

# Capítulo 2

## Revisão sobre Detectores Multiusuário

Este capítulo faz uma ampla revisão sobre detectores multiusuário fixos, os lineares e os baseados no princípio do cancelamento de interferência subtrativos, bem como são descritas as principais medidas de desempenho empregadas na avaliação de detectores multiusuário. São desenvolvidos ainda modelos de sinais para canais AWGN e com desvanecimento Rayleigh plano, utilizados no decorrer deste estudo. Questões abordando diferentes formas de modelamento e implementação computacional do canal com desvanecimento são tratadas no final do capítulo.

Existe um potencial incremento na capacidade dos sistemas de comunicação associado às formas fixas e adaptativas de realização de receptores multiusuário. Em contraste à detecção Convencional com filtro casado, a detecção multiusuário utiliza as informações dos demais usuários ativos para anular tais sinais que aparecem como interferência MAI quando da detecção do usuário desejado. Em contrapartida, ter-se-á um aumento na complexidade de implementação do receptor. O receptor DS-CDMA Convencional resulta em capacidade de sistema bem abaixo da capacidade do canal e alta sensibilidade ao efeito *near-far*, requerendo grandes cuidados com controle de potência e o projeto das seqüências de espalhamento afim de obter desempenho razoável. Isto tem motivado pesquisas no campo de algoritmos de detecção multiusuário, objetivando reduzir ou mesmo eliminar a MAI. Duas classes de algoritmos para a implementação dos detectores multiusuário subótimos lineares têm sido intensamente estudadas: o de Descorrelação e os baseados no erro mínimo quadrático, como o MMSE; em versões fixas ou adaptativas. No projeto de MuD lineares para sistemas A-CDMA sempre deve-se observar o compromisso complexidade ( $M$ )  $\times$  desempenho, de forma a obter desempenho próximo ao caso síncrono sem incorrer em excessiva complexidade de implementação e atraso de processamento.

Técnicas de cancelamento de interferência subtrativo (SIC, PIC e ZF-DF) podem ser empregadas quando houver disponibilidade no receptor de informações precisas sobre os interferentes mais significativos no sistema. A principal vantagem desta técnica de detecção multiusuário consiste na significativa redução de complexidade de implementação quando comparado aos lineares baseados na inversão da matriz de correlação.

O detector PIC resultará em melhor desempenho que o SIC quando for garantido ambiente com relativo controle de potência para todos os sinais recebidos. No entanto, o cancelador de interferência sucessivo sofre com o excessivo atraso de processamento ( $KT$ ), enquanto o PIC, devido a sua topologia, é capaz de processar todos os usuários simultaneamente (atraso de um período de bit,  $T$  por estágio).

As estruturas subtrativas podem ser combinadas em múltiplos estágios, obtendo-se desempenhos melhorados a cada novo estágio de cancelamento ou podem ser associadas a outros tipos de MuD, principalmente os adaptativos cegos afim de possibilitar o tratamento da interferência intercelular, formando estruturas híbridas de detecção multiusuário.

Questões importantes de pesquisa e ainda remanescentes incluem: estimadores de parâmetros de sistema confiáveis em detectores com cancelamento de interferência afim de obter implementações estáveis e efetivas; estruturas com razoável complexidade de implementação capazes de tratar a interferência intercelular.

A inclusão de canais com desvanecimento na análise de desempenho dos sistemas móveis representa uma condição de operação mais realista. Em geral, o estudo e análise de novas estruturas receptoras, esquemas de modulação, codificação etc inicia-se em canal AWGN, pois tanto a análise teórica como principalmente as simulações Monte Carlo são mais expeditas e fáceis de serem conduzidas. A análise de desempenho de uma nova estrutura ou esquema em canais AWGN permite que se tenha uma idéia geral do comportamento do bloco sob investigação quando inserido no sistema. No entanto, em sistemas de comunicação móveis é indispensável a análise de desempenho em canais com desvanecimento Rayleigh Plano e quando possível considerações devem ser feitas empregando modelos de canais com desvanecimento multipercurso.

Neste estudo foram implementado algoritmos capazes de descrever o comportamento de canais com desvanecimento Rayleigh multipercurso com até seis raios a partir do modelo de Jakes modificado, seção 2.6.5.2, embora a aplicação do simulador de canal tenha se restringido ao caso do canal Rayleigh Plano.

## **2.1 Modelo Discreto para Sistema DS/CDMA**

Para a descrição do sistema DS-CDMA empregar-se-á um modelo de sinais em banda base equivalente. O caso mais geral analisado e utilizado neste trabalho é um sistema DS-CDMA assíncrono em canal Rayleigh Plano e o mais simples, porém não menos importante, um sistema

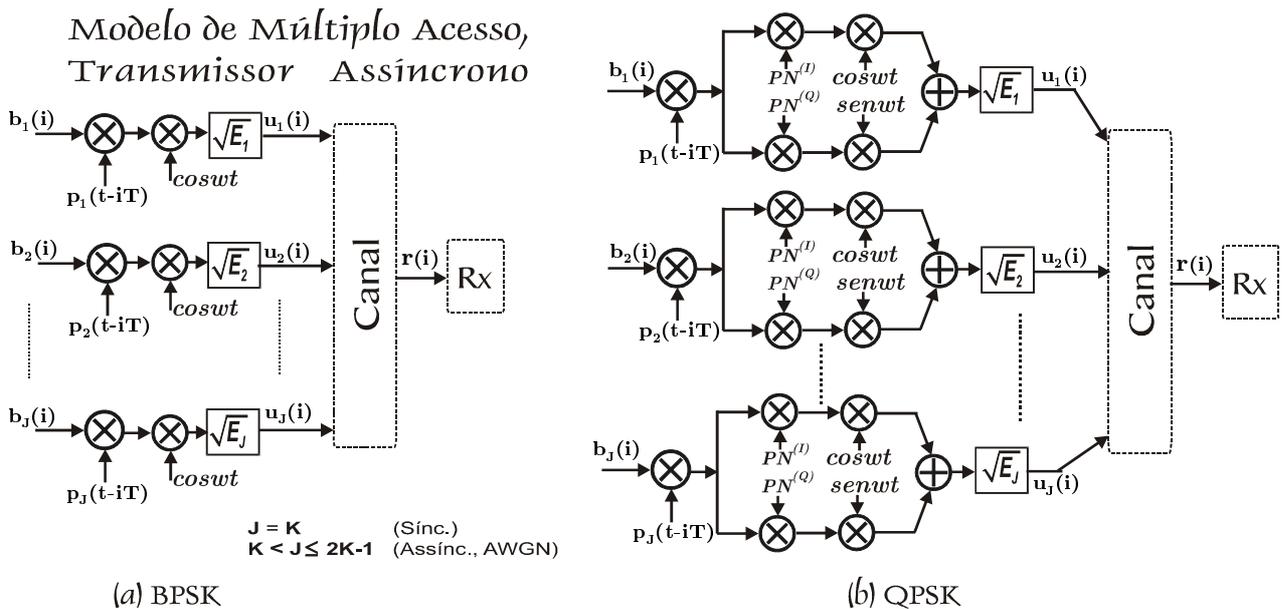
síncrono em canal AWGN. A seguir são descritos o modelo de sinais para o transmissor, o canal e uma representação na forma matricial para receptores MuD Lineares.

### 2.1.1 Transmissão

A figura 2.1 apresenta duas formas para o conjunto de transmissores assíncronos DS-CDMA com modulação a) BPSK e b) QPSK. Assumindo-se modulação BPSK, devido a simplificação na análise, o  $i$ -ésimo símbolo do sinal DS/CDMA transmitido equivalente em banda base amostrado pode ser escrito, genericamente, como:

$$\mathbf{u}(i) = \sum_{j=1}^J \sqrt{E_j} b_j(i) \mathbf{p}_j \quad (2.1)$$

onde:  $\{b_j\} \in \{1, -1\}$  é o conjunto de bits transmitidos, assumidos equiprováveis e independentes;  $\{\mathbf{p}_j\}$  = conjunto de vetores com energia unitária, formado pela combinação dos efeitos de espalhamento e distorção do canal;  $E_j$  = energia do  $j$ -ésimo sinal transmitido, correspondente ao símbolo  $b_j$ ;  $J$  = número de vetores de sinais transmitidos, que compõem o sinal recebido no intervalo de interesse. Para S-CDMA,  $J = K$  (número de usuários); para A-CDMA,  $J > K$ , e para canal AWGN,  $J \leq 2K - 1$ . A dimensão do vetor sinal transmitido,  $\mathbf{u}(i) \in \mathbb{R}^N$ , será a mesma do comprimento de filtro receptor,  $N$ . Para modulação em quadratura de nível maior, figura 2.1.b, o vetor é definido no campo dos números complexos,  $\mathbb{C}^N$ .



**Figura 2.1.** Modelo para o Transmissor DS/CDMA (As)Síncrono, modulação BPSK e QPSK.  $K$  = número de usuários ativos no sistema.  $J$  = número de vetores de sinais que compõem o sinal CDMA recebido.

### 2.1.2 Modelo para DS-CDMA Síncrono (S-CDMA) em canal AWGN

O modelo de canal DS-CDMA para  $K$  usuários básico consistindo da soma de sinais antipodais espalhados por seqüências de espalhamento síncronas imersas em AWGN pode ser expresso por:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{j=1}^J A_j b_j \mathbf{p}_j(t) + \sigma n(t), \quad t \in [0, T] \quad (2.2)$$

onde  $T$  = período dos bits de dados;  $\{b_j\} \in \{1, -1\}$  é o conjunto de símbolos transmitidos, assumidos equiprováveis e independentes; a restrição da modulação BPSK (*binary phase shift keying*) não é imperativa, porém será adotada devido à simplificação na análise;  $A_j$  = amplitude recebida para o  $j$ -ésimo sinal;  $\{\mathbf{p}_j\}$  = conjunto de vetores com energia unitária, formado pela combinação dos efeitos de espalhamento e distorção de canal;  $J$  = número de vetores de sinais, interferentes e o de interesse, que compõem o sinal recebido no intervalo de interesse. Para S-CDMA,  $J = K$ ; para A-CDMA,  $J > K$  e para canal AWGN,  $J \leq 2K - 1$ .

O ruído branco aditivo Gaussiano,  $n(t)$ , representa o ruído térmico e outras fontes de ruído não relacionadas aos sinais transmitidos. Tem densidade espectral de potência unitária e sua potência em banda de frequência, com largura  $B$ , será igual a  $2\sigma^2 B$ . O termo  $2\sigma^2$  é denotado freqüentemente por  $N_0$ , densidade espectral do ruído unilateral.

O correspondente vetor amostrado à saída do filtro casado, empregado na detecção do  $i$ -ésimo símbolo transmitido, pode ser descrito por [Madhow 94] [Woodward 98]:

$$\mathbf{r}[i] = \sum_{j=1}^J A_j b_j [i] \mathbf{p}_j + \mathbf{n}[i], \quad (2.3)$$

onde, adicionalmente:  $\mathbf{r}[i] \in \mathbb{R}^N$ , campo dos números reais de dimensão  $N$ ; com  $N$  = comprimento do filtro receptor e, no caso de códigos curtos, igual ao ganho de processamento ( $N = T/T_c$ );  $\mathbf{n}[i]$  = amostras de ruído, dimensão  $N$ .

Este modelo em banda base em geral é suficiente para permitir a análise de sistemas DS-CDMA síncronos e assíncronos em canais invariantes no tempo. Efeitos de distorção de canal, formatação de pulso, instante de amostragem e rotação de fase podem ser incluídos na definição dos vetores  $\mathbf{p}_j$ .

Note-se que o tempo de observação do sinal recebido é finito, apesar do detector Ótimo requerer um intervalo de observação infinito.

Para um sistema síncrono em canal AWGN e filtro no receptor com dimensão  $\mathcal{M} = 1$  símbolo,  $\mathbf{p}_j$  representa o código de espalhamento recebido em banda base amostrado e  $J = K$ , o número de

usuários ativos no sistema. Para recepção coerente em canal com AWGN, vale

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{s}_j, \quad (2.4)$$

onde  $\mathbf{s}_j$  é seqüência de espalhamento empregada na transmissão do símbolo  $b_j$ , definida por:

$$\mathbf{s}_k(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{c}_k^{(i)} p_{T_c}(t - iT_c) \quad (2.5)$$

com  $\mathbf{c}_k^{(i)}$  = vetor de chips, com elementos  $c_k^{(i)} \in \{\pm 1\}$  de duração  $T_c$ , empregado no intervalo de chip definido por  $i$ ; e  $p_{T_c}(\cdot)$  = pulso retangular de amplitude unitária no intervalo  $[0, T_c)$ ; para sistemas DS-CDMA com códigos curtos, o ganho de processamento será dado por:  $N = \frac{T}{T_c}$ .

Definindo-se a matriz espalhamento:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots \mathbf{p}_K] \quad , \quad (2.6)$$

as matrizes diagonais energia e amplitude

$$\mathbf{E} = \frac{2}{T} \cdot \text{diag}(E_1, E_2, \dots, E_K) \quad (2.7a)$$

$$\mathbf{A} = \sqrt{\mathbf{E}} = \sqrt{\frac{2}{T}} \text{diag}(\sqrt{E_1}, \sqrt{E_2}, \dots, \sqrt{E_K}) = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_K) \quad (2.7b)$$

e o vetor de símbolos transmitidos durante o intervalo de interesse,

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_K)^T \quad ; \quad (2.8)$$

com isto, empregando-se a notação vetorial, o vetor sinal recebido pode ser reescrito como:

$$\mathbf{r} = \mathbf{P}\sqrt{\mathbf{E}}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2.9)$$

Em um receptor Convencional, a saída do banco de filtros casados sincronizados, figura 2.2.c (com transformação linear  $\mathbf{T} = \mathbf{I}_N$ , com  $\mathbf{I}_N$  = matriz identidade, dimensão  $N \times N$ ), é um vetor com  $K$  componentes dado por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{P}^H \mathbf{r} = \mathbf{R}\sqrt{\mathbf{E}}\mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (2.10)$$

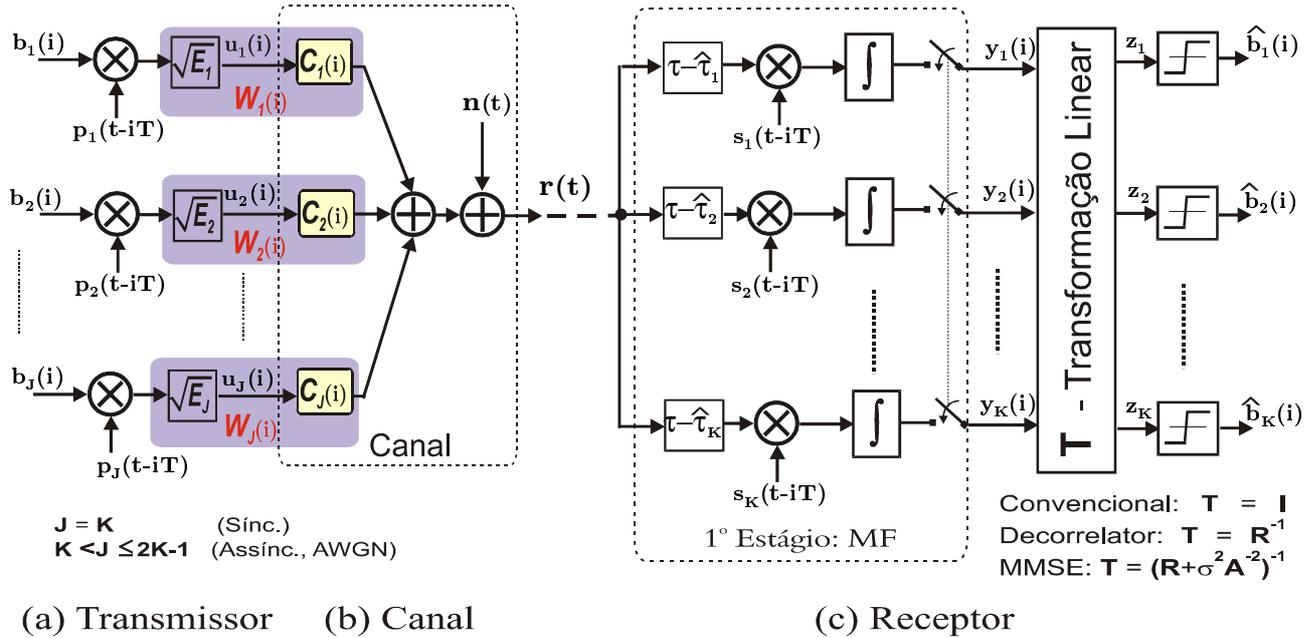
$\tilde{\mathbf{n}}$  = vetor amostra do ruído colorido;  $(\cdot)^H$  = operador hermitiano transposto:  $(\mathbf{A})^H = (\mathbf{A}^*)^T$ . A matriz de correlação (auto e cruzada) normalizada é definida por

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}^H \mathbf{P} = \{\rho_{jk}\} \quad (2.11)$$

com  $\rho_{jk} = \langle \mathbf{p}_j, \mathbf{p}_k \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{p}_j(t) \cdot \mathbf{p}_k(t) dt$ , elemento de correlação cruzada normalizada entre os vetores de espalhamento do  $j$ -ésimo e  $k$ -ésimo usuário.

