac{L N_0 \log_2 M}{T_c} \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} \frac{U_{gi} (SNR)_{gikx}}{N_{gi}} \quad (6-2-15)$$

onde  $w_g^{(h)}$  é definida a partir de (5-3-9) e (5-3-6);  $L$  é o número de percursos; e a relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção  $(SNR)_{gikx}$  é função do requisito de desempenho  $P_{B,gi}$  no sub-sistema  $gi$ .

## 6.3 - MÚLTIPLOS CÓDIGOS

### 6.3.1 - Definição

Os sistemas celulares que adotam o esquema de multitaxa baseado em múltiplos códigos [Ott98] são caracterizados pela utilização de  $K$  enlaces de comunicação paralelos para transmissão da sequência binária de informação de um usuário. Nesses sistemas, os bits a transmitir de um usuário são distribuídos entre esses  $K$  enlaces paralelos, que utilizam códigos de espalhamento distintos e uma taxa de bits comum. O número de enlaces utilizados por um usuário em uma aplicação é função do requisito de taxa de bits: quanto maior a taxa de bits, maior é o número de enlaces e consequentemente mais códigos de espalhamento devem ser alocados ao usuário.

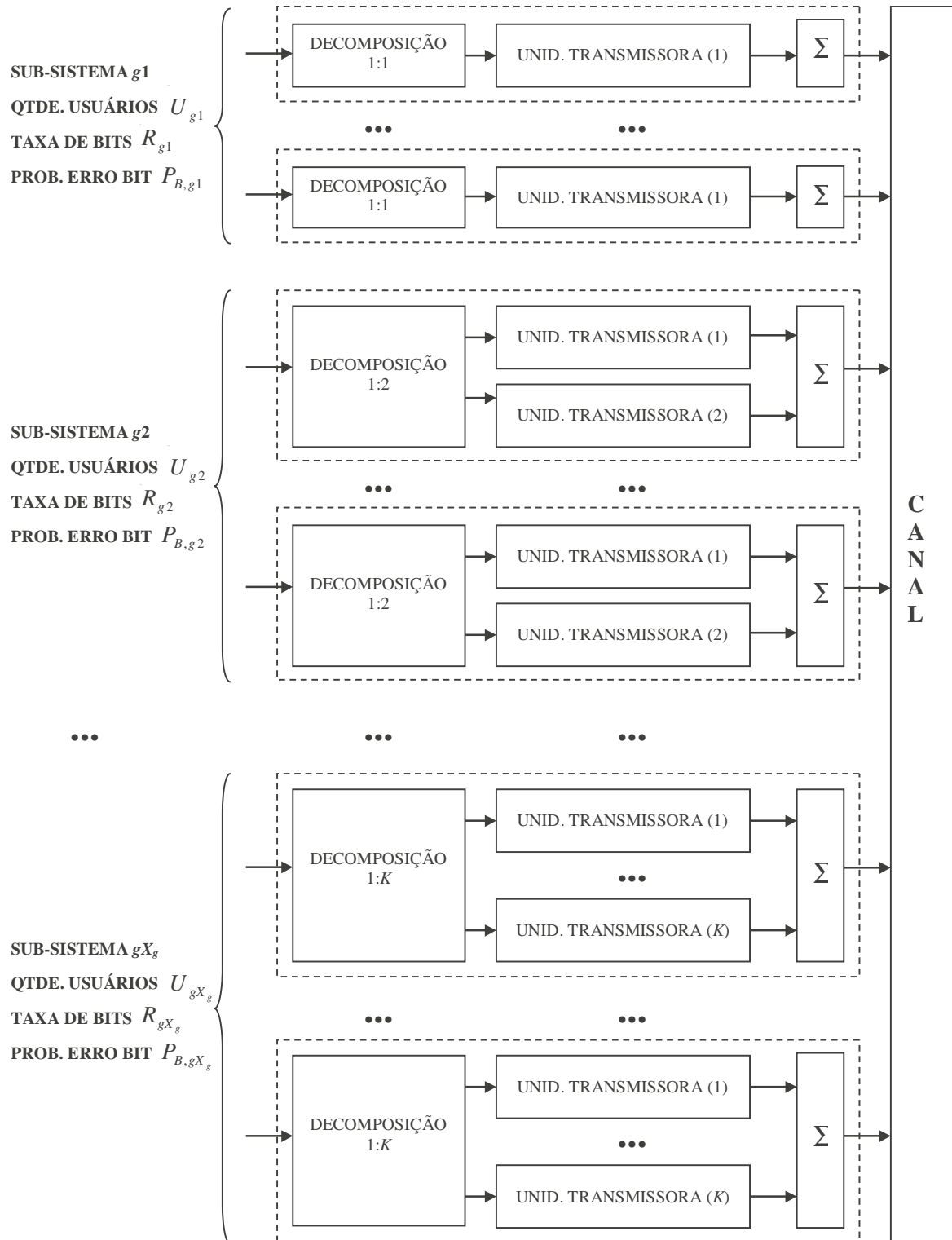
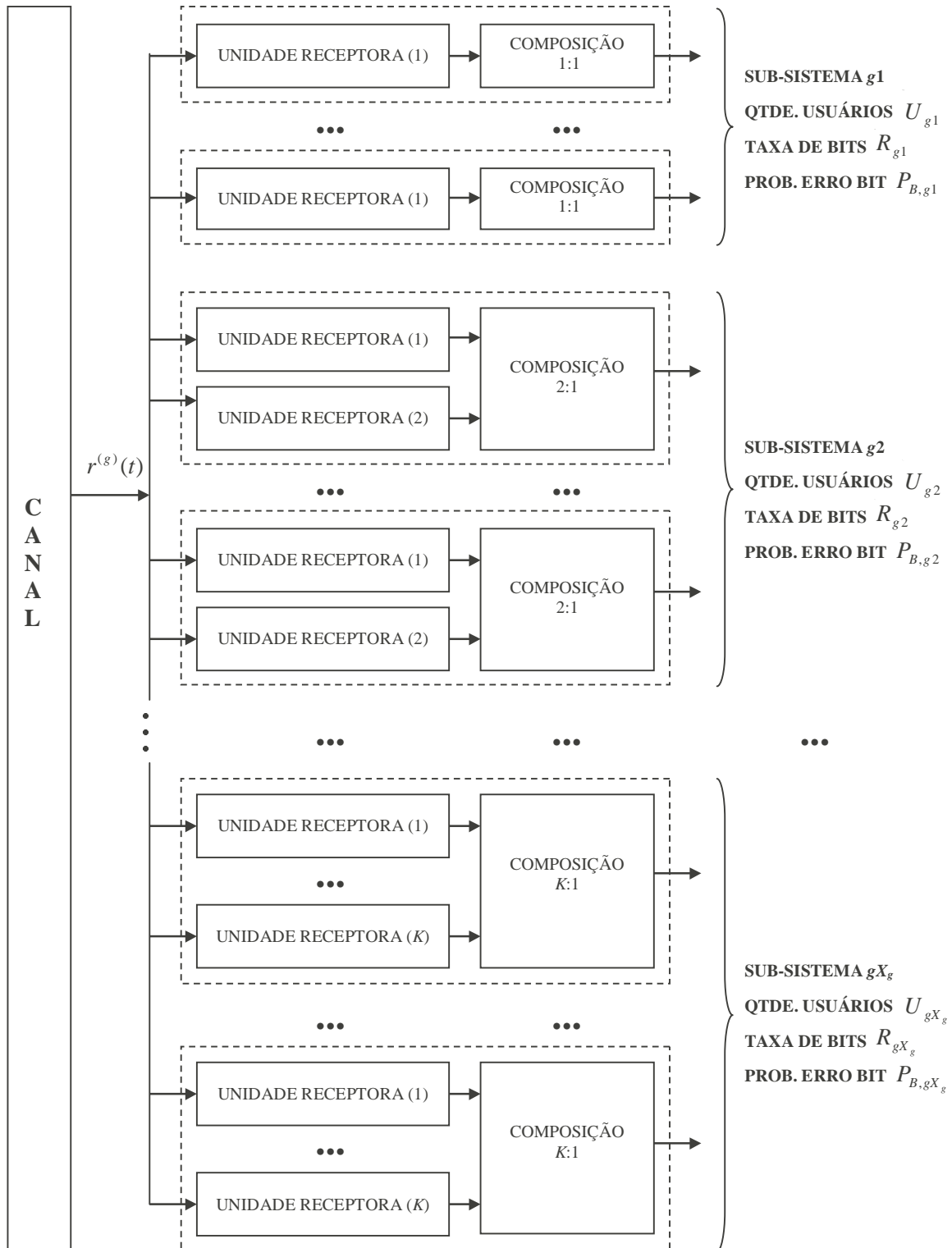


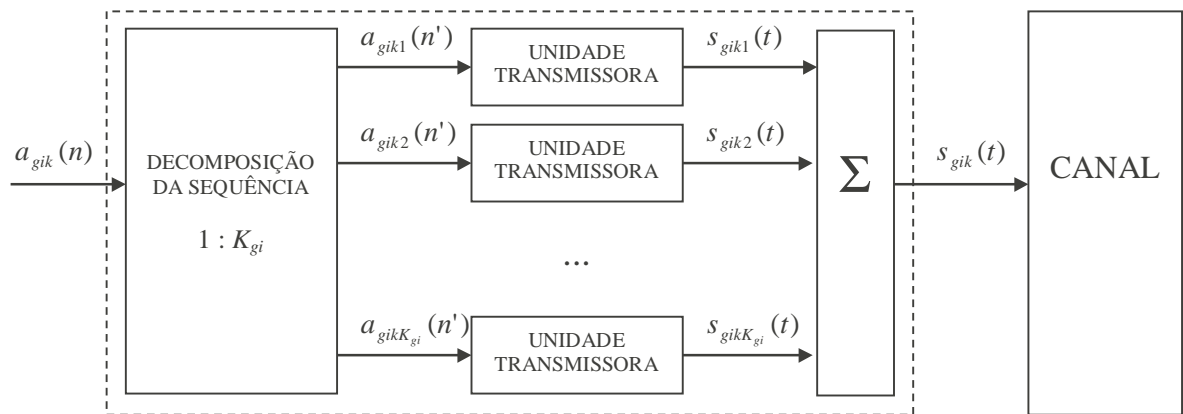
Figura 6.3.1 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa Multi-Código (Transmissão)



**Figura 6.3.2 – Célula  $g$  de um Sistema Multitaxa Multi-Código (Recepção)**

O modelo proposto para sistemas multitaxas multi-códigos ou multi-canais está baseado no modelo multitaxa definido na figura 2.1.2, que representa o canal reverso de um sistema de comunicação celular DS-CDMA. Esse modelo está representado nas figuras 6.3.1 e 6.3.2, que ilustram a célula  $g$  de um sistema multitaxa multi-código que suporta  $X_g$  aplicações, representadas pelos sub-sistemas  $g1$  a  $gX_g$ . Cada sub-sistema  $gi$  é composto por  $U_{gi}$  usuários e suporta os requisitos de taxa de transmissão de bits  $R_{gi}$  e desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,gi}$  especificados para a aplicação a que corresponde. Cada sequência binária na entrada do sistema multitaxa multi-código é decomposta em  $K_{gi}$  novas sequências, que são transmitidas em paralelo através de  $K_{gi}$  enlaces de comunicação. Na recepção as  $K_{gi}$  sequências binárias são detectadas e reagrupadas de modo a se obter uma estimativa da sequência binária original. Como exemplo, são assumidos nas figuras 6.3.1 e 6.3.2 que  $K_{g1} = 1$ ,  $K_{g2} = 2$  e  $K_{gX_g} = K$ .

A figura 6.3.3 representa o modelo proposto para transmissor multitaxa multi-código onde uma sequência binária  $a_{gik}(n)$  produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  na célula  $g$  é decomposta em  $K_{gi}$  sequências  $a_{gikp}(n')$ , que são convertidas por unidades transmissoras nos sinais  $s_{gikp}(t)$  transmitidos sincronamente através do canal.



**Figura 6.3.3 – Transmissor Multitaxa Multi-Código**

As unidades transmissoras do sistema multitaxa multi-código são definidas conforme o modelo de transmissor proposto no item 2.2 e representado nas figuras 2.2.5 e 2.2.6, composto pelos seguintes blocos funcionais: modulação de dados, modulação de amplitude de pulso, espalhamento espectral e modulação de portadora. O número de unidades transmissoras que compõem o transmissor multitaxa para uma determinada aplicação com requisito de taxa de bits  $R_{gi}$  é dado por

$$K_{gi} = \frac{R_{gi}}{R} \quad (6-3-1)$$

onde  $R$  é a taxa de bits com que transmite cada unidade transmissora, denominada taxa básica do sistema multitaxa multi-código.

Em sistemas multitaxas multi-códigos, todas as unidades transmissoras de todos os usuários em todos os sub-sistemas devem adotar a mesma solução de modulação de dados, apresentando mesmo nível de modulação

$$M_{gi} = M \quad (6-3-2)$$

Com base nos resultados apresentados nos sub-itens 3.3.5 e 4.3.5, considera-se neste estudo que os sistemas multitaxas multi-códigos utilizam modulação binária ( $M = 2$ ) ou quaternária ( $M = 4$ ) uma vez que essas soluções apresentam melhor desempenho do que soluções com maior nível de modulação. Dessa forma, se o sistema multitaxa adota modulação binária, cada unidade transmissora utiliza um único código de espalhamento  $c_{gikp}^I(t)$  e o número total de códigos alocados por usuário é  $K_{gi}$ . Se o sistema adota a modulação quaternária, cada unidade transmissora utiliza dois códigos de espalhamento  $c_{gikp}^I(t)$  e  $c_{gikp}^Q(t)$  e o número total de códigos alocados por usuário é  $2K_{gi}$ .

Na modulação de amplitude de pulso, todas as unidades transmissoras de todos os usuários em todos os sub-sistemas devem adotar a mesma solução, o que significa que todas devem transmitir informação com a mesma taxa de bits básica  $R$  e mesma duração de símbolo



$$T_{gi} = T = \frac{\log_2 M}{R} \quad (6-3-3)$$

No espalhamento espectral, o número de códigos de espalhamento alocados a um usuário de um sub-sistema  $gi$  é igual a  $xK_{gi} = xR_{gi}/R$ , onde  $x = 1$  para modulação binária e  $x = 2$  para modulação quaternária. É conveniente que os  $xK_{gi}$  códigos alocados a um usuário  $gik$  sejam ortogonais, de modo a eliminar a interferência entre os sinais  $s_{gikp}(t)$  na saída das unidades transmissoras desse usuário. Como todos os códigos de espalhamento utilizados no sistema multitaxa multi-código devem apresentar a mesma taxa de chip  $T_c^{-1}$ , o ganho de processamento em todas as unidades transmissoras do sistema deve ser o mesmo e igual a

$$N_{gi} = N = \frac{T}{T_c} \quad (6-3-4)$$

Na modulação de portadora, as amplitudes  $\sqrt{2P_{gikp}}$  das portadoras nas unidades transmissoras de um mesmo usuário devem ser iguais uma vez que todas estão submetidas à mesma referência para controle de potência. Para garantir o sincronismo entre os sinais na saída de todas as unidades transmissoras de um mesmo usuário, as fases  $\theta_{gikp}$  também devem ser as mesmas para todo  $p = 1, \dots, K_{gi}$ .

De acordo com o modelo proposto, define-se o sinal  $s_{gikp}(t)$  na saída da  $p$ -ésima unidade transmissora do usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  a partir de (2-2-29) como

$$s_{gikp}(t) = \sqrt{2P_{gikp}} b_{gikp}^I(t) c_{gikp}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gikp}) - \sqrt{2P_{gikp}} b_{gikp}^Q(t) c_{gikp}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gikp}) \quad (6-3-5)$$

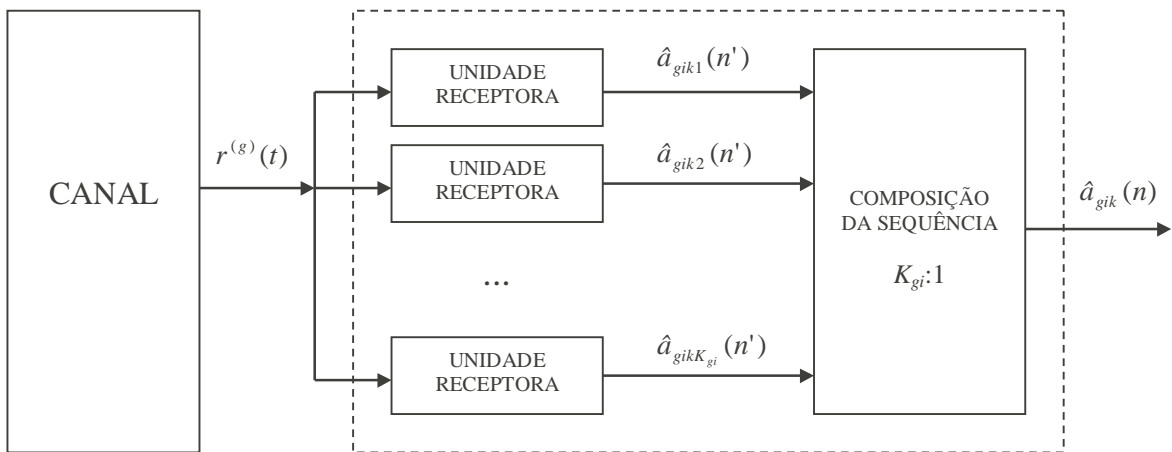
com  $b_{gikp}^Q(t) = 0$  se a unidade transmissora adota modulação binária. Conforme representado na figura 6.3.3, o sinal  $s_{gik}(t)$  na saída do transmissor multitaxa multi-código é composto pelo conjunto de sinais  $s_{gikp}(t)$  na saída de cada unidade transmissora:

$$s_{gik}(t) = \sum_{p=1}^{K_{gi}} s_{gikp}(t) \quad (6-3-6)$$

Como os bits da sequência de informação produzida por um usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  da célula  $g$  são distribuídos entre as  $K_{gi}$  unidades transmissoras, a energia média de bit na saída do transmissor  $gik$  é igual à energia média de bit na saída de uma unidade transmissora:

$$\bar{E}_{B,gik} = \bar{E}_{B,gikp} \quad (6-3-7)$$

A figura 6.3.4 representa o modelo proposto para receptor multitaxa multi-código. Nesse modelo, cada unidade receptora que compõe o receptor multitaxa  $gik$  processa individualmente o sinal  $r^{(g)}(t)$  fornecido pelo canal, que é uma composição de todos os sinais  $s_{gikp}(t)$  do sistema, de modo a identificar a informação enviada pela unidade transmissora correspondente e produzir a sequência binária  $\hat{a}_{gikp}(n')$ , que representa uma estimativa da sequência  $a_{gikp}(n')$  na entrada da unidade transmissora.



**Figura 6.3.4 – Receptor Multitaxa Multi-Código**

As unidades receptoras do sistema multitaxa multi-código são definidas conforme o modelo de receptor proposto no item 2.3 e representado nas figuras 2.3.4 e 2.3.5, composto pelos seguintes blocos funcionais: desespalhamento espectral, demodulação e detecção. Nas soluções de desespalhamento, as unidades receptoras devem utilizar cópias sincronizadas dos mesmos códigos de espalhamento utilizados nas unidades transmissoras correspondentes. Quanto à demodulação e detecção, as soluções adotadas devem ser as mesmas em todas as unidades receptoras de todos os usuários em todos os sub-sistemas, que devem ser compatíveis com as soluções adotadas nas unidades transmissoras atendendo requisitos de sincronismo de símbolo e portadora.

A sequência binária  $\hat{a}_{gikp}(n')$  na saída da  $p$ -ésima unidade receptora do receptor  $gik$  é obtida pela tradução em bits dos valores da sequência  $\hat{A}_{gikp}(m)$ , cujas componentes  $\hat{A}_{gikp}^I(m)$  e  $\hat{A}_{gikp}^Q(m)$  são definidas a partir de (2-3-9) como

$$\begin{aligned}\hat{A}_{gikp}^I(m) &= \int_{mT}^{(m+1)T} r^{(g)}(t) c_{gikp}^I(t) \cos(\omega t + \theta_{gikp}) dt \\ \hat{A}_{gikp}^Q(m) &= - \int_{mT}^{(m+1)T} r^{(g)}(t) c_{gikp}^Q(t) \sin(\omega t + \theta_{gikp}) dt\end{aligned}\tag{6-3-8}$$

com  $\hat{A}_{gikp}^Q(m) = 0$  se é adotada modulação binária. As  $K_{gi}$  sequências  $\hat{a}_{gikp}(n')$  resultantes são agrupadas de modo a compor a sequência  $\hat{a}_{gik}(n)$ , que é uma estimativa da sequência  $a_{gik}(n)$  produzida pelo usuário  $k$  do sub-sistema  $i$  na célula  $g$ .

Para garantir flexibilidade aos usuários de sistemas multitaxas, os transmissores e receptores devem possibilitar o ajuste de determinados parâmetros internos de modo a atender o requisito de taxa de bits da aplicação que o usuário desenvolve em um dado instante. No esquema de multitaxa baseado em múltiplos códigos, esse parâmetro ajustável é a quantidade de unidades transmissoras e receptoras utilizadas em uma dada aplicação, que se relaciona com o requisito de taxa de bits conforme a expressão (6-3-1). Se o usuário, por exemplo, desenvolve em um determinado instante uma aplicação que

demanda taxa de bits  $R_{gi} = K_{gi} R$  então os transmissores e receptores multitaxas deverão ser ajustados para utilizar respectivamente  $K_{gi}$  unidades transmissoras e receptoras. Quando o usuário passa a desenvolver uma nova aplicação, com diferente requisito de taxa de bits, os transmissores e receptores multitaxas devem ser ajustados para essa nova condição, que significa utilizar uma nova quantidade de unidades transmissoras e receptoras, conforme a taxa de bits especificada.

### 6.3.2 - Desempenho em Canais AWGN

O desempenho de sistemas multitaxas multi-códigos em canais AWGN é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 3, desenvolvendo-as para o caso multi-código conforme o modelo definido no sub-item 6.3.1, e considerando que são adotadas as soluções de modulação binária ou quaternária, que são as soluções que apresentam melhor desempenho.

Em sistemas multitaxas multi-códigos, a probabilidade de erro de bit na saída do receptor multitaxa que demodula e detecta a sequência binária de informação produzida por um usuário  $l$  do sub-sistema  $j$  da célula  $h$ , que utiliza  $K_{hj}$  unidades receptoras é dada por

$$P_{B,hjl} = \frac{1}{K_{hj}} \sum_{p=1}^{K_{hj}} P_{B,hjlp} \quad (6-3-9)$$

onde  $P_{B,hjlp}$  é a probabilidade de erro de bit na saída da  $p$ -ésima unidade receptora do receptor  $hjl$ . Como todas as unidades transmissoras e receptoras de um usuário são iguais, ou seja, adotam os mesmos modelos com os mesmos parâmetros conforme discutido no sub-item 6.3.1, então, se as potências dos sinais de cada unidade transmissora na recepção são iguais, a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjlp}$  é a mesma em todas as unidades receptoras do receptor  $hjl$ .

Dessa forma, a probabilidade de erro de bit  $P_{B,hjl}$  na saída do receptor multitaxa  $hjl$  pode

ser obtida a partir da probabilidade de erro de bit na saída de sua  $p$ -ésima unidade receptora, utilizando os resultados apresentados para modulação binária e quaternária em (3-3-11) e (3-3-18):

$$P_{B,hjl} = P_{B,hjlp} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlp}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjlp)}}{3N_0(SNR)_{hjlp}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6-3-10)$$

A relação sinal-ruído por bit na  $p$ -ésima unidade receptora do receptor multitaxa  $hjl$  se relaciona com a relação sinal-ruído por bit total nesse receptor através de

$$(SNR)_{hjlp} = \frac{\bar{E}_{B,hjlp} (\alpha_{hjlp}^{(h)})^2}{N_0} = (SNR)_{hjl} \quad (6-3-11)$$

pois  $\bar{E}_{B,hjlp} = \bar{E}_{B,hjl}$  conforme (6-3-7), e as atenuações  $\alpha_{hjlp}^{(h)}$  são as mesmas para todos os sinais  $s_{hjlp}(t)$  de um mesmo usuário uma vez que todos percorrem a mesma distância até o receptor multitaxa.