A matriz das correlações *desnormalizada*, cujo elemento  $(j, k)$  é obtido pelo produto  $\langle A_j \mathbf{p}_j, A_k \mathbf{p}_k \rangle$ , será denotada por

$$\mathbf{H} = \sqrt{\mathbf{E}} \mathbf{R} \sqrt{\mathbf{E}} = \mathbf{A} \mathbf{R} \mathbf{A} \quad (2.12)$$



**Figura 2.2.** Modelo genérico em banda base equivalente discreto para um sistema DS-SS (a) Transmissor equivalente; (b) Canal; (c) Receptor. Para detecção multiusuário linear,  $\mathbf{T}$  representa a matriz de transformação linear.

O detector Convencional toma as decisões baseado na polaridade dos sinais à saída do integrador,  $\mathbf{y}$ , obtendo o vetor *informação estimada*

$$\hat{\mathbf{b}} = \text{sgn}(\mathbf{y}) \quad (2.13)$$

Caso o receptor seja projetado para operar com  $\mathcal{M}$  símbolos, então o número de bits que afeta o sinal recebido em qualquer instante dado será  $J = \mathcal{M}K$ . Assim, para  $\mathcal{M} = 3$ , a matriz dos vetores de dados espalhados será, no caso síncrono,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \cdots & \mathbf{s}_K & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_K & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_K \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

com a matriz energia dada por

$$\mathbf{E} = \text{diag}(E_1, E_2, \dots, E_K, E_1, E_2, \dots, E_K, E_1, E_2, \dots, E_K) \quad (2.15)$$

E neste caso, o vetor de símbolos transmitidos será

$$\mathbf{b} = (b_{1,-1}, b_{2,-1}, \dots, b_{K,-1}, b_{1,0}, b_{2,0}, \dots, b_{K,0}, b_{1,1}, b_{2,1}, \dots, b_{K,1})^\top \quad (2.16)$$

com  $b_{k,i}$  =  $i$ -ésimo bit (*offset* temporal, múltiplo do período de bit,  $T_b$ ) do  $k$ -ésimo usuário;  $\mathbf{0}$  = vetor zero de mesmo comprimento de  $\mathbf{s}_k$ .

Receptores capazes de operar com intervalos múltiplos do período de símbolo beneficiar-se-ão de um maior controle (cancelamento) da *interferência intersimbólica* (ISI). Neste caso,  $\mathbf{s}_k$ , deverá ser substituído por um vetor capaz de representar as seqüências de espalhamento distorcidas pelo canal. O vetor  $\mathbf{p}_k$  ainda representará o vetor de espalhamento, indicando que um sistema equivalente ao da figura 2.2.c poderá ser construído empregando-se essas seqüências nos transmissores; considerando canal AWGN

$$\mathbf{p}_l = \mathbf{s}_l \otimes \mathbf{h}_l \quad (2.17)$$

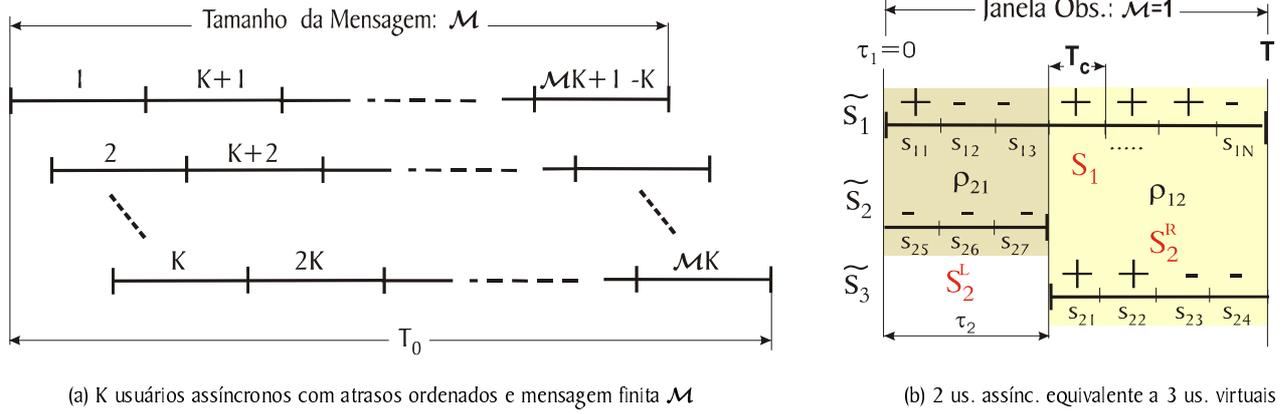
onde  $\otimes$  indica operação de convolução;  $\mathbf{h}_l$  = representação discreta em banda base da resposta do canal para o  $l$ -ésimo símbolo.

### 2.1.3 Modelo para DS-CDMA Assíncrono (A-CDMA) em canal AWGN

Em sistemas A-CDMA, cada usuário interfere em múltiplos bits consecutivos; portanto, ter-se-á  $J > K$  na representação genérica discreta em (2.3) e figura 2.2.a. Em um canal AWGN,  $J \leq 2K - 1$  caso o filtro do receptor seja escolhido para processar um símbolo por vez,  $\mathcal{M} = 1$  ( janela de observação =  $1T$ ), admitindo-se adicionalmente a obtenção de perfeito sincronismo com o símbolo do usuário de interesse. Nestas condições, a matriz  $\mathbf{P}$  resultante é similar à matriz em (2.14), exceto que agora não terá uma estrutura regular. Por exemplo, para o caso de um sistema com dois usuários,  $\mathcal{M} = 1$ , ganho de processamento igual a 7 e atraso do segundo usuário igual a 4 períodos de chips,  $T_c$ , relativo ao primeiro, como definido na figura 2.3.b, resultam em 3 usuários virtuais, com matriz de espalhamento

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} & s_{17} \\ s_{25} & s_{26} & s_{27} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \end{bmatrix}^\top \quad (2.18)$$

$s_{kj}$  = elementos da seqüência de espalhamento para o usuário  $k$ , após normalização afim de garantir que os  $\mathbf{p}_k$  sejam vetores com energia unitária.



**Figura 2.3.** (a) Mensagem Finita transmitida equivalente síncrona; (b) Correlações para 2 usuários assíncronos e seqs de Gold7. Janela de observação  $\mathcal{M} = 1T$

Genericamente, considerando usuários com energia unitária e atrasos relativos  $t_1, t_2, \dots, t_K$  com  $t_k \geq 0$  e  $t_1 = 0$  e admitindo-se inicialmente que todos os atrasos sejam múltiplos inteiros do período de chip, a matriz de espalhamento  $N \times 2K - 1$  é definida por

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{2,t_2+1} & \cdots & s_{K,t_K+1} & 0 & \cdots & 0 \\ s_{12} & s_{2,t_2+2} & \cdots & s_{K,t_K+2} & 0 & \cdots & 0 \\ s_{13} & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & s_{2,N} & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & s_{K,N} & 0 & \cdots & 0 \\ \hline \vdots & 0 & \cdots & 0 & s_{2,1} & \cdots & s_{K,1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ s_{1N} & 0 & \cdots & 0 & s_{2,t_2} & \cdots & s_{K,t_K} \end{bmatrix} \triangleq [\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \cdots \mathbf{p}_{2K-1}] \quad (2.19)$$

Em A-CDMA, as representações para o sinal recebido e a saída do filtro casado, (2.3), (2.9) e (2.10), ainda são válidas com as devidas redefinições de  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{b}$ . Admitindo-se usuários com energia unitária, o vetor sinal recebido será:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{b}(t-1) \\ \mathbf{b}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(t) \quad (2.20)$$

com vetor de dados  $\mathbf{b}$  de comprimento  $2K - 1$ . O modelo em tempo discreto para o *vetor saída do banco de filtros casados para um canal assíncrono* será

$$\mathbf{y}[i] = \mathbf{R}^H[1] \sqrt{\mathbf{E}} \mathbf{b}[i+1] + \mathbf{R}[0] \sqrt{\mathbf{E}} \mathbf{b}[i] + \mathbf{R}[1] \sqrt{\mathbf{E}} \mathbf{b}[i-1] + \mathbf{n}[i] \quad (2.21)$$

onde as matrizes de correlação devido ao assincronismo dos usuários,  $\mathbf{R}[0]$ ,  $\mathbf{R}[1]$ , são definidas pelos elementos

$$R_{jk}[0] = \begin{cases} 1 & \text{se } j = k \\ \rho_{jk} & \text{se } j < k \\ \rho_{kj} & \text{se } j > k \end{cases} \quad \text{e} \quad R_{jk}[1] = \begin{cases} 0 & \text{se } j \geq k \\ \rho_{kj} & \text{se } j < k \end{cases}$$

cujos elementos de correlação cruzada par e ímpar normalizada são dadas, respectivamente, por

$$\rho_{ij} = \frac{1}{T} \int_0^T s_i(t) \cdot s_j(t + \tau_i - \tau_j) dt \quad \text{ou} \quad R_{\ell,m}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{iT}^{iT+\tau_\ell} s_\ell(t - \tau_\ell) s_m(t) dt \quad (2.22a)$$

$$\rho_{ji} = \frac{1}{T} \int_0^T s_i(t) \cdot s_j(t + T + \tau_i - \tau_j) dt \quad \text{ou} \quad \check{R}_{\ell,m}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_\ell}^{(i+1)T} s_\ell(t - \tau_\ell) s_m(t) dt \quad (2.22b)$$

E uma vez que os sinais são zero fora do intervalo  $[0; T]$ ,

$$\mathbf{R}[m] = \mathbf{0} \quad \forall \quad |m| > 1, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{R}[-m] = \mathbf{R}^H[m] \quad (2.24)$$

A forma matricial de (2.21), para o caso de 2 usuários com atrasos ordenados,  $\tau_1 \leq \tau_2$ , e janela de observação  $\mathcal{M} = 1$ , figura 2.3.b é representado, em termos de bits de dados  $b_1$  e  $b_2$ , por

$$\begin{bmatrix} y_1(i) \\ y_2(i) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \rho_{21} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}[1]} \begin{bmatrix} b_1(i-1) \\ b_2(i-1) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}[0]} \begin{bmatrix} b_1(i) \\ b_2(i) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \rho_{21} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}^H[1]=\mathbf{R}[-1]} \begin{bmatrix} b_1(i+1) \\ b_2(i+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(i) \\ n_2(i) \end{bmatrix}$$

Afim de tornar a notação mais compacta, define-se a *matriz de correlação Hermitiana*<sup>13</sup> e *Toeplitz*<sup>14</sup> por blocos, dimensão  $\mathcal{MK} \times \mathcal{MK}$

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(0) & \mathbf{R}(1)^H & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}(1) & \mathbf{R}(0) & \mathbf{R}(1)^H & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(1) & \mathbf{R}(0) & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{R}(1)^H \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{R}(1) & \mathbf{R}(0) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

<sup>13</sup> Diz-se que uma matriz de valores complexos é Hermitiana se for igual à sua matriz conjugada transposta.

<sup>14</sup> Uma matriz será Toeplitz se todos os elementos de sua diagonal principal são iguais e se os elementos de qualquer outra diagonal paralela à principal também forem iguais.

Com esta notação, a forma matricial para a saída do banco de filtros casado em um sistema assíncrono com tamanho da mensagem finito,  $\mathcal{M}$ , torna-se

$$\mathbf{y} = \mathfrak{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (2.26)$$

onde  $\mathfrak{R}$  é reinterpretada como a matriz de correlação para um sistema equivalente síncrono cuja mensagem inteira transmitida é processada pelo receptor no intervalo  $T_0$ , resultando em  $\mathcal{MK}$  usuários virtuais devidamente ordenados, figura 2.3.a.

Em sistemas assíncronos práticos, os usuários interferentes são recebidos com atrasos relativos nem sempre identicamente múltiplo inteiro de  $T_c$  em relação ao sinal do usuário de interesse (figura 2.3.b). Assim, o atraso relativo real para o  $k$ -ésimo usuário interferente,  $\tau_k$ , pode ser escrito como a soma de um número inteiro de períodos de chip,  $T_c$ , e uma fração do período chip,  $\delta_k$

$$\tau_k = (t_k + \delta_k) T_c \quad (2.27)$$

com  $t_k = \left\lfloor \frac{\tau_k}{T_c} \right\rfloor$ , parte inteira da divisão.

Define-se ainda sistemas CDMA Quase Síncronos (QS-CDMA) quando os atrasos para todos os usuários estiverem confinados a um intervalo muito menor que o período de símbolo, tipicamente menores que  $3T_c$ .

Assumindo-se formatação de pulso retangular e integração do sinal em banda base a cada intervalo de símbolo, o efeito do sub-chip  $\delta_k$  no cálculo da matriz de correlação é a combinação linear dos valores dos chips adjacentes na proporção de  $\delta_k$ . No modelo A-CDMA adotado aqui não há a exigência da coerência para as portadoras, uma vez que a influência da fase de cada portadora,  $\phi_k$ , sobre a detecção poderá ser absorvida adicionado-se a  $\delta_k$  atraso corresponde a  $\phi_k$ .

#### 2.1.4 Canal Rayleigh

Em um modelo CDMA básico, as amplitudes,  $A_j$  e formas de onda,  $\mathbf{p}_j$ , dos sinais transmitidos são recuperadas no receptor (2.2). Frequentemente estes dois parâmetros não coincidem com aqueles enviados pelos transmissores devido à obstrução e distorção introduzidas pelo canal. Uma discussão mais detalhada sobre as causas do desvanecimento e formas de implementação computacional de um canal Rayleigh são tratadas na seção 2.6.

Um sistema operando sob canal com desvanecimento terá um sinal recebido assíncrono em *banda base complexa* BPSK, para uma mensagem infinita, dado de forma análoga a (2.2) por:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{E_k}{T}} C_k(i) b_k(i) s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t) \quad t \in [0, T] \quad (2.28)$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_k} |C_k(i)| b_k(i) s_k(t - iT - \tau_k) e^{j\theta_k(i)} + \sigma n(t) \quad (2.29)$$

com  $P_k = \frac{E_k}{T}$ , potência recebida e  $C_k(i)$  o coeficiente de desvanecimento do canal para o  $k$ -ésimo usuário, dado por módulo e fase:

$$C_k(i) = |C_k(i)| \exp[j\theta_k(i)] \quad (2.30)$$

Para canais com desvanecimento Rayleigh, o coeficiente de desvanecimento multiplicativo complexo  $C_k$  é o resultado da composição de duas distribuições estatísticas: o módulo  $|C_k|$  terá distribuição Rayleigh e a fase,  $\theta_k$ , terá distribuição uniforme no intervalo  $[0; 2\pi)$ . De forma equivalente, as partes real e imaginária do coeficiente de desvanecimento  $C_k$  são processos randômicos Gaussianos independentes de média zero e variância complexa unitária:  $\mathbb{E}[|C_k|^2] = 1$  ou  $\mathbb{E}[|C_k^I|^2] = \mathbb{E}[|C_k^Q|^2] = \frac{1}{2}$ , onde  $I$  e  $Q$  são as componentes em fase e quadratura; as fases do processo  $C_k$  terão distribuição uniforme no intervalo  $[0; 2\pi)$ .

Define-se ainda a matriz diagonal Ganho de Canal,  $\mathbf{W}(i)$ , com componentes

$$W_{k,k} = \sqrt{E_k} C_k(i) = \sqrt{E_k} |C_k(i)| \exp[j\theta_k] \quad k = 1, \dots, K \quad (2.31)$$

Neste trabalho, assume-se que o desvanecimento do canal é lento o suficiente para que os coeficientes de desvanecimento de canal possam ser considerados constante durante alguns períodos de símbolo,  $T$ . Detalhes sobre o canal Rayleigh e as diferentes formas de implementação computacional são apresentados nas seções 2.6 e 2.6.5.3.

#### 2.1.4.1 Canal Rayleigh Síncrono

Em muitos casos, as conclusões qualitativas obtidas com a análise de sistemas síncronos podem ser estendidas para canais assíncronos. A condição síncrona em um sistema DS/CDMA é obtida fazendo com que  $\tau_k = 0, \forall k$ . A expressão (2.28) simplifica-se:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{E_k}{T}} C_k(i) b_k(i) s_k(t - iT) + \sigma n(t) \quad (2.32)$$

Antes porém da descrição e comparação dos diversos tipos de receptores a serem analisados neste trabalho, faz-se necessário a definição de algumas medidas de desempenho capazes de quantificar a qualidade destes receptores.

## 2.2 Medidas de Desempenho

Medidas de desempenho são definidas objetivando a comparação dos mais diversos sistemas de comunicação. Em sistemas CDMA com detecção multiusuário, além da taxa de erro de bit e de frame, podem ser definidas mais três medidas de desempenho: a eficiência assintótica multiusuário (*Asymptotic Multiuser Efficiency*, AME) e a resistência ao efeito *near-far* (*Near-Far Resistance*, NFRes) e a robustez *near-far*, NFRobz, descritas a seguir.