A potência média do sinal da  $p$ -ésima unidade transmissora do transmissor  $hjl$  na recepção é dada por

$$S_{hjlp}^{(h)} = \frac{\bar{E}_{S,hjlp} (\alpha_{hjlp}^{(h)})^2}{T} \quad (6-3-12)$$

onde  $T$  é definida em (6-3-3), e se relaciona com a potência média total do sinal do transmissor  $hjl$  na recepção através de

$$S_{hjl}^{(h)} = \sum_{p=1}^{K_{hj}} S_{hjlp}^{(h)} = K_{hj} S_{hjlp}^{(h)} \quad (6-3-13)$$

pois as potências dos sinais de cada unidade transmissora de um mesmo usuário na recepção devem ser iguais para que a probabilidade de erro de bit seja a mesma nas sequências de saída em todas as unidades receptoras desse usuário. Relacionando  $S_{hjp}^{(h)}$  e  $(SNR)_{hjp}$  a partir de (6-3-11) e (6-3-12) se tem que

$$S_{hjp}^{(h)} = (SNR)_{hjp} N_0 R \quad (6-3-14)$$

Na definição da potência interferente em sistemas multitaxas multi-códigos é assumido que as unidades transmissoras de um mesmo usuário utilizam códigos de espalhamento ortogonais de modo que não há interferência entre os sinais  $s_{gikp}(t)$  de um mesmo usuário. Nesse caso, a potência interferente se resume a potência causada pelos demais usuários do sistema de modo que, conforme (3-2-20) e (6-3-13), se tem

$$S_{MAI}^{(hjp)} = S_{Total}^{(h)} - \sum_{p=1}^{K_{hj}} S_{hjp}^{(h)} = S_{Total}^{(h)} - K_{hj} S_{hjp}^{(h)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} = S_{MAI}^{(hjl)} \quad (6-3-15)$$

A potência total no receptor  $hjl$ , que é a mesma em todos os receptores da célula  $h$ , é dada conforme (5-3-2), (5-3-5), (5-3-10), (6-3-1), (6-3-11), (6-3-13) e (6-3-14) por

$$\begin{aligned} S_{Total}^{(h)} &= \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{p=1}^{K_{gi}} S_{gikp}^{(h)} \\ &= \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} K_{gi} (SNR)_{gikp} N_0 R \\ &= \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gik} N_0 R_{gi} \end{aligned} \quad (6-3-16)$$

Pela expressão (6-3-16) se pode observar que a potência total de um sistema multitaxa multi-código composto por  $X_g$  sub-sistemas, cada um com  $U_{gi}$  usuários transmitindo com taxas de bits  $R_{gi} = K_{gi} R$  e relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{gikp} = (SNR)_{gik}$  é

equivalente a de um sistema composto por  $X_g$  sub-sistemas, cada um com  $K_{gi}U_{gi}$  usuários transmitindo com taxas de bits  $R$  e relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{gik}$ .

Aplicando as definições de (6-3-11) e (6-3-15) na expressão da probabilidade de erro de bit em (6-3-10) se obtém que

$$P_{B,hjl} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (6-3-17)$$

### 6.3.3 - Desempenho em Canais Multi-Percursos

O desempenho de sistemas multitaxas multi-códigos em canais com múltiplos percursos é caracterizado a partir das expressões genéricas para probabilidade de erro de bit apresentadas no capítulo 4, desenvolvendo-as para o caso multi-código conforme o modelo definido no sub-item 6.3.1, de forma análoga à empregada no sub-item 6.3.2 para canais AWGN.

Conforme exposto em sub-itens anteriores considera-se neste estudo que os sistemas multitaxas multi-códigos adotam modulação de dados binária ou quaternária, que são as soluções que apresentam melhor desempenho. Dessa forma, a partir dos resultados obtidos em (4-3-8), (4-3-9), (4-3-12) e (4-3-13) define-se a probabilidade de erro de bit nos enlaces de comunicação de um sistema multitaxa multi-código em canais multi-percursos como

$$P_{B,hjl} = P_{B,hjlp} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{E\{\lambda_{hjl pz}^{(h)}\}}{2 + E\{\lambda_{hjl pz}^{(h)}\}}} \right) \quad (6-3-18)$$

com

$$E\{\lambda_{hjl pz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjl pz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl p)} + S_{SI}^{(hjl pz)})}{3 N_0 (SNR)_{hjl pz}} \right)^{-1} \quad (6-3-19)$$

Com base em raciocínio análogo ao empregado no sub-item 6.3.2 para canal AWGN, se tem que a relação sinal-ruído por bit por percurso na  $p$ -ésima unidade receptora do receptor multitaxa  $hjl$  se relaciona com a relação sinal-ruído por bit total por percurso nesse receptor através de

$$(SNR)_{hjl pz} = \frac{\bar{E}_{B, hjl pz} E\{\alpha_{hjl pz}^{(h)}\}^2}{N_0} = (SNR)_{hjl z} \quad (6-3-20)$$

e a potência média por percurso do sinal da  $p$ -ésima unidade transmissora do transmissor  $hjl$  na recepção, dada por

$$S_{hjl pz}^{(h)} = \frac{\bar{E}_{S, hjl pz} E\{\alpha_{hjl pz}^{(h)}\}^2}{T} \quad (6-3-21)$$

se relaciona com a potência média total por percurso do sinal do transmissor  $hjl$  na recepção através de

$$S_{hjl z}^{(h)} = \sum_{p=1}^{K_{hj}} S_{hjl pz}^{(h)} = K_{hj} S_{hjl pz}^{(h)} \quad (6-3-22)$$

Relacionando (6-3-20), (6-3-21) e (6-3-22) se tem que

$$S_{hjl pz}^{(h)} = (SNR)_{hjl pz} N_0 R = \frac{(SNR)_{hjl z} N_0 R_{hj}}{K_{hj}} \quad (6-3-23)$$

Na definição da potência total interferente em sistemas multitaxas multi-códigos em canais com múltiplos percursos é assumido que as unidades transmissoras de um mesmo usuário



utilizam códigos de espalhamento ortogonais. Isso significa que na  $p$ -ésima unidade receptora de um receptor  $hjl$ , que demodula a  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal da  $p$ -ésima unidade transmissora de um usuário  $hjl$ , não há interferência das  $z$ -ésimas componentes multi-percursos dos sinais das demais unidades transmissoras desse usuário, porém existe interferência das demais componentes multi-percursos desses sinais. Dessa forma, a potência total interferente em um receptor  $hjl$  é dada conforme (4-2-21), (4-2-22) e (6-3-22) por

$$S_{MAI}^{(hjl p)} + S_{SI}^{(hjl pz)} = S_{Total}^{(h)} - \sum_{p=1}^{K_{hj}} S_{hjl pz}^{(h)} = S_{Total}^{(h)} - K_{hj} S_{hjl pz}^{(h)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl z}^{(h)} = S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjl z)} \quad (6-3-24)$$

onde a potência total no receptor  $hjl$  é dada conforme (5-3-2), (5-3-5), (5-3-10), (6-3-22), (6-3-23), (6-3-20), (6-3-1) e (4-1-7) por

$$\begin{aligned} S_{Total}^{(h)} &= \sum_{g=1}^Y \sum_{i=1}^{X_g} \sum_{k=1}^{U_{gi}} \sum_{p=1}^{K_{gi}} \sum_{x=1}^L S_{gikpx}^{(h)} \\ &= \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} L K_{gi} U_{gi} (SNR)_{gikpx} N_0 R \\ &= \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} L U_{gi} (SNR)_{gikx} N_0 R_{gi} \end{aligned} \quad (6-3-25)$$

Aplicando as definições de (6-3-20) e (6-3-24) na expressão de  $E\{\lambda_{hjl pz}^{(h)}\}$  em (6-3-19) se obtém que

$$E\{\lambda_{hjl pz}^{(h)}\} = \left( \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 N_0 (SNR)_{hjlz}} \right)^{-1} \quad (6-3-26)$$

## 6.4 - RESUMO PARA PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT

### 6.4.1 - CANAL AWGN

A partir dos resultados obtidos nos itens 6.1, 6.2 e 6.3, resume-se na tabela 6.4.1 as expressões para probabilidade de erro de bit em canais AWGN para sistemas celulares que adotam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação (MM), múltiplos ganhos de processamento (MPG) e múltiplos códigos (MC). Nessa tabela, as expressões para sistemas multi-modulações dependem da taxa de bits  $R_{hj} = R \log_2 M_{hj}$ , onde  $R$  é a taxa básica do sistema multi-modulação e  $M_{hj}$  é o nível de modulação.

Esquema de Multitaxa	Taxa de bits	Probabilidade de Erro de Bit em Canal AWGN
MC / MPG	-	$P_{B,hjl} = Q\left(\left(\Omega_{hjl}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$
MM	$R_{hj} = R ; R_{hj} = 2R$	$P_{B,hjl} = Q\left(\left(\Omega_{hjl}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$
	$R_{hj} = R \log_2 M_{hj} \geq 4R$	$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjl}^{I/Q} (2 - P_{E,hjl}^{I/Q}), \quad \text{com}$ $P_{E,hjl}^{I/Q} = \frac{2(\sqrt{M_{hj}} - 1)}{\sqrt{M_{hj}}} Q\left(\left(\frac{2(M_{hj} - 1)\Omega_{hjl}}{3 \log_2 M_{hj}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)$

**Tabela 6.4.1 – Probabilidade de Erro de Bit em Canal AWGN**

Para canal AWGN, define-se o parâmetro de desempenho  $\Omega_{hjl}$ , a potência total interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$  no receptor  $hjl$ , a potência total  $S_{Total}^{(h)}$  no receptor  $hjl$  e a potência  $S_{hjl}^{(h)}$  do

sinal do usuário  $hjl$  na recepção como

$$\Omega_{hjl} = \frac{1}{2(SNR)_{hjl}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(hjl)}}{3N_0(SNR)_{hjl}} \quad (6-4-1)$$

$$S_{MAI}^{(hjl)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjl}^{(h)} \quad (6-4-2)$$

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} U_{gi} (SNR)_{gik} N_0 R_{gi} \quad (6-4-3)$$

$$S_{hjl}^{(h)} = (SNR)_{hjl} N_0 R_{hj} \quad (6-4-4)$$

onde  $T_c^{-1}$  é a taxa de chip;  $Y$  é o número de células;  $X_g$  é o número de sub-sistemas na célula  $g$ ;  $R_{gi}$  é a taxa de bits no sub-sistema  $gi$ ;  $U_{gi}$  é o número de usuários no sub-sistema  $gi$ ;  $(SNR)_{gik}$  é a relação sinal-ruído por bit na recepção; e  $w_g^{(h)}$  é uma função que caracteriza como a potência total dos transmissores na célula vizinha  $g$  interfere nos receptores da célula  $h$ , definida a partir de (5-3-9) e (5-3-6).

### 6.4.2 - CANAL COM MÚLTIPLOS PERCURSOS

A partir dos resultados obtidos nos itens 6.1, 6.2 e 6.3, resume-se na tabela 6.4.2 as expressões para probabilidade de erro de bit em canais multi-percursos para sistemas celulares que adotam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação (MM), múltiplos ganhos de processamento (MPG) e múltiplos códigos (MC). Nessa tabela, as expressões para sistemas multi-modulações dependem da taxa de bits  $R_{hj} = R \log_2 M_{hj}$ , onde  $R$  é a taxa básica do sistema multi-modulação e  $M_{hj}$  é o nível de modulação.

Esquema de Multitaxa	Taxa de bits	Probabilidade de Erro de Bit em Canal com Múltiplos Percursos
MC / MPG	-	$P_{B,hjl} = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( 1 + 2\Omega_{hjlz} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)$
MM	$R_{hj} = R ; R_{hj} = 2R$	$P_{B,hjl} = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( 1 + 2\Omega_{hjlz} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)$
	$R_{hj} = R \log_2 M_{hj} \geq 4R$	$P_{B,hjl} = \frac{n_{hj}}{\log_2 M_{hj}} P_{E,hjl}^{I/Q} \left( 2 - P_{E,hjl}^{I/Q} \right), \quad \text{com}$ $P_{B,hjl} = \frac{\sqrt{M_{hj}} - 1}{\sqrt{M_{hj}}} \left( 1 - \left( 1 + \frac{4(M_{hj} - 1)\Omega_{hjlz}}{3 \log_2 M_{hj}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)$

**Tabela 6.4.2 – Probabilidade de Erro de Bit em Canal com Múltiplos Percursos**

Para canal com múltiplos percursos, define-se o parâmetro de desempenho  $\Omega_{hjlz}$ , a potência total interferente  $S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)}$  no receptor  $hjl$ , a potência total  $S_{Total}^{(h)}$  no receptor  $hjl$ , e a potência por percurso  $S_{hjlz}^{(h)}$  do sinal do usuário  $hjl$  na recepção como

$$\Omega_{hjlz} = \frac{1}{2(SNR)_{hjlz}} + \frac{T_c (S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)})}{3 N_0 (SNR)_{hjlz}} \quad (6-4-5)$$

$$S_{MAI}^{(hjl)} + S_{SI}^{(hjlz)} = S_{Total}^{(h)} - S_{hjlz}^{(h)} \quad (6-4-6)$$

$$S_{Total}^{(h)} = \sum_{g=1}^Y w_g^{(h)} \sum_{i=1}^{X_g} LU_{gi} (SNR)_{gikx} N_0 R_{gi} \quad (6-4-7)$$

$$S_{hjlz}^{(h)} = (SNR)_{hjlz} N_0 R_{hj} \quad (6-4-8)$$

onde  $T_c^{-1}$  é a taxa de chip;  $Y$  é o número de células;  $X_g$  é o número de sub-sistemas na célula  $g$ ;  $L$  é o número de percursos;  $R_{gi}$  é a taxa de bits no sub-sistema  $gi$ ;  $U_{gi}$  é o número de usuários no sub-sistema  $gi$ ;  $(SNR)_{gikx}$  é a relação sinal-ruído por bit por percurso na recepção; e  $w_g^{(h)}$  é uma função que caracteriza como a potência total dos transmissores na célula vizinha  $g$  interfere nos receptores da célula  $h$ , definida a partir de (5-3-9) e (5-3-6).

## 6.5 - OUTROS ESQUEMAS DE MULTITAXA

Nos itens anteriores foram apresentados os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos de espalhamento, que constituem o tema central deste estudo. Um quarto esquema de multitaxa também frequentemente descrito na literatura é o esquema de multitaxa baseado em múltiplas taxas de chip [Ott98]. Nos sistemas que implementam essa técnica, todos os sinais são espalhados com um mesmo ganho de processamento independente de sua taxa de bits. Isso significa que sinais com diferentes requisitos de taxas de bits utilizam taxas de chips distintas e consequentemente a largura de banda utilizada varia conforme a classe de serviço ou aplicação que o usuário desenvolve.

O estudo do esquema de multitaxa baseado em múltiplas taxas de chip foge aos objetivos deste estudo: o modelo multitaxa proposto não se aplica a esse esquema pois assume uma única taxa de chip em todo o sistema. De qualquer forma, fazendo analogia com os modelos apresentados, a taxa de chip  $T_c^{-1}$  deve ser o parâmetro que diferencia transmissores e receptores nos diversos sub-sistemas que representam as várias classes de serviço suportadas, de modo que os circuitos de espalhamento e desespalhamento devem ser capazes de variar esse parâmetro garantindo flexibilidade aos usuários do sistema multitaxa. Uma das principais desvantagens do esquema de multitaxa baseado em múltiplas taxas de chip é a complexidade decorrente da necessidade de gerenciar essa multiplicidade de larguras de banda e implementá-las nos transmissores e receptores multitaxas.

Em [Ott98] são mencionadas outras técnicas para acomodar múltiplas taxas nos sistemas celulares, tais como o esquema de multitaxa por combinação paralela (PC/SS) e o esquema de multitaxa por modulação de posição de pulso (PPM). A principal desvantagem dessas técnicas é o baixo desempenho que apresentam, quando comparadas com os esquemas baseados em múltiplos códigos ou múltiplos ganhos de processamento. Em [Ott98] descreve-se também o esquema de multitaxa baseado em múltiplos *duty-cycles*, cuja principal desvantagem é a dificuldade para aquisição de sincronismo e estimação do canal.

## 7 - COMPARAÇÃO DE ESQUEMAS DE MULTITAXA

### 7.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo comparam-se sistemas celulares DS-CDMA que adotam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos, a partir das definições do capítulo anterior, com uma abordagem basicamente focada na análise de desempenho desses sistemas.

De acordo com a tabela 6.4.1 se verifica que as expressões para probabilidade de erro de bit para canal AWGN em sistemas MC (multi-códigos) e MPG (múltiplos ganhos de processamento) são as mesmas. Isso significa que para uma mesma relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{hjl}$  e uma mesma potência total interferente  $S_{MAI}^{(hjl)}$  no receptor, enlaces de comunicação nos dois sistemas apresentam o mesmo desempenho. Em outras palavras, dado um sistema multitaxa com  $X_{gi}$  sub-sistemas onde em cada sub-sistema  $gi$  os  $U_{gi}$  usuários transmitem com relação sinal-ruído por bit  $(SNR)_{gik}$  e taxa de bits  $R_{gi}$ , se a potência interferente em um receptor  $hjl$  é a mesma quando se adota o esquema de multitaxa com múltiplos códigos ou múltiplos ganhos de processamento, então a probabilidade de erro de bit nesse receptor também é a mesma para os dois casos.

Conforme (6-2-8), (6-2-9), (6-3-15) e (6-3-16) se verifica que a potência interferente em um receptor  $hjl$  é a mesma nos dois casos se as potências de cada usuário do sistema também são as mesmas nos dois casos. Essa consideração é válida porque a premissa de ortogonalidade dos códigos de espalhamento assumida para sistemas MC no item 6.3 implica em desprezar a interferência entre sinais paralelos  $s_{gikp}(t)$  de um mesmo usuário. A igualdade entre potências de usuários na recepção para os dois casos é verificada a partir da comparação das expressões para sistemas MPG em (3-1-6) e sistemas MC em (6-3-13) e (6-3-14):

$$MPG : \quad S_{hjl}^{(h)} = (SNR)_{hjl} N_0 R_{hj} \quad (7-1-1)$$

$$MC : \quad S_{hjl}^{(h)} = K_{hj} S_{hjlp}^{(h)} = K_{hj} (SNR)_{hjlp} N_0 R = (SNR)_{hjl} N_0 R_{hj} \quad (7-1-2)$$

Como as potências são as mesmas nos dois casos para uma mesma relação sinal-ruído por bit  $(SNR)_{hjl}$  e uma mesma taxa de bits  $R_{hj}$ , conclui-se que para atender simultaneamente um determinado requisito de taxa de bits e desempenho, em canal AWGN, a energia de bit necessária em um enlace de comunicação é a mesma quando se adota o esquema de multitaxa baseado em múltiplos códigos ou múltiplos ganhos de processamento.

Para canal multi-percurso a abordagem é a mesma: a potência interferente em um receptor  $hjl$  é a mesma nos dois casos se as potências de cada usuário do sistema também são as mesmas nos dois casos. Essa consideração é válida porque é assumido que nos sistemas MC existem  $L-1$  componentes multi-percursos de cada um dos sinais paralelos  $s_{gikp}(t)$  de um usuário interferindo nas unidades receptoras desse usuário conforme definido no item 6.3. De acordo com as expressões (7-1-1), (7-1-2), (6-3-22) e (4-1-7) se tem que as potências de usuários na recepção são dadas por

$$MPG : \quad S_{hjl}^{(h)} = L(SNR)_{hjlz} N_0 R_{hj} \quad (7-1-3)$$

$$MC : \quad S_{hjl}^{(h)} = LK_{hj} S_{hjlpz}^{(h)} = LK_{hj} (SNR)_{hjlpz} N_0 R = L(SNR)_{hjlz} N_0 R_{hj} \quad (7-1-4)$$

o que leva à conclusão de que para atender simultaneamente determinados requisitos de taxa de bits e desempenho, em canal multi-percurso, a energia de bit necessária em um enlace de comunicação é a mesma quando se adota o esquema de multitaxa baseado em múltiplos códigos ou múltiplos ganhos de processamento.

É importante observar que se forem assumidas diferentes premissas para o comportamento da interferência entre os diversos sinais  $s_{gikp}(t)$  paralelos de um mesmo usuário em um sistema multi-código, sistemas com múltiplos ganhos de processamento e sistemas com múltiplos códigos podem não apresentar o mesmo desempenho [Ott98] [Lee99].



Ainda sob o ponto de vista de desempenho, uma desvantagem importante apresentada pelos sistemas MPG é a interferência intersimbólica para usuários com altas taxas de bits, que resulta da pequena duração de símbolo  $T_{gi}$  para esses usuários. Ao contrário dos sistemas MPG, onde a duração de símbolo é inversamente proporcional à taxa de bits, em sistemas MC a duração de símbolo é única para todos usuários, o que garante a esses sistemas uma maior imunidade quanto à interferência intersimbólica. Outra desvantagem dos sistemas MPG é o baixo ganho de processamento em usuários com altas taxas, o que diminui o nível de privacidade para esses usuários em comparação com usuários em sistemas MC.

A principal desvantagem dos sistemas MC é a complexidade de implementação. A somatória dos sinais paralelos de um usuário resultam em grandes variações de amplitude nos transmissores, que tornam bastante exigentes os requisitos de linearidade dos amplificadores de potência nos terminais móveis. A própria implementação dos transmissores em sistemas MC é mais complexa uma vez que na realidade correspondem a um conjunto de transmissores. A mesma dificuldade se verifica no projeto dos receptores, que, por exemplo, devem conter vários circuitos de correlação para suportar altas taxas.

Com relação aos sistemas multitaxas multi-modulações (MM), se verifica nas expressões das tabelas 6.4.1 e 6.4.2, que para taxas até  $2R$ , esses sistemas apresentam desempenho igual aos sistemas MC e MPG, pois nesses casos são utilizadas as soluções de modulação binária e quaternária. Para taxas mais altas, o desempenho de sistemas MM é bastante inferior ao desempenho de sistemas MC e MPG, em função da necessidade de se utilizar soluções com maior nível de modulação, que apresentam desempenho inferior conforme analisado nos itens 3.3.5 e 4.3.5 para canais AWGN e multi-percursos.

A partir dos resultados apresentados no capítulo 6, analisa-se nos itens seguintes o desempenho em canais AWGN de sistemas que adotam esquemas de multitaxas baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos. Como a partir dos modelos adotados neste estudo, os sistemas com múltiplos ganhos de processamento e multi-códigos apresentam o mesmo desempenho (probabilidade de erro de bit), essa análise se resume à comparação desses dois sistemas com sistemas multi-modulações. A abordagem para canais com múltiplos percursos seria a

mesma, porém como não se contempla diversidade na recepção, os resultados nesse caso seriam bastante inferiores aos obtidos para canal AWGN, uma vez que os múltiplos percurso são tratados como interferência pelos receptores.

A análise de desempenho de sistemas multitaxas nos itens seguintes está baseada na avaliação dos efeitos da introdução de uma nova classe de serviço em um sistema onde inicialmente todos os usuários transmitem com uma taxa de bits única. Em termos práticos, essa abordagem pode ilustrar os efeitos da introdução de usuários que desenvolvem aplicações de dados, como acesso a Internet por exemplo, em sistemas celulares onde inicialmente todo o tráfego originava-se do serviço de voz. Essa análise envolve o estudo de sistemas compostos por uma única célula, onde não se observa os efeitos da interferência de células vizinhas, cujos resultados são estendidos em seguida para um sistema com várias células. Os gráficos e resultados numéricos são obtidos através da implementação de rotinas em *software* Matlab, que são apresentadas no Anexo.

## **7.2 - DESEMPENHO DE SISTEMA COMPOSTO POR UMA CÉLULA**

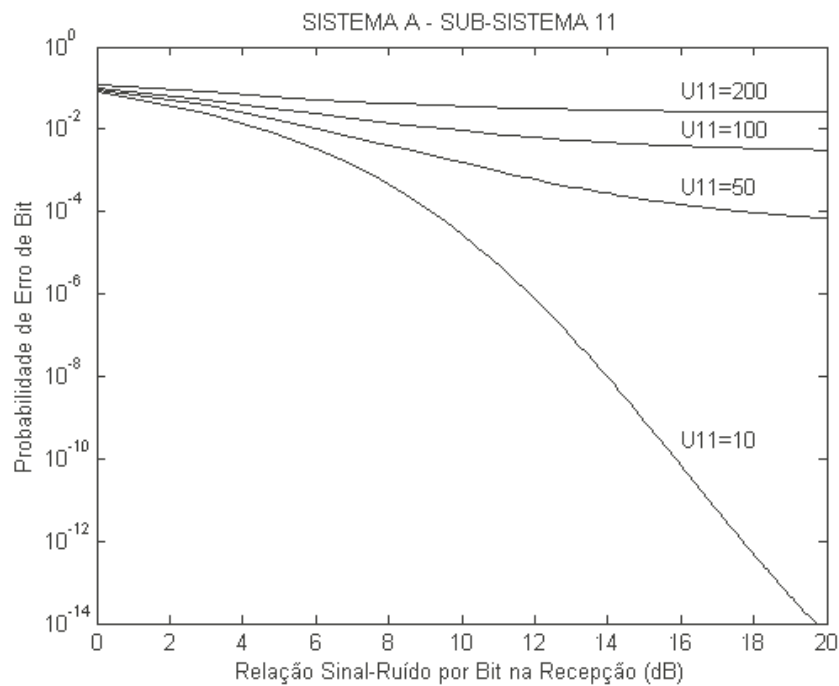
### **7.2.1 - Caracterização do Sistema Multitaxa**

Seja um sistema celular denominado sistema A, definido conforme o modelo multitaxa proposto nos capítulos anteriores e composto por uma única célula denominada célula 1. É assumido que todos os usuários nesse sistema desenvolvem uma única aplicação, atendendo requisitos de taxa de bits e desempenho únicos, representada pelo sub-sistema 1. Os seguintes parâmetros caracterizam o sub-sistema 1 da célula 1, denominado sub-sistema 11:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 3,6864$  Mcps, que é a taxa adotada em sistemas de terceira geração *cdma2000* para banda igual a 3,75 MHz [Tia98];
- modulação binária definida conforme o sub-item 2.2.2.2, com  $M_{11} = 2$ ;

- número de usuários  $U_{11}$ ;
- relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  igual para todos os usuários uma vez que todos devem atender o mesmo requisito de taxa de bits e desempenho;
- taxa de bits  $R_{11} = 14400$  bps, o que resulta em ganho de processamento  $N_{11} = 256$ ;
- requisito de desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,11}$  dada conforme (3-3-11), (3-1-6) e (5-3-1) por

$$P_{B,11} = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(11)}}{3N_0(SNR)_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} \right) = Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c (U_{11}-1) R_{11}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (7-2-1)$$



**Figura 7.2.1 – Probabilidade de Erro de Bit no Sub-sistema 11 do Sistema A**

A figura 7.2.1 ilustra como a probabilidade de erro de bit  $P_{B,11}$  varia conforme a relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  no sistema A para vários valores de  $U_{11}$ . Essa figura foi obtida utilizando a rotina de Matlab *subsistema11\_a.m*, que calcula a probabilidade de erro de bit a partir de (7-2-1), utilizando os parâmetros definidos neste sub-item. Observar que neste estudo não são levadas em consideração restrições tecnológicas quanto à potência nos transmissores e receptores, que teriam impacto no valor máximo de  $(SNR)_{11}$  possível.