### 2.2.1 Eficiência Assintótica Multiusuário, AME

É a medida da influência que os usuários interferentes exercem sobre a taxa de erro de bit (BER) do usuário de interesse na região de alta relação sinal-ruído (SNR). Para se obter a eficiência assintótica, deve-se relacionar a probabilidade de erro multiusuário com a probabilidade de erro de bit em um sistema Convencional. Na ausência de usuários interferentes, a SNR à saída do  $k$ -ésimo filtro casado é  $\left(\frac{A_k}{\sigma}\right)^2$ ; na presença de interferentes síncronos torna-se

$$\left(\frac{A_k}{\sigma}\right)_{Conv}^2 \triangleq \frac{A_k^2}{\sigma^2 + \sum_{j \neq k} (A_j \rho_{jk})^2} \quad (2.33)$$

A presença de outros usuários no canal contribui para aumentar a BER. Visando quantificar a probabilidade de erro multiusuário, define-se *energia efetiva* do usuário  $k$ ,  $e_k(\sigma)$ , como a energia que este usuário requer para obter idêntica probabilidade de erro de bit em um canal AWGN com um único usuário (*single-user*, ausência de interferentes) e mesmo nível de ruído de fundo, dada pela função densidade de probabilidade Gaussiana

$$Pe_k = Q\left(\sqrt{\frac{e_k(\sigma)}{\sigma^2}}\right) \quad (2.34)$$

A *eficiência multiusuário* (ME) para o  $k$ -ésimo usuário é dada pela razão da sua energia efetiva pela energia real requerida por este usuário em um sistema multiusuário, considerando o mesmo desempenho em termos de BER

$$ME = \eta_k(\sigma) \triangleq \frac{e_k(\sigma)}{A_k^2} = \frac{e_k/\sigma^2}{E_k/\sigma^2} = \frac{SNR_{\text{efet}}(s.u.)}{SNR_{\text{real}}(m.u.)_{\text{ausência Interf.}}} \quad (2.35)$$

A eficiência multiusuário quantifica a perda de desempenho devido à existência de outros usuários no canal, sendo função das seqüências de espalhamento, das relações SNRs e do tipo de detector empregado. Finalmente, a *eficiência assintótica multiusuário* encontra definição na região de alta relação Sinal-Ruído como o limite [Verdú 98]:

$$\eta_k \triangleq \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{e_k(\sigma)}{A_k^2} \quad (2.36)$$

e mede a inclinação  $r$  com a qual a probabilidade de erro de bit para o  $k$ -ésimo usuário,  $\text{Pe}_k$ , vai a 0 (escala logarítmica) na região de alta relação sinal ruído:

$$\eta_k = \sup \left\{ 0 \leq r \leq 1 : \lim_{\sigma \rightarrow 0} \text{Pe}_k(\sigma) / Q \left( \frac{\sqrt{r} A_k}{\sigma} \right) = 0 \right\} \quad (2.37)$$

$$= \frac{2}{A_k^2} \lim_{\sigma \rightarrow 0} \left[ \sigma^2 \log \frac{1}{\text{Pe}_k(\sigma)} \right] \quad (2.38)$$

isto é, a taxa de erro de bit logarítmica do  $k$ -ésimo usuário deve ir a zero com a mesma inclinação que a do *single user* com energia  $\eta_k E_k$ , uma vez que na ausência de outros usuários a probabilidade de erro de bit mínima será igual a  $Q \left( \frac{A_k}{\sigma} \right)$ . Na região da  $\text{Pe}$  de interesse, a AME quantifica a perda de desempenho devido a existência de outros usuários ativos no canal. Portanto,  $\eta_k$  não fornece nenhuma informação a respeito do desempenho do sistema sob forte ruído (região de baixa relação SNR).

Note-se que  $\eta_k$  está confinado a  $[0, 1]$ , com o valor 1 indicando que o usuário de interesse não é afetado pela presença dos usuários interferentes. O inverso da eficiência assintótica é uma medida do quanto de energia extra um usuário em um sistema MuD necessita para obter a mesma probabilidade de erro de bit de um usuário em ambiente *single user*, quando o ruído for desprezível.

Para canais *síncronos* e *assíncronos* com  $K$  usuários e *receptor Convencional*, a eficiência assintótica será dada, respectivamente [Verdú 98]:

$$\eta_k^{\text{Conv}} = \max^2 \left( 0, 1 - \sum_{j \neq k} \frac{A_j}{A_k} |\rho_{jk}| \right) \quad (2.39a)$$

$$\eta_k^{\text{Conv}} = \max^2 \left( 0, 1 - \sum_{j \neq k} \frac{A_j}{A_k} (|\rho_{jk}| + |\rho_{kj}|) \right) \quad (2.39b)$$

Para o *receptor multiusuário Ótimo* de Verdú, tem-se:

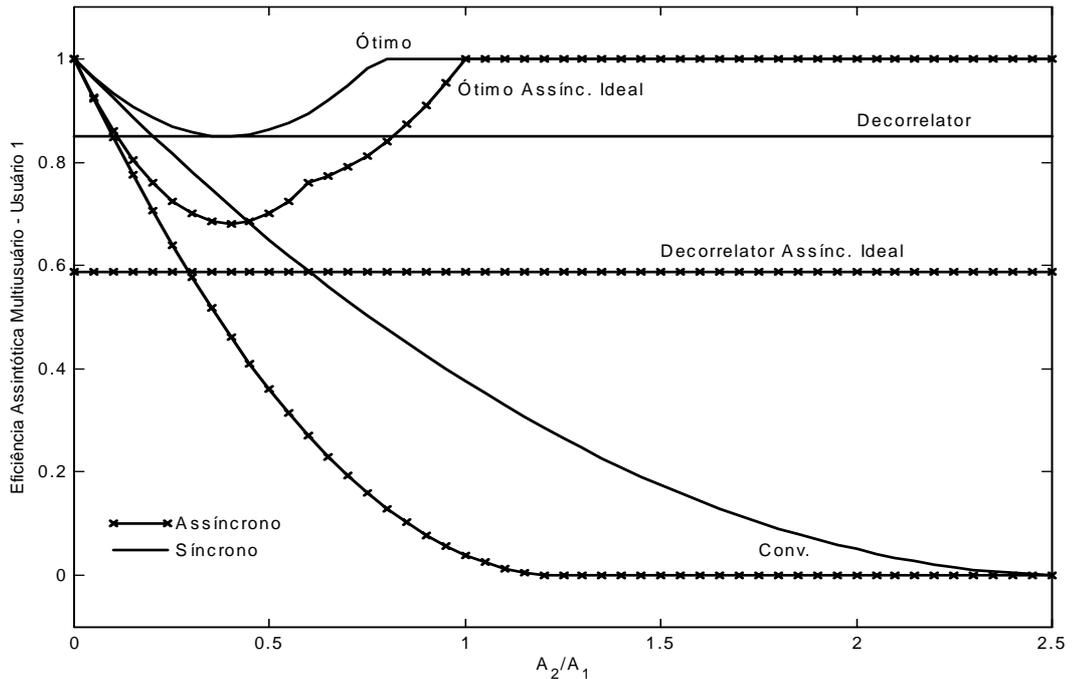
$$\eta_k^{\text{Opt}} = \frac{d_{k,\min}^2}{E_k} \quad (2.40)$$

onde  $d_{k,\min}$  = distância mínima do  $k$ -ésimo usuário, interpretado como a metade da diferença da mínima energia entre dois sinais modulados distintos (diferem em um bit) [Verdú 86a]. Em contraste com a eficiência assintótica multiusuário do filtro casado *single-user*, a *eficiência assintótica ótima* do  $k$ -ésimo usuário depende não só das correlações cruzadas com o usuário de interesse  $\{\rho_{kj}, j \neq k\}$ , mas também das correlações (auto e cruzada) dos interferentes  $\{\rho_{lj}, l \neq k, j \neq k\}$ . Para dois usuários síncronos e assíncronos (com janela de observação infinita) [Verdú 90], a eficiência assintótica multiusuário ótima reduz-se, respectivamente, a:

$$\eta_1^{Opt} = \min \left( 1, 1 + \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 2 \frac{A_2}{A_1} |\rho_{\text{sinc}}| \right) \quad (2.41)$$

$$\eta_1^{Opt} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1, 1 + \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 2 \frac{A_2}{A_1} \max \{ |\rho_{12}|, |\rho_{21}| \}, \\ 1 + 2 \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 2 \frac{A_2}{A_1} (|\rho_{12}| + |\rho_{21}|) \end{array} \right\} \quad (2.42)$$

cujos comportamentos, para os casos  $\rho_{\text{sinc}} = 0,387$  (caso síncrono) e  $|\rho_{12}| = 0,3$ ,  $|\rho_{21}| = 0,5$  (caso assíncrono), é ilustrado na figura 2.4. Estão representados também as AME para o receptor Convencional e Ótimo síncronos e assíncronos. Note-se que para o canal síncrono tomou-se a média geométrica das correlações cruzadas do canal assíncrono:  $\rho_{\text{sinc}} = \sqrt{|\rho_{12}| |\rho_{21}|}$ . Para o caso de canal síncrono  $\rho_{\text{sinc}} = \rho_{jk} = \rho_{kj}$  é válido sempre.



**Figura 2.4.**  $AME_1$  para os detectores Convencional, Decorrelator e Ótimo em função da amplitude relativa do usuário interferente com  $|\rho_{12}| = 0,3$ ,  $|\rho_{21}| = 0,5$  e  $\rho_{\text{sinc}} = 0,387$ ; canal (as-)síncrono.

### 2.2.2 Resistência ao Efeito Near-Far, NFRes

A resistência ao efeito *near-far* quantifica o grau de robustez do detector contra as disparidades de potência dos diversos usuários em um ambiente com interferência de múltiplo acesso. Desigualdades de potência fazem com que usuários com potências pequenas no receptor sejam "sufocados" pelos usuários que chegam com maiores energias. A resistência *near-far* é definida como a eficiência assintótica multiusuário de pior caso (inferior), relativo às energias de todos os usuários ativos; depende das formas de onda das seqüências de espalhamento e do demodulador.

$$\bar{\eta}_k = \inf_{\substack{E_j > 0 \\ j \neq k}} \eta_k \quad (2.43)$$

Para o receptor *Convencional síncrono*, resulta:

$$\bar{\eta}_k^{Conv} = \inf_{\substack{E_j > 0 \\ j \neq k}} \eta_k = \begin{cases} 1 & \text{se } \rho_{jk} = 0, j \neq k \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.44)$$

Minimizando (2.39a) ou (2.39b) sobre as amplitudes ou energias, com  $j \neq k$ , verifica-se que a resistência ao efeito *near-far* do  $k$ -ésimo usuário é nula, a menos quando a correlação cruzada for nula para todos os pares de usuários; ou seja, a  $k$ -ésima seqüência de espalhamento deve ser ortogonal a cada um dos sinais interferentes sobrepostos. E uma vez que esta condição não pode ser satisfeita para todos os atrasos, o receptor Convencional não será resistente ao efeito *near-far*.

Já para o receptor *multiusuário Ótimo*, a resistência ao efeito *near-far* para o  $k$ -ésimo usuário será:

$$\bar{\eta}_k^{Opt} = \begin{cases} \frac{1}{[\mathbf{R}^+]_{kk}} = 1 - \mathbf{a}_k^\top (\mathbf{R}_k)^{-1} \mathbf{a}_k & \text{se } k\text{-ésimo sinal independente} \\ 0 & \text{se } k\text{-ésimo sinal } \in \text{subespaço outros sinais.} \end{cases} \quad (2.45)$$

onde:  $\mathbf{R}^+$  = matriz inversa generalizada Moore-Penrose de  $\mathbf{R}$  e igual a  $\mathbf{R}^{-1}$ , caso  $\mathbf{R}$  não singular [Verdú 98], [Haykin 96], [Golub 96];  $[\bullet]_{kk}$  = denota seleção do  $kk$ -ésimo elemento da matriz  $[\bullet]$ ;  $\mathbf{R}_k$  = matriz de dimensão  $(K-1) \times (K-1)$  resultante da eliminação da  $k$ -ésima linha e coluna de  $\mathbf{R}$ ;  $\mathbf{a}_k$  = vetor resultante da  $k$ -ésima coluna de  $\mathbf{R}$ , eliminando-se o  $k$ -ésimo elemento desta coluna<sup>15</sup>. Para o caso de 2 usuários síncronos, a NFRes para o MuD Ótimo reduz-se:

$$\bar{\eta}_k^{Opt} = 1 - \rho^2 \quad (2.46)$$

<sup>15</sup>  $\mathbf{R}_k$  denota a matriz de correlação entre os interferentes apenas, sem a  $k$ -ésima coluna e linha, com  $k$  = usuário de interesse;

$\mathbf{a}_k$  denota o vetor de correlações cruzadas entre o usuário de interesse e os interferentes.

resultando em um receptor resistente ao efeito *near-far*, a menos na condição das seqüências linearmente dependentes.

### 2.2.3 Probabilidade de Erro de Bit, $P_e$

O objetivo final em muitos sistemas de comunicação é a obtenção da redução na probabilidade de erro de bit. Para os receptores multiusuário lineares (Decorrelator e MMSE) síncronos com  $K$  usuários ativos, a BER pode ser expressa, respectivamente, por:

$$P_{e_k}^{MuD_{lin}} = Q\left(\sqrt{\frac{E_k \bar{\eta}_k}{\sigma_n^2}}\right) \quad (2.47)$$

$$P_{e_k}^{Decor} = Q\left(\frac{A_k}{\sigma_n \sqrt{[\mathbf{R}^+]_{kk}}}\right) \quad (2.48)$$

$$\tilde{P}_{e_1}^{MMSE} = Q\left(\frac{A}{\sigma_n} \sqrt{1 - \frac{\rho^2 (K-1)}{1 + \left(\frac{\sigma_n}{A}\right)^2 + \rho(K-2)}}\right) \quad (2.49)$$

A expressão aproximada para o MMSE síncrono, equação (2.49), é válida para sinais equicorrelacionados com energias idênticas [Poor 97]. Para o receptor Convencional síncrono, a probabilidade de erro de bit exata para o  $k$ -ésimo usuário é obtida combinando-se os possíveis padrões de erros de bits para todos os interferentes (binomial):

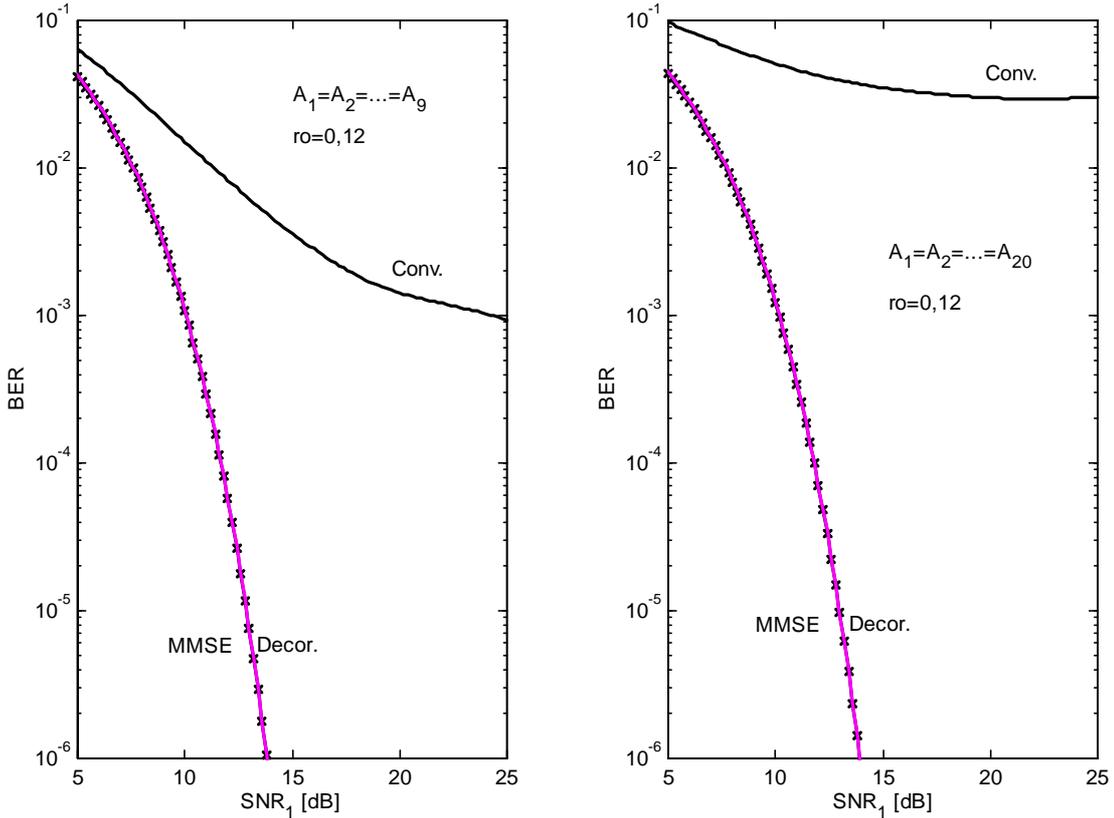
$$P_{e_k}^{Conv} = 2^{1-K} \sum_{b_1 \in \{1, -1\}} \cdots \sum_{\substack{b_j \in \{1, -1\} \\ j \neq k}} \cdots \sum_{b_K \in \{1, -1\}} Q\left(\frac{A_k}{\sigma_n} + \sum_{j \neq k} b_j \frac{A_j}{\sigma_n} \rho_{kj}\right) \quad (2.50)$$

A figura 2.5 exemplifica a probabilidade de erro de bit de um sistema Convencional, Decorrelator e MMSE nos casos de 9 e 20 usuários síncronos com controle perfeito de potência e sinais equicorrelacionados,  $\rho = 0,12$ . Com sinais recebidos síncronos equicorrelacionados e controle perfeito de potência, o desempenho do Decorrelator e MMSE são idênticos para a maioria dos casos práticos de interesse. Nos casos de  $K = 9$  e  $K = 20$  usuários, a diferença de desempenho entre MMSE e Decorrelator é imperceptível devido a escala da figura.