Algumas considerações relevantes são feitas com relação ao comportamento da probabilidade de erro de bit apresentado na figura:

- para um determinado  $U_{11}$ , quanto maior a  $(SNR)_{11}$  menor é a probabilidade de erro de bit, o que é verificado diretamente a partir da expressão (7-2-1);
- para uma determinada  $(SNR)_{11}$ , quanto maior  $U_{11}$ , maior é a probabilidade de erro de bit, pois aumentar o número de usuários para uma mesma energia de bit significa aumentar a potência total interferente;
- conforme  $(SNR)_{11}$  cresce, a probabilidade de erro de bit se aproxima de uma constante caracterizando um limite de desempenho, que é função do número de usuários conforme (3-3-43);
- determinados requisitos de desempenho podem não ser atendidos pelo sistema se o número de usuários  $U_{11}$  exceder  $U_{11}^{MAX}$  dado conforme (3-3-41) e (3-3-42) por

$$U_{11}^{MAX} = \frac{3\Omega_{11}}{T_c R_{11}} + 1, \quad \text{onde} \quad P_{B,11} = Q\left(\left(\Omega_{11}\right)^{-\frac{1}{2}}\right) \quad (7-2-2)$$

A tabela 7.2.1, obtida através da rotina de Matlab *usumax\_sub11.m*, mostra  $U_{11}^{MAX}$  em função do requisito de desempenho  $P_{B,11}$  para o conjunto de parâmetros definidos para o sub-sistema 11.

$P_{B,11}$	$U_{11}^{MAX}$
$10^{-2}$	142
$10^{-3}$	81
$10^{-4}$	56

**Tabela 7.2.1 – Número Máximo de Usuários no Sub-sistema 11**

Para análise do desempenho de sistemas multitaxas em canais AWGN considera-se que no sistema A são introduzidos novos usuários desenvolvendo uma nova aplicação, representada por um novo sub-sistema denominado sub-sistema 12. Os seguintes parâmetros caracterizam o sub-sistema 12 proposto:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 3,6864$  Mcps;
- número de usuários  $U_{12}$  ;
- relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{12}$  igual para todos os usuários uma vez que todos devem atender o mesmo requisito de taxa de bits e desempenho;
- taxa de bits  $R_{12} = 4R_{11} = 57600$  bps;
- requisito de desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,12}$  .

Para acomodar esse novo requisito de taxa de bits, o sistema A deve adotar um dos seguintes esquemas de multitaxa: multi-modulação (MM), múltiplos ganhos de processamento (MPG), ou multi-códigos (MC), definidos respectivamente nos itens 6.1, 6.2 e 6.3. Conforme já discutido em itens anteriores, os sistemas MC e MPG apresentam o mesmo desempenho de modo que a comparação dos esquemas de multitaxa se resume a comparar esses dois sistemas com o sistema MM.

De acordo com as definições para os três esquemas de multitaxa no capítulo 6, são feitas as seguintes considerações:

- se o sistema A adota o esquema de multitaxa multi-modulação, o sub-sistema 12 deve adotar a modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3 com nível de modulação  $M_{12} = 2^{R_{12}/R_{11}}$  ;
- se o sistema A adota o esquema de multitaxa com múltiplos ganhos de processamento, o sub-sistema 12 deve apresentar ganho de processamento  $N_{12} = N_{11}R_{11}/R_{12}$  ;
- se o sistema A adota o esquema de multitaxa multi-código, o sub-sistema 12 deve utilizar  $R_{12}/R_{11}$  códigos de espalhamento paralelos para transmissão das sequências binárias.

Assim como no sub-sistema 11, o requisito de desempenho do sub-sistema 12 implica em um número máximo de usuários nesse sub-sistema. Na tabela 7.2.2, obtida utilizando a rotina de Matlab *usumax\_sub12.m*, são apresentados os valores de

$$U_{12}^{MAX} = \frac{3\Omega_{12}}{T_c R_{12}} + 1 \quad (7-2-3)$$

em função do requisito de desempenho  $P_{B,12}$ , que se relaciona com  $\Omega_{12}$  conforme a tabela 6.4.1 para os diversos esquemas de multitaxa propostos. Esses valores máximos correspondem a um cenário onde  $U_{11} = 0$ , ou seja, onde o sub-sistema 12 é caracterizado isoladamente.

A partir dos resultados da tabela 7.2.2, se observa que para uma mesma probabilidade de erro de bit, os sistemas MC e MPG apresentam maior  $U_{12}^{MAX}$  que os sistemas MM, o que é explicado pelo fato de que na modulação binária ou quaternária empregada nos sistemas MC e MPG a energia de bit para atender um determinado requisito de desempenho é menor que na modulação M-ária no sistema MM, o que implica em uma capacidade de acomodar mais usuários no sistema. A diferença entre os valores da tabela 7.2.2. para MC/MPG e os valores da tabela 7.2.1 está relacionada com diferença entre as taxas de bits adotadas em cada sub-sistema.

$P_{B,12}$	$U_{12}^{MAX}$ - MC/MPG	$U_{12}^{MAX}$ - MM
$10^{-2}$	36	16
$10^{-3}$	21	9
$10^{-4}$	14	6
$10^{-5}$	11	5
$10^{-6}$	9	4
$10^{-7}$	8	3
$10^{-8}$	7	3
$10^{-9}$	6	3

**Tabela 7.2.2 – Número Máximo de Usuários no Sub-sistema 12**

Independente do esquema de multitaxa adotado no sistema A, a introdução do sub-sistema 12 causa perturbações ao equilíbrio inicialmente estabelecido para o sub-sistema 11:

- se por requisitos de dimensionamento ou até mesmo restrições tecnológicas quanto à potência nos transmissores e receptores, a potência total da célula deve ser limitada, em um cenário de carga máxima na célula a introdução do sub-sistema 12 implica na redução do número de usuários no sub-sistema 11;
- se o número de usuários no sub-sistema 11 não é reduzido e suas potências não são modificadas, a introdução do sub-sistema 12 implica no aumento da potência total interferente, com degradação do desempenho dos usuários do sub-sistema 11;
- para acomodar os dois sub-sistemas na célula, atendendo simultaneamente seus requisitos de taxa de bits e desempenho, as potências dos usuários do sub-sistema 11 devem ser aumentadas de modo a se atingir um novo ponto de equilíbrio no sistema.

### 7.2.2 - Análise de Equivalência entre Sub-sistemas

A motivação da análise de equivalência entre usuários de diferentes sub-sistemas está na importância de se conhecer quantos usuários de um sub-sistema podem ser “substituídos” por usuários de outro sub-sistema sem qualquer modificação com relação a desempenho dos demais usuários do sistema, o que implica em manutenção do nível de potência interferente em todos os receptores do sistema multitaxa. Em um cenário de carga máxima na célula, onde por requisitos de dimensionamento ou restrições tecnológicas a potência total na célula não pode ser aumentada, a análise de equivalência identifica qual a redução  $\Delta U_{11}$  do número de usuários no sub-sistema 11 necessária para a introdução de  $\Delta U_{12}$  usuários no sub-sistema 12. Do ponto de vista prático, essa abordagem pode constituir um parâmetro de referência para tarifação em sistemas comerciais.

A partir de (5-3-2) e (3-1-6) se tem que a potência total nos receptores da célula 1 do sistema A, antes da introdução do sub-sistema 12, é dada por

$$S_{Total}^{(1)} = U_{11} (SNR)_{11} N_0 R_{11} \quad (7-2-4)$$

Com a introdução do sub-sistema 12, para que a potência total permaneça a mesma, a quantidade de usuários no sub-sistema 11 deve ser reduzida de modo que

$$S_{Total}^{(1)} = (U_{11} - \Delta U_{11}) (SNR)_{11} N_0 R_{11} + \Delta U_{12} (SNR)_{12} N_0 R_{12} \quad (7-2-5)$$

Relacionando as expressões (7-2-4) e (7-2-5) define-se o fator de equivalência de usuários entre os sub-sistemas 11 e 12 como

$$F_U = \frac{\Delta U_{11}}{\Delta U_{12}} = \frac{(SNR)_{12} R_{12}}{(SNR)_{11} R_{11}} \quad (7-2-6)$$

A interpretação do fator de equivalência de usuários  $F_U$  é que ao substituir  $F_U$  usuários do sub-sistema 11 por um usuário do sub-sistema 12, a potência total em todos os receptores



do sistema A é mantida constante, não degradando o desempenho dos demais usuários do sistema.

Na definição de  $F_U$  em (7-2-6), as relações sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  e  $(SNR)_{12}$  são obtidas a partir de (6-4-1) como funções dos requisitos de desempenho nos sub-sistemas conforme

$$\Omega_{11} = \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(11)}}{3 N_0 (SNR)_{11}} = \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c S_{Total}^{(1)}}{3 N_0 (SNR)_{11}} - \frac{T_c R_{11}}{3} \quad (7-2-7)$$

$$\Omega_{12} = \frac{1}{2(SNR)_{12}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(12)}}{3 N_0 (SNR)_{12}} = \frac{1}{2(SNR)_{12}} + \frac{T_c S_{Total}^{(1)}}{3 N_0 (SNR)_{12}} - \frac{T_c R_{12}}{3} \quad (7-2-8)$$

de modo que

$$\frac{(SNR)_{12}}{(SNR)_{11}} = \frac{\Omega_{11} + \frac{T_c R_{11}}{3}}{\Omega_{12} + \frac{T_c R_{12}}{3}} = \frac{3\Omega_{11} + T_c R_{11}}{3\Omega_{12} + T_c R_{12}} \quad (7-2-9)$$

onde  $\Omega_{11}$  e  $\Omega_{12}$  se relacionam com os requisitos de desempenho  $P_{B,11}$  e  $P_{B,12}$  conforme a tabela 6.4.1.

Dessa forma verifica-se que o fator de equivalência de usuários  $F_U$ , dado por

$$F_U = \frac{\Delta U_1}{\Delta U_2} = \frac{3 \left( \frac{\Omega_{11}}{R_{11}} \right) + T_c}{3 \left( \frac{\Omega_{12}}{R_{12}} \right) + T_c} \quad (7-2-10)$$

é função apenas dos requisitos de taxa de bits e desempenho em cada sub-sistema e independe da potência total nos receptores e do número de usuários nos sub-sistemas.

Na tabela 7.2.3 são apresentados os fatores de equivalência  $F_U$  para diversos requisitos de desempenho nos sub-sistemas 11 e 12, para os vários esquemas de multitaxa propostos. Os resultados foram obtidos utilizando a rotina de Matlab *equival\_a.m*, que calcula  $F_U$  a partir de (7-2-6), determinando  $(SNR)_{11}$  e  $(SNR)_{12}$  a partir das expressões da tabela 6.4.1, e utilizando os parâmetros definidos para os dois sub-sistemas no sub-item anterior.

$P_{B,12}$	$F_U$ (MC / MPG)			$F_U$ (MM)		
	$P_{B,11} = 10^{-2}$	$P_{B,11} = 10^{-3}$	$P_{B,11} = 10^{-4}$	$P_{B,11} = 10^{-2}$	$P_{B,11} = 10^{-3}$	$P_{B,11} = 10^{-4}$
$10^{-2}$	3,92	2,23	1,55	8,56	4,88	3,39
$10^{-3}$	6,77	3,86	2,68	15,02	8,56	5,94
$10^{-4}$	9,60	5,47	3,80	21,08	12,01	8,34
$10^{-5}$	12,37	7,05	4,89	26,70	15,21	10,56
$10^{-6}$	15,05	8,57	5,95	31,87	18,16	12,61
$10^{-7}$	17,64	10,05	6,98	36,64	20,87	14,49
$10^{-8}$	20,14	11,47	7,97	41,04	23,38	16,23
$10^{-9}$	22,55	12,85	8,92	45,10	25,70	17,84

**Tabela 7.2.3 – Fator de Equivalência de Usuários  $F_U$  para  $R_{12} = 4R_{11}$**

A partir dos resultados da tabela 7.2.3 são feitas as seguintes considerações:

- o fator de equivalência para sistemas MM é maior que para sistemas MC/MPG, o que é explicado pelo fato de que a  $(SNR)_{12}$  necessária para atender um determinado requisito de desempenho é maior na modulação M-ária empregada nos sistemas MM que na modulação binária ou quaternária empregada nos sistemas MC/MPG, conforme as expressões da tabela 6.4.1;

- quanto menor a probabilidade de erro de bit  $P_{B,12}$  para uma determinada  $P_{B,11}$ , maior é o fator de equivalência  $F_U$ , o que é explicado pelo fato de que maior deve ser a  $(SNR)_{12}$  para se atender esse requisito de desempenho conforme as expressões da tabela 6.4.1.

### 7.2.3 - Análise de Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11

A introdução do sub-sistema 12 no sistema A sem a redução do número de usuários do sub-sistema 11 e sem qualquer modificação na potência desses usuários, e consequentemente em sua relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$ , implica na degradação do desempenho no sub-sistema 11, pois a potência interferente total aumenta.

Antes da introdução do sub-sistema 12, os  $U_{11}$  usuários no sub-sistema 11 apresentam relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  e atendem o requisito de taxa de bits  $R_{11}$  e desempenho  $P_{B,11}$ , que se relaciona conforme (3-3-41) com o parâmetro de desempenho  $\Omega_{11}^{Inicial}$ , definido conforme (6-4-1), (5-3-1) e (3-1-6) como

$$\Omega_{11}^{Inicial} = \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c (U_{11} (SNR)_{11} R_{11} - (SNR)_{11} R_{11})}{3 (SNR)_{11}} \quad (7-2-11)$$

Com a introdução do sub-sistema 12, se  $(SNR)_{11}$  não é modificada, o novo parâmetro de desempenho, que caracteriza a nova probabilidade de erro de bit, é dado por

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c (U_{11}(SNR)_{11} R_{11} + U_{12}(SNR)_{12} R_{12} - (SNR)_{11} R_{11})}{3 (SNR)_{11}} \\ &= \Omega_{11}^{Inicial} + \frac{T_c U_{12} (SNR)_{12} R_{12}}{3(SNR)_{11}} \end{aligned} \quad (7-2-12)$$

onde  $(SNR)_{12}$  é função dos requisitos de taxa de bits e desempenho do sub-sistema 12 conforme as expressões da tabela 6.4.1, sendo que  $(SNR)_{12}/(SNR)_{11}$  é dada conforme a expressão (7-2-9) por

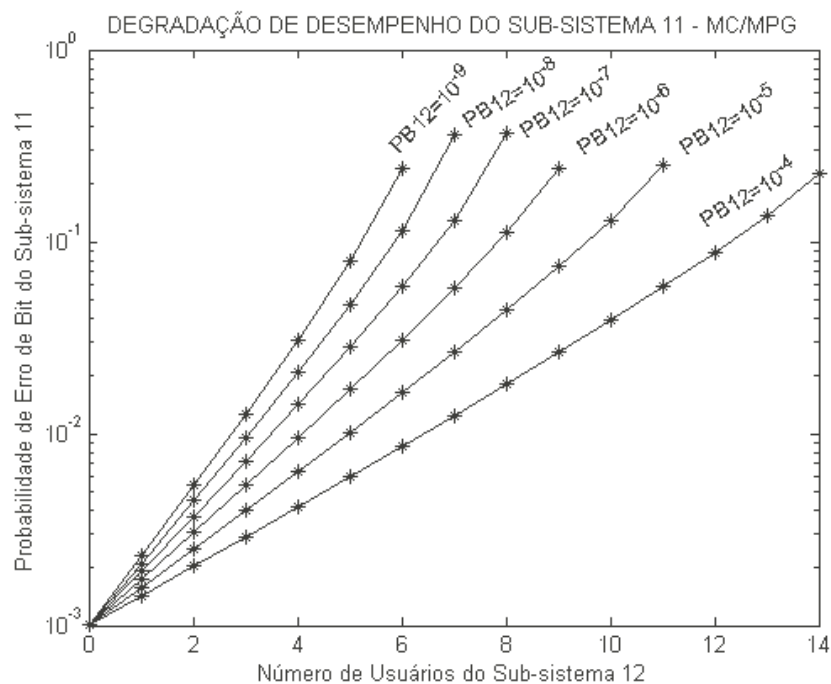
$$\frac{(SNR)_{12}}{(SNR)_{11}} = \frac{3\Omega_{11}^{Inicial} + T_c R_{11}}{3\Omega_{12} + T_c R_{12}} \quad (7-2-13)$$

o que mostra que o novo desempenho é função apenas do desempenho inicial, do requisito de desempenho do novo sub-sistema, e das taxas de bits nos dois sub-sistemas, independentemente do número de usuários no sub-sistema 11.

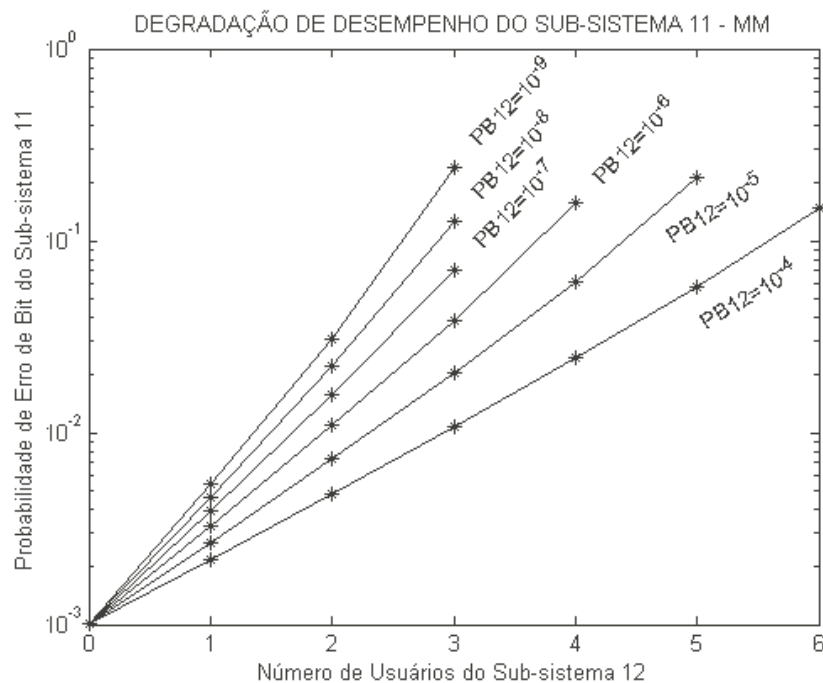
As figuras 7.2.2 e 7.2.3 ilustram a degradação de desempenho no sub-sistema 11, onde inicialmente  $P_{B,11} = 10^{-3}$ , quando se introduz  $U_{12}$  usuários com requisito de taxa de bits  $R_{12} = 4R_{11}$ , para vários requisitos de desempenho  $P_{B,12}$ . Deve ser observado que os requisitos de desempenho  $P_{B,12}$  implicam em um número máximo de usuários  $U_{12}$  no sistema, conforme a tabela 7.2.2, que é consistente com as curvas obtidas. Nessas figuras as linhas contínuas interligando os pontos não têm significado servindo apenas para facilitar a identificação de cada curva. As figuras foram obtidas utilizando a rotina de Matlab *degrad\_a.m*, que calcula a probabilidade de erro de bit a partir das expressões da tabela 6.4.1, considerando o cenário proposto neste sub-item.

A partir dos resultados apresentados pelas figuras são feitas as seguintes considerações:

- os resultados para sistemas MM são sempre piores que os resultados para sistemas MC e MPG, o que está relacionado com a solução de modulação adotada em cada sistema, conforme já discutido anteriormente;
- a degradação de desempenho é maior quanto maior é o requisito de desempenho do novo sub-sistema para um mesmo  $U_{12}$ , o que é explicado pelo fato de que menores probabilidades de erro de bit no sub-sistema 12 exigem maiores  $(SNR)_{12}$ , que para um mesmo  $U_{12}$  significa maior potência interferente nos usuários do sub-sistema 11 causando maior degradação no desempenho nesse sub-sistema.



**Figura 7.2.2 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MC/MPG)**



**Figura 7.2.3 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MM)**

## 7.2.4 - Análise de Capacidade do Sistema A

Conforme analisado no sub-item anterior, se as potências dos usuários do sub-sistema 11 não são aumentadas para compensar a entrada de novos usuários no sistema, ocorre a degradação em seus desempenhos. Neste sub-item analisa-se a capacidade do sistema A acomodar os dois sub-sistemas, reajustando as potências do sub-sistema 11. Na prática, deve ser observado que a potência nos sistemas não podem ser aumentadas indiscriminadamente devido a restrições tecnológicas ou até de dimensionamento conforme já discutido anteriormente, que não são levadas em consideração neste estudo.

Na acomodação dos dois sub-sistemas, o número máximo de usuários em cada sub-sistema está limitado pelo requisito de desempenho a ser atendido conforme as expressões (7-2-2) e (7-2-3) e as tabelas 7.2.1. e 7.2.2. Nessas tabelas os valores de  $U_{11}^{MAX}$  e  $U_{12}^{MAX}$  correspondem respectivamente aos números máximos em cada sub-sistema quando respectivamente  $U_{12} = 0$  e  $U_{11} = 0$ . Quando  $U_{11}$  e  $U_{12}$  são diferentes de zero existe uma relação entre esses parâmetros que define a capacidade máxima permitida, que é função da potência total nos receptores

$$S_{Total}^{(1)} = U_{11} (SNR)_{11} R_{11} + U_{12} (SNR)_{12} R_{12} \quad (7-2-14)$$

Rescrevendo adequadamente (7-2-14) se tem que

$$U_{12} = \left( \frac{1}{R_{12}} \right) \frac{S_{Total}^{(1)} / N_0}{(SNR)_{12}} - \left( \frac{U_{11} (SNR)_{11} R_{11}}{(SNR)_{12} R_{12}} \right) \quad (7-2-15)$$

onde  $(SNR)_{12} / (SNR)_{11}$  é uma constante para requisitos de desempenho  $P_{B,11}$  e  $P_{B,12}$  fixos dada conforme (7-2-9), de modo que  $U_{12}$  varia linearmente com  $S_{Total}^{(1)} / N_0 (SNR)_{12}$ . Conforme (7-2-8),  $S_{Total}^{(1)} / N_0$  e  $(SNR)_{12}$  se relacionam através de

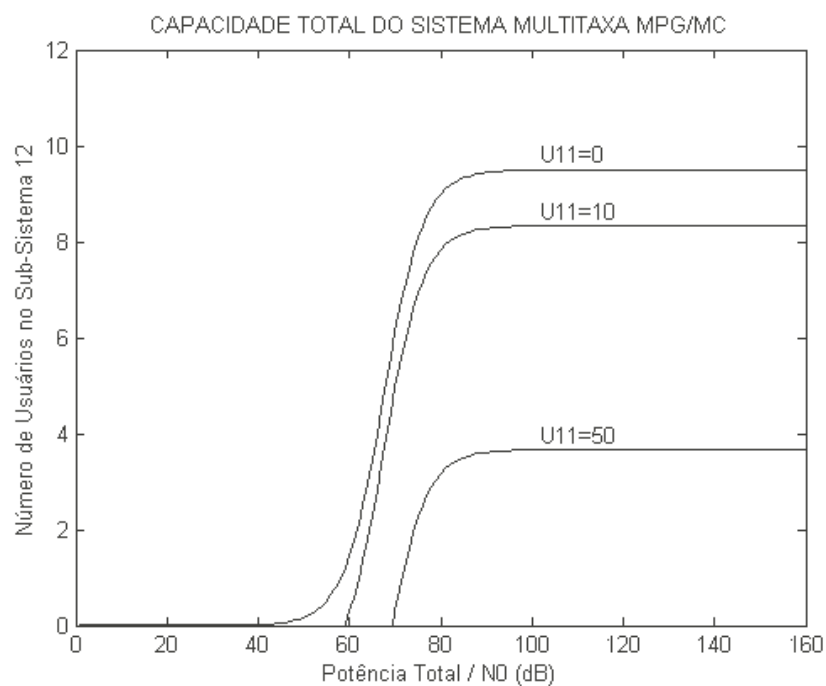
$$(SNR)_{12} = \left( \frac{1}{2} \left( \Omega_{12} + \frac{T_c}{3} \right)^{-1} \right) \frac{S_{Total}^{(11)}}{N_0} + \left( \frac{T_c}{3} \left( \Omega_{12} + \frac{T_c}{3} \right)^{-1} \right) \quad (7-2-16)$$

que significa que para valores altos de potência total,  $S_{Total}^{(1)}/N_0 (SNR)_{12}$  é uma constante de modo que conforme (7-2-15)  $U_{12}$  é uma constante para um determinado  $U_{11}$ , definindo assim a capacidade máxima do sistema multitaxa.

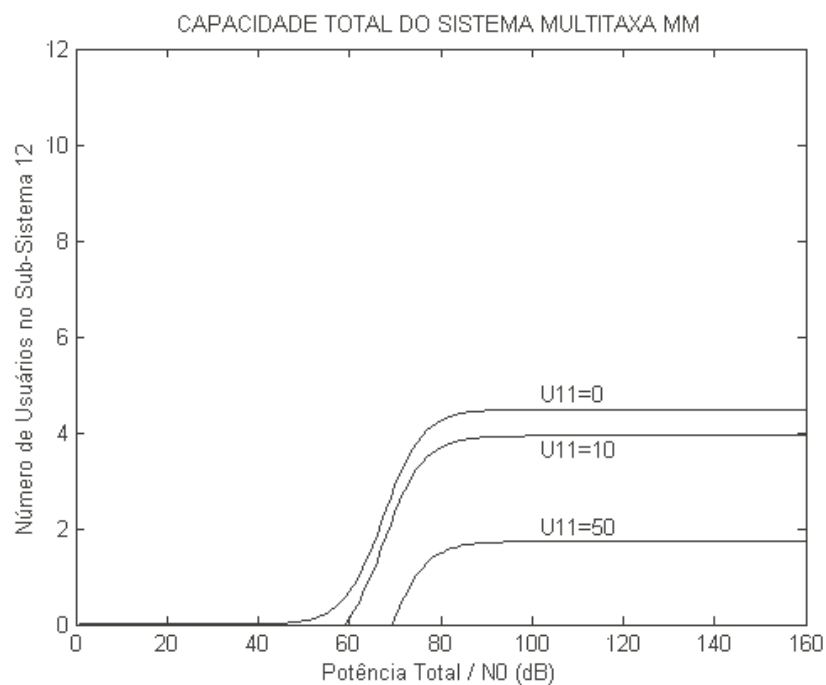
As figuras 7.2.4 e 7.2.5 ilustram como o número de usuários  $U_{12}$  varia conforme se aumenta a potência total para diversos  $U_{11}$  em sistemas MC/MPG e MM respectivamente. Nesses resultados é assumido  $R_{12} = 4R_{11}$ ,  $P_{B,11} = 10^{-3}$  e  $P_{B,12} = 10^{-6}$ . As figuras foram obtidas utilizando a rotina de Matlab *capacidade\_a*, que calcula  $U_{12}$  a partir da determinação de  $(SNR)_{12}$  em função da potência total, com base nas expressões da tabela 6.4.1.

A partir dos resultados apresentados nas figuras 7.2.4 e 7.2.5 são feitas as seguintes considerações:

- os sistemas MM apresentam menor capacidade que os sistemas MPG/MC pois seus usuários precisam ter potência mais alta para atender um determinado requisito de desempenho, o que restringe o número de usuários nos sub-sistemas;
- para  $U_{11} = 0$ , os valores de  $U_{12}$  máximos estão consistentes com os valores apresentados na tabela 7.2.2;
- para  $U_{12} = 0$ , a potência total é determinada apenas pelo sub-sistema 11 e corresponde ao ponto da curva que cruza o eixo da potência total;
- para valores grandes de  $S_{Total}^{(1)}$ ,  $(SNR)_{12}/S_{Total}^{(1)}$  é uma constante o que implica em  $U_{12}$  constante, conforme discutido anteriormente;
- quanto maior o número de usuários  $U_{11}$ , menor a capacidade do sistema em acomodar usuários no sub-sistema 12, o que se explica diretamente pela expressão (7-2-14).



**Figura 7.2.4 – Acomodação dos Sub-sistemas 11 e 12 no Sistema A (MC/MPG)**



**Figura 7.2.5 – Acomodação dos Sub-sistemas 11 e 12 no Sistema A (MM)**



## 7.3 - DESEMPENHO DE SISTEMA COM VÁRIAS CÉLULAS

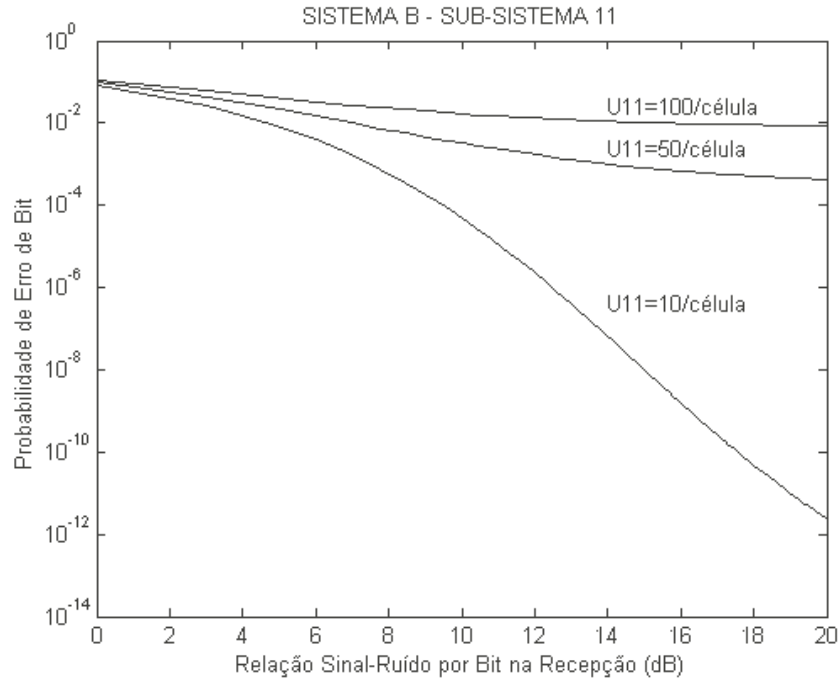
### 7.3.1 - Caracterização do Sistema Multitaxa

Seja um sistema celular denominado sistema B, definido conforme o modelo multitaxa proposto nos capítulos anteriores e composto por  $Y$  células organizadas conforme o modelo de arquitetura hexagonal proposto no sub-item 5.3.3. É assumido que todos os usuários em todas as células nesse sistema desenvolvem uma única aplicação, atendendo requisitos de taxa de bits e desempenho únicos, representada pelo sub-sistema 1. A célula de interesse é denominada célula 1, e os seguintes parâmetros caracterizam o sub-sistema 1 da célula 1, denominado sub-sistema 11, que são os mesmos para todas as  $Y$  células do sistema:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 3,6864$  Mcps;
- modulação binária definida conforme o sub-item 2.2.2.2, com  $M_{11} = 2$ ;
- número de usuários  $U_{11}$ ;
- relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$ ;
- taxa de bits  $R_{11} = 14400$  bps, o que resulta em ganho de processamento  $N_{11} = 256$ ;
- requisito de desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,11}$  dada conforme (3-3-11), (3-1-6), (5-3-1) e (5-3-23) por

$$\begin{aligned}
 P_{B,11} &= Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c S_{MAI}^{(11)}}{3N_0(SNR)_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\
 &= Q \left( \left( \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c \left( (1 + W_{Total}^{(1)}) U_{11} - 1 \right) R_{11}}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (7-3-1)
 \end{aligned}$$

- fator de interferência total  $W_{Total}^{(1)}$  igual a 0,3234 , que é o resultado obtido em (5-3-24) assumindo distribuição uniforme de usuários por sub-sistemas em todas as células.



**Figura 7.3.1 – Probabilidade de Erro de Bit no Sub-sistema 11 do Sistema B**

A figura 7.3.1 ilustra como a probabilidade de erro de bit  $P_{B,11}$  varia conforme a relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  no sistema B para vários valores de  $U_{11}$  por célula. Essa figura foi obtida utilizando a rotina de Matlab *subsistema11\_b.m*, que calcula a probabilidade de erro de bit a partir de (7-3-1), utilizando os parâmetros definidos neste sub-item. Valem para essa figura as mesmas considerações apresentadas para figura 7.2.1 no sub-item 7.2.1. Observa-se que para se atender um determinado requisito de desempenho o número de usuários  $U_{11}$  por célula não pode exceder  $U_{11}^{MAX}$  dado nesse caso a partir de (3-3-41), (3-3-42) e (7-3-1) por

$$U_{11}^{MAX} = \frac{1}{1 + W_{Total}^{(1)}} \left( \frac{3\Omega_{11}}{T_c R_{11}} + 1 \right), \quad \text{onde} \quad P_{B,11} = Q\left(\left(\Omega_{11}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (7-3-2)$$

A tabela 7.3.1, obtida através da rotina de Matlab *usumax\_sub11.m*, mostra  $U_{11}^{MAX}$  em função do requisito de desempenho  $P_{B,11}$  para o conjunto de parâmetros definidos para o sub-sistema 11.

$P_{B,11}$	$U_{11}^{MAX}$
$10^{-2}$	107
$10^{-3}$	61
$10^{-4}$	42

**Tabela 7.3.1 – Número Máximo de Usuários por Célula no Sub-sistema 11**

Para análise do desempenho de sistemas com várias células em canais AWGN considera-se que na célula 1 do sistema B são introduzidos novos usuários desenvolvendo uma nova aplicação, representada pelo sub-sistema 12. Para acomodar esse novo requisito de taxa de bits, o sistema B deve adotar os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação (MM), múltiplos ganhos de processamento (MPG) ou múltiplos códigos (MC), definidos respectivamente nos itens 6.1, 6.2 e 6.3. Conforme já discutido em itens anteriores, os sistemas MC e MPG apresentam o mesmo desempenho de modo que a comparação dos esquemas de multitaxa se resume a comparar esses dois sistemas com o sistema MM.

Os seguintes parâmetros caracterizam o sub-sistema 12 proposto:

- taxa de chip  $T_c^{-1} = 3,6864$  Mcps;
- número de usuários  $U_{12}$ ;

- relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{12}$  ;
- taxa de bits  $R_{12} = 4R_{11} = 57600$  bps;
- requisito de desempenho (probabilidade de erro de bit)  $P_{B,12}$  .

O requisito de desempenho do sub-sistema 12 implica em um número máximo de usuários nesse sub-sistema. Como está sendo considerada a introdução de um novo sub-sistema apenas na célula 1, os resultados de  $U_{12}^{MAX}$  são os mesmos da tabela 7.2.2, que descrevem um cenário onde  $U_{11} = 0$  , ou seja, onde o sub-sistema 12 é caracterizado isoladamente.

Independente do esquema de multitaxa adotado no sistema B, a introdução do sub-sistema 12 causa perturbações ao equilíbrio inicialmente estabelecido para o sub-sistema 1 da célula 1 e para as células vizinhas:

- se por requisitos de dimensionamento tais como limites para interferência nas células vizinhas, ou até mesmo restrições tecnológicas quanto à potência nos transmissores e receptores, a potência total da célula deve ser limitada, em um cenário de carga máxima na célula a introdução do sub-sistema 12 implica na redução do número de usuários no sub-sistema 11;
- se o número de usuários no sub-sistema 11 não é reduzido e suas potências não são modificadas, a introdução do sub-sistema 12 implica no aumento da potência total interferente, com degradação do desempenho dos usuários das célula 1 e vizinhas;
- para acomodar os dois sub-sistemas na célula, atendendo simultaneamente seus requisitos de taxa de bits e desempenho, as potências dos usuários em todo o sistema devem ser aumentadas de modo a se atingir um novo ponto de equilíbrio.

A análise de capacidade para o caso com várias células, análogo ao desenvolvido no sub-item 7.2.3 para uma célula, envolve um grande número de variáveis, como por exemplo a  $(SNR)_{gi}$  em cada anel, o que torna extenso o equacionamento desse cenário. Dessa forma a análise de desempenho para sistemas com várias células se limita neste estudo à análise da equivalência entre sub-sistemas e análise da degradação de desempenho.

### 7.3.2 - Análise de Equivalência entre Sub-sistemas

No sub-item 7.2.2 definiu-se o fator de equivalência entre usuários de dois sub-sistemas como o número de usuários em um sub-sistema que podem ser “substituídos” por usuários de outro sub-sistema sem qualquer modificação com relação a desempenho dos demais usuários do sistema. Para que isso ocorra, essa “substituição” deve implicar na manutenção da potência total em cada célula de modo que a potência interferente em todos os usuários do sistema seja mantida.

A partir de (5-3-2), (5-3-23) e (3-1-6) se tem que a potência total nos receptores da célula 1 do sistema B, antes da introdução do sub-sistema 12, é dada por

$$S_{Total}^{(1)} = (1 + W_{Total}^{(h)}) U_{11} (SNR)_{11} N_0 R_{11} \quad (7-3-3)$$

Com a introdução do sub-sistema 12, para que a potência total permaneça a mesma, a quantidade de usuários no sub-sistema 11 deve ser reduzida de modo que

$$S_{Total}^{(1)} = ((1 + W_{Total}^{(h)}) U_{11} - \Delta U_{11}) (SNR)_{11} N_0 R_{11} + \Delta U_{12} (SNR)_{12} N_0 R_{12} \quad (7-3-4)$$

o que resulta no mesmo fator de equivalência definido na expressão (7-2-6) para o caso de uma única célula, o que é um resultado esperado uma vez que a potência interferente proveniente das demais células permanece a mesma. Dessa forma, para sistemas com múltiplas células valem os resultados de fator de equivalência entre os sub-sistemas 11 e 12 apresentados na tabela 7.2.3.

No caso de uma célula vizinha  $g$ , a potência antes da introdução do sub-sistema 12, é dada por

$$S_{Total}^{(g)} = (1 + W_{Total}^{(g)}) U_{11} (SNR)_{11} N_0 R_{11} \quad (7-3-5)$$

e com a introdução do sub-sistema 12, a quantidade de usuários no sub-sistema 11 deve ser reduzida para que a potência total nesta célula permaneça a mesma:

$$S_{Total}^{(1)} = \left( (1 + W_{Total}^{(h)}) U_{11} - w_{11}^{(g)} \Delta U_{11} \right) (SNR)_{11} N_0 R_{11} + w_{12}^{(g)} \Delta U_{12} (SNR)_{12} N_0 R_{12} \quad (7-3-6)$$

De acordo com (7-3-6), a potência total na célula  $g$  permanece a mesma se  $w_{11}^{(g)} = w_{12}^{(g)}$ , onde  $w_{11}^{(g)}$  e  $w_{12}^{(g)}$  são fatores de interferência definidos em (5-3-6). Se é assumido que os usuários nos sub-sistemas 11 e 12 são uniformemente distribuídos, então, conforme o resultado de (5-3-13),  $w_{11}^{(g)}$  e  $w_{12}^{(g)}$  são iguais de modo que o fator de equivalência  $F_U$  é dado por (7-3-5) e valem os resultados da tabela 7.3.1.

### 7.3.3 - Análise de Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11

A introdução do sub-sistema 12 no sistema B sem a redução do número de usuários do sub-sistema 11 e sem qualquer modificação na potência desses usuários, e consequentemente em sua relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$ , implica na degradação do desempenho no sub-sistema 11, pois a potência interferente total aumenta. Essa degradação é verificada tanto nos usuários da própria célula 1 como nos usuários das células vizinhas.

Na célula 1, antes da introdução do sub-sistema 12, os  $U_{11}$  usuários no sub-sistema 11 apresentam relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{11}$  e atendem o requisito de taxa de bits  $R_{11}$  e desempenho  $P_{B,11}$ , que se relaciona conforme (3-3-41) com o parâmetro de desempenho  $\Omega_{11}^{Inicial}$ , definido conforme (6-4-1), (5-3-1), (5-3-23) e (3-1-6) como

$$\Omega_{11}^{Inicial} = \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c \left( (1 + W_{Total}^{(1)}) U_{11} (SNR)_{11} R_{11} - (SNR)_{11} R_{11} \right)}{3 (SNR)_{11}} \quad (7-3-7)$$

Com a introdução do sub-sistema 12, se  $(SNR)_{11}$  não é modificada, o novo parâmetro de desempenho, que caracteriza a nova probabilidade de erro de bit, é dado conforme (7-2-9) por

$$\begin{aligned}
\Omega_{11} &= \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c \left( (1 + W_{Total}^{(h)}) U_{11} (SNR)_{11} R_{11} + U_{12} (SNR)_{12} R_{12} - (SNR)_{11} R_{11} \right)}{3 (SNR)_{11}} \\
&= \Omega_{11}^{Inicial} + \frac{T_c U_{12} (SNR)_{12} R_{12}}{3(SNR)_{11}} \\
&= \Omega_{11}^{Inicial} + \frac{T_c U_{12} R_{12}}{3} \left( \frac{3\Omega_{11}^{Inicial} + T_c R_{11}}{3\Omega_{12} + T_c R_{12}} \right) \tag{7-3-8}
\end{aligned}$$

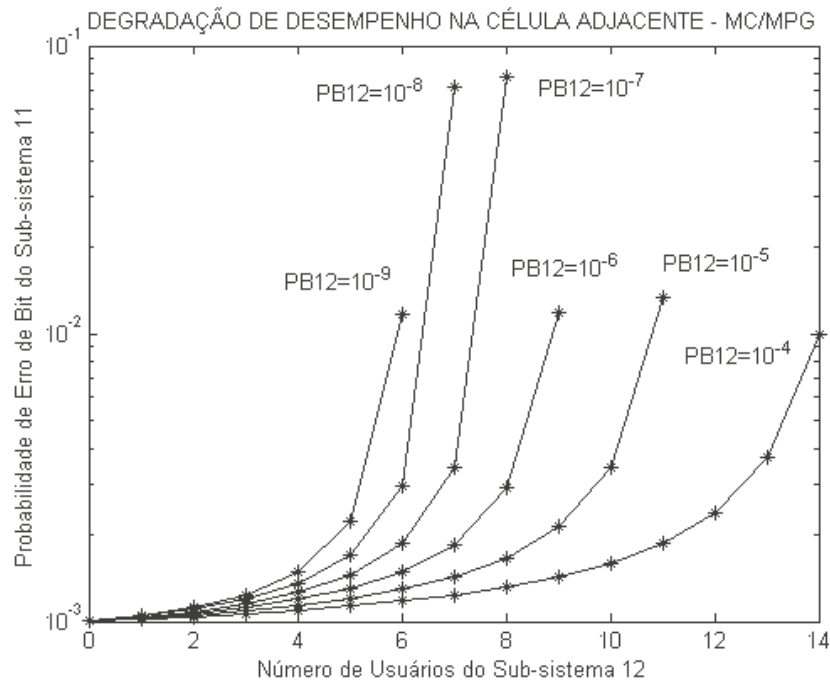
que é o mesmo resultado do sub-item 7.2.3 pois a potência interferente adicional sobre os usuários desse sub-sistema é a mesma nos dois casos. Dessa forma, a degradação de desempenho no sub-sistema 11 é caracterizada conforme ilustrado nas figuras 7.2.2 e 7.2.3.

Na análise da degradação de desempenho na célula vizinha  $g$ , se tem que antes da introdução do sub-sistema 12, os  $U_{g1} = U_{11}$  usuários no sub-sistema  $g1$  apresentam relação sinal-ruído por bit na recepção  $(SNR)_{g1} = (SNR)_{11}$  e atendem o requisito de taxa de bits  $R_{g1} = R_{11}$  e desempenho  $P_{B,g1} = P_{B,11}$ , que se relaciona conforme (3-3-41) com o parâmetro de desempenho  $\Omega_{g1}^{Inicial} = \Omega_{11}^{Inicial}$ , definido conforme (7-3-7). Com a introdução do novo sub-sistema 12, se  $(SNR)_{g1}$  não é modificada, o novo parâmetro de desempenho, que caracteriza a nova probabilidade de erro de bit, é dado conforme (7-2-9) por

$$\begin{aligned}
\Omega_{g1} &= \frac{1}{2(SNR)_{11}} + \frac{T_c \left( (1 + W_{Total}^{(g)}) U_{11} (SNR)_{11} R_{11} + w_{12}^{(g)} U_{12} (SNR)_{12} R_{12} - (SNR)_{11} R_{11} \right)}{3 (SNR)_{11}} \\
&= \Omega_{11}^{Inicial} + \frac{T_c w_{12}^{(g)} U_{12} (SNR)_{12} R_{12}}{3(SNR)_{11}} \\
&= \Omega_{11}^{Inicial} + \frac{T_c w_{12}^{(g)} U_{12} R_{12}}{3} \left( \frac{3\Omega_{11}^{Inicial} + T_c R_{11}}{3\Omega_{12} + T_c R_{12}} \right) \tag{7-3-9}
\end{aligned}$$

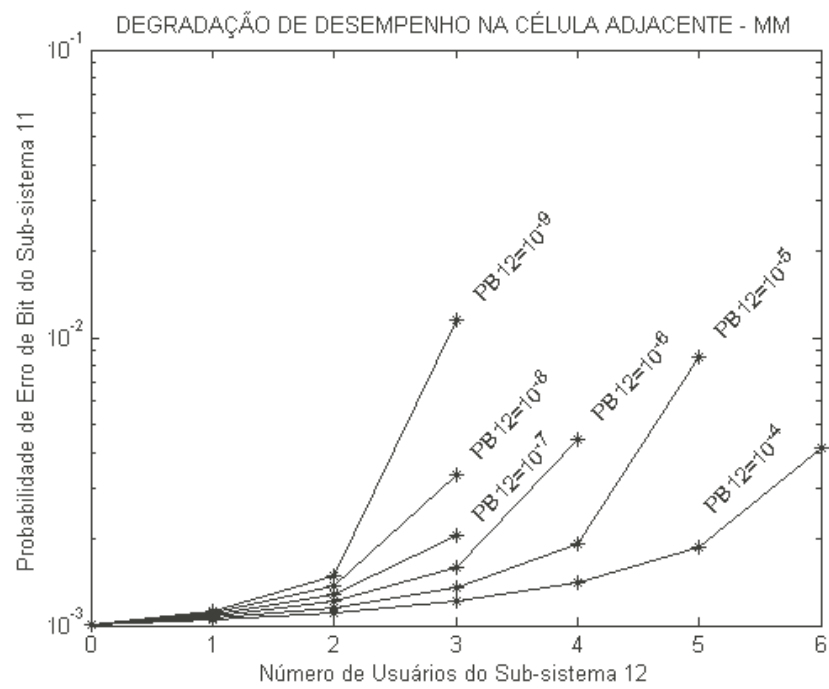
onde  $w_{12}^{(g)}$  é um fator de interferência definida em (5-3-6).

Se é assumido que os usuários do sub-sistema 12 se distribuem uniformemente na célula 1, o fator de interferência  $w_{12}^{(g)}$  pode ser determinado a partir da tabela 5.3.1. A degradação de desempenho nesse caso está ilustrada nas figuras 7.3.2 e 7.3.3, obtidas através da rotina de Matlab *degrad\_b.m*, assumindo  $P_{B,11} = 10^{-3}$ ,  $R_{12} = 4R_{11}$  e  $w_{12}^{(g)} = 0.2841/6$ , o que caracteriza uma célula vizinha adjacente. Na análise dessas figuras valem as mesmas considerações apresentadas para as figuras 7.2.2 e 7.2.3 uma vez que diferem apenas quantos aos resultados numéricos.



**Figura 7.3.2 – Degradação de Desempenho no sub-sistema 11 (MC/MPG)**





**Figura 7.3.3 – Degradação de Desempenho no Sub-sistema 11 (MM)**

## 8 - CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Um dos principais requisitos dos sistemas celulares de terceira geração é suportar simultaneamente diversos requisitos de taxa de bits e desempenho utilizando de forma eficiente os recursos disponíveis, o que justifica a importância do estudo de esquemas de multitaxa. Este trabalho envolveu o estudo e comparação de sistemas que utilizam os esquemas de multitaxa baseados em múltiplos formatos de modulação, múltiplos ganhos de processamento e múltiplos códigos de espalhamento.