Não há expressão fechada para o desempenho do detector Ótimo. Limites para a taxa de BER do detector Ótimo foram dadas em [Verdú 86a], [Verdú 88], [Lupas 89b], [Wei 99]. Para dois usuários síncronos, os limites inferior e superior da probabilidade de erro de bit em função do desajuste de

potência (NFR) são dados por, figura 2.6,

$$\max \left\{ Q \left( \frac{A_1}{\sigma_n} \right), \frac{1}{2} Q \left( \frac{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2|\rho|}}{\sigma_n} \right) \right\} \leq \text{Pe}^{Opt} \leq Q \left( \frac{A_1}{\sigma_n} \right) + \frac{1}{2} Q \left( \frac{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2|\rho|}}{\sigma_n} \right) \quad (2.51)$$



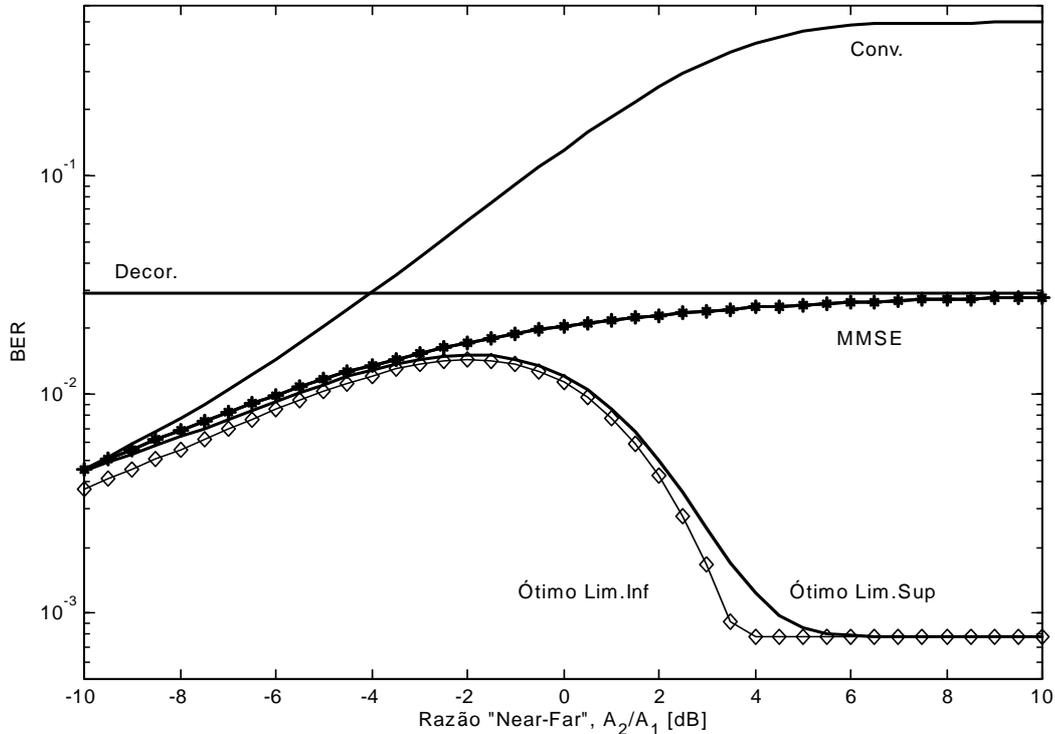
**Figura 2.5.**  $\overline{BER}_1$  para os detectores Convencional, Decorrelator e MMSE síncronos; sinais equicorrelacionados ( $\rho_{\text{sinc}} = 0,12$ ) e de mesma energia para os casos: a)  $K = 9$  usuários; b)  $K = 20$  usuários.

Observe-se que os detectores multiusuário lineares MMSE e Decorrelator resultam resistentes ao efeito *near-far*, mesmo para grandes disparidades de potência e elevadas correlações cruzadas entre o usuário de interesse e os interferentes. Apenas quando as amplitudes dos interferentes forem muito menores que a do usuário de interesse, o Decorrelator apresentará pior desempenho que o detector Convencional.

### 2.2.4 Robustez Near-Far, $\Upsilon$

A eficiência assintótica multiusuário é uma medida que quantifica o desempenho de pior caso possível (assintótico). Apesar desta medida fornecer alguma informação útil de desempenho para o receptor

em questão, ela pouco revela nos casos mais realistas, fora da situação limite (alta relação Sinal-Ruído). Assim, define-se uma medida de robustez *near-far*,  $\Upsilon$ , aplicável a situações mais práticas, capaz de revelar o nível de imunidade do receptor aos interferentes mais fortes.



**Figura 2.6.** BER para os detectores Convencional, Decorrelator, MMSE e Ótimo; dois usuários síncronos com desajuste de potência  $NFR \in [-10, 10]$  dB e correlação cruzada  $\rho = 0,8$ ;  $SNR_1 = 10$  dB.

A robustez *near-far* é definida como o aumento gradativo na potência de um único usuário interferente a partir da situação de potências iguais ( $NFR = 0$ ) no qual resulta em um aumento de uma ordem de magnitude na BER do usuário de interesse em relação ao caso de transmissão isolada, sem interferentes. O termo fornece uma medida do aumento tolerável na potência de um interferente antes de ocorrer degradação significativa no desempenho do usuário de interesse. Formalmente, tem-se:

$$\Upsilon = \frac{E_I(10Pe)}{E_d} \Bigg|_{Pe=Q(\sqrt{2E_d/N_o})} \quad (2.52)$$

com  $E_I(x)$  = energia do interferente único o qual resulta em  $Pe = x$ ;  $E_d$  = energia do usuário de interesse;  $N_o$  = densidade espectral de potência unilateral do ruído.

Para ilustrar o conceito acima, veja a figura 2.7, onde são mostrados resultados de desempenho obtidos via simulação Monte Carlo (MCS) para os receptores Convencional e PIC HD Parcial de

três estágios canceladores<sup>16</sup> com seqüências de espalhamento randômicas,  $\text{Rndz31}$ ,  $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$ , carregamento variável ( $K = 6, 12, 18$  e  $24$  usuários) e potência de um único interferente crescente no intervalo  $[-15; +25]$   $\text{dB}$  em relação aos demais usuários. Mostra-se ainda o limiar no qual a BER é uma ordem de grandeza maior em relação ao limite *single-user* (SUB). Empregando-se a definição acima o receptor Convencional não terá robustez *near-far* para qualquer um dos  $K = 6; 12; 18$  e  $24$  usuários; enquanto que para o receptor PIC de 3 estágios,  $\Upsilon^{\text{PIC}} (K = 6) \simeq 20\text{dB}$ ;  $\Upsilon^{\text{PIC}} (K = 12) \simeq 15\text{dB}$ ;  $\Upsilon^{\text{PIC}} (K = 18) \simeq 5\text{dB}$  e para  $K = 24$  perderá a robustez *near-far*. Assim, para um sistema levemente carregado ( $L = \frac{6}{31}$ ), o receptor IC pode suportar um aumento de potência em qualquer um dos 5 interferentes, isoladamente, de até  $20\text{dB}$ , enquanto que o detector Convencional, para as mesmas condições resulta em degradação inaceitável. Note-se que nas condições de operação do sistema (síncrono,  $\text{Rndz31}$  e  $\frac{E_b}{N_0} = 8\text{dB}$ ), o receptor Convencional já apresenta desempenho pobre mesmo para baixo carregamento na condição de controle perfeito de potência. Por sua vez, o desempenho do PIC multiestágio permanecerá inalterado até que a potência do interferente ultrapasse o patamar dos  $+5\text{dB}$ , para  $K \leq 18$  usuários.

No PIC-HD Parcial com  $K = 18$ , enquanto o interferente não excede os  $5\text{dB}$  acima dos demais usuários, não haverá degradação apreciável no desempenho quando comparado à situação de  $\text{NFR} = 0$ , embora haja naturalmente a degradação devido à interferência causada pelos demais usuários (MAI), proporcional a  $K$ , mas não devido à perda do controle de potência. Assim, apesar dos receptores Convencional e PIC resultarem em resistência ao efeito *near-far*, igual a zero, estes atingem distintos desempenhos em situações *near-far*. A vantagem de desempenho alcançada pelo Cancelador de Interferência em distintas situações práticas com interferentes com desbalanceamento de potência não poderia ser vista empregando-se o conceito AME ou NFRs.

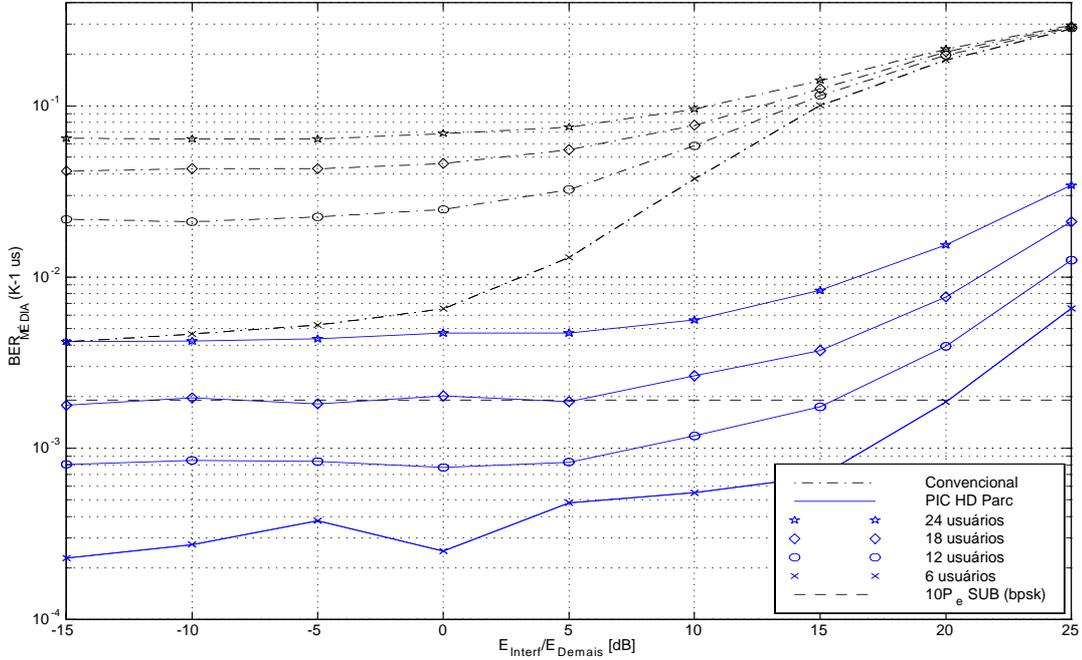
Uma extensão do conceito robustez *near-far* pode ser obtida considerando aumento gradativo na potência de metade dos usuários interferentes a partir da situação de potências iguais no qual resulta em um aumento de uma ordem de magnitude na BER do usuário de interesse em relação ao caso de transmissão isolada, sem interferentes. O termo fornece uma medida do aumento tolerável na potência da metade da população de usuários ativos no sistema antes da ocorrência de degradação significativa no desempenho do usuário de interesse e configura uma situação de forte interferência MAI:

$$\Upsilon_{K/2} = \frac{E_{K/2} (10P_e)}{E_d} \Bigg|_{\text{Pe}=Q(\sqrt{2E_d/N_0})} \quad (2.53)$$

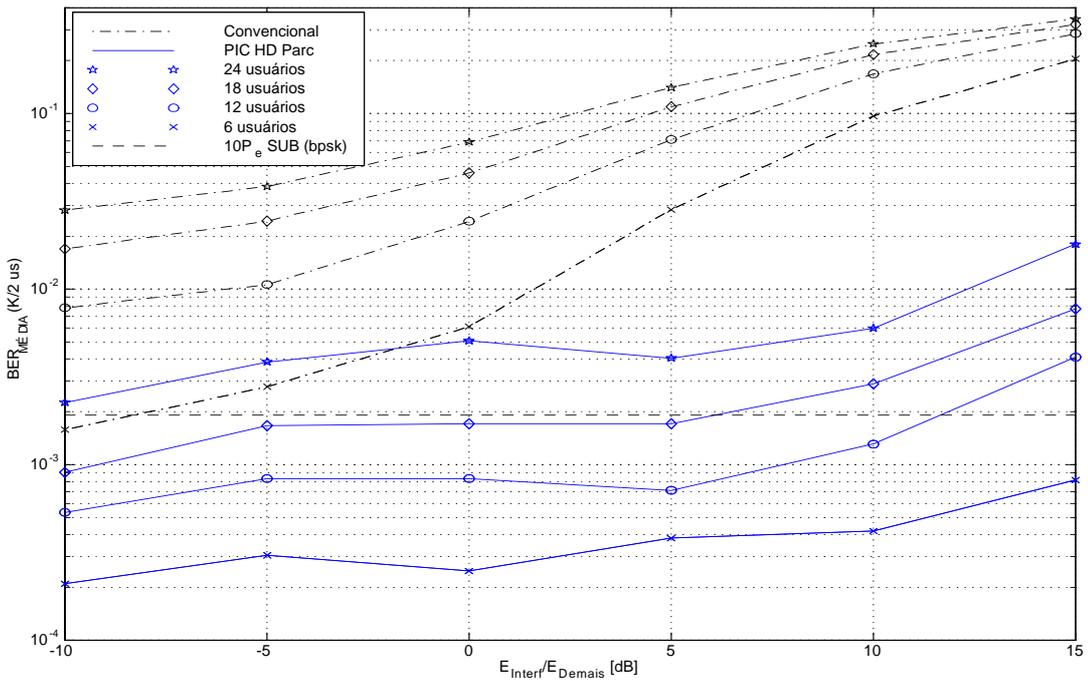
com  $E_{K/2} (x)$  = energia de cada um dos  $K/2$  usuários interferentes no qual resulta em  $\text{Pe} = x$ .

<sup>16</sup> Detetores MuD do tipo canceladores de interferência paralelos (PIC) são descritos na seção 2.4.4.

A figura 2.8 ilustra o conceito de robustez *near-far*  $K/2$  considerando um PIC–HD Parcial com os mesmos parâmetros de sistema anteriores. Devido à condição de maior interferência de múltiplo acesso, há uma redução na robustez *near-far*  $K/2$  em relação à robustez *near-far* com 1 interferente. Por exemplo, para  $K = 12$  a  $\Upsilon^{PIC}$  passa de  $\simeq 15,2dB$  para  $\Upsilon_{K/2}^{PIC} \simeq 11,5dB$ .



**Figura 2.7.** Robustez *near-far* para os detectores PIC–HD Parcial de 3 estágios com  $\xi = [0, 7; 0, 8; 0, 9]$  e Convencional em um canal síncrono, Randz31,  $E_b/N_0 = 8dB$  e estimação perfeita para  $A, \tau$  e  $\phi$ .



**Figura 2.8.** Robustez *near-far*  $K/2$  para os detectores MuD PIC–HD Parcial síncrono de 3 estágios e Convencional; demais parâmetros idênticos aos da figura 2.7.

Descreve-se a seguir as principais estruturas multiusuário encontradas na literatura e variações para o cancelamento sucessivo e paralelo. A avaliação e comparação de desempenho das diversas estruturas MuD Lineares e do tipo IC, incluindo os desempenhos do detector Convencional e o limite *Single-User*<sup>17</sup> (SUB) em canais AWGN e Rayleigh Plano são feitas no capítulo 3.

## 2.3 Detectores Multiusuário Lineares

Detectores multiusuário lineares podem ser implementados de um modo descentralizado, i.e. apenas o usuário de interesse necessita ser demodulado em um filtro casado modificado. No entanto, este filtro casado modificado depende:

1. das correlações cruzadas dos sinais dos usuários ativos (e das SNR, no caso do detector MMSE).
2. cálculo da resposta impulsiva do canal, que implica em inversão de matriz.