No capítulo 2 foi proposto um modelo de sistema organizado em sub-sistemas que se mostrou bastante conveniente para o estudo de sistemas multitaxas. Embora os modelos propostos para transmissores e receptores foram bastante simplificados, essa modelagem pode constituir uma importante referência para o estudo de estruturas mais complexas.

Nos capítulos 3 e 4 foram desenvolvidas expressões genéricas para probabilidade de erro de bit em canais AWGN e multi-percursos, aplicáveis aos três esquemas de multitaxa propostos. A abordagem nesse capítulo procurou dar ênfase ao entendimento de cada conceito envolvido no desenvolvimento dessas expressões de modo que modificações e aprimoramentos nas premissas e modelos pudessem ser facilmente incorporadas ao estudo futuramente. No caso multi-percurso verificou-se que quando não são empregadas técnicas de diversidade na recepção, os desempenhos dos sistemas ficam bastante comprometidos.

No capítulo 5 introduziu-se o conceito de controle de potência como instrumento para garantir o atendimento a requisitos de desempenho em sistemas multitaxas. Na análise da interferência de múltiplo acesso foram obtidas expressões fechadas e resultados numéricos que caracterizam a interferência proveniente de outras células, assumindo modelos de perda de percurso, distribuição uniforme de usuários e arquitetura celular hexagonal.

A partir dos modelos e conceitos propostos nos capítulos 2, 3, 4 e 5, os sistemas que adotam os esquemas de multitaxa propostos são caracterizados e comparados nos capítulos 6 e 7. No que diz respeito a desempenho, verificou-se que os sistemas celulares multitaxas multi-modulações apresentam desempenho bastante inferior aos outros dois para altas taxas de bits, o que é consequência da utilização de soluções com alto nível de modulação.

Verifica-se também que os sistemas multi-códigos e com múltiplos ganhos de processamento apresentam o mesmo desempenho, porém deve ser observado que essa conclusão pode variar em função das premissas adotadas sobre como se comporta a interferência entre os vários sinais paralelos de um mesmo usuário em um sistema com múltiplos códigos.

Como complemento a este estudo, destacam-se os seguintes temas, propostos como trabalhos futuros:

- extensão dos resultados para canais multi-percursos incorporando técnicas de diversidade na recepção aos modelos propostos;
- extensão dos resultados obtidos para modelos de transmissores e receptores mais complexos, envolvendo detectores multi-usuários, codificação de canal e antenas adaptativas;
- estudo dos mecanismos de controle de potência em sistemas multitaxas, dada sua importância no atendimento a requisitos de desempenho;
- estudos dos mecanismos de handoff e seu impacto na capacidade de sistemas multitaxas;
- estudo de técnicas de controle de admissão aplicadas a sistemas multitaxas.

## APÊNDICE A - RUÍDO ADITIVO GAUSSIANO BRANCO

### A.1 - DEFINIÇÃO

A interferência na recepção do sinal de um usuário  $hjl$  causada por ruído aditivo gaussiano branco em sistemas modelados conforme proposto no capítulo 3 é representada pelas variáveis aleatórias

$$\eta_{hjl}^I = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^I(t) \cos \omega t \, dt \quad (\text{A-1})$$

e

$$\eta_{hjl}^Q = - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} n(t) c_{hjl}^Q(t) \sin \omega t \, dt \quad (\text{A-2})$$

definidas respectivamente a partir de (3-2-9) e (3-2-13), onde  $c_{hjl}^I(t)$  e  $c_{hjl}^Q(t)$  são códigos de espalhamento definidos conforme (2-2-22) e  $n(t)$  é um processo aleatório gaussiano com

$$\begin{aligned} E\{ n(t) \} &= 0 \\ E\{ n(t)n(u) \} &= \frac{N_0}{2} \delta(t-u) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

## A.2 - MÉDIA E VARIÂNCIA DE $\eta_{hjl}^I$

Na definição de  $\eta_{hjl}^I$  em (A-1), a integral no intervalo  $T_{hj} = N_{hj} T_c$  pode ser representada pela soma de integrais em intervalos de chip  $T_c$ , uma vez que  $c_{hjl}^I(t)$  permanece constante nesse intervalo:

$$\eta_{hjl}^I = \sum_{k=0}^{N_{hj}-1} c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + k T_c) \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \quad (\text{A-4})$$

Como  $n(t)$  é um processo aleatório gaussiano, as integrais em intervalos de chip  $T_c$  são variáveis aleatórias gaussianas independentes com média igual a

$$\mathbb{E} \left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\} = \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} \mathbb{E} \{ n(t) \} \cos \omega t \, dt = 0 \quad (\text{A-5})$$

e variância igual a

$$\begin{aligned} \text{Var} \left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\} &= \mathbb{E} \left\{ \left( \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right)^2 \right\} - \mathbb{E}^2 \left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\} \\ &= \mathbb{E} \left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k_1 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_1+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \int_{m_0 T_{hj} + k_2 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_2+1) T_c} n(u) \cos \omega u \, du \right\} \\ &= \int_{m_0 T_{hj} + k_1 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_1+1) T_c} \left( \int_{m_0 T_{hj} + k_2 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_2+1) T_c} \mathbb{E} \{ n(t) n(u) \} \cos \omega u \, du \right) \cos \omega t \, dt \\ &= \int_{m_0 T_{hj} + k_1 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_1+1) T_c} \left( \int_{m_0 T_{hj} + k_2 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_2+1) T_c} \frac{N_0}{2} \delta(t-u) \cos \omega u \, du \right) \cos \omega t \, dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{m_0 T_{hj} + k_1 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_1+1) T_c} \frac{N_0}{2} \cos^2 \omega t \, dt \\
&= \frac{N_0}{2} \int_{m_0 T_{hj} + k_1 T_c}^{m_0 T_{hj} + (k_1+1) T_c} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) dt \\
&= \frac{N_0 T_c}{4}
\end{aligned} \tag{A-6}$$

assumindo que a integral da parcela  $\cos 2\omega t$  pode ser desprezada se  $\omega = x\pi T_c^{-1}$ , onde  $x$  é um inteiro positivo.

A variável aleatória  $\eta_{hjl}^I$  é gaussiana pois corresponde à soma de variáveis aleatórias gaussianas independentes [Sta94], que são as integrais nos intervalos  $T_c$ . A média de  $\eta_{hjl}^I$  é calculada como a soma das médias dessas integrais, utilizando o resultado de (A-5):

$$\mathbb{E}\{\eta_{hjl}^I\} = \sum_{k=0}^{N_{hj}-1} c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + k T_c) \mathbb{E}\left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\} = 0 \tag{A-7}$$

Como as integrais nos intervalos  $T_c$  são independentes, a variância de  $\eta_{hjl}^I$  pode ser calculada como a soma das variâncias dessas integrais [Sta94], utilizando o resultado obtido em (A-6) e observando que  $(c_{hjl}^I(t))^2 = 1$ :

$$\begin{aligned}
\text{Var}\{\eta_{hjl}^I\} &= \sum_{k=0}^{N_{hj}-1} \text{Var}\left\{ c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + k T_c) \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\} \\
&= \sum_{k=0}^{N_{hj}-1} (c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + k T_c))^2 \text{Var}\left\{ \int_{m_0 T_{hj} + k T_c}^{m_0 T_{hj} + (k+1) T_c} n(t) \cos \omega t \, dt \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{N_{hj}-1} \frac{N_0 T_c}{4} \\
&= \frac{N_0 T_{hj}}{4}
\end{aligned} \tag{A-8}$$

### A.3 - MÉDIA E VARIÂNCIA DE $\eta_{hjl}^{\mathcal{Q}}$

A partir de considerações análogas às apresentadas no item A.2, demonstra-se que  $\eta_{hjl}^{\mathcal{Q}}$  é uma variável aleatória gaussiana com

$$E\{\eta_{hjl}^{\mathcal{Q}}\} = 0 \tag{A-9}$$

$$Var\{\eta_{hjl}^{\mathcal{Q}}\} = \frac{N_0 T_{hj}}{4} \tag{A-10}$$

## APÊNDICE B - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO EM CANAL AWGN

### B.1 - DEFINIÇÃO

Em canais AWGN, definidos de acordo com o modelo proposto no capítulo 3, a interferência na recepção do sinal de um usuário  $hjl$  causada pelos sinais dos demais usuários do sistema, denominada interferência de múltiplo acesso, é representada conforme (3-2-11) e (3-2-15) pelas variáveis aleatórias

$$\begin{aligned}
 \gamma_{hjl}^I &= \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{gik}^{(h)} dt \\
 &\quad - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{gik}^{(h)} dt \\
 &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \cos \phi_{gik}^{(h)} \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
 &\quad - \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \sin \phi_{gik}^{(h)} \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
 &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \left[ \psi_{gik,hjl}^I \cos \phi_{gik}^{(h)} - \psi_{gik,hjl}^{QI} \sin \phi_{gik}^{(h)} \right]
 \end{aligned} \tag{B-1}$$

e



$$\gamma_{hjl}^Q = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \left[ \psi_{gik,hjl}^{IQ} \sin \phi_{gik}^{(h)} + \psi_{gik,hjl}^{QQ} \cos \phi_{gik}^{(h)} \right] \quad (\text{B-2})$$

onde

$$\psi_{gik,hjl}^{II} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (\text{B-3})$$

$$\psi_{gik,hjl}^{QI} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (\text{B-4})$$

$$\psi_{gik,hjl}^{IQ} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) dt \quad (\text{B-5})$$

$$\psi_{gik,hjl}^{QQ} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) dt \quad (\text{B-6})$$

As expressões (B-1) a (B-6) se aplicam tanto aos sub-sistemas que utilizam a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2 como os que utilizam a solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3. Se um enlace de comunicação interferente  $gik$  utiliza modulação binária então  $b_{gik}^Q(t)$  em (B-4) e (B-6) é igual a zero e as componentes de interferência  $\psi_{gik,hjl}^{QI}$  e  $\psi_{gik,hjl}^{QQ}$  associadas a esse enlace de comunicação são nulas. Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza modulação binária, então  $c_{hjl}^Q(t)$  em (B-5) e (B-6) é igual a zero e a variável aleatória  $\gamma_{hjl}^Q$  é nula.

## B.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Para se obter expressões para as médias e variâncias de  $\gamma_{hjl}^I$  e  $\gamma_{hjl}^Q$  é necessário caracterizar estatisticamente os sinais e variáveis que as compõem, definindo suas distribuições de probabilidade e algumas condições de independência. Dessa forma, são assumidos os seguintes modelos estatísticos para os sinais e variáveis que compõem  $\gamma_{hjl}^I$  e  $\gamma_{hjl}^Q$ :

- os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os símbolos que os compõem são equiprováveis e têm média nula, de modo que

$$E\{b_{gik}^{I/Q}(t_1)\} = E\{b_{gik}^{I/Q}(t_2)\} = E\{A_{gik}^{I/Q}(m)\} = 0 \quad (\text{B-7})$$

$$E\{(b_{gik}^{I/Q}(t_1))^2\} = E\{(b_{gik}^{I/Q}(t_2))^2\} = E\{(A_{gik}^{I/Q}(m))^2\} \quad (\text{B-8})$$

- os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os chips +1 e -1 que os compõem são equiprováveis, de modo que

$$E\{c_{gik}^{I/Q}(t_1)\} = E\{c_{gik}^{I/Q}(t_2)\} = \frac{1}{2}(+1) + \frac{1}{2}(-1) = 0 \quad (\text{B-9})$$

$$E\{(c_{gik}^{I/Q}(t_1))^2\} = E\{(c_{gik}^{I/Q}(t_2))^2\} = \frac{1}{2}(+1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = 1 \quad (\text{B-10})$$

- os atrasos  $\tau_{gik}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $T_{gi}$
- as fases  $\phi_{gik}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ , de modo que

$$E\{\cos \phi_{gik}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \phi_{gik}^{(h)} d\phi_{gik}^{(h)} = 0 \quad (\text{B-11})$$

$$E\left\{\sin \phi_{gik}^{(h)}\right\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \phi_{gik}^{(h)} d\phi_{gik}^{(h)} = 0 \quad (\text{B-12})$$

$$E\left\{\sin \phi_{gik}^{(h)} \cos \phi_{gik}^{(h)}\right\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \phi_{gik}^{(h)} \cos \phi_{gik}^{(h)} d\phi_{gik}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin 2\phi_{gik}^{(h)}}{2} d\phi_{gik}^{(h)} = 0 \quad (\text{B-13})$$

$$E\left\{\cos^2 \phi_{gik}^{(h)}\right\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \phi_{gik}^{(h)} d\phi_{gik}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\phi_{gik}^{(h)}\right) d\phi_{gik}^{(h)} = \frac{1}{2} \quad (\text{B-14})$$

$$E\left\{\sin^2 \phi_{gik}^{(h)}\right\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \phi_{gik}^{(h)} d\phi_{gik}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\phi_{gik}^{(h)}\right) d\phi_{gik}^{(h)} = \frac{1}{2} \quad (\text{B-15})$$

São assumidas também as seguintes condições de independência:

- as variáveis aleatórias  $b_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $c_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $\tau_{gik}^{(h)}$  e  $\phi_{gik}^{(h)}$  que compõem o sinal de um mesmo usuário ou de usuários distintos são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} E\left\{f_b(b_{g_1 i_1 k_1}^{I/Q}(t_0)) f_c(c_{g_2 i_2 k_2}^{I/Q}(t_0)) f_\tau(\tau_{g_3 i_3 k_3}^{(h)}) f_\phi(\phi_{g_4 i_4 k_4}^{(h)})\right\} \\ = E\left\{f_b(b_{g_1 i_1 k_1}^{I/Q}(t_0))\right\} E\left\{f_c(c_{g_2 i_2 k_2}^{I/Q}(t_0))\right\} E\left\{f_\tau(\tau_{g_3 i_3 k_3}^{(h)})\right\} E\left\{f_\phi(\phi_{g_4 i_4 k_4}^{(h)})\right\} \end{aligned} \quad (\text{B-16})$$

- símbolos consecutivos em um sinal de informação  $b_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} E\left\{f_1(b_{gik}^{I/Q}(t_0)) f_2(b_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_{gi}))\right\} \\ = E\left\{f_1(b_{gik}^{I/Q}(t_0))\right\} E\left\{f_2(b_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_{gi}))\right\}, \quad p \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{B-17})$$

- chips consecutivos de um código de espalhamento  $c_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} E\left\{f_1(c_{gik}^{I/Q}(t_0)) f_2(c_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_c))\right\} \\ = E\left\{f_1(c_{gik}^{I/Q}(t_0))\right\} E\left\{f_2(c_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_c))\right\}, \quad p \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

- os diversos códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  utilizados no sistema são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{f_1(c_{g_1 i_1 k_1}^{I/Q}(t))f_2(c_{g_2 i_2 k_2}^{I/Q}(t))\} \\ &= \mathbb{E}\{f_1(c_{g_1 i_1 k_1}^{I/Q}(t))\} \mathbb{E}\{f_2(c_{g_2 i_2 k_2}^{I/Q}(t))\}, \quad \text{para } g_1 \neq g_2, i_1 \neq i_2, k_1 \neq k_2 \end{aligned} \quad (\text{B-19})$$

- as fases  $\phi_{gik}^{(h)}$  dos sinais dos diversos usuários do sistema são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{f_1(\phi_{g_1 i_1 k_1}^{(h)})f_2(\phi_{g_2 i_2 k_2}^{(h)})\} \\ &= \mathbb{E}\{f_1(\phi_{g_1 i_1 k_1}^{(h)})\} \mathbb{E}\{f_2(\phi_{g_2 i_2 k_2}^{(h)})\}, \quad \text{para } g_1 \neq g_2, i_1 \neq i_2, k_1 \neq k_2 \end{aligned} \quad (\text{B-20})$$

### B.3 - MÉDIAS DE $\gamma_{hjl}^I$ E $\gamma_{hjl}^Q$

A média de  $\gamma_{hjl}^I$  é definida a partir de (B-1) como

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\gamma_{hjl}^I\} &= \mathbb{E}\left\{\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} [\psi_{gik,hjl}^{II} \cos \phi_{gik}^{(h)} - \psi_{gik,hjl}^{QI} \sin \phi_{gik}^{(h)}]\right\} \\ &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \mathbb{E}\{\psi_{gik,hjl}^{II} \cos \phi_{gik}^{(h)} - \psi_{gik,hjl}^{QI} \sin \phi_{gik}^{(h)}\} \end{aligned} \quad (\text{B-21})$$

Observando em (B-3) e (B-4) que  $\psi_{gik,hjl}^{II}$  e  $\psi_{gik,hjl}^{QI}$  são funções de  $b_{gik}^{I/Q}(t)$ ,  $c_{gik}^{I/Q}(t)$ ,  $c_{hjl}^I(t)$  e  $\tau_{gik}^{(h)}$ , e aplicando a condição de independência definida em (B-16), demonstra-se a partir de (B-11) e (B-12) que

$$E\{\gamma_{hjl}^I\} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} [E\{\psi_{gik,hjl}^{II}\} E\{\cos \phi_{gik}^{(h)}\} - E\{\psi_{gik,hjl}^{OI}\} E\{\sin \phi_{gik}^{(h)}\}] = 0 \quad (B-22)$$

Da mesma forma demonstra-se a partir de (B-2), (B-5) e (B-6), aplicando a condição de independência definida em (B-16) e utilizando os resultados obtidos em (B-11) e (B-12) que

$$E\{\gamma_{hjl}^Q\} = E\left\{ \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} [\psi_{gik,hjl}^{IO} \sin \phi_{gik}^{(h)} + \psi_{gik,hjl}^{QO} \cos \phi_{gik}^{(h)}] \right\} = 0 \quad (B-23)$$

## B.4 - VARIÂNCIA DE $\gamma_{hjl}^I$

### B.4.1 - Definição

A variância de  $\gamma_{hjl}^I$  é definida a partir de (B-1) e (B-22) como

$$\begin{aligned} Var\{\gamma_{hjl}^I\} &= E\{(\gamma_{hjl}^I)^2\} - E^2\{\gamma_{hjl}^I\} = E\{(\gamma_{hjl}^I)^2\} \\ &= E\left\{ \left( \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} [\psi_{gik,hjl}^{II} \cos \phi_{gik}^{(h)} - \psi_{gik,hjl}^{OI} \sin \phi_{gik}^{(h)}] \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (B-24)$$

Nos sub-itens seguintes, a variância de  $\gamma_{hjl}^I$  é determinada a partir das distribuições de probabilidade de cada variável aleatória que a compõe, definidas conforme o item B.2.

### B.4.2 - Distribuição de $\phi_{gik}^{(h)}$

Desenvolvendo a expressão (B-24) e aplicando as condições de independência definidas em (B-16) e (B-20) se obtém a seguinte expressão para variância de  $\gamma_{hjl}^I$ :

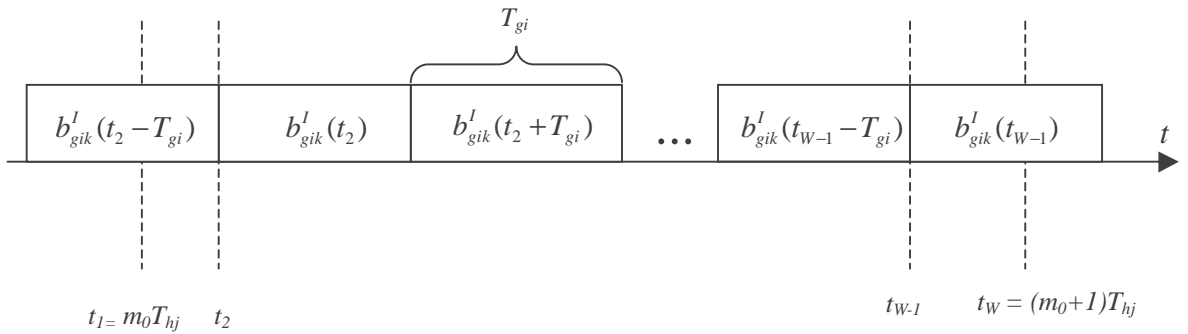
$$\begin{aligned}
 \text{Var}\{\gamma_{hjl}^I\} &= \text{E}\left\{\left(\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \psi_{gik,hjl}^{II} \cos \phi_{gik}^{(h)}\right)^2\right\} \\
 &\quad - 2\text{E}\left\{\left(\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \psi_{gik,hjl}^{II} \cos \phi_{gik}^{(h)}\right) \left(\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \psi_{gik,hjl}^{OI} \sin \phi_{gik}^{(h)}\right)\right\} \\
 &\quad + \text{E}\left\{\left(\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \psi_{gik,hjl}^{OI} \sin \phi_{gik}^{(h)}\right)^2\right\} \\
 &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{2} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \text{E}\{(\psi_{gik,hjl}^{II})^2\} \text{E}\{\cos^2 \phi_{gik}^{(h)}\} \\
 &\quad + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq h}}^Y \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{X_p} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^{U_{pq}} \sqrt{\frac{P_{gik} P_{pqr}}{4}} \alpha_{gik}^{(h)} \alpha_{pqr}^{(h)} \text{E}\{\psi_{gik,hjl}^{II} \psi_{pqr,hjl}^{II}\} \text{E}\{\cos \phi_{gik}^{(h)}\} \text{E}\{\cos \phi_{pqr}^{(h)}\} \\
 &\quad - 2 \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{2} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \text{E}\{\psi_{gik,hjl}^{II} \psi_{gik,hjl}^{OI}\} \text{E}\{\cos \phi_{gik}^{(h)} \sin \phi_{gik}^{(h)}\} \\
 &\quad - 2 \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq h}}^Y \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{X_p} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^{U_{pq}} \sqrt{\frac{P_{gik} P_{pqr}}{4}} \alpha_{gik}^{(h)} \alpha_{pqr}^{(h)} \text{E}\{\psi_{gik,hjl}^{II} \psi_{pqr,hjl}^{OI}\} \text{E}\{\cos \phi_{gik}^{(h)}\} \text{E}\{\sin \phi_{pqr}^{(h)}\} \\
 &\quad + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{2} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \text{E}\{(\psi_{gik,hjl}^{OI})^2\} \text{E}\{\sin^2 \phi_{gik}^{(h)}\} \\
 &\quad + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq h}}^Y \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{X_p} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq l}}^{U_{pq}} \sqrt{\frac{P_{gik} P_{pqr}}{4}} \alpha_{gik}^{(h)} \alpha_{pqr}^{(h)} \text{E}\{\psi_{gik,hjl}^{OI} \psi_{pqr,hjl}^{OI}\} \text{E}\{\sin \phi_{gik}^{(h)}\} \text{E}\{\sin \phi_{pqr}^{(h)}\}
 \end{aligned} \tag{B-25}$$

Aplicando os resultados obtidos em (B-11) a (B-15) em função da distribuição de probabilidade de  $\phi_{gik}^{(h)}$ , a expressão da variância em (B-25) resulta em

$$\begin{aligned}
 Var\{\gamma_{hjl}^I\} &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{2} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 E\{(\psi_{gik,hjl}^{II})^2\} E\{\cos^2 \phi_{gik}^{(h)}\} \\
 &\quad + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{2} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 E\{(\psi_{gik,hjl}^{OI})^2\} E\{\sin^2 \phi_{gik}^{(h)}\} \\
 &= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 E\{(\psi_{gik,hjl}^{II})^2 + (\psi_{gik,hjl}^{OI})^2\}
 \end{aligned} \tag{B-26}$$

#### B.4.3 - Distribuição de $b_{gik}^{I/Q}(t)$

Na definição da componente de interferência  $\psi_{gik,hjl}^{II}$  em (B-3), a integral no intervalo  $T_{hj}$  pode ser representada pela soma de integrais em intervalos  $T_{gi}$ , uma vez que  $b_{gik}^I(t)$  permanece constante nesse intervalo. A figura B.1 ilustra o intervalo de integração  $T_{hj}$  e define a notação utilizada para os valores de  $t$  nesse intervalo.



**Figura B.1 – Intervalo de Integração para Determinação de  $\psi_{gik,hjl}^{II}$**

A partir de (B-3) e das definições da figura B.1, calcula-se

$$\begin{aligned}
\psi_{gik,hjl}^{II} &= \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
&\quad + \sum_{p=0}^{\left(\frac{t_{W-1}-t_2}{T_{gi}}\right)-1} \left( \int_{t_2+pT_{gi}}^{t_2+(p+1)T_{gi}} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \right) \\
&\quad + \int_{t_{W-1}}^{t_W} b_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
&= b_{gik}^I(t_2 - T_{gi}) \int_{t_1}^{t_2} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
&\quad + \sum_{p=0}^{\left(\frac{t_{W-1}-t_2}{T_{gi}}\right)-1} b_{gik}^I(t_2 + pT_{gi}) \left( \int_{t_2+pT_{gi}}^{t_2+(p+1)T_{gi}} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \right) \\
&\quad + b_{gik}^I(t_{W-1}) \int_{t_{W-1}}^{t_W} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \\
&= b_{gik}^I(t_2 - T_{gi}) \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(t_1, t_2) \\
&\quad + \sum_{p=0}^{\left(\frac{t_{W-1}-t_2}{T_{gi}}\right)-1} b_{gik}^I(t_2 + pT_{gi}) \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(t_2 + pT_{gi}, t_2 + (p+1)T_{gi}) \\
&\quad + b_{gik}^I(t_{W-1}) \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(t_{W-1}, t_W)
\end{aligned} \tag{B-27}$$

onde

$$\mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \tag{B-28}$$



Deve ser observado que (B-27) abrange os três casos possíveis de relação entre  $T_{hj}$  e  $T_{gi}$ :

- se o usuário interferente  $gik$  transmite com duração de símbolo  $T_{gi}$  menor que a duração de símbolo do usuário  $hjl$ , ou seja, se  $T_{gi} < T_{hj}$  então define-se  $t_2 = m_0 T_{hj} + \tau_{gik}^{(h)}$  e

$$t_{W-1} = t_2 + \left\lfloor \frac{T_{hj} - \tau_{gik}^{(h)}}{T_{gi}} \right\rfloor T_{gi} ;$$

- se o usuário interferente  $gik$  transmite com duração de símbolo  $T_{gi}$  igual à do usuário  $hjl$ , ou seja, se  $T_{gi} = T_{hj}$ , então define-se  $t_2 = t_{W-1} = m_0 T_{hj} + \tau_{gik}^{(h)}$  e a segunda parcela da expressão (B-27) é nula;
- se o usuário interferente  $gik$  transmite com duração de símbolo  $T_{gi}$  maior que a duração de símbolo do usuário  $hjl$ , ou seja, se  $T_{gi} > T_{hj}$  então define-se  $t_2 = t_{W-1} = m_0 T_{hj} + \tau_{gik}^{(h)}$  e a segunda parcela de (B-27) é nula, ou  $t_W = t_{W-1} = t_2 = (m_0 + 1)T_{hj}$  e a segunda e terceira parcelas de (B-27) são nulas.

A partir de (B-27) determina-se  $E\left\{\left(\psi_{gik,hjl}''\right)^2\right\}$  aplicando as condições de independência definidas em (B-16) e (B-17) e os resultados obtidos em (B-7) e (B-8) em função da distribuição de probabilidade de  $b_{gik}^{I/Q}(t)$ :

$$\begin{aligned} E\left\{\left(\psi_{gik,hjl}''\right)^2\right\} &= E\left\{\left(b_{gik}'(t_2 - T_{gi}) \Re_{gik,hjl}''(t_1, t_2)\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + \sum_{p=0}^{\left(\frac{t_{W-1}-t_2}{T_{gi}}\right)-1} b_{gik}'(t_2 + pT_{gi}) \Re_{gik,hjl}''(t_2 + pT_{gi}, t_2 + (p+1)T_{gi})\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + b_{gik}'(t_{W-1}) \Re_{gik,hjl}''(t_{W-1}, t_W)\right)^2\right\} \\ &= E\left\{\left(b_{gik}'(t_2 - T_{gi})\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{gik,hjl}''(t_1, t_2)\right)^2\right\} \\ &\quad + \sum_{p=0}^{\left(\frac{t_{W-1}-t_2}{T_{gi}}\right)-1} E\left\{\left(b_{gik}'(t_2 + pT_{gi})\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{gik,hjl}''(t_2 + pT_{gi}, t_2 + (p+1)T_{gi})\right)^2\right\} \\ &\quad + E\left\{\left(b_{gik}'(t_{W-1})\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{gik,hjl}''(t_{W-1}, t_W)\right)^2\right\} \end{aligned}$$

$$= E\left\{\left(b_{gik}^I(t)\right)^2\right\} E\left\{\sum_{q=1}^{W-1}\left(\Re_{gik,hjl}^{II}\left(t_q, t_{q+1}\right)\right)^2\right\} \quad (B-29)$$

Da mesma forma demonstra-se que

$$E\left\{\left(\psi_{gik,hjl}^{OI}\right)^2\right\} = E\left\{\left(b_{gik}^O(t)\right)^2\right\} E\left\{\sum_{q=1}^{W-1}\left(\Re_{gik,hjl}^{OI}\left(t_q, t_{q+1}\right)\right)^2\right\} \quad (B-30)$$

onde

$$\Re_{gik,hjl}^{OI}\left(t_a, t_b\right) = \int_{t_a}^{t_b} c_{gik}^O\left(t - \tau_{gik}^{(h)}\right) c_{hjl}^I(t) dt \quad (B-31)$$

Aplicando os resultados de (B-29) e (B-30) na expressão da variância de  $\gamma_{hjl}^I$  em (B-26) se obtém:

$$\begin{aligned} Var\left\{\gamma_{hjl}'\right\} = & \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} \left(\alpha_{gik}^{(h)}\right)^2 E\left\{\left(b_{gik}^I(t)\right)^2\right\} E\left\{\sum_{q=1}^{W-1}\left(\Re_{gik,hjl}^{II}\left(t_q, t_{q+1}\right)\right)^2\right\} \\ & + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} \left(\alpha_{gik}^{(h)}\right)^2 E\left\{\left(b_{gik}^O(t)\right)^2\right\} E\left\{\sum_{q=1}^{W-1}\left(\Re_{gik,hjl}^{OI}\left(t_q, t_{q+1}\right)\right)^2\right\} \end{aligned} \quad (B-32)$$

onde os tempos  $t_q$  são definidos conforme a figura B.1.

#### B.4.4 - Distribuição de $c_{gik}^{I/Q}(t)$

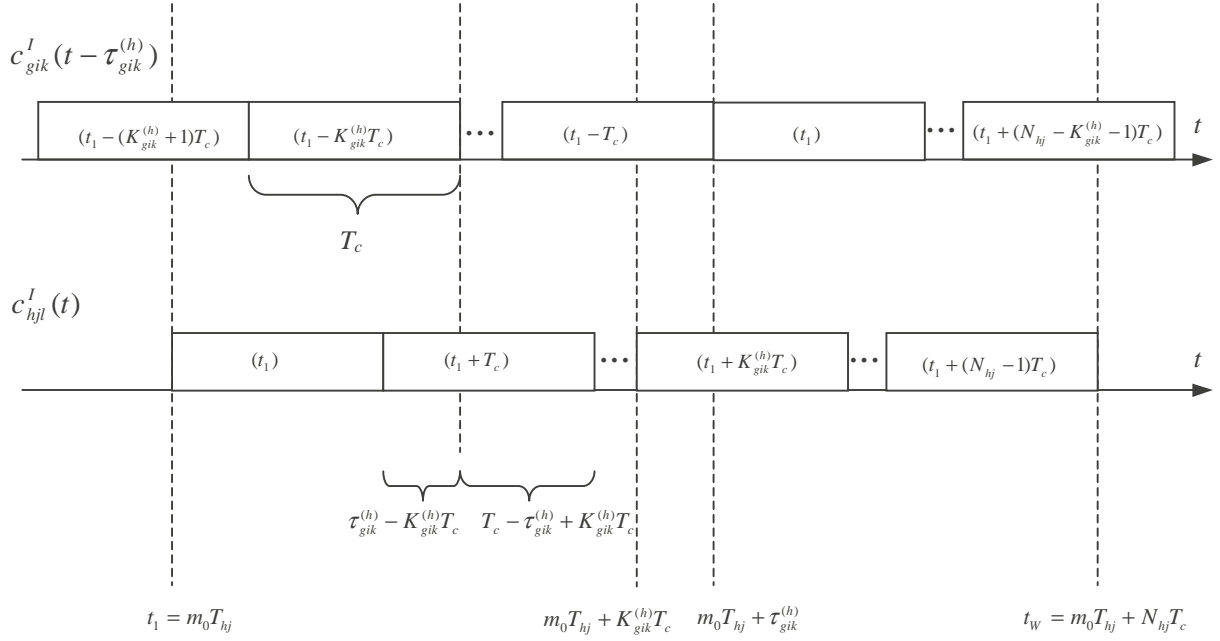
A partir da expressão para  $\Re_{gik,hjl}^{II}\left(t_a, t_b\right)$  em (B-28) e das definições na figura B.1, se determina que

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=1}^{W-1} \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_q, t_{q+1}) \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \sum_{q=1}^{W-1} \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_q, t_{q+1}) \right)^2 \right\} - \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=1}^{W-1} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^{W-1} \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_q, t_{q+1}) \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_r, t_{r+1}) \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_1, t_W) \right)^2 \right\} - \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=1}^{W-1} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^{W-1} \left[ \int_{t_q}^{t_{q+1}} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \right] \left[ \int_{t_r}^{t_{r+1}} c_{gik}^I(u - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(u) du \right] \right\} \quad (\text{B-33})
\end{aligned}$$

Aplicando as condições de independência definidas em (B-18) e (B-19) e o resultado obtido em (B-9) em função da distribuição de probabilidade de  $c_{gik}^{I/Q}(t)$ , porém observando que  $\mathbb{E}\{c_{hjl}^I(t)c_{hjl}^I(u)\} \neq \mathbb{E}\{c_{hjl}^I(t)\}\mathbb{E}\{c_{hjl}^I(u)\}$  em  $t_r=t_q+I$  e  $t_q=t_r+I$ , a expressão (B-33) se reduz a

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=0}^{W-1} \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_q, t_{q+1}) \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_1, t_W) \right)^2 \right\} - \sum_{q=1}^{W-1} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^{W-1} \int_{t_q}^{t_{q+1}} \left( \int_{t_r}^{t_{r+1}} \mathbb{E}\{c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)})\} \mathbb{E}\{c_{gik}^I(u - \tau_{gik}^{(h)})\} \mathbb{E}\{c_{hjl}^I(t)c_{hjl}^I(u)\} du \right) dt \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(t_1, t_W) \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(m_0 T_{hj}, (m_0 + 1) T_{hj}) \right)^2 \right\} \quad (\text{B-34})
\end{aligned}$$

A figura B.2 ilustra o intervalo de integração que define  $\mathfrak{R}_{gik,hjl}^{\prime\prime}(m_0 T_{hj}, (m_0 + 1) T_{hj})$ , onde  $K_{gik}^{(h)}$  é uma constante inteira positiva que satisfaz  $0 \leq \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c < T_c$ , e  $N_{hj}$  é o ganho de processamento no sub-sistema  $hj$  definido conforme (2-2-25).



**Figura B.2 – Intervalo de Integração para Determinação de  $\mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(m_0 T_{hj}, (m_0 + 1) T_{hj})$**

De acordo com a figura B.2,  $\mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(m_0 T_{hj}, (m_0 + 1) T_{hj})$  pode ser representado como uma soma de integrais nos intervalos  $m_0 T_{hj} + u T_c$  a  $m_0 T_{hj} + (u + 1) T_c$ , onde  $c_{hjl}^I(t)$  permanece constante e  $c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)})$  pode assumir dois valores distintos. Dessa forma, determina-se a partir da expressão (B-34), aplicando os resultados obtidos em (B-9) e (B-10) e as condições de independência definidas em (B-16), (B-18) e (B-19), que

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=0}^{W-1} \left( \mathfrak{R}_{gik,hjl}^{II}(t_q, t_{q+1}) \right)^2 \right\} \\ &= \mathbb{E} \left\{ \left( \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \int_{m_0 T_{hj} + u T_c}^{m_0 T_{hj} + (u+1) T_c} c_{gik}^I(t - \tau_{gik}^{(h)}) c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + u T_c) dt \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbb{E} \left\{ \left[ \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \left[ c_{gik}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{gik}^{(h)} - 1) T_c) \quad c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \quad (\tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. + c_{gik}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{gik}^{(h)}) T_c) \quad c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \quad (T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c) \right] \right]^2 \right\} \\
&= \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \mathbb{E} \left\{ \left( c_{gik}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{gik}^{(h)} - 1) T_c) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&\quad + \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \mathbb{E} \left\{ \left( c_{gik}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{gik}^{(h)}) T_c) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \left( \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 + \sum_{u=0}^{N_{hj}-1} \left( T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&= N_{hj} \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 + \left( T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \tag{B-35}
\end{aligned}$$

Da mesma forma demonstra-se que

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{q=0}^{W-1} \left( \Re_{gik,hjl}^{OI} (t_q, t_{q+1}) \right)^2 \right\} = N_{hj} \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 + \left( T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \tag{B-36}$$

Aplicando os resultados de (B-35) e (B-36) na expressão da variância de  $\gamma_{hjl}^I$  em (B-32) se obtém:

$$\begin{aligned}
Var \{ \gamma_{hjl}^I \} &= \sum_{g=1}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ g \neq h, i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \left( \frac{P_{gik} N_{hj}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (b_{gik}^I(t))^2 + (b_{gik}^O(t))^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. \times \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 + \left( T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \right) \tag{B-37}
\end{aligned}$$

#### B.4.5 - Distribuição de $\tau_{gik}^{(h)}$

No sub-item anterior, definiu-se  $K_{gik}^{(h)}$  como uma variável aleatória que depende de  $\tau_{gik}^{(h)}$  e assume um único valor a cada intervalo de duração de chip  $T_c$ . Assim sendo, é conveniente escrever  $E\left\{\left(\tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)}T_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)}T_c\right)^2\right\}$  como a soma das esperanças em intervalos  $T_c$ , assumindo que nesses intervalos  $\tau_{gik}^{(h)}$  é uniformemente distribuída. De acordo com as definições na figura B.2 e assumindo ainda que a probabilidade de  $\tau_{gik}^{(h)}$  estar entre  $uT_c$  e  $(u+1)T_c$  é  $T_c/T_{gi}$ , se obtém:

$$\begin{aligned}
 & E\left\{\left(\tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)}T_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)}T_c\right)^2\right\} \\
 &= \sum_{u=0}^{\frac{T_{gi}}{T_c}-1} P(uT_c \leq \tau_{gik}^{(h)} < (u+1)T_c) E\left\{\left(\tau_{gik}^{(h)} - uT_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{gik}^{(h)} + uT_c\right)^2\right\} \\
 &= \sum_{u=0}^{\frac{T_{gi}}{T_c}-1} \frac{T_c}{T_{gi}} \int_{uT_c}^{(u+1)T_c} \frac{1}{T_c} \left[ \left(\tau_{gik}^{(h)} - uT_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{gik}^{(h)} + uT_c\right)^2 \right] d\tau_{gik}^{(h)} \\
 &= \frac{2T_c^2}{3}
 \end{aligned} \tag{B-38}$$

Aplicando esse resultado na expressão (B-37) e empregando as definições de energia média de símbolo  $\bar{E}_{S,gik}$  em (2-2-33) e ganho de processamento  $N_{hj}$  em (2-2-25), se obtém a expressão para variância de  $\gamma_{hjl}^I$  :

$$Var\{\gamma_{hjl}^I\} = \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik} N_{hj} T_c^2}{6} \left(\alpha_{gik}^{(h)}\right)^2 E\left\{\left(b_{gik}^I(t)\right)^2 + \left(b_{gik}^Q(t)\right)^2\right\}$$

$$= \frac{T_{hj}T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{\overline{E}_{S,gik} \left( \alpha_{gik}^{(h)} \right)^2}{T_{gi}} \quad (\text{B-39})$$

A expressão (B-39) é válida quando os usuários interferentes utilizam a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3, ou até mesmo quando os dois casos ocorrem simultaneamente, ou seja, alguns usuários interferentes utilizam modulação binária enquanto outros utilizam modulação M-ária.

## B.5 - VARIÂNCIA DE $\gamma_{hjl}^Q$

Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, então  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado e consequentemente a variável aleatória  $\gamma_{hjl}^Q$  é nula, conforme discutido no item B.1.

Porém, se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação de dados M-ária definida conforme o sub-item 2.2.2.3, então a componente de interferência de múltiplo acesso  $\gamma_{hjl}^Q$  definida em (B-2) é uma variável aleatória cuja variância é calculada assumindo as distribuições de probabilidade e condições de independência apresentadas no item B.2 e utilizando raciocínio análogo ao empregado no desenvolvimento da expressão para variância de  $\gamma_{hjl}^I$  no item B.4:

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\gamma_{hjl}^Q\} &= \text{E}\left\{\left(\gamma_{hjl}^Q\right)^2\right\} \\ &= \text{E}\left\{\left(\sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gik}^{(h)} \left[ \psi_{gik,hjl}^{IQ} \sin \phi_{gik}^{(h)} + \psi_{gik,hjl}^{QQ} \cos \phi_{gik}^{(h)} \right] \right)^2\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (\psi_{gik,hjl}^{IQ})^2 + (\psi_{gik,hjl}^{QQ})^2 \right\} \\
&= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (b_{gik}^I(t))^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=1}^{W-1} (\Re_{gik,hjl}^{IQ}(t_q, t_{q+1}))^2 \right\} \\
&\quad + \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (b_{gik}^Q(t))^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \sum_{q=1}^{W-1} (\Re_{gik,hjl}^{QQ}(t_q, t_{q+1}))^2 \right\} \\
&= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \left( \frac{P_{gik} N_{hj}}{4} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (b_{gik}^I(t))^2 + (b_{gik}^Q(t))^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. \times \mathbb{E} \left\{ (\tau_{gik}^{(h)} - K_{gik}^{(h)} T_c)^2 + (T_c - \tau_{gik}^{(h)} + K_{gik}^{(h)} T_c)^2 \right\} \right) \\
&= \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{P_{gik} N_{hj} T_c^2}{6} (\alpha_{gik}^{(h)})^2 \mathbb{E} \left\{ (b_{gik}^I(t))^2 + (b_{gik}^Q(t))^2 \right\} \\
&= \frac{T_{hj} T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h,}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j,}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \frac{\overline{E}_{S,gik} (\alpha_{gik}^{(h)})^2}{T_{gi}} \tag{B-40}
\end{aligned}$$

A expressão (B-40) é válida quando os usuários interferentes utilizam a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3, ou até mesmo quando os dois casos ocorrem simultaneamente, ou seja, alguns usuários interferentes utilizam modulação binária e outros modulação M-ária.



## APÊNDICE C - INTERFERÊNCIA DE MÚLTIPLO ACESSO EM CANAL MULTI-PERCURSO

### C.1 - DEFINIÇÃO

Em canais com múltiplos percursos, definidos de acordo com o modelo proposto no capítulo 4, a interferência na recepção da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal de um usuário  $hjl$  causada pelos sinais dos demais usuários do sistema, denominada interferência de múltiplo acesso, é representada conforme (4-2-11) e (4-2-12) pelas variáveis aleatórias

$$\begin{aligned} \gamma_{hjlz}^I = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \cos \phi_{gikx}^{(h)} dt \\ & - \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) \sin \phi_{gikx}^{(h)} dt \end{aligned} \quad (C-1)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{hjlz}^Q = & \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^I(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \sin \phi_{gikx}^{(h)} dt \\ & + \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \sqrt{\frac{P_{gik}}{2}} \alpha_{gikx}^{(h)} b_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{gik}^Q(t - \tau_{gikx}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) \cos \phi_{gikx}^{(h)} dt \end{aligned} \quad (C-2)$$

As expressões (C-1) e (C-2) se aplicam tanto aos sub-sistemas que utilizam a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 como os que utilizam a modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3. Se um enlace de comunicação interferente  $gik$  utiliza modulação binária então as segundas parcelas em (C-1) e (C-2) são nulas pois  $b_{gik}^Q(t)$  é nulo. Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza modulação binária, então  $\gamma_{hjlz}^Q$  é nula pois  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado.

## C.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Para se obter as expressões para as médias e variâncias de  $\gamma_{hjlz}^I$  e  $\gamma_{hjlz}^Q$  é necessário caracterizar estatisticamente os sinais e variáveis que as compõem, definindo suas distribuições de probabilidade e algumas condições de independência. Dessa forma, são assumidos os seguintes modelos estatísticos para os sinais e variáveis que compõem  $\gamma_{hjlz}^I$  e  $\gamma_{hjlz}^Q$ , que são análogos aos apresentados no item B.2 para caracterização da interferência de múltiplo acesso em canais AWGN:

- os sinais de informação  $b_{gik}^I(t)$  e  $b_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os símbolos que os compõem são equiprováveis e têm média nula, de modo que

$$E\{b_{gik}^{I/Q}(t_1)\} = E\{b_{gik}^{I/Q}(t_2)\} = E\{A_{gik}^{I/Q}(m)\} = 0 \quad (C-3)$$

$$E\{(b_{gik}^{I/Q}(t_1))^2\} = E\{(b_{gik}^{I/Q}(t_2))^2\} = E\{(A_{gik}^{I/Q}(m))^2\} \quad (C-4)$$

- os códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  são processos aleatórios estacionários e os chips +1 e -1 que os compõem são equiprováveis, de modo que

$$E\{c_{gik}^{I/Q}(t_1)\} = E\{c_{gik}^{I/Q}(t_2)\} = \frac{1}{2}(+1) + \frac{1}{2}(-1) = 0 \quad (C-5)$$

$$E\{(c_{gik}^{I/Q}(t_1))^2\} = E\{(c_{gik}^{I/Q}(t_2))^2\} = \frac{1}{2}(+1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = 1 \quad (C-6)$$

- as atenuações  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias com distribuição Rayleigh;
- os atrasos  $\tau_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $T_{gi}$ ;
- as fases  $\phi_{gikx}^{(h)}$  são variáveis aleatórias uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$ , de modo que

$$E\{\cos\phi_{gikx}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos\phi_{gikx}^{(h)} d\phi_{gikx}^{(h)} = 0 \quad (C-7)$$

$$E\{\sin\phi_{gikx}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin\phi_{gikx}^{(h)} d\phi_{gikx}^{(h)} = 0 \quad (C-8)$$

$$E\{\sin\phi_{gikx}^{(h)} \cos\phi_{gikx}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin\phi_{gikx}^{(h)} \cos\phi_{gikx}^{(h)} d\phi_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin 2\phi_{gikx}^{(h)}}{2} d\phi_{gikx}^{(h)} = 0 \quad (C-9)$$

$$E\{\cos^2\phi_{gikx}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2\phi_{gikx}^{(h)} d\phi_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\phi_{gikx}^{(h)}\right) d\phi_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{2} \quad (C-10)$$

$$E\{\sin^2\phi_{gikx}^{(h)}\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2\phi_{gikx}^{(h)} d\phi_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\phi_{gikx}^{(h)}\right) d\phi_{gikx}^{(h)} = \frac{1}{2} \quad (C-11)$$

São assumidas também as seguintes condições de independência:

- as variáveis aleatórias  $b_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $c_{gik}^{I/Q}(t=t_0)$ ,  $\tau_{gikx}^{(h)}$ ,  $\phi_{gikx}^{(h)}$  e  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  em uma mesma componente multi-percurso, ou em componentes distintas, do sinal de um mesmo usuário, ou de usuários distintos, são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & E\left\{f_b(b_{g_1i_1k_1}^{I/Q}(t_0)) f_c(c_{g_2i_2k_2}^{I/Q}(t_0)) f_\tau(\tau_{g_3i_3k_3x_3}^{(h)}) f_\phi(\phi_{g_4i_4k_4x_4}^{(h)}) f_\alpha(\alpha_{g_5i_5k_5x_5}^{(h)})\right\} \\ &= E\{f_b(b_{g_1i_1k_1}^{I/Q}(t_0))\} E\{f_c(c_{g_2i_2k_2}^{I/Q}(t_0))\} E\{f_\tau(\tau_{g_3i_3k_3x_3}^{(h)})\} E\{f_\phi(\phi_{g_4i_4k_4x_4}^{(h)})\} E\{f_\alpha(\alpha_{g_5i_5k_5x_5}^{(h)})\} \end{aligned} \quad (C-12)$$

- símbolos consecutivos em um sinal de informação  $b_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & E\left\{f_1(b_{gik}^{I/Q}(t_0)) f_2(b_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_{gi}))\right\} \\ &= E\left\{f_1(b_{gik}^{I/Q}(t_0))\right\} E\left\{f_2(b_{gik}^{I/Q}(t_0 + pT_{gi}))\right\}, \quad p \neq 0 \end{aligned} \quad (C-13)$$

- chips consecutivos de um código de espalhamento  $c_{gik}^{I/Q}(t)$  são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{gik}^{I/Q}(t_0)\right)f_2\left(c_{gik}^{I/Q}(t_0+pT_c)\right)\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{gik}^{I/Q}(t_0)\right)\right\}\mathbb{E}\left\{f_2\left(c_{gik}^{I/Q}(t_0+pT_c)\right)\right\}, \quad p \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{C-14})$$

- os diversos códigos de espalhamento  $c_{gik}^I(t)$  e  $c_{gik}^Q(t)$  utilizados no sistema são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{g_1i_1k_1}^{I/Q}(t)\right)f_2\left(c_{g_2i_2k_2}^{I/Q}(t)\right)\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{g_1i_1k_1}^{I/Q}(t)\right)\right\}\mathbb{E}\left\{f_2\left(c_{g_2i_2k_2}^{I/Q}(t)\right)\right\}, \quad \text{para } g_1 \neq g_2, i_1 \neq i_2, k_1 \neq k_2 \end{aligned} \quad (\text{C-15})$$

$$\mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{gik}^I(t)\right)f_2\left(c_{gik}^Q(t)\right)\right\} = \mathbb{E}\left\{f_1\left(c_{gik}^I(t)\right)\right\}\mathbb{E}\left\{f_2\left(c_{gik}^Q(t)\right)\right\} \quad (\text{C-16})$$

- as fases  $\phi_{gikx}^{(h)}$  das componentes multi-percursos dos sinais dos diversos usuários do sistema são independentes, ou seja,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{f_1\left(\phi_{g_1i_1k_1x_1}^{(h)}\right)f_2\left(\phi_{g_2i_2k_2x_2}^{(h)}\right)\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{f_1\left(\phi_{g_1i_1k_1x_1}^{(h)}\right)\right\}\mathbb{E}\left\{f_2\left(\phi_{g_2i_2k_2x_2}^{(h)}\right)\right\}, \quad \text{para } g_1 \neq g_2, i_1 \neq i_2, k_1 \neq k_2, x_1 \neq x_2 \end{aligned} \quad (\text{C-17})$$

### C.3 - MÉDIAS DE $\gamma_{hjlz}^I$ E $\gamma_{hjlz}^Q$

As médias de  $\gamma_{hjlz}^I$  e  $\gamma_{hjlz}^Q$  são determinadas a partir de desenvolvimento análogo ao apresentado no item B.3 para interferência de múltiplo acesso em canais AWGN. Aplicando a condição de independência definida em (C-12) e utilizando os resultados obtidos em (C-7) e (C-8), demonstra-se que

$$\mathbb{E}\left\{\gamma_{hjlz}^I\right\} = \mathbb{E}\left\{\gamma_{hjlz}^Q\right\} = 0 \quad (\text{C-18})$$

#### C.4 - VARIÂNCIAS DE $\gamma_{hjlz}^I$ E $\gamma_{hjlz}^O$

As variâncias de  $\gamma_{hjlz}^I$  e  $\gamma_{hjlz}^O$  são determinadas a partir de desenvolvimento análogo ao apresentado no item B.4, observando adicionalmente que neste caso as atenuações  $\alpha_{gikx}^{(h)}$  são assumidas variáveis aleatórias. Aplicando os modelos estatísticos propostos no item C.2, que definem condições de independência e as distribuições de probabilidade de  $\phi_{gikx}^{(h)}$ ,  $b_{gik}^{I/O}(t)$ ,  $c_{gik}^{I/O}(t)$  e  $\tau_{gikx}^{(h)}$ , demonstra-se que

$$Var\{\gamma_{hjlz}^I\} = Var\{\gamma_{hjlz}^O\} = \frac{T_{hj}T_c}{6} \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq h}}^Y \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{X_g} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{U_{gi}} \sum_{x=1}^L \frac{\bar{E}_{S,gik} E\left\{\left(\alpha_{gikx}^{(h)}\right)^2\right\}}{T_{gi}} \quad (C-19)$$

onde  $T_{hj}$  e  $T_{gi}$  são respectivamente durações de símbolo nos sub-sistemas  $hj$  e  $gi$ ;  $T_c$  é a duração de chip; e  $\bar{E}_{S,gik}$  é a energia média de símbolo definida conforme (2-2-33).