Quando as amplitudes dos sinais recebidos forem completamente desconhecidas, o detector de Descorrelação surge como uma boa escolha. Incorporando-se informações sobre as SNR à matriz de transformação linear resultará em algum ganho de desempenho empregando-se o detector MMSE; este opera a partir do conhecimento das amplitudes de todos os sinais recebidos, o de interesse e os interferentes.

Em um receptor linear multiusuário, a decisão de símbolo será obtida por:

$$\hat{\mathbf{b}} = \text{sgn}(\mathbf{z}) \quad (2.54)$$

onde:  $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{y}$ ; com  $\mathbf{y}$  = saídas do banco de filtros casados;  $\mathbf{T}$  = matriz de transformação linear, figura 2.2.c. E para o usuário  $k$ , a estimativa de símbolo será:

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(z_k) \quad (2.55)$$

$$z_k = \mathbf{t}_k^H \mathbf{y} = \mathbf{c}_k^H \mathbf{r} \quad (2.56)$$

$\mathbf{t}_k^H$  =  $k$ -ésima linha da matriz de transformação linear  $\mathbf{T}$ ;  $\mathbf{c}_k^H$  = vetor de coeficientes de um filtro equivalente operando diretamente sobre o sinal recebido.

Tanto a matriz de transformação como os coeficientes do filtro são selecionados visando minimizar algum critério de custo. No receptor CDMA Convencional faz-se o conjunto de coeficientes igual ao código de espalhamento, portanto  $c \in \{+1, -1\}$ . Enquanto no Decorrelator

<sup>17</sup> Sistemas com um único usuário na ausência de interferentes.

seleciona-se  $\mathbf{c}$  de tal forma a eliminar a interferência de múltiplo acesso, no receptor MMSE os coeficientes são selecionados objetivando minimizar o erro quadrático médio total, assumindo, nestes casos, valores reais. Tal minimização pode ser feita sobre todos os usuários (multiusuário) ou considerando apenas um (*single-user*). No apêndice E estão resumidas as principais propriedades da matriz de correlação do sinal recebido.

Em termos de matriz de transformação, o detector Convencional da figura 2.2.c, obtém as decisões de bits realizando a transformação linear  $\mathbf{T} = \mathbf{I}_N$  em  $\mathbf{y}$ , enquanto que para os receptores multiusuário linear de decorrelação e MMSE esta transformação linear resulta em  $\mathbf{T} = \mathbf{R}^{-1}$  e  $\mathbf{T} = (\mathbf{R} + \sigma^2 \mathbf{A}^{-2})^{-1}$ , respectivamente.

### 2.3.1 Convencional

O Receptor Convencional constitui-se de um estágio demodulador seguido de um banco de correladores casados às respectivas seqüências de espalhamento que identificam usuários em um sistema de múltiplo acesso por divisão de código e seqüência direta, DS/CDMA; os sinais desespalhados passam por integradores e amostradores à taxa de bit de dados,  $R = 1/T$ , figura 2.9. A operação de desespalhamento é feita a partir de uma réplica da seqüência de espalhamento no receptor, sincronizada ao sinal demodulado do usuário de interesse. Finalmente, estimativas de bits transmitidos são obtidas comparando-se os sinais amostrados com o limiar zero em dispositivos de decisão de bits *hard*. A decisão para o  $k$ -ésimo usuário é:

$$\hat{b}_k(i) = \text{sgn}[z_k(i)] = \text{sgn}\{\text{Re}[y_k C_k^*(i)]\} = \begin{cases} -1, & z_i < 0 \\ +1, & z_i \geq 0 \end{cases} \quad (2.57)$$

Pode-se mostrar que o receptor Convencional de Correlação será ótimo, do ponto de vista de desempenho (menor BER), apenas para detecção de um sinal conhecido em canal AWGN e adicionalmente não houver interferência de múltiplo acesso (*single-user*). Este cenário é equivalente a um sistema CDMA ortogonal perfeitamente síncrono, isto é quando os sinais de todos os usuários ativos chegarem ao receptor com atraso zero em relação às fases preferenciais das respectivas seqüências de espalhamento ortogonais. Este cenário é muito particular, insuficiente e inadequado para descrever sistemas de comunicação móveis em geral e sistemas 3G em particular, objeto de análise deste estudo. Em sistemas CDMA práticos, a interferência de múltiplo acesso gerada pelos demais usuários afetará fortemente o desempenho do detector Convencional. Nestas condições, devido à MAI e à impossibilidade da manutenção da ortogonalidade entre as seqüências de espalhamento (assincronismo), o receptor de Correlação não mais resultará em desempenho ótimo.

Mesmo assim, no processo de detecção do receptor Convencional CDMA assume-se distribuição Gaussiana para os usuários interferentes.

Portanto, deve-se necessariamente considerar receptores mais avançados que o Convencional afim de atender aos requisitos de sistemas móveis 3G, tais como elevado carregamento, elevada eficiência espectral, múltipla taxa etc. Muitos destes receptores avançados incorporam alguma técnica de detecção multiusuário sub-ótimos.

Em um receptor Convencional, caso seja assumido perfeito conhecimento dos parâmetros de canal atrasos, fases da portadora e as seqüências de espalhamento, pode-se mostrar que o conjunto das estatísticas suficientes para determinar a informação transmitida,  $b_k$ , pode ser obtido pelas saídas do banco de filtros casados (MFB), onde cada filtro é ajustado a um específico usuário, isto é, casado a uma específica seqüência de espalhamento, atraso  $\tau_k$  e fase da portadora,  $\theta_k$ , figura 2.9. Em termos de envoltória complexa, o vetor das estatísticas suficientes para a segunda implementação é escrita como:

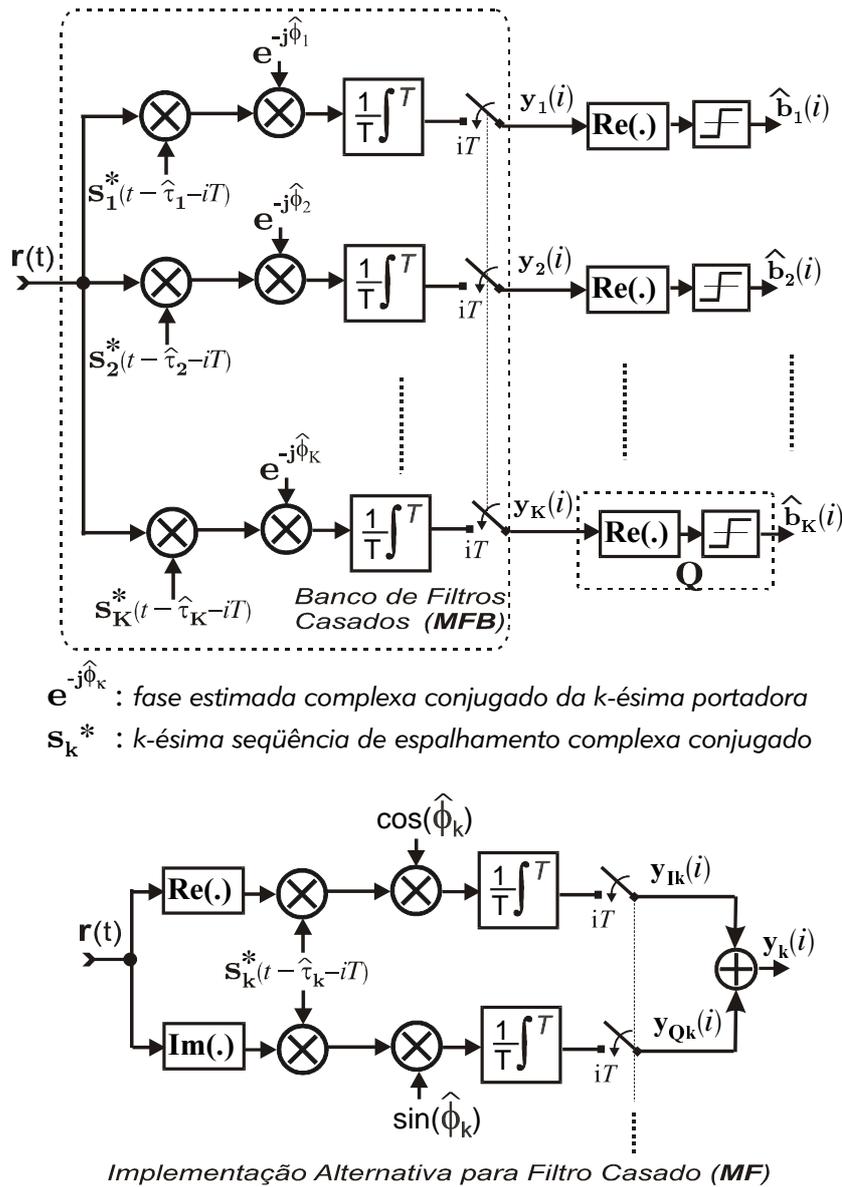
$$\mathbf{y} = \cos(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{y}_I + \sin(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{y}_Q$$

Note-se que as seqüências de espalhamento  $s_k(t)$  são assumidas conhecidas e tanto a fase da portadora como o atraso de cada usuário devem ser estimados no receptor,  $\hat{\tau}_k, \hat{\theta}_k$ , respectivamente.

Em um sistema síncrono, a saída do MFB para o  $n$ -ésimo instante de amostragem pode ser expressa matricialmente por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{W}(i) \mathbf{b}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (2.58)$$

onde  $\mathbf{R}$  é a matriz de correlação normalizada com a diagonal principal unitária e as demais dadas por  $R_{\ell,m} = \frac{1}{T} \int_0^T s_\ell(t) s_m^*(t) dt$ , com  $\ell \neq m$ ;  $\ell$  e  $m = 1, 2, \dots, K$ ;  $(\bullet)^*$  denota conjugado de número complexo. O vetor ruído colorido  $\mathbf{n}(i)$  tem matriz de covariância  $\mathbb{E}[\mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i)] = \mathbf{R}N_0$ , com  $(\bullet)^H =$  conjugada transposta.  $\mathbf{W}(i)$  é a matriz diagonal Ganho de Canal, com componentes dada por (2.31). Assume-se aqui que o desvanecimento do canal é do tipo Rayleigh Plano, isto é lento o suficiente para que os coeficientes de canal  $|C_k(i)| \exp[j\theta_k]$  possam ser considerados constantes durante alguns períodos de símbolo,  $T$ . Para canais com desvanecimento Rayleigh  $C_k$  apresenta média zero e variância complexa unitária; o módulo  $|C_k|$  terá distribuição Rayleigh e a fase,  $\theta_k$ , terá distribuição uniforme no  $[-\pi, +\pi]$ . Detalhes sobre o canal Rayleigh e as diferentes formas de implementação computacional são apresentados nas seções 2.6 e 2.6.5.3.



**Figura 2.9.** Duas implementações para o detector Convencional em canal assíncrono.

O desempenho do detector Convencional é pobre quando o número de usuários do sistema for elevado ou quando houver sinalização eficiente em banda. Em ambos os casos, a MAI é significativa, limitando o desempenho. Visando melhorar o desempenho, utiliza-se processamento de sinal adicional às saídas  $y$  dos MFB. Quando as matrizes de correlação  $\mathbf{R}$  e a de ganho de canal  $\mathbf{W}$  puderem ser estimadas com acurácia ou perfeitamente conhecidas no receptor, desempenhos melhorados podem ser obtidos.

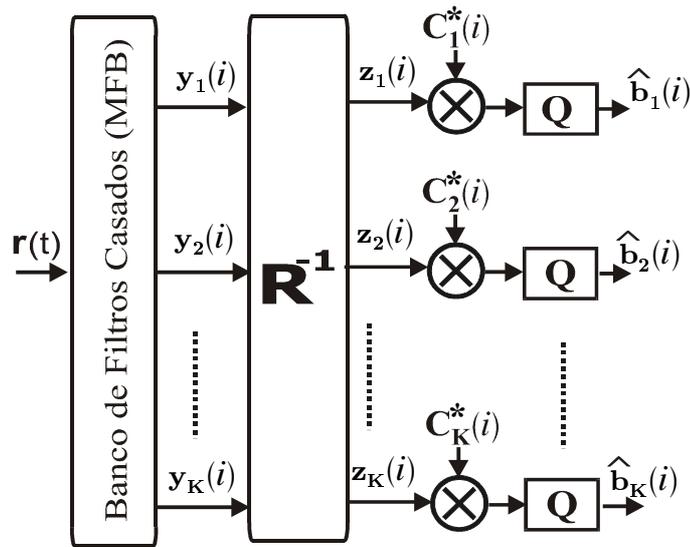
### 2.3.2 Decorrelator

O detector multiusuário linear de Descorrelação aplica a matriz de correlação inversa,  $\mathbf{T} = \mathbf{R}^{-1}$ , à saída do detector Convencional objetivando o desacoplamento dos sinais dos usuários interferentes,

resultando em um receptor resistente ao efeito *near-far* [Verdú 86a], [Verdú 98], [Xie 90], figura 2.10. As saídas contendo os sinais descorrelacionados são:

$$\mathbf{z}(i) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}(i) = \mathbf{W}(i)\mathbf{b}(i) + \mathbf{v}(i) \quad (2.59)$$

onde:  $\mathbf{z}$  = métrica de decisão;  $\mathbf{v}(i) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{n}(i)$  é o vetor ruído colorido.



**Figura 2.10.** Detector de descorrelação.

A transformação linear de descorrelação é a projeção do sinal do usuário desejado em um espaço ortogonal àquele definido pelos sinais interferentes. O desempenho do Decorrelator em canal AWGN não é afetado pelas disparidades de potência dos usuários, possibilitando a detecção sem o conhecimento das amplitudes dos sinais recebidos. No entanto, a estimativa de dados para canais com desvanecimento depende do conhecimento das estatísticas do canal:

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(\text{Re}[z_k C_k^*(i)]) \quad (2.60)$$

A probabilidade de erro de símbolo para o  $k$ -ésimo usuário pode ser representada por [Verdú 90]:

$$\text{Pe}_{k,i} = Q\left(\frac{\mathbb{E}[z_{k,i}]}{\sqrt{\text{var}[z_{k,i}]}}\right) \quad (2.61)$$

onde a média e a variância para a métrica de decisão à saída do MFB em um canal AWGN são dadas, respectivamente, por  $\mathbb{E}[\mathbf{z}] = \mathbf{W}\mathbf{b}$  e

$$\begin{aligned} \text{var}[\mathbf{z}] &= \mathbb{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^T] - \mathbb{E}[\mathbf{z}]\mathbb{E}[\mathbf{z}^T] \\ &= \mathbb{E}[(\mathbf{W}\mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{n})(\mathbf{W}\mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{n})^T] - (\mathbf{W}\mathbf{b})(\mathbf{W}\mathbf{b})^T \\ &= \mathbf{R}^{-1}\sigma_n^2\mathbf{R}(\mathbf{R}^{-1})^T \\ &= \sigma_n^2(\mathbf{R}^{-1})^T \end{aligned} \quad (2.62)$$

com  $\mathbb{E}[\mathbf{n}] = 0$ ;  $\mathbb{E}[\mathbf{n}\mathbf{n}^T] = \sigma_n^2\mathbf{R}$  e  $\sigma_n^2 =$  potência do AWGN no receptor. Utilizando este resultado em (2.61) resulta a expressão (2.48).

As principais vantagens associada à implementação do Decorrelator são:

- significativo aumento de desempenho / capacidade em relação ao detector Convencional;
- em canais AWGN não necessita estimativa das amplitudes recebidas;
- menor complexidade computacional que o detector Ótimo:  $\mathcal{O}(K^3)$ , tabela 1.1;
- produz valores ótimos de desempenho para ambiente com forte efeito *near-far*;
- em sistemas síncronos é capaz de decorrelacionar um bit por vez: para o bit  $k$ , necessita-se apenas aplicar a  $k$ -ésima linha de  $\mathbf{R}^{-1}$  para estimar a saída do banco de filtros casados.

No entanto, ao Decorrelator estão associadas as desvantagens:

- aumento do ruído, similar ao equalizador *zero-forcing*: a potência associada ao termo de ruído,  $\mathbf{v}(i)$ , à saída do Decorrelator, é sempre maior ou igual a potência associada ao termo de ruído à saída do detector Convencional, o que pode ser verificado pelo matriz de covariância do vetor ruído colorido:  $\mathbb{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^H] = \mathbf{R}^{-1}N_0$ ;
- excessivo tempo para computar a inversão de  $\mathbf{R}$ , tornando difícil o cálculo em tempo real;
- em sistemas assíncronos, a matriz de correlação terá dimensão da ordem de  $\mathcal{M}K$ , grande demais para uma mensagem típica de comprimento  $\mathcal{M}^{18}$ .