A expressão (C-19) é válida quando os usuários interferentes utilizam a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, a solução de modulação de dados M-ária definida no sub-item 2.2.2.3, ou até mesmo quando os dois casos ocorrem simultaneamente, ou seja, alguns usuários interferentes utilizam modulação binária enquanto outros utilizam modulação M-ária. Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza modulação binária então  $\gamma_{hjlz}^O$  é nula.

## APÊNDICE D - AUTO-INTERFERÊNCIA

### D.1 - DEFINIÇÃO

Em canais com múltiplos percursos definidos de acordo com o modelo proposto no capítulo 4, a interferência na recepção da  $z$ -ésima componente multi-percurso do sinal de um usuário  $hjl$  causada pelas demais componentes multi-percursos desse sinal, quando não se emprega diversidade na recepção, denominada auto-interferência, é representada conforme (4-2-13) e (4-2-14) pelas variáveis aleatórias

$$\chi_{hjlz}^I = \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \left[ \psi_{x,z}^{II} \cos \phi_{hjlz}^{(h)} - \psi_{x,z}^{QI} \sin \phi_{hjlz}^{(h)} \right] \quad (\text{D-1})$$

$$\chi_{hjlz}^Q = \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \left[ \psi_{x,z}^{IQ} \sin \phi_{hjlz}^{(h)} + \psi_{x,z}^{QQ} \cos \phi_{hjlz}^{(h)} \right] \quad (\text{D-2})$$

onde

$$\psi_{x,z}^{II} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (\text{D-3})$$

$$\psi_{x,z}^{QI} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (\text{D-4})$$

$$\psi_{x,z}^{IQ} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^I(t - \tau_{hjlz}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) dt \quad (\text{D-5})$$

$$\psi_{x,z}^{QQ} = \int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{hjl}^Q(t - \tau_{hjl}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t - \tau_{hjl}^{(h)}) c_{hjl}^Q(t) dt \quad (D-6)$$

Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a modulação binária definida no sub-item 2.2.2.2 então as componentes de interferência  $\psi_{x,z}^{QI}$ ,  $\psi_{x,z}^{IQ}$  e  $\psi_{x,z}^{QQ}$  são nulas pois  $b_{hjl}^Q(t)$  e  $c_{hjl}^Q(t)$  são nulos. Nesse caso, a auto-interferência é representada apenas pela variável aleatória  $\chi_{hjlz}^I$ .

## D.2 - ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Para se obter as expressões para as médias e variâncias de  $\chi_{hjlz}^I$  e  $\chi_{hjlz}^Q$  é necessário caracterizar estatisticamente os sinais e variáveis que as compõem, definindo suas distribuições de probabilidade e algumas condições de independência. Os modelos estatísticos empregados na caracterização da auto-interferência são os mesmos definidos no item C.2 para caracterização da interferência de múltiplo acesso.

## D.3 - MÉDIAS DE $\chi_{hjlz}^I$ E $\chi_{hjlz}^Q$

As médias de  $\chi_{hjlz}^I$  e  $\chi_{hjlz}^Q$  são obtidas a partir das definições em (D-1) e (D-2), aplicando a condição de independência em (C-12) e utilizando os resultados de (C-7) e (C-8):

$$E\{\chi_{hjlz}^I\} = \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} E\{\alpha_{hjl}^{(h)}\} [E\{\psi_{x,z}^{II}\} E\{\cos \phi_{hjl}^{(h)}\} - E\{\psi_{x,z}^{QI}\} E\{\sin \phi_{hjl}^{(h)}\}] = 0 \quad (D-7)$$

$$E\{\chi_{hjlz}^Q\} = \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} E\{\alpha_{hjl}^{(h)}\} [E\{\psi_{x,z}^{IQ}\} E\{\sin \phi_{hjl}^{(h)}\} + E\{\psi_{x,z}^{QO}\} E\{\cos \phi_{hjl}^{(h)}\}] = 0 \quad (D-8)$$

## D.4 - VARIÂNCIA DE $\chi'_{hjlz}$

### D.4.1 - Definição

A variância de  $\chi'_{hjlz}$  é definida a partir de (D-1) e (D-7) como

$$Var\{\chi'_{hjlz}\} = E\left\{\left(\chi'_{hjlz}\right)^2\right\} - E^2\{\chi'_{hjlz}\} = E\left\{\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} [\psi_{x,z}^{II} \cos \phi_{hjlz}^{(h)} - \psi_{x,z}^{OI} \sin \phi_{hjlz}^{(h)}]\right)^2\right\} \quad (D-9)$$

Nos sub-itens seguintes, a variância de  $\chi'_{hjlz}$  é determinada a partir das distribuições de probabilidade de cada variável aleatória que a compõe, definidas conforme o item C.2.

### D.4.2 - Distribuição de $\phi_{hjlz}^{(h)}$

Desenvolvendo a expressão (D-9) e aplicando as condições de independência definidas em (C-12) e (C-17) e os resultados obtidos em (C-7) a (C-11) em função da distribuição de probabilidade de  $\phi_{hjlz}^{(h)}$ , se obtém a seguinte expressão para variância de  $\chi'_{hjlz}$ :

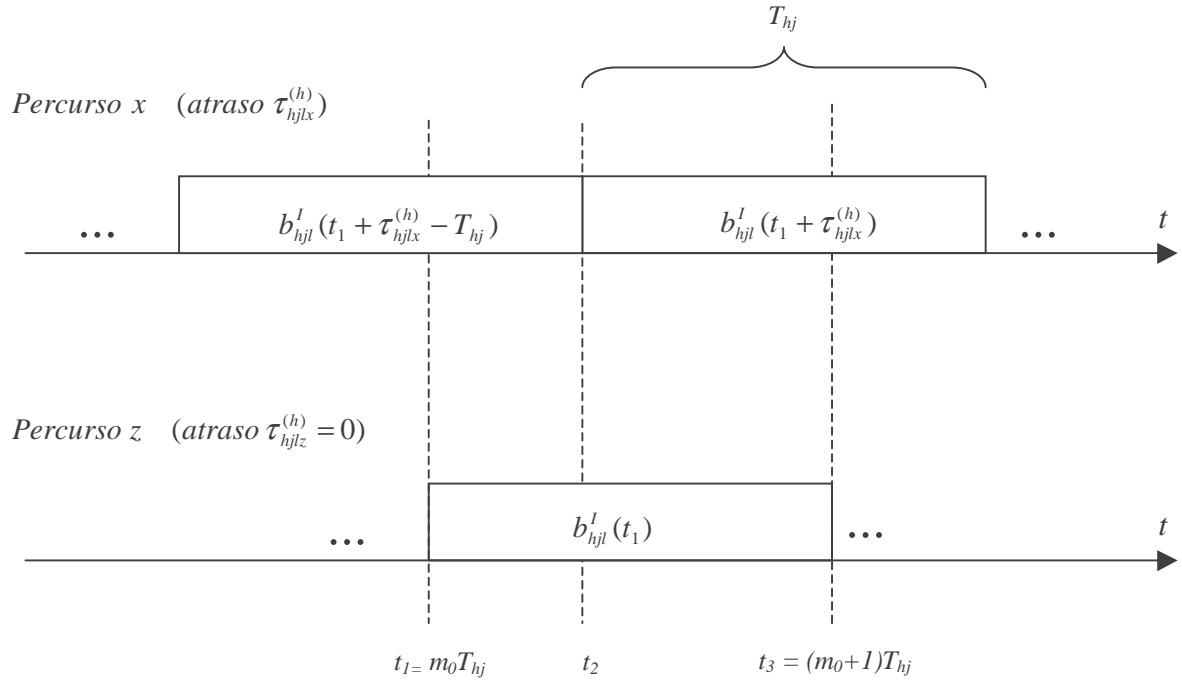
$$\begin{aligned} Var\{\chi'_{hjlz}\} = & E\left\{\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \psi_{x,z}^{II} \cos \phi_{hjlz}^{(h)}\right)^2\right\} \\ & - 2E\left\{\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \psi_{x,z}^{II} \cos \phi_{hjlz}^{(h)}\right)\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \psi_{x,z}^{OI} \sin \phi_{hjlz}^{(h)}\right)\right\} \\ & + E\left\{\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} \psi_{x,z}^{OI} \sin \phi_{hjlz}^{(h)}\right)^2\right\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} E\left\{ \left( \psi_{x,z}^{II} \right)^2 \right\} E\left\{ \cos^2 \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} \\
&\quad + \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq z \\ y \neq x}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \alpha_{hjl x}^{(h)} \alpha_{hjl y}^{(h)} \right\} E\left\{ \psi_{x,z}^{II} \psi_{y,z}^{II} \right\} E\left\{ \cos \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} E\left\{ \cos \phi_{hjl y}^{(h)} \right\} \\
&\quad - 2 \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} E\left\{ \psi_{x,z}^{II} \psi_{x,z}^{OI} \right\} E\left\{ \cos \phi_{hjl x}^{(h)} \sin \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} \\
&\quad - 2 \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq z \\ y \neq x}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \alpha_{hjl x}^{(h)} \alpha_{hjl y}^{(h)} \right\} E\left\{ \psi_{x,z}^{II} \psi_{y,z}^{OI} \right\} E\left\{ \cos \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} E\left\{ \sin \phi_{hjl y}^{(h)} \right\} \\
&\quad + \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} E\left\{ \left( \psi_{x,z}^{OI} \right)^2 \right\} E\left\{ \sin^2 \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} \\
&\quad + \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq z \\ y \neq x}}^L \frac{P_{hjl}}{2} E\left\{ \alpha_{hjl x}^{(h)} \alpha_{hjl y}^{(h)} \right\} E\left\{ \psi_{x,z}^{OI} \psi_{y,z}^{OI} \right\} E\left\{ \sin \phi_{hjl x}^{(h)} \right\} E\left\{ \sin \phi_{hjl y}^{(h)} \right\} \\
&= \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} E\left\{ \left( \psi_{x,z}^{II} \right)^2 + \left( \psi_{x,z}^{OI} \right)^2 \right\} \tag{D-10}
\end{aligned}$$

#### D.4.3 - Distribuição de $b_{hjl}^{I/Q}(t)$

Na definição da componente de interferência  $\psi_{x,z}^{II}$  em (D-3), a integral no intervalo  $T_{hj}$  pode ser representada pela soma da integral no intervalo  $m_0 T_{hj}$  a  $m_0 T_{hj} + \tau_{hjl x}^{(h)}$  com a integral no intervalo  $m_0 T_{hj} + \tau_{hjl x}^{(h)}$  a  $(m_0 + 1) T_{hj}$ , que são os intervalos onde o sinal de informação  $b_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)})$  permanece constante, conforme ilustrado na figura D.1. A partir dessa consideração, determina-se  $E\left\{ \left( \psi_{x,z}^{II} \right)^2 \right\}$  aplicando as condições de independência definidas em (C-12) e (C-13) e os resultados obtidos em (C-3) e (C-4) em função da distribuição de probabilidade de  $b_{hjl}^{I/Q}(t)$ .



**Figura D.1 – Intervalo de Integração para Determinação de  $\psi_{x,z}^{II}$**

$$\begin{aligned}
 E\left\{\left(\psi_{x,z}^{II}\right)^2\right\} &= E\left\{\left(\int_{m_0 T_{hj}}^{(m_0+1)T_{hj}} b_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)} - T_{hj}) \int_{t_1}^{t_2} c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt + b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)}) \int_{t_2}^{t_3} c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)} - T_{hj}) \mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_1, t_2) + b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)}) \mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)} - T_{hj})\right)^2\right\} E\left\{\left(\mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_1, t_2)\right)^2\right\} + E\left\{\left(b_{hjl}^I(t_1 + \tau_{hjl x}^{(h)})\right)^2\right\} E\left\{\left(\mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(b_{hjl}^I(t)\right)^2\right\} E\left\{\left(\mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_1, t_2)\right)^2 + \left(\mathfrak{R}_{x,z}^{II}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \tag{D-11}
 \end{aligned}$$

onde

$$\Re_{x,z}^{II}(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (D-12)$$

Da mesma forma demonstra-se que

$$E\left\{\left(\psi_{x,z}^{OI}\right)^2\right\} = E\left\{\left(b_{hjl}^Q(t)\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{x,z}^{OI}(t_1, t_2)\right)^2 + \left(\Re_{x,z}^{OI}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \quad (D-13)$$

onde

$$\Re_{x,z}^{OI}(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} c_{hjl}^Q(t - \tau_{hjl}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt \quad (D-14)$$

Aplicando os resultados de (D-11) e (D-13) na expressão (D-10) se obtém:

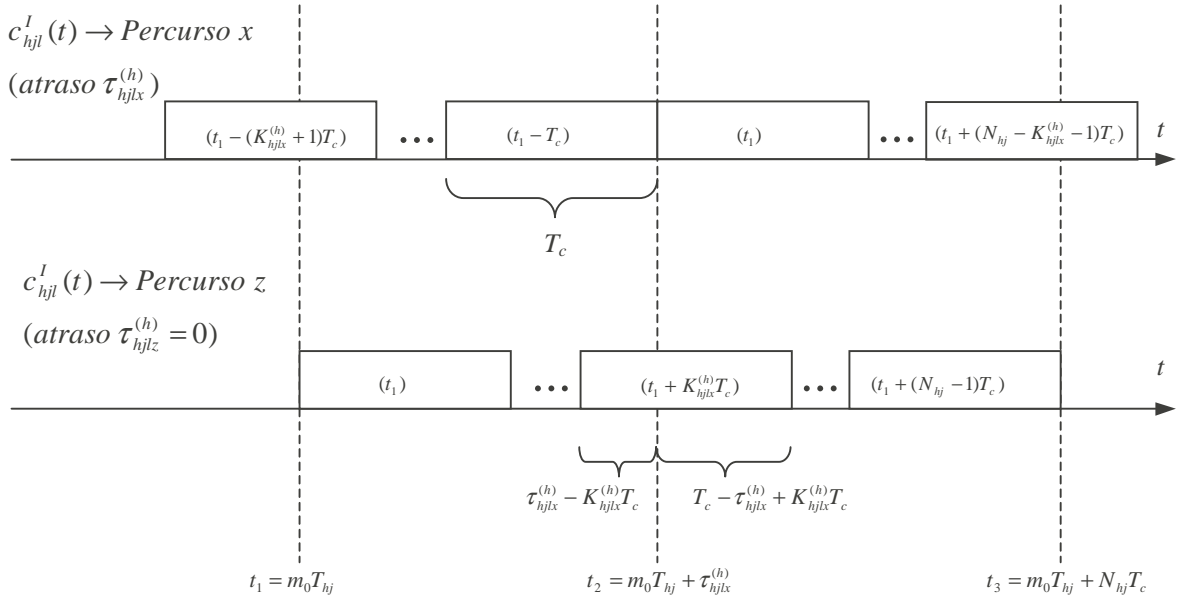
$$\begin{aligned} Var\left\{\chi_{hjlz}^I\right\} = & \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\left\{\left(\alpha_{hjl}^{(h)}\right)^2\right\} E\left\{\left(b_{hjl}^I(t)\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{x,z}^{II}(t_1, t_2)\right)^2 + \left(\Re_{x,z}^{II}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \\ & + \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\left\{\left(\alpha_{hjl}^{(h)}\right)^2\right\} E\left\{\left(b_{hjl}^Q(t)\right)^2\right\} E\left\{\left(\Re_{x,z}^{OI}(t_1, t_2)\right)^2 + \left(\Re_{x,z}^{OI}(t_2, t_3)\right)^2\right\} \end{aligned} \quad (D-15)$$

onde os tempos  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  são definidos conforme a figura D.1.

#### D.4.4 - Distribuição de $c_{hjl}^{I/Q}(t)$

Na definição de  $\Re_{x,z}^{II}(t_1, t_2)$  e  $\Re_{x,z}^{II}(t_2, t_3)$  conforme (D-12), as integrais nos intervalos  $t_1$  a  $t_2$  e  $t_2$  a  $t_3$  podem ser representadas pela soma de integrais em intervalos onde  $c_{hjl}^I(t)$  e  $c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl}^{(h)})$  permanecem constantes. A figura D.2 ilustra esses intervalos de integração,

sendo  $K_{hjl x}^{(h)}$  uma constante inteira positiva que satisfaz  $0 \leq \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c < T_c$ , e  $N_{hj}$  o ganho de processamento no sub-sistema  $hj$  definido conforme (2-2-25).



**Figura D.2 – Intervalo de Integração para Determinação de  $\Re_{x,z}^{II}(t_1, t_2)$  e  $\Re_{x,z}^{II}(t_2, t_3)$**

A partir das definições da figura D.2 e aplicando as condições de independência definidas em (C-12) e (C-14) e os resultados de (C-5) e (C-6) determina-se

$$\begin{aligned}
 & E\left\{\left(\Re_{x,z}^{II}(t_1, t_2)\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(\int_{t_1}^{t_2} c_{hjl}^I(t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I(t) dt\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(\sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)}} c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)} - 1)T_c) c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + uT_c) (\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)} - 1} c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)})T_c) c_{hjl}^I(m_0 T_{hj} + uT_c) (T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c) \right)^2\right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)}} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)} - 1) T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&\quad + \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)} - 1} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)}) T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)}} \left( \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 + \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)} - 1} \left( T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \tag{D-16}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
&\mathbb{E} \left\{ \left( \Re_{x,z}''(t_2, t_3) \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \int_{t_2}^{t_3} c_{hjl}^I (t - \tau_{hjl x}^{(h)}) c_{hjl}^I (t) dt \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \left( \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}+1}^{N_{hj}-1} c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)} - 1) T_c) c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) (\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}}^{N_{hj}-1} c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)}) T_c) c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) (T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c) \right)^2 \right\} \\
&= \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}+1}^{N_{hj}-1} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)} - 1) T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&\quad + \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}}^{N_{hj}-1} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + (u - K_{hjl x}^{(h)}) T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left[ c_{hjl}^I (m_0 T_{hj} + u T_c) \right]^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \\
&= \mathbb{E} \left\{ \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}+1}^{N_{hj}-1} \left( \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 + \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}}^{N_{hj}-1} \left( T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \tag{D-17}
\end{aligned}$$

Da mesma forma, porém considerando adicionalmente a condição de independência definida em (C-16), demonstra-se que

$$\mathbb{E}\left\{\left(\Re_{x,y}^{OI}(t_1, t_2)\right)^2\right\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)}-1} \left(\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2 + \sum_{u=0}^{K_{hjl x}^{(h)}-1} \left(T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2\right\} \quad (\text{D-18})$$

$$\mathbb{E}\left\{\left(\Re_{x,z}^{OI}(t_2, t_3)\right)^2\right\} = \mathbb{E}\left\{\sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}+1}^{N_{hj}-1} \left(\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2 + \sum_{u=K_{hjl x}^{(h)}}^{N_{hj}-1} \left(T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2\right\} \quad (\text{D-19})$$

Aplicando os resultados obtidos em (D-16) (D-17), (D-18) e (D-19) na expressão da variância de  $\chi_{hjlz}^I$  em (D-15) se obtém:

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\chi_{hjlz}^I\} &= \frac{P_{hjl} N_{hj}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \left( \mathbb{E}\left\{\left(\alpha_{hjl x}^{(h)}\right)^2\right\} \mathbb{E}\left\{\left(b_{hjl}^I(t)\right)^2 + \left(b_{hjl}^Q(t)\right)^2\right\} \right. \\ &\quad \left. \times \mathbb{E}\left\{\left(\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2\right\} \right) \end{aligned} \quad (\text{D-20})$$

#### D.4.5 - Distribuição de $\tau_{hjl x}^{(h)}$

No sub-item anterior definiu-se  $K_{hjl x}^{(h)}$  como uma variável aleatória que depende de  $\tau_{hjl x}^{(h)}$  e assume um único valor a cada intervalo de duração de chip  $T_c$ . Assim sendo, é conveniente escrever  $\mathbb{E}\left\{\left(\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2\right\}$  como a soma das esperanças em intervalos  $T_c$ , assumindo que nesses intervalos  $\tau_{hjl x}^{(h)}$  é uniformemente distribuída. De acordo com as definições na figura D.2 e assumindo ainda que a probabilidade de  $\tau_{hjl x}^{(h)}$  estar entre  $uT_c$  e  $(u+1)T_c$  é  $T_c/T_{hj}$ , se obtém, de maneira análoga à demonstrada no sub-item B.4.5 que

$$\mathbb{E}\left\{\left(\tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2 + \left(T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c\right)^2\right\} = \frac{2T_c^2}{3} \quad (\text{D-21})$$

Aplicando esse resultado na expressão (D-20) e empregando as definições de energia

média de símbolo  $\bar{E}_{S,hjl}$  em (2-2-33) e ganho de processamento  $N_{hj}$  em (2-2-25), se obtém a seguinte expressão para variância de  $\chi_{hjlz}^I$  :

$$\begin{aligned} Var\{\chi_{hjlz}^I\} &= \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \frac{P_{hjl} N_{hj} T_c^2}{6} E\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\} E\{(b_{hjl}^I(t))^2 + (b_{hjl}^Q(t))^2\} \\ &= \frac{T_c \bar{E}_{S,hjl}}{6} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L E\{(\alpha_{hjlz}^{(h)})^2\} \end{aligned} \quad (D-22)$$

que é válida quando o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza as soluções de modulação de dados binária ou M-ária, definidas respectivamente nos sub-itens 2.2.2.2 e 2.2.2.3.