### 2.3.3 Detector Multiusuário Linear de Mínimo Erro Quadrático Médio (MMSE)

O detector multiusuário MMSE leva em conta o ruído de fundo (aleatório), resultando em igual ou melhor desempenho, em termos de BER, que o detector de decorrelação. Quando o ruído AWGN tender a zero, o detector MMSE converge, em termos de desempenho, para o Decorrelator. No entanto, a estimativa para o vetor de dados necessita conhecer as potências dos sinais recebidos. O

<sup>18</sup> Este problema é contornado truncando-se a janela de observação para algumas unidades ou dezenas de bits, resultando em alguma perda de desempenho.

detector MMSE substitui a transformação do Decorrelator por:

$$\mathbf{T} = [\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2}]^{-1} \quad (2.63)$$

com a matriz diagonal:

$$\sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2} = \text{diag} \left\{ \frac{\sigma_n^2}{A_1^2}, \frac{\sigma_n^2}{A_2^2}, \dots, \frac{\sigma_n^2}{A_K^2} \right\} \quad (2.64)$$

a qual minimiza o erro quadrático médio entre os dados transmitidos e a saída do detector Convencional, e maximiza a SNR à saída do detector MMSE:

$$\min \mathbb{E} \left[ (\mathbf{z} - \mathbf{b})^H (\mathbf{z} - \mathbf{b}) \right] \quad (2.65)$$

A dependência do detector MMSE em relação às amplitudes recebidas é apenas devido à relação sinal-ruído,  $\frac{A_k}{\sigma}$ . Assume-se matriz de energia ou de amplitudes não singular; apenas os usuários ativos são considerados, com variância do ruído dada por  $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2}$  [Xie 90] e [Madhow 94].

O problema da minimização do erro quadrático médio (2.65) pode ser resolvido como a otimização em um espaço de dimensão finita através da escolha adequada do vetor transformação,  $\mathbf{t}_k$ ,  $K \times 1$ , de tal forma a minimizar

$$\mathbb{E} \left[ (b_k - \mathbf{t}_k^H \mathbf{y})^2 \right] \quad (2.66)$$

resultando em  $K$  problemas de otimização desacoplados (um para cada usuário), que podem ser resolvidos simultaneamente escolhendo-se adequadamente a matriz de transformação  $\mathbf{T}$ ,  $K \times K$ ,

$$\min_{\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{K \times K}} \mathbb{E} [\|\mathbf{b} - \mathbf{T}\mathbf{y}\|^2] \quad (2.67)$$

cuja média é tomada em relação ao vetor de bits transmitido,  $\mathbf{b}$ , e o vetor ruído em  $\mathbf{y}$ , (2.10), será AWGN com matriz de covariância igual a  $\sigma_n^2 \mathbf{R}$ . As saídas do detector linear MMSE seguem as decisões:

$$\hat{b}_k = \text{sgn} \left( [\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2}]^{-1} \mathbf{y} \right)_k \quad (2.68)$$

As principais desvantagens do detector MMSE são:

- Requer estimativa das amplitudes;
- Desempenho depende das potências dos usuários interferentes.

Outra formulação para o problema MMSE consiste em substituir  $\mathbf{b}$  de (2.67) por  $\mathbf{A}\mathbf{b}$ , equivalente a tentar reproduzir  $A_k b_k$  ao invés de  $b_k$  à saída da transformação linear. Como as amplitudes  $A_k$  são

assumidas conhecidas no MMSE, então a solução para este problema de otimização conduz à mesma transformação de (2.63).

Enquanto o receptor Convencional é otimizado para tratar exclusivamente o AWGN, o detector de Descorrelação elimina a MAI, descuidando do ruído de fundo. Em contraste, o detector linear MMSE pode ser visto como uma solução de compromisso que leva em conta tanto o AWGN quanto a MAI. De fato, ambos os receptores, o Convencional e de Descorrelação, são casos limites do detector MMSE:

1. mantendo-se  $A_1$  fixo, tomando-se  $A_2, A_3, \dots, A_K \rightarrow 0$ , a primeira linha de  $[\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2}]^{-1}$  tende a  $\left[ \frac{A_1^2}{A_1^2 + \sigma_n^2}, 0, \dots, 0 \right]$ , que corresponde ao filtro casado para o usuário 1. Ou, caso todas as amplitudes sejam mantidas fixas e tomando-se  $\sigma_n \rightarrow 0$ , a transformação linear para o detector linear MMSE tende a:

$$[\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2}]^{-1} \rightarrow [\mathbf{R}]^{-1} \quad (2.69)$$

2. Quando  $\sigma_n$  cresce,  $[\mathbf{R} + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2}]^{-1}$  torna-se uma matriz diagonal; portanto, o detector MMSE tende ao detector Convencional quando  $\sigma_n \rightarrow \infty$ .

Versões adaptativas para os MuD linear MMSE podem ser encontradas em [Madhow 94], [Miller 95]. Chen e Roy propuseram uma aproximação adaptativa para o Decorrelator [Chen 94].

### 2.3.4 Desempenho para o Decorrelator e MMSE: AME, NFres e BER

Foi mostrado em [Lupas 89b] e [Verdú 98] que a eficiência assintótica multiusuário para o  $k$ -ésimo usuário em um Decorrelator síncrono independe tanto do nível do ruído quanto das amplitudes dos interferentes, e portanto resulta igual à resistência ao efeito *near-far*:

$$\bar{\eta}_k^{Decor} = \eta_k^{Decor} = \frac{1}{[\mathbf{R}^+]_{kk}} \quad (\text{Sínc.}) \quad (2.70)$$

Observa-se que o Decorrelator síncrono obtém resistência ao efeito *near-far* idêntica ao detector multiusuário ótimo (2.45), figura 2.4. A eficiência assintótica do Decorrelator independe da relação de amplitudes Interferente/Usuário de Interesse. É menor que a eficiência assintótica do detector *single-user* filtro casado quando o interferente for fraco. Para dois usuários, esta condição é dada por

$$\frac{A_2}{A_1} \leq \frac{1 - \sqrt{1 - \rho_{12}^2}}{|\rho_{12}|} \quad (2.71)$$

Quando a amplitude interferente for pequena o suficiente, o detector Convencional será preferível ao Decorrelator. A razão é que embora as componentes nas respectivas estatísticas de decisão, devido ao usuário de interesse, sejam idênticas em ambos os casos, a componente devido ao ruído tem variância

$\sigma^2$  no detector Convencional contra  $\frac{\sigma^2}{1-\rho_{12}}$  para o Decorrelator. Portanto, o preço pago pela completa eliminação da MAI é, neste caso, um acréscimo de ruído. A AME do Decorrelator será igual à AME de pior caso do detector Ótimo no ponto  $A_2 = |\rho_{12}| A_1$ , figura 2.4.

A grande vantagem de se empregar o detector de Descorrelação está no fato de se combater otimamente o efeito *near-far*, não requerer conhecimento das amplitudes interferentes e atingir o mesmo grau de robustez contra desajustes nas amplitudes recebidas que o obtido com detectores ótimos de complexidade exponencial, porém com complexidade computacional por bit demodulado similar àquela do detector *single-user* de filtro casado.

A equação (2.69) mostra que o detector MMSE converge para o Decorrelator quando as amplitudes são mantidas fixas e a SNR tende a infinito. Este fato implica que o MMSE possui a mesma eficiência assintótica e resistência ao efeito *near-far* do detector de Descorrelação. Em particular, o MMSE também alcança resistência ótima ao efeito *near-far*.

Madhow e Honig [Madhow 99] caracterizaram a resistência ao efeito *near-far* do detector MMSE em função do ganho de processamento e número de usuários, assumindo seqüências randômicas. Mostraram que para um canal DS-CDMA sem controle de potência, o número de usuários simultâneos,  $K$ , cresce linearmente com o ganho de processamento,  $N$ . Este modelamento é válido com as seguintes restrições: a) população de usuários estacionária; b) ausência de variações de parâmetros de canal. A figura 2.11 mostra os limites superior e inferior para a resistência ao efeito *near-far* média em sistemas A- e S-CDMA, com seqüências de espalhamento randômicas e  $N = 31$ , em função do número de usuários ativos. Como o limite inferior e superior são muito próximos, pode-se obter a seguinte regra de projeto para sistemas DS-CDMA: o desempenho de um detector MMSE com  $N$  derivações, será resistente ao efeito *near-far* caso satisfaça:

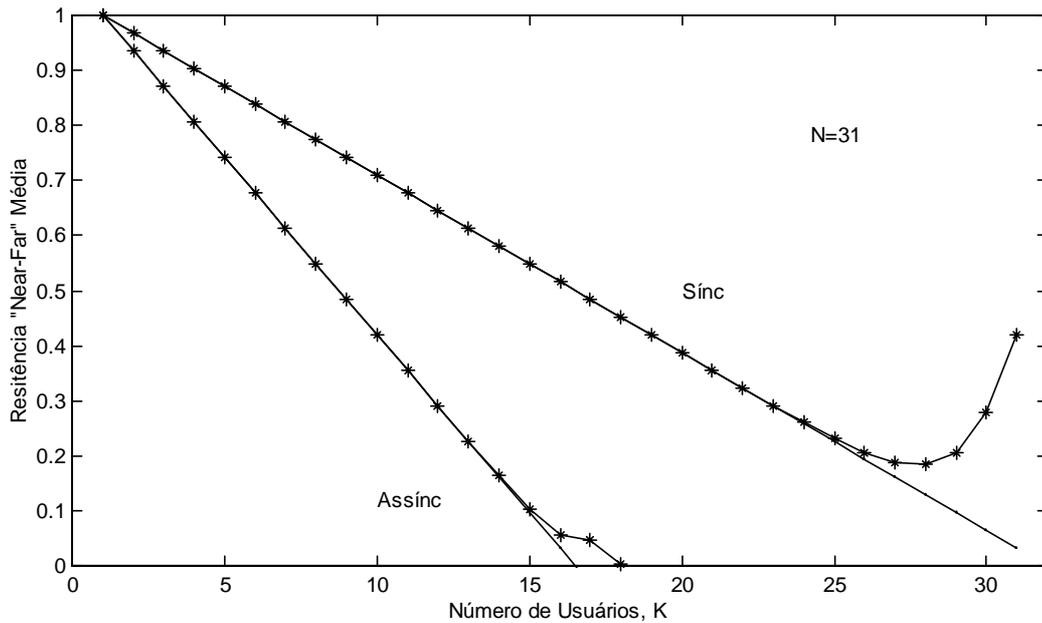
$$K - 1 < N, \quad (\text{sínc.}) \qquad K - 1 < \frac{N}{2} \quad (\text{assínc.}) \qquad (2.72)$$

Nestes casos, todos os  $K - 1$  interferentes possuem potência maior que o usuário de interesse.

A probabilidade de erro de bit para MMSE, em canal síncrono com potências e correlações quaisquer (generalização da expressão (2.49)) pode ser expressa pela aproximação Gaussiana [Poor 97]

$$\tilde{P}_{e_1}^{MMSE} = Q \left( \left[ \frac{\sigma_n^2 [\mathbf{TRT}]_{11}}{A_1^2 ([\mathbf{TR}]_{11})^2} + \sum_{k=2}^K \beta_k^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{sínc.}) \qquad (2.73)$$

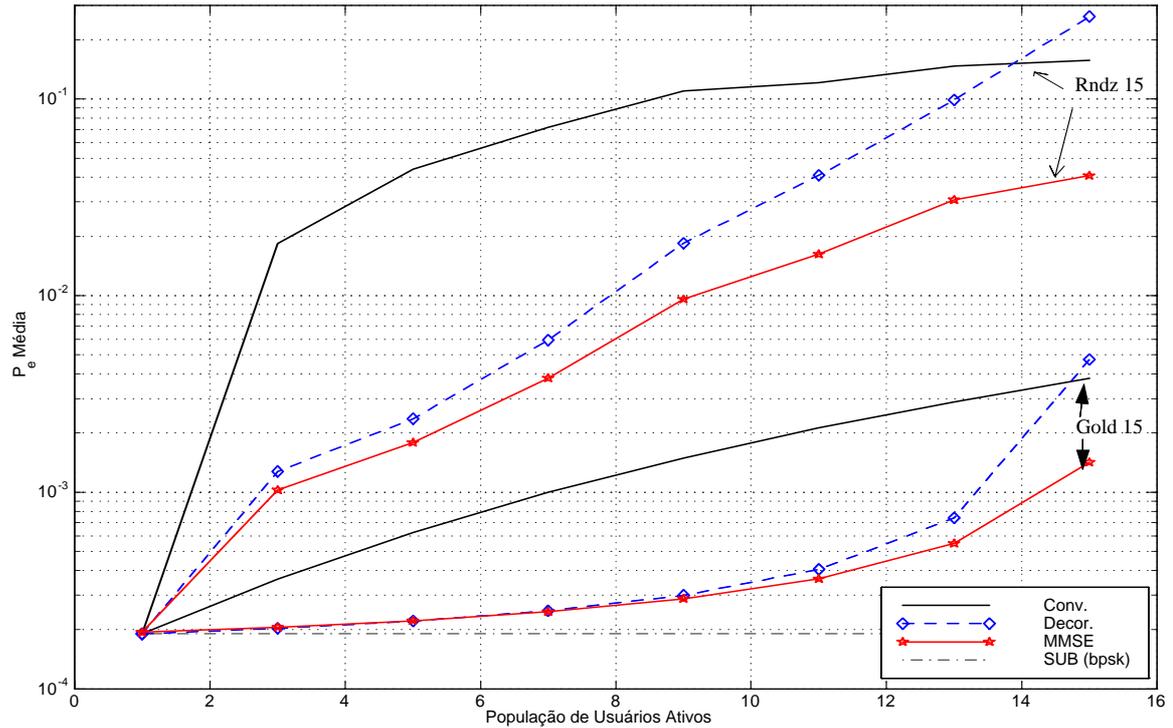
onde  $\beta_k = \frac{B_k}{B_1} = k$ -ésimo coeficiente adicional da MAI normalizada;  $B_k = A_k [\mathbf{TR}]_{1k}$ ;  $\mathbf{T}$  = matriz de transformação para o MMSE (2.63). Esta aproximação substitui a distribuição binomial



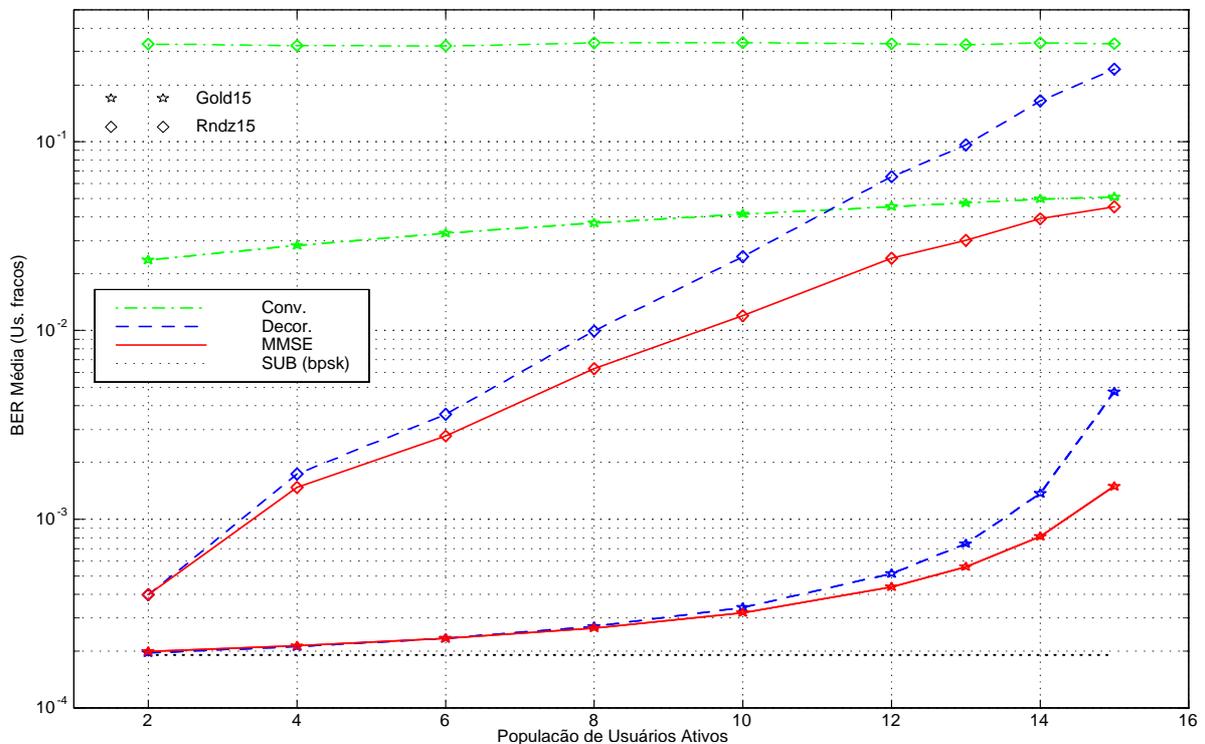
**Figura 2.11.** Limites superior (---\*) e inferior (—) para o desempenho *near-far* do MMSE considerando seqüências randômicas.

da MAI normalizada,  $\beta_2 b_2 + \beta_3 b_3 + \dots + \beta_K b_K$ , pela distribuição Gaussiana de idêntica variância,  $(\beta_2^2 + \beta_3^2 + \dots + \beta_K^2)$ , resultando em ótima aproximação para todos os casos de interesse prático.

Nas figuras 2.12 e 2.13 são apresentados resultados ilustrativos de desempenho para os receptores Convencional, Decorrelator e MMSE com o número de usuários síncronos crescente,  $\frac{E_b}{N_0} = 8$  dB e seqüências de espalhamento de comprimento  $N = 15$  Randômicas (Rndz15) e de baixa correlação cruzada, Gold15. Tanto para seqüências de Gold quanto para Rndz, note-se uma redução na taxa de erro de bit quando se emprega detecção multiusuário linear MMSE ou Decorrelator em relação ao receptor Convencional e uma pequena melhoria do MMSE sobre o Decorrelator para uma ampla faixa de carregamentos. Na figura 2.13, a imunidade ao efeito *near-far* do Decorrelator e do MMSE é mostrada para o caso do último usuário chegar ao receptor com desajuste de energia de 9dB acima dos demais. Observe-se que o efeito do desajuste de potência de um único usuário sobre o desempenho do receptor Convencional já é devastador, quer seja utilizando-se seqüências de espalhamento de Gold ou Randômicas.



**Figura 2.12.** Desempenho médio sobre todos os usuários ativos para receptores Convencional, Decorrelator e MMSE síncronos com população crescente. Controle perfeito de potência recebida;  $E_b/N_0 = 8$  dB e  $N = 15$ ; seqüências de Gold e Randômicas.



**Figura 2.13.** Ambiente com desajuste de potência para os receptores Convencional, Decorrelator e MMSE síncronos.  $E_b/N_0 = 8$  dB para todos os usuários, exceto o último com +9dB em relação aos demais. Desempenho médio sobre os  $K - 1$  usuários de mesma potência; seqüências de Gold e Randômicas,  $N = 15$ .

### 2.3.4.1 AME e NFRes - Caso Assíncrono

Em um receptor DS/CDMA assíncrono (2.21), o vetor saída do filtro casado em tempo discreto pode ser representado no domínio  $z$  transformado como

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{R}^H [1] z + \mathbf{R} [0] + \mathbf{R} [1] z^{-1} \quad (2.74)$$

com o respectivo vetor  $\tilde{\mathbf{n}} [z] =$  variável Gaussiana independente com matriz de covariância  $\sigma^2 \mathbf{I}$ . Assim, analogamente ao Decorrelator síncrono, uma escolha natural para a transformação linear capaz de recuperar os bits transmitidos será tomar a inversa da função de transferência do canal em tempo discreto. Portanto a transformação linear para o Decorrelator assíncrono será

$$\mathbf{T} = (\mathbf{R}^H [1] z + \mathbf{R} [0] + \mathbf{R} [1] z^{-1})^{-1} \quad (2.75)$$

resultando na AME e NFRes para o  $k$ -ésimo usuário

$$\bar{\eta}_k^{Decor} = \eta_k^{Decor} = \frac{1}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [\mathbf{R}^H [1] z + \mathbf{R} [0] + \mathbf{R} [1] z^{-1}]_{kk}^+ d\omega} \quad (\text{Assinc.}) \quad (2.76)$$

A probabilidade de erro de bit é imediatamente obtida através de (2.47).

Analogamente, o detector linear MMSE para canal assíncrono será um filtro linear invariante no tempo de  $K$  entradas e  $K$  saídas e função de transferência

$$\mathbf{T} = (\mathbf{R}^H [1] z + \mathbf{R} [0] + \sigma_n^2 \mathbf{A}^{-2} + \mathbf{R} [1] z^{-1})^{-1} \quad (2.77)$$

E uma vez que o MMSE converge para o Decorrelator quando  $\sigma \rightarrow 0$ , então a AME e NFRes do detector MMSE são idênticas às do Decorrelator, tanto para o caso síncrono (2.70), como o assíncrono (2.76)

$$\bar{\eta}_k^{MMSE} = \eta_k^{MMSE} = \bar{\eta}_k^{Decor} = \eta_k^{Decor} \quad (2.78)$$

Além do MMSE, existem outras abordagens que não se utilizam da decorrelação de sinais para atenuar os efeitos da interferência MAI. Em [Monk 94], [Davis 96] foi proposto um tipo de detector linear que desconsidera o sincronismo ou o ajuste das seqüências interferentes. Nesta abordagem, a MAI é aproximada a um processo estacionário assumindo-se desconhecidas as seqüências de espalhamento, tendo periodicidade infinita. A densidade espectral de potência da MAI depende exclusivamente da forma de onda de chip, do número de usuários ativos e respectivas energias.

### 2.3.4.2 Efeito do Tamanho da Janela de Observação, $\mathcal{M}$ , sobre a AME e NFRes no Decorrelator

Detectores lineares assíncronos que utilizam inversão da matriz de correlação para obter o desacoplamento da MAI, como o Decorrelator e o MMSE, idealmente necessitariam operar sobre toda a mensagem, a qual, para os casos práticos, é muito grande ou mesmo pode ser considerada infinita. Para o Decorrelator assíncrono Ideal [Verdú 90] resulta em um filtro com resposta impulsiva infinita (IIR), o qual deve processar a seqüência total do sinal recebido.

A detecção de usuários assíncronos genéricos,  $\tau_k \in [-T, T]$  não ordenados, pode ser interpretada como cada símbolo sendo transmitido por usuários *virtuais* distintos em um canal síncrono no intervalo  $[-MT, MT + 2T]$ , figura 2.3.a, porém incluindo atrasos negativos. No caso de  $K$  usuários, simplesmente aplica-se um método de detecção similar ao caso síncrono, porém expande-se a janela de observação sobre toda a mensagem transmitida,  $\mathcal{M} = 2M + 1$ , para todas as entradas dos  $K$  usuários. Tem-se então o equivalente a  $(2M + 1)K$  usuários virtuais síncronos. Quando  $\mathcal{M} \rightarrow \infty$ , a NFRes do Decorrelator assíncrono de (2.76) resultará em resistência ao efeito *near-far* semelhante ao síncrono (2.70). No entanto, para os casos realistas de interesse,  $\mathcal{M}$  é muito grande, resultando em complexidade computacional elevada, tornando inviável a inversão da matriz de correlação normalizada em (2.25) com dimensão da ordem de  $(2M + 1)K$ , bem como introduz atrasos de processamento intoleráveis. Note-se que a matriz de correlação deve ser atualizada ou recalculada sempre que ocorrer pelo menos uma das seguintes mudanças:

- ativação ou desativação de usuário;
- mudanças nos atrasos de propagação de pelo menos um usuário ativo<sup>19</sup>.

Como o atraso e complexidade de processamento inviabilizam este processamento, adotam-se janelas de observação finitas: são os *MuD Lineares assíncronos Truncados*. O desempenho obtido com os MuD truncados é inferior ao correspondente ideal ( $\mathcal{M} \rightarrow \infty$ ). Porém, em geral, para a maioria dos detectores truncados propostos na literatura, obtém-se desempenho bem próximo ao ideal com janela de observação de alguns períodos de bits,  $T_b$ . Alternativas para o *Decorrelator assíncrono Ideal* incluem a abordagem *One-Shot*, versão fixa [Verdú 88], e adaptativa, [Myers 97] que consiste em realizar o cálculo a partir de um *janelamento truncado* dos sinais dos usuários ativos e o *Decorrelator Aproximado* [Verdú 98]. Variações da abordagem *One-Shot* para o Decorrelator assíncrono incluem *Sliding Windows* [Wijayasuriya 92], [Wijayasuriya 96], *Decorrelator Auxiliado por Decisão de Bit das Bordas* (Edge Decision Assisted Decorrelator, *EDAD*) [Shen 99], *Detector*

<sup>19</sup> Devido à mobilidade e/ou multipercurso do sinal.

de Inserção de Bit Isolado (Isolation Bit Insertion, *IBI*), [Barton 95b], [Barton 95a] e o *Decorrelator Linear assíncrono de Comprimento de Memória Finita* [Juntti 97b], [Juntti 97a].

A solução Decorrelator assíncrono truncado que segue a abordagem síncrona com usuários virtuais é subótima com complexidade por bit demodulado similar àquela do caso síncrono,  $\mathcal{O}(K^3)$ , porém independente do tamanho da mensagem, conduzindo a soluções factíveis quando o número usuários não for muito elevado. A razão para a existência de tal algoritmo se deve às características da matriz de correlação normalizada  $\mathfrak{R}$  em (2.25). Cada símbolo sobrepõe-se a apenas dois símbolos consecutivos de cada usuário distinto. Seja o exemplo da figura 2.3, para o caso de  $K = 2$  usuários ativos e tamanho da janela de observação  $\mathcal{M} = 5$ . A matriz de correlação normalizada correspondente será

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{21} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{21} & 1 & \rho_{12} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \rho_{21} & 1 & \rho_{12} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \rho_{12} & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 10} \quad (2.79)$$

com as correlações cruzadas par e ímpar dadas por (2.22a) e (2.22b). Aumentando-se a janela de observação, resulta em melhoria de desempenho acompanhado de uma complexidade adicional.

No Decorrelator assíncrono truncado *One-Shot-IT* de [Verdú 88], alternativa para o Decorrelator assíncrono *ideal*, ao contrário de se observar uma quantidade considerável de intervalos de símbolos, os sinais são demodulados e decisões são feitas baseadas apenas em um único intervalo de símbolo,  $\mathcal{M} = 1$ . Descarta-se toda informação fora da janela de observação  $[0, T]$ . Seja o caso de 2 usuários. Tomando-se o bit central do usuário 1,  $b_1[0]$ , figura 2.3.b, existirá sobreposição em relação aos bits do usuário 2,  $b_2[-1]$  no  $[0, \tau_2]$  e ao bit  $b_2[0]$  no  $[\tau_2, T]$ , equivalendo a 3 usuários síncronos virtuais, com seqüências de energias unitárias dadas por

$$\tilde{s}_1(t) = s_1(t) \quad (2.80)$$

$$\tilde{s}_2(t) = \frac{s_2^L(t)}{\sqrt{\varepsilon_2}} \quad (2.81)$$

$$\tilde{s}_3(t) = \frac{s_2^R(t)}{\sqrt{1 - \varepsilon_2}} \quad (2.82)$$

e energia parcial do sinal interferente considerando o intervalo de sobreposição à esquerda, dada por:

$$\varepsilon_2 = \int_0^{\tau_2} s_2^2(t + T - \tau_2) dt \quad (2.83)$$

com  $0 < \varepsilon_2 < 1$ , resultando na matriz de correlação

$$\mathbf{R}^{OShot_{1T}} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\rho_{21}}{\sqrt{\varepsilon_2}} & \frac{\rho_{12}}{\sqrt{1-\varepsilon_2}} \\ \frac{\rho_{21}}{\sqrt{\varepsilon_2}} & 1 & 0 \\ \frac{\rho_{12}}{\sqrt{1-\varepsilon_2}} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

de dimensão  $(2K - 1) \times (2K - 1)$  e a vantagem de redução na complexidade de implementação, porém com as seguintes desvantagens quando comparado ao Decorrelator assíncrono Ideal:

- pior desempenho (BER, AME e NFRes);
- $\mathbf{R}^{OShot_{1T}}$  pode resultar singular, mesmo se a condição de realização estável para o filtro do Decorrelator (*zero-forcing equalizer*) existir,  $\det[\mathbf{R}^\top [1] e^{j\omega} + \mathbf{R} [0] + \mathbf{R} [1] e^{-j\omega}] \neq 0$  para todo  $\omega \in [0, 2\pi]$ ;
- requer filtros casados parciais para os bits interferentes.

A eficiência assintótica e a resistência ao efeito *near-far* do Decorrelator *One-Shot-IT* são idênticas e dadas pelo inverso do primeiro elemento da diagonal principal da inversa da matriz de correlação. Para dois usuários resulta

$$\frac{1}{\bar{\eta}_1^{OShot_{1T}}} = \frac{1}{\mathbf{R}_{11}^+} = 1 - \frac{\rho_{12}^2}{1 - \varepsilon_2} - \frac{\rho_{21}^2}{\varepsilon_2} \quad (2.85)$$

De (2.85) conclui-se que o desempenho do Decorrelator *One-Shot-IT* dependerá, além das correlações cruzadas, também das energias parciais dos sinais interferentes,  $\varepsilon_k$ . A probabilidade de erro de bit para o Decorrelator *One-Shot-IT* é obtida imediatamente de (2.85) em (2.47).

A partir de (2.76), obtém-se a NFRes do Decorrelator Ideal para o caso de 2 usuários assíncronos [Verdú 98]

$$\frac{1}{\bar{\eta}_1^{DecorAss_Clas}} = \sqrt{[1 - (\rho_{12} + \rho_{21})^2] [1 - (\rho_{12} - \rho_{21})^2]} \quad (2.86)$$

Note-se que para o Decorrelator assíncrono Ideal, a resistência ao efeito *near-far* é a média geométrica das NFRes síncronas "ótimas", equação (2.46), obtidas a partir das correlações cruzadas periódicas par e ímpar,  $\rho_{12} + \rho_{21}$  e  $\rho_{12} - \rho_{21}$ , respectivamente. O desempenho do Decorrelator assíncrono Ideal supera o do Decorrelator *One-Shot-IT*, uma vez que aquele considera janela de observação infinita e portanto não é afetado pelos erros de decisão dos bits de borda que qualquer Decorrelator de janela truncada apresenta. Assim, o Decorrelator assíncrono Ideal deve ser utilizado

K	$\bar{\eta}_1^{DecAs\_OShot} = \frac{1}{[\Gamma^{OShot\_1T}]_{11}}$	$\bar{\eta}_1^{DecAs\_Ideal}$ , eq (2.76)
2	0,4762	0,63232
3	0,3778	0,57571
4	0,3095	<b>0,50665</b>
5	0,2334	0,41134

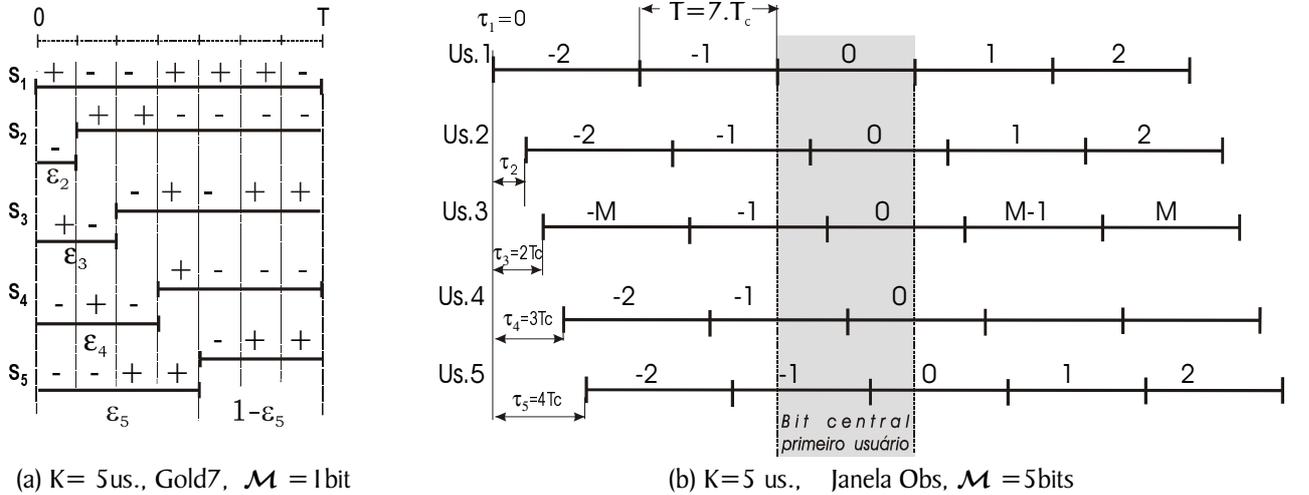
**Tabela 2.1.** Resistência ao efeito *near-far* para o Decorrelator Clássico e *One-Shot\_1T*

como referência quando se avalia o desempenho de novas propostas de Decorrelatores assíncronos truncados.

A *eficiência assintótica* para o Detector Ótimo assíncrono, no caso de 2 usuários com tamanho de mensagens transmitidas infinita, figura 2.4, torna-se [Verdú 90]

$$\bar{\eta}_1^{OptAssinc} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad 1 + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 2\frac{A_2}{A_1} \max\{|\rho_{12}|, |\rho_{21}|\}, \\ 1 + 2\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 2\frac{A_2}{A_1} (|\rho_{12}| + |\rho_{21}|) \end{array} \right\} \quad (2.87)$$

Para se ter uma idéia da perda de desempenho do Decorrelator assíncrono *One-Shot 1T* em relação ao Ideal, considere um sistema com seqüências de espalhamento de Gold7, 5 usuários com atrasos  $[(0, 1, 2, 3, 4)T_c]$ , esquematizado na figura 2.14.a.