## D.5 - VARIÂNCIA DE $\chi_{hjlz}^Q$

Se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação de dados binária definida no sub-item 2.2.2.2, então  $c_{hjl}^Q(t)$  não é utilizado e a variável aleatória  $\chi_{hjlz}^Q$  é nula. Porém, se o enlace de comunicação  $hjl$  utiliza a solução de modulação M-ária definida no sub-item 2.2.2.3, então a componente de auto-interferência  $\chi_{hjlz}^Q$  definida em (D-2) é uma variável aleatória cuja variância é calculada assumindo as distribuições de probabilidade e condições de independência definidas no item C.2 e empregando raciocínio análogo ao apresentado no desenvolvimento da expressão para variância de  $\chi_{hjlz}^I$  no item D.4:

$$Var\{\chi_{hjlz}^Q\} = E\left\{\left(\sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \sqrt{\frac{P_{hjl}}{2}} \alpha_{hjlz}^{(h)} [\psi_{x,z}^{IQ} \sin \phi_{hjlz}^{(h)} + \psi_{x,z}^{QQ} \cos \phi_{hjlz}^{(h)}]\right)^2\right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \mathbb{E} \left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \psi_{x,z}^{IQ} \right)^2 + \left( \psi_{x,z}^{QQ} \right)^2 \right\} \\
&= \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \mathbb{E} \left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( b_{hjl}^I(t) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \Re_{x,z}^{IQ}(t_1, t_2) \right)^2 + \left( \Re_{x,z}^{IQ}(t_2, t_3) \right)^2 \right\} \\
&\quad + \frac{P_{hjl}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \mathbb{E} \left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( b_{hjl}^Q(t) \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( \Re_{x,z}^{QQ}(t_1, t_2) \right)^2 + \left( \Re_{x,z}^{QQ}(t_2, t_3) \right)^2 \right\} \\
&= \frac{P_{hjl} N_{hj}}{4} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \left( \mathbb{E} \left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\} \mathbb{E} \left\{ \left( b_{hjl}^I(t) \right)^2 + \left( b_{hjl}^Q(t) \right)^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. \times \mathbb{E} \left\{ \left( \tau_{hjl x}^{(h)} - K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 + \left( T_c - \tau_{hjl x}^{(h)} + K_{hjl x}^{(h)} T_c \right)^2 \right\} \right) \\
&= \frac{T_c \bar{E}_{S, hjl}}{6} \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq z}}^L \mathbb{E} \left\{ \left( \alpha_{hjl x}^{(h)} \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{D-23}$$



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Ari98] ARIB IMT-2000 Study Committee, *Japan's proposal for candidate radio transmission technology on IMT-2000: W-CDMA*, 1998.
- [Din98] E. H. Dinan and B. Jabbari, "Spreading Codes for Direct Sequence CDMA and Wideband CDMA Cellular Networks", *IEEE Communications Magazine*, pp. 48-54, Sep. 1998.
- [Ets98] ETSI/SMG/SMG2, *The ETSI UMTS Terrestrial Radio Access (UTRA) ITU-R RTT candidate submission*, 1998.
- [Hui98] A. L. C. Hui and K. B. Letaief, "Successive Interference Cancellation for Multiuser Asynchronous DS/CDMA Detectors in Multipath Fading Links", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 46, No. 3, pp. 384-391, Mar. 1998.
- [Itu97a] International Telecommunication Union, *Recommendation ITU-R M.687-2: International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000)*, 1997.
- [Itu97b] International Telecommunication Union, *Recommendation ITU-R M.816-1: Framework for Services Supported on International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000)*, 1997.
- [Itu97c] International Telecommunication Union, *Recommendation ITU-R M.1034-1: Requirements for the Radio Interface(s) for International Mobile Telecommunications-2000 (IMT-2000)*, 1997.
- [Itu97d] International Telecommunication Union, *Recommendation ITU-R M.1308: Evolution of Land Mobile Systems Towards IMT-2000*, 1997.
- [Itu00] International Telecommunication Union, *Recommendation ITU-R M.1079-1: Performance and Quality of Service Requirements for International Mobile*

*Telecommunications-2000 (IMT-2000)*, 2000.

[Jes92] P. J. E. Jeszensky, *Comunicação por Espalhamento Espectral: Uma motivação para o estudo de sequências de códigos*, Notas de Aula - Departamento de Engenharia Eletrônica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

[Jes95] P. J. E. Jeszensky, *Sobre a Determinação da Capacidade de Sistemas CDMA*, Notas de Aula - Departamento de Engenharia Eletrônica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

[Ken69] R. S. Kennedy, *Fading Dispersive Communication Channels*, John Wiley & Sons, Inc., 1969.

[Kim93] K. I. Kim, "CDMA Cellular Engineering Issues", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 42, No. 3, pp. 345-350, Aug. 1993.

[Lat89] B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communication Systems*, CBS College Publishing, 1989.

[Lee99] S. J. Lee, H. W. Lee and D. K. Sung, "Capacities of Single-Code and Multicode DS-CDMA Systems Accommodating Multiclass Services", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Vol. 48, No.2, pp. 376-384, Mar. 1999.

[Mar97] A. A. G. Martinez, *Sequências de Códigos para Uso em Comunicação por Espalhamento Espectral*, Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Eletrônica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

[Oja98] T. Ojanperä and R. Prasad, *Wideband CDMA for Third Generation Mobile Communications*, Artech House Publishers, 1998.

[Ott95] T. Ottosson and A. Svensson, *Multi-rate Performance in DS/CDMA systems*, Technical Report No. 14, Department of Information Theory, Chalmers University of Technology, Mar. 1995.

[Ott98] T. Ottosson e A. Svensson, "On Schemes for Multirate Support in DS-CDMA Systems", *Journal on Wireless Personal Communications*, Kluwer Academics Publishers,

pp. 265-287, Mar. 1998.

[Pro95] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1995.

[Pur77] M. B. Pursley, "Performance Evaluation for Phase-Coded Spread Spectrum Multiple-Access Communication – Part I: System Analysis", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-25, No. 8, pp. 795-799, Aug. 1977.

[Rol00] M. W. D. Rolim, *Tópicos sobre a Determinação da Capacidade de Sistemas DS/CDMA*, Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

[Sar80] D. V. Sarwate and M. B. Pursley, "Cross Correlation Properties of Pseudorandom and Related Sequences", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 68, No. 5, pp. 593-619, May 1980.

[Seh01] P. Sehier, J-M. Gabriagues and A. Urie, "Standardization of 3G Mobile Systems", *Alcatel Telecommunications Review*, pp. 11-18, 1st quarter 2001.

[Skl97a] B. Sklar, "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part I: Characterization", *IEEE Communications Magazine*, pp. 90-100, Jul. 1997.

[Skl97b] B. Sklar, "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part II: Mitigation", *IEEE Communications Magazine*, pp. 102-109, Jul. 1997.

[Sta94] H. Starks and J. W. Woods, *Probability, Random Processes, and Estimation Theory for Engineers*, Prentice-Hall Inc., 1994.

[Tia98] TIA/TR45.5, *The cdma2000 ITU-R RTT candidate submission*, 1998.

[Vit95] A. J. Viterbi, *CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication*, Addison-Wesley Publishing Company, 1995.

[Yao77] K. Yao, "Error Probability of Asynchronous Spread Spectrum Multiple Access Communication Systems", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-25, No. 8, pp 803-809, Aug. 1977.

## ANEXO – ROTINAS DE MATLAB

Neste anexo são apresentadas as rotinas implementadas em *software* Matlab Versão 6.0 para obtenção dos gráficos e demais resultados numéricos neste trabalho. Foram implementadas as seguintes funções básicas, que são utilizadas pelas demais rotinas, reduzindo dessa forma a repetição dos mesmos comandos em várias rotinas.

**pebitawgn:** calcula a probabilidade de erro de bit em canal AWGN a partir das expressões da tabela 6.4.1

```
function [PB]=pebitawgn(M,TC,R,SNR,STN)

if (or(M==2,M==4))
    INTERF=STN-(SNR.*R);
    x=(1./(2.*SNR))+((TC.*INTERF)./(3.*SNR));
    y=x.^-0.5;
    PB=0.5.*erfc(y./(sqrt(2)));
end;

if M>15
    INTERF=STN-(SNR.*R);
    x=(1./(2.*SNR))+((TC.*INTERF)./(3.*SNR));
    z=(2.*(M-1).*x)./(3.*log2(M));
    y=z.^-0.5;
    k=0.5.*erfc(y./(sqrt(2)));
    PEIQ=(2.*k.*(sqrt(M)-1))./(sqrt(M));
    PB=(PEIQ.*(2-PEIQ))./(log2(M));
end;
```

**pebitrayl:** calcula a probabilidade de erro de bit em canal multi-percurso a partir das expressões da tabela 6.4.1

```
function [PB]=pebitrayl(M,TC,R,SNRP,STN)
if (or(M==2,M==4))
    INTERF=STN-(SNRP.*R);
    x=(1./(2.*SNRP))+((TC.*INTERF)./(3.*SNRP));
    y=x.^-1;
    z=sqrt((y)./(2+y));
    PB=0.5.*(1-z);
end;

if M>15
    INTERF=STN-(SNRP.*R);
    x=(1./(2.*SNRP))+((TC.*INTERF)./(3.*SNRP));
    u=(2.*(M-1).*x)./(3.*log2(M));
    y=u.^-1;
    z=sqrt((y)./(2+y));
```

```

        PEIQ=((1-z).*(sqrt(M)-1))./(sqrt(M));
        PB=(PEIQ.*(2-PEIQ))./(log2(M));
    end;

```

**snrawgn:** calcula a relação sinal-ruído por bit por percurso em canal AWGN a partir das expressões da tabela 6.4.1

```

function [SNR]=snrawgn(M,TC,R,PB,STNA,UB,W)

if (or(M==2,M==4))
    x=1-(2.*PB);
    y=(sqrt(2)).*erfinv(x);
    z=y.^-2;
    t=z-(((1+W).*UB)-1).*TC.*R./3);
    k=0.5+((TC.*STNA)./3);
    SNR=k./t;
end;

if M>15
    PEIQ=1-(sqrt(1-(PB.*log2(M))));
    x=1-((PEIQ.*sqrt(M))./(sqrt(M)-1));
    y=(sqrt(2)).*erfinv(x);
    v=y.^-2;
    z=(3.*log2(M).*v)./(2.*(M-1));
    t=z-(((1+W).*UB)-1).*TC.*R./3);
    k=0.5+((TC.*STNA)./3);
    SNR=k./t;
end;

```

**umaximo:** calcula o número máximo de usuários em um sub-sistema a partir das expressões da tabela 6.4.1

```

function [UMAX]=umaximo(M,TC,R,PB)

for j=1:1:1000 U(j)=j-1;end;
SNR=snrawgn(M,TC,R,PB,0,U,0);
k=1;
while SNR(k)>0, k=k+1;end;
UMAX=k-2;

```

**uniforme:** calcula fator de interência para distribuição uniforme de usuários conforme expressão (5-3-15)

```

function [w]=uniforme(x)
x1=4.*(x.^2);
x2=log((x.^2)./((x.^2)-1));
x3=(4.*(x.^4))-(6.*(x.^2))+1;
x4=((x.^2)-1).^2;
w=(x1.*x2)-(x3./x4);

```

Foram desenvolvidas as seguintes rotinas específicas para obtenção dos gráficos e tabelas apresentados neste estudo.

**modulacao\_awgn:** plota as curvas da probabilidade de erro de bit em função da relação sinal-ruído por bit para várias soluções de modulação em canal AWGN (utilizada para obtenção das figuras 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6 variando o parâmetro  $U$ ).

```
% PARAMETROS DO SISTEMA
clear
R=14400;
TC=(256*R)^-1;
U=10;
MX=[2 16 64];
for i=1:1:316 SNR(i)=i;end;
STN=U.*SNR.*R;
for i=1:1:length(MX)
    M=MX(i);
    PB=pebitawgn(M,TC,R,SNR,STN);

% PLOTAR GRAFICO
    SNRDB=10.*log10(SNR);
    semilogy(SNRDB,PB,'k-');
    if M==2 text(20,PB(80),'M_h_j = 2 ou 4');end;
    if M==16 text(20,PB(70),'M_h_j = 16');end;
    if M==64 text(20,PB(45),'M_h_j = 64');end;
    if i==1 hold;end;
end;
axis([0 25 10^-20 10^0]);
xlabel('Relação Sinal-Ruído por Bit na Recepção (dB)');
ylabel('Probabilidade de Erro de Bit');
title('MODULAÇÃO DE DADOS EM CANAL AWGN (U_h_j = 10)');

hold;
```

**modulacao\_rayl:** plota as curvas da probabilidade de erro de bit em função da relação sinal-ruído por bit para várias soluções de modulação em canal-multi-percurso (utilizada para obtenção da figura 4.3.1).

```
% PARAMETROS DO SISTEMA
clear
R=14400;
TC=(256*R)^-1;
U=10;
L=3;
MX=[2 16 64];
for i=1:1:1000 SNRP(i)=i;end;
STN=L.*U.*SNRP.*R;
for i=1:1:length(MX)
    M=MX(i);
    PB=pebitrayl(M,TC,R,SNRP,STN);

% PLOTAR GRAFICO
    SNRPDB=10.*log10(SNRP);
    semilogy(SNRPDB,PB,'k-');
    if M==2 text(20,PB(55),'M_h_j=2 ou 4');end;
    if M==16 text(20,PB(55),'M_h_j=16');end;
```

```

        if M==64 text(20,PB(55),'M_h_j=64');end;
        if i==1 hold;end;
    end;
    axis([0 30 10^-2 10^-1]);
    xlabel('Relação Sinal-Ruído por Bit por Percurso na Recepção (dB)');
    ylabel('Probabilidade de Erro de Bit');
    title('MODULAÇÃO DE DADOS EM CANAL MULTI-PERCURSO (U_h_j = 10)');
    hold;

```

**fator\_interferencia:** calcula o fator de interferência para sistemas celulares com  $A$  anéis (utilizada para obtenção da tabela 5.3.1)

```

clear
A=10;
ERR=0.001;
for i=1:1:A
    n(i)=i;
    G(i)=0;
    for m=1:1:n(i)
        x=2.*sqrt(n(i).^2+m.^2-n(i).*m);
        w=distunif(x);
        G(i)=G(i)+6.*w;
    end;
    G(i)
end;
WTOTAL=0;
for i=1:1:A
    if G(i)>=ERR WTOTAL=WTOTAL+G(i);end;
end;
WTOTAL

```

**subsistema11\_a:** calcula a probabilidade de erro de bit no sub-sistema 11 caracterizado no item 7.2 para vários números de usuários (utilizada para obtenção da figura 7.2.1)

```

% PARAMETROS DO SISTEMA A
clear
TC=(256*14400)^-1;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
U1X=[10 50 100 200];
R1=14400;
for i=1:1:100 SNR1(i)=i;end;

% CALCULO PROB. ERRO DE BIT DO SUB-SISTEMA 11
for i=1:1:length(U1X)
    U1=U1X(i);
    STN=U1.*SNR1.*R1;
    PB1=pebitawgn(M1,TC,R1,SNR1,STN);

% PLOTAR GRAFICO
    SNR1DB=10.*log10(SNR1);
    semilogy(SNR1DB,PB1,'k-');
    if U1==10 text(16,PB1(35),'U11=10');end;
    if U1==50 text(16,PB1(20),'U11=50');end;
    if U1==100 text(16,PB1(10),'U11=100');end;
    if U1==200 text(16,PB1(2),'U11=200');end;
    if i==1 hold;end;
end;

```

```

xlabel('Relação Sinal-Ruído por Bit na Recepção (dB)');
ylabel('Probabilidade de Erro de Bit');
title('SISTEMA A - SUB-SISTEMA 11');
axis([0 20 10^-14 10^0]);
hold;

```

**usumax\_sub11:** calcula o número máximo de usuários no sub-sistema 11 (utilizada para obtenção das tabelas 7.2.1 e 7.3.1 variando o parâmetro  $W$  na função na função umaximo )

```

% PARAMETROS DO SISTEMA A
clear
TC=(256*14400)^-1;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
R1=14400;
PB1X=[10^-2 10^-3 10^-4];

% CALCULO DO NUMERO MAXIMO DE USUARIOS
for i=1:length(PB1X)
    PB1=PB1X(i);
    U1MAX(i)=umaximo(M1,TC,R1,PB1);
end;
PB1X
U1MAX

```

**usumax\_sub12:** calcula o número máximo de usuários no sub-sistema 12 (utilizada para obtenção da tabela 7.2.2)

```

% PARAMETROS DO SISTEMA A
clear
TC=(256*14400)^-1;
PB=[10^-2 10^-3 10^-4 10^-5 10^-6 10^-7 10^-8 10^-9];

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12-MC
M2=2;
R2=4*14400;
PB2X=PB;

% CALCULO DO NUMERO MAXIMO DE USUARIOS
for i=1:length(PB2X)
    PB2=PB2X(i);
    U2MAXMC(i)=umaximo(M2,TC,R2,PB2);
end;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12-MM
M2=16;
R2=4*14400;
PB2X=PB;

% CALCULO DO NUMERO MAXIMO DE USUARIOS
for i=1:length(PB2X)
    PB2=PB2X(i);
    U2MAXMM(i)=umaximo(M2,TC,R2,PB2);
end;

PB
U2MAXMC
U2MAXMM

```



**equival\_a:** calcula o fator de equivalência entre usuários dos sub-sistemas 11 e 12 caracterizados no item 7.2 (utilizada na obtenção da tabela 7.2.3)

```
% PARAMETROS DO SISTEMA A
clear
TC=(256*14400)^-1;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
R1=14400;
PB1=[10^-2 10^-3 10^-4];
SNR1=snrawgn(M1,TC,R1,PB1,1000,0,0);

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12 - MC/MPG
M2=2;
R2=4*14400;
PB2=[10^-2 10^-3 10^-4 10^-5 10^-6 10^-7 10^-8 10^-9];
SNR2MC=snrawgn(M2,TC,R2,PB2,1000,0,0);

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12 - MM
M2=16;
R2=4*14400;
PB2=[10^-2 10^-3 10^-4 10^-5 10^-6 10^-7 10^-8 10^-9];
SNR2MM=snrawgn(M2,TC,R2,PB2,1000,0,0);

% CALCULO DO FATOR DE EQUIVALENCIA (MC)
for i=1:1:length(PB1)
    PB1(i);
    for j=1:1:length(PB2)
        PB2(j);
        FMC(j)=(SNR2MC(j).*R2)./(SNR1(i).*R1);
    end;
    FMC
end;

% CALCULO DO FATOR DE EQUIVALENCIA (MM)
for i=1:1:length(PB1)
    PB1(i);
    for j=1:1:length(PB2)
        PB2(j);
        FMM(j)=(SNR2MM(j).*R2)./(SNR1(i).*R1);
    end;
    FMM
end;
```

**degrad\_a:** plota a variação da probabilidade de erro de bit no sub-sistema 11 em cenário descrito no item 7.2 (utilizada na obtenção das figuras 7.2.2 e 7.2.3 variando o parâmetro nível de modulação  $M2$  )

```
% PARAMETROS DO SISTEMA
clear
TC=(256*14400)^-1;
W=0;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
R1=14400;
```

```

PB1INICIAL=10^-3;
U1=1;
SNR1=snrawgn(M1,TC,R1,PB1INICIAL,0,U1,W);
STN1=U1.*SNR1.*R1;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12
M2=2;
R2=4*14400;
PB2X=[10^-4 10^-5 10^-6 10^-7 10^-8 10^-9];
for i=1:length(PB2X);
    PB2=PB2X(i);
    U2MAX =umaximo(M2,TC,R2,PB2);
    clear U2 SNR2
    for j=1:(U2MAX+1) U2(j)=j-1;end;
    SNR2=snrawgn(M2,TC,R2,PB2,STN1,U2,W);

% CALCULO DA NOVA PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT DO SUB-SISTEMA 11
STN=U1.*SNR1.*R1+U2.*SNR2.*R2;
PB1=pebitawgn(M1,TC,R1,SNR1,STN);

% PLOTAR GRAFICO
semilogy(U2,PB1,'k*-');
if PB2==10^-4 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^4');end;
if PB2==10^-5 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^5');end;
if PB2==10^-6 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^6');end;
if PB2==10^-7 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^7');end;
if PB2==10^-8 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^8');end;
if PB2==10^-9 text(4,PB1(4),'PB12=10^-^9');end;
if i==1 hold;end;
end;
xlabel('Número de Usuários do Sub-sistema 12');
ylabel('Probabilidade de Erro de Bit do Sub-sistema 11');
title('DEGRADAÇÃO DE DESEMPENHO DO SUB-SISTEMA 11 - MC/MPG');
hold;

```

**capacidade\_a:** plota a variação do número de usuários em função da potência total na célula em cenário descrito no item 7.2 (utilizada na obtenção das figuras 7.2.4 e 7.2.5 variando o parâmetro nível de modulação  $M2$  )

```

% PARAMETROS DO SISTEMA
clear
TC=(256*14400)^-1;
W=0;
for i=1:1:160 STNDB(i)=i;end;
STN=10.^(STNDB./10);

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
PB1=10^-3;
R1=14400;
SNR1=snrawgn(M1,TC,R1,PB1,STN,0,W);

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12
M2=2;
PB2=10^-6;
R2=4*14400;
SNR2=snrawgn(M2,TC,R2,PB2,STN,0,W);

% CALCULO DE U2
U1X=[0 10 50];
for i=1:length(U1X)

```

```

    U1=U1X(i);
    U2=(STN-(U1.*SNR1.*R1))./(SNR2.*R2);

% PLOTAR GRAFICO
plot(STNDB,U2,'k-');
if U1==0 text(102,U2(100)+0.3,'U11=0');end;
if U1==10 text(102,U2(100)+0.3,'U11=10');end;
if U1==50 text(102,U2(100)+0.3,'U11=50');end;
if i==1 hold;end;
end;
xlabel('Potência Total / N0 (dB)');
ylabel('Número de Usuários no Sub-Sistema 12');
title('CAPACIDADE TOTAL DO SISTEMA MULTITAXA MPG/MC');
axis([0 160 0 12]);
hold;

```

**subsistema11\_b:** calcula a probabilidade de erro de bit no sub-sistema 11 caracterizado no item 7.3 para vários números de usuários (utilizada para obtenção da figura 7.3.1)

```

% PARAMETROS DO SISTEMA
clear
TC=(256*14400)^-1;
WT=0.3234;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
U1X=[10 50 100];
R1=14400;
for i=1:1:100 SNR1(i)=i;end;

% CALCULO PROB. ERRO DE BIT DO SUB-SISTEMA 11
for i=1:1:length(U1X)
    U1=U1X(i);
    STN=(1+WT).*U1.*SNR1.*R1;
    PB1=pebitawgn(M1,TC,R1,SNR1,STN);

% PLOTAR GRAFICO
    SNR1DB=10.*log10(SNR1);
    semilogy(SNR1DB,PB1,'k-');
    if U1==10 text(14,PB1(20),'U11=10/célula');end;
    if U1==50 text(14,PB1(13),'U11=50/célula');end;
    if U1==100 text(14,PB1(6),'U11=100/célula');end;
    if i==1 hold;end;
end;
xlabel('Relação Sinal-Ruído por Bit na Recepção (dB)');
ylabel('Probabilidade de Erro de Bit ');
title('SISTEMA B - SUB-SISTEMA 11');
axis([0 20 10^-14 10^0]);
hold;

```

**degrad\_b:** plota a variação da probabilidade de erro de bit no sub-sistema 11 para distribuição uniforme dos usuários do sub-sistema 12 em cenário descrito no item 7.3 (utilizada na obtenção das figuras 7.3.2 e 7.3.3 variando o parâmetro nível de modulação  $M2$ )

```

% PARAMETROS DO SISTEMA
clear

```

```

TC=(256*14400)^-1;
WG=0.2841/6;
WT=0.3234;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 11
M1=2;
R1=14400;
PB1INICIAL=10^-3;
U1=1;
SNR1=snrawgn(M1,TC,R1,PB1INICIAL,0,U1,WT);
STN1=(1+WT).*U1.*SNR1.*R1;

% CARACTERIZACAO DO SUB-SISTEMA 12
M2=2;
R2=4*14400;
PB2X=[10^-4 10^-5 10^-6 10^-7 10^-8 10^-9];
for i=1:1:length(PB2X);
    PB2=PB2X(i);
    U2MAX=umaximo(M2,TC,R2,PB2);
    clear U2 SNR2;
    for j=1:1:(U2MAX+1) U2(j)=j-1;end;
    SNR2=snrawgn(M2,TC,R2,PB2,STN1,U2,0);

% CALCULO DA NOVA PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT DO SUB-SISTEMA 11
STN=(1+WT).*U1.*SNR1.*R1+WG.*U2.*SNR2.*R2;
PB1=pebitawgn(M1,TC,R1,SNR1,STN);

% PLOTAR GRAFICO
semilogy(U2,PB1,'k*-');
if PB2==10^-4 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^4');end;
if PB2==10^-5 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^5');end;
if PB2==10^-6 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^6');end;
if PB2==10^-7 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^7');end;
if PB2==10^-8 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^8');end;
if PB2==10^-9 text(3,PB1(3),'PB12=10^-^9');end;
if i==1 hold;end;
end;
xlabel('Número de Usuários do Sub-sistema 12');
ylabel('Probabilidade de Erro de Bit do Sub-sistema 11');
title('DEGRADAÇÃO DE DESEMPENHO NA CÉLULA ADJACENTE - MC/MPG');
hold;

```