**Figura 2.14.** Correlações e energias parciais para 5 usuários; atrasos discretos  $[0; 1; 2; 3; 4]T_c$  e janelas de observação distintas: (a)  $M = 1$  bit e Gold7 para o Decorrelator *One-Shot-1T*; (b)  $M = 5$  bits e seqüências com  $N = 7$ .

O resultado da resistência ao efeito *near-far* para o primeiro usuário do Decorrelator *One-Shot-1T* e diferentes número de interferentes pode ser comparado na tabela 2.1 ao desempenho do Decorrelator assíncrono Ideal. Note-se a redução da NFRes com o aumento do número de usuários,  $K$ , para ambos os receptores de decorrelação assíncronos, bem como a degradação de desempenho do Decorrelator *One-Shot\_1T* em relação ao de janela infinita.

$\mathcal{M}$	$\eta_{1,i}^{\text{DecAssinc}} \text{ (AME)} - K = 4us$	$\bar{\eta}_{1,i}^{\text{DecAssinc}}$
1	0,5562	0,55624
2	0,5189 0,5447	0,51889
3	0,5181 0,5081 0,544	0,50810
4	0,5181 0,5074 0,5074 0,5440	0,50736
$\bar{\eta}_1^{\text{DecAss-Clas}} = \mathbf{0,50665}$		

**Tabela 2.2.** Exemplo de convergência da NFRes quando a janela de observação cresce em um Decorrelator assíncrono truncado.

Ainda, considerando as primeiras quatro seqüências de espalhamento da figura 2.14.a e tamanho da janela de observação variável,  $\mathcal{M} = 1, 2, 3$  e 4 bits, resultam distintas NFRes. A tabela 2.2 apresenta valores das NFRes para o primeiro usuário em função do aumento da janela de observação. Note-se que a NFRes para a janela de observação igual a 4 bits é praticamente a mesma daquela obtida anteriormente para o Decorrelator Ideal, equação (2.76), indicando a convergência de resultados quando a janela de observação cresce. Neste caso, a eficiência assintótica de um Decorrelator assíncrono com seqüência transmitida de comprimento finito [Verdú 90] para o  $i$ -ésimo bit do  $k$ -ésimo usuário é dada pela  $(k, i)$ -ésimo elemento da diagonal da inversa de (2.25),

$$\eta_{k,i}^{\text{DecAssinc}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{(k,i)(k,i)}^{-1}} \quad (2.88)$$

com  $\mathbf{R}(0)$  e  $\mathbf{R}(1)$ , neste caso, matrizes bloco  $4 \times 4$ . A resistência *near-far* corresponderá ao pior caso da eficiência assintótica.

$$\bar{\eta}_k^{\text{DecAssinc}} = \frac{1}{\max_i \left\{ \mathfrak{R}_{(k,i)(k,i)}^{-1} \right\}} \quad (2.89)$$

A abordagem *Decorrelator Aproximado* produz resultados de desempenho próximos ao caso ideal quando as correlações cruzadas normalizadas entre todas as seqüências de espalhamento resultarem muito pequenas.  $\mathbf{R}$  será fortemente diagonal e os sinais descorrelacionados à saída da matriz de transformação podem ser aproximados, negligenciando-se os coeficientes envolvendo produtos de correlações cruzadas normalizadas, resultando para o Decorrelator síncrono a aproximação:

$$\tilde{s}_k(t) \approx s_k(t) - \sum_{j \neq k} \rho_{kj} s_j(t) \quad (2.90)$$

e o Decorrelator assíncrono para o  $k$ -ésimo usuário pode ser aproximado por um filtro casado a:

$$\tilde{s}_k(t) \approx s_k(t) - \sum_{j \neq k} \rho_{jk} s_j(t - \tau_j) - \sum_{j \neq k} \rho_{kj} s_j(t - \tau_j + T) \quad (2.91)$$

Assim, no lugar de se multiplicar as saídas dos filtros casados por  $\mathbf{R}^{-1}$ , no Decorrelator aproximado [Verdú 98] processa-se estas saídas a partir de  $\mathbf{I} - \mathbf{R}$ . Esta aproximação é justificada com base na

seguinte equivalência:

$$[\mathbf{I} + \delta\mathbf{L}]^{-1} = \mathbf{I} - \delta\mathbf{L} + o(\delta) \quad (2.92)$$

A mesma abordagem pode ser empregada para obter uma aproximação em um Decorrelator assíncrono *One-Shot*, onde as saídas sobrepostas dos filtros casados são substituídas pelas saídas de filtros casados parciais. Em [Mandayam 98] analisa-se o compromisso desempenho versus complexidade de implementação para o Decorrelator com aproximação de primeira ordem em canais com desvanecimento plano, seqüências randômicas e imperfeições no controle de potência.

Soluções *One-Shot* melhoradas em relação a de [Verdú 88] foram propostas recentemente, pois mesmo truncando-se a janela de observação para um tamanho moderado (unidade ou dezenas de períodos de bit,  $T$ ), o desempenho do Decorrelator assíncrono sofrerá com os efeitos dos bits de borda, resultando em um Decorrelator não mais resistente ao efeito *near-far*. Estudos recentes enfocando Decorrelatores *One-Shot* levam em conta os bits de borda, propondo tratamentos distintos para reduzir ou mesmo eliminar o efeito do truncamento da mensagem processada.

Em [Xie 90], realiza-se primeiro a decisão *hard* sobre os bits de borda, antes de subtraí-los da seqüência do sinal na janela de observação. No entanto, decisores *hard* são inerentemente sub-ótimos, produzindo resultados errôneos para sinais fracos. Já em [Barton 95b], faz-se periodicamente a inserção de um intervalo de símbolo (IBI), sem conteúdo de transmissão (silêncio) para um número fixo de usuários. Isto eliminará o efeito dos bits de borda caso o atraso máximo entre os usuários puder ser mantido dentro de um período de símbolo, o que é razoável para códigos longos e sempre certo para códigos curtos. No entanto, esta abordagem reduz a eficiência de banda e a capacidade do canal (*throughput*) e requer a sincronização entre usuários. Em [Wijayasuriya 96], faz-se necessário um mecanismo de codificação para a estimativa dos bits de borda, tornando a abordagem não linear e complexa. Em [Juntti 97b] e [Juntti 97a] é proposto um detector multiusuário linear com *memória de comprimento finito* e analisado o efeito do comprimento do filtro de resposta impulsiva finita (FIR),  $M$ , sobre a resistência ao efeito *near-far*. Embora haja um compromisso entre o comprimento do filtro e a eficiência assintótica, o filtro resulta em um sistema não resistente ao efeito *near-far*. Ainda em [Juntti 97b] encontram-se considerações sobre os limites para  $\bar{\eta}$ , em detectores de comprimento finito (FIR Ótimo e Detector Truncado). Na obtenção da NFRes há o compromisso entre comprimento de memória do filtro e a relação entre as potências recebidas,  $\frac{P_{\max}}{P_{\min}}$ . Deve-se então selecionar adequadamente o comprimento da janela de processamento do filtro FIR. Assim, quanto maior a relação  $\frac{P_{\max}}{P_{\min}}$ , maior deverá ser o comprimento do filtro FIR. Detectores Truncados ou FIR

ótimos com comprimentos de memória moderados são suficientes para a obtenção de desempenhos melhorados em relação a detectores IIR, mesmo em ambientes com severos efeitos *near-far*.

O Decorrelator assíncrono auxiliado por decisão de bits de borda, EDAD (Edge Decision Assisted Decorrelators) [Shen 99] adota modificações às soluções propostas recentemente com relação às *decisões iniciais* sobre os bits de borda dos usuários ativos. Para o Decorrelator, empregam-se estas *decisões iniciais no auxílio às subsequentes decisões de bits dos usuários*, a serem realizadas temporalmente no interior da janela de observação. Obtém-se resistência ao efeito *near-far* para janelas de observação de tamanhos moderados, unidades ou no máximo algumas dezenas de período de símbolo.

## 2.4 Canceladores de Interferência Subtrativos

Detectores MuD baseados no cancelamento de interferência subtrativo (IC) dependem de decisões feitas sobre os bits dos usuários interferentes e utilizam estas informações na geração de estimativas da interferência de múltiplo acesso e posterior cancelamento desta interferência presente no sinal de cada usuário de interesse, podendo envolver a reconstrução dos sinais interferentes em banda larga ou em banda base [Moshavi 96], [Zvonar 95]. Esta técnica de detecção multiusuário tem como pré-requisito o conhecimento dos parâmetros de canal, necessitando portanto de estimadores eficientes para as energias, atrasos e fases das portadoras dos sinais recebidos.

O sinal residual resultante da operação de cancelamento pode ser interpretado como um sinal *single-user* em presença de ruído de canal. Intuitivamente, se todos os sinais MAI puderem ser perfeitamente cancelados, o desempenho do receptor será idêntico ao do receptor Convencional em um ambiente *single-user*, resultando em máxima resistência ao efeito *near-far* (NFRes). Na prática, a interferência jamais poderá ser cancelada perfeitamente e a eficiência será sempre menor que 1.

Os detectores IC são implementados normalmente empregando-se vários estágios, onde a expectativa é de decisões melhoradas a cada novo estágio. São similares aos equalizadores realimentados em [Proakis 89], empregados no combate à ISI. Existem basicamente três abordagens para se obter o cancelamento de interferência subtrativo: o Cancelamento<sup>20</sup> de Interferência Paralelo (PIC) [Varanasi 90], o Sucessivo (SIC) [Patel 94] e o Detector de Decisão Realimentada *Zero Forcing* (ZF-DF) [Duel-Hallen 93], [Duel-Hallen 95]. Há ainda a abordagem combinada (híbrida): GSIC (*Group-wise SIC*) e GPIC [Johansson 98], [Juntti 97a]. GIC são esquemas multiestágios com

---

<sup>20</sup> ou Cancelador

estimativas melhoradas em um modo iterativo. A estimativa do canal é feita simultaneamente sobre um grupo de usuários e cancelamentos são então realizados em paralelo ou de modo sucessivo.

A principal vantagem dos detectores baseados no cancelamento de interferência subtrativo consiste no *compromisso ótimo entre complexidade de implementação x desempenho*. A principal desvantagem desta técnica condiciona a melhoria de desempenho à obtenção de estimativas precisas dos níveis de energia de cada usuário, além das estimativas tradicionais para atraso e fase da portadora. Receptores MuD baseados no cancelamento sucessivo (SIC) apresentam a desvantagem do elevado tempo de demodulação, proporcional ao número de usuários, o que em sistemas altamente carregados pode tornar-se impraticável. Requerem a ordenação dos usuários em termos de suas energias recebidas. Isto resulta em complexidade adicional na implementação destes mecanismos de ordenação (e reordenação). Devido à sua baixa complexidade, alta capacidade, baixo tempo de latência e robustez, o cancelamento paralelo parcial multiestágio (MPPIC) torna-se uma técnica atraente para a implementação de sistemas práticos, como indicado na tabela 1.2. A única desvantagem consiste na necessidade de controle de potência.

**PIC × SIC:** caso seja garantido  $NFR \approx 0$ , a capacidade do Cancelador de Interferência Paralelo será significativamente maior que a abordagem SIC. No entanto, quando as potências dos diversos usuários diferirem significativamente (forte efeito *near-far*), a estrutura multiusuário SIC resultará em melhor desempenho que o PIC, uma vez que o algoritmo SIC, nesta situação, obterá estimativas confiáveis para os usuários mais fortes removendo sucessiva e efetivamente os interferentes mais fortes antes da detecção do sinal do usuário de interesse, o qual beneficiar-se-á desta remoção parcial de MAI.

Em termos de complexidade de implementação, mesmo modificações no SIC (GSIC) conduzem a complexidade linear com o número de usuários e estágios, idêntica ao do PIC [Johansson 98]. Porém, o receptor SIC inerentemente requer hardware adicional para a (re-) ordenação dos sinais dos usuários ativos.

Há duas formas para se realizar o cancelamento de interferência subtrativo, ambas equivalentes do ponto de vista teórico:

- **Pré-Detecção:** a reconstrução e cancelamento dos sinais interferentes é realizada *antes* da detecção do sinal do usuário de interesse, envolvendo operações de desespalhamento e respalhamento de todos os sinais dos usuários ativos no sistema antes do cancelamento da MAI;
- **Pós-Detecção:** emprega as correlações cruzadas entre usuários e as estatísticas de decisão ( $Z_i^{(s)}$ ) na reconstrução das componentes de interferência *após* a detecção.

Quando as correlações cruzadas não mudarem rapidamente, a abordagem Pós-Detecção torna-se mais eficiente do ponto de vista da implementação. No entanto, em sistemas práticos, a abordagem de cancelamento envolvendo respalhamento dos sinais interferentes é mais simples de ser implementada [Juntti 97a], [Kansanen 98a], [Kansanen 98b]. A seção 2.4.4.6 descreve os processos de pré- e pós-detecção no cancelamento de interferência paralelo subtrativo.

Alguns implementações de detectores MuD subtrativos utilizam tentativas de decisões de dados<sup>21</sup> na estimativa da interferência, enquanto outras utilizam-se apenas da decisões finais dos usuários interferentes no processo de detecção. O esquema que emprega tentativas de decisão é denominado *cancelamento de interferência com Decisão Hard* (IC-HD), cujos bits estimados obtidos nos circuitos de decisão em um determinado estágio são utilizados na reconstrução dos sinais no estágio seguinte; não é linear, requerendo estimativas realistas para as amplitudes e fases recebidas (matriz ganho de canal,  $\mathbf{W}$ ). Caso não se utilize de tentativas na decisão dos dados, o esquema é denominado *cancelamento de interferência com Decisão Soft* (IC-SD); este esquema não realiza decisões nos estágios intermediários, empregando estimativas lineares de dados na obtenção da estimativa conjunta de dados e amplitudes do usuário de interesse, resultando em maior simplicidade de implementação.

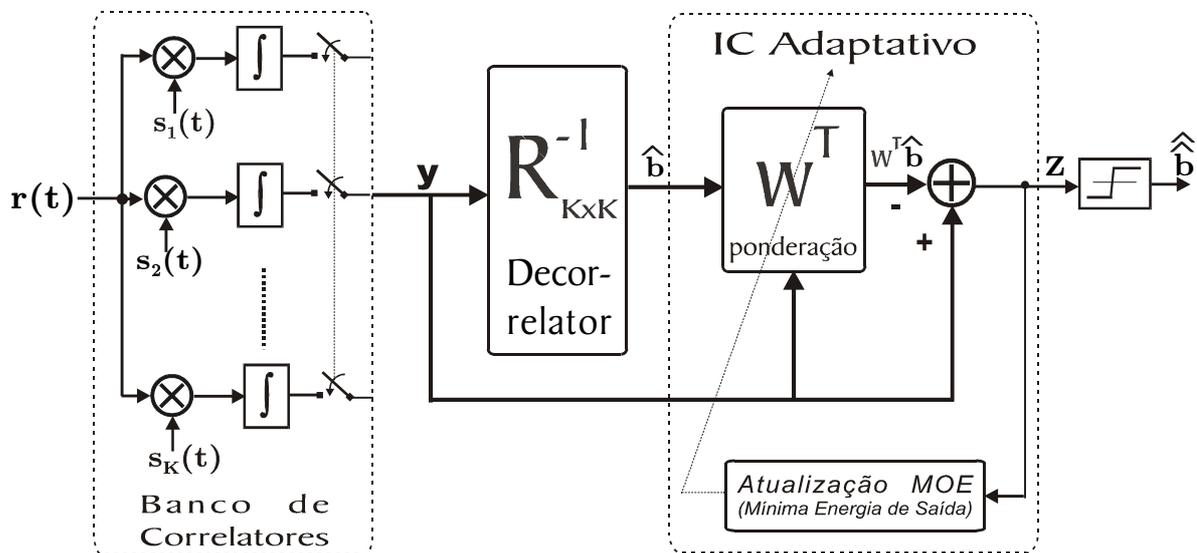
A estimativa de parâmetros de canal é uma etapa necessária à identificação, ordenação e reconstrução dos sinais dos usuários em um IC. Detectores subtrativos requerem uma confiabilidade mínima em suas decisões iniciais. Caso seja possível obter estimativas confiáveis das amplitudes, o detector IC-HD geralmente terá desempenho superior ao IC-SD. Já no processo de estimativa conjunta amplitude/bit de informação em um IC-SD baseado em um banco de filtros casados as estatísticas de decisão após o estágio cancelador de interferência são polarizadas, sendo proporcional ao número de usuários [Kaul 96], [Renucci 98]. Esta polarização pode ser constatada através da média da variável de decisão do segundo estágio (ou posteriores). A polarização na estimativa conjunta das amplitudes-bits do sinal no 2º estágio causará a inversão de desempenho; o estágio cancelador de interferência subtrativo com decisor linear ilimitado é ineficaz devido à existência do termo polarização, piorando o desempenho em relação ao sistema convencional (MF) quando o sistema estiver razoavelmente carregado. Existem várias soluções para a métrica de decisão polarizada dos estágios canceladores. Uma delas consiste na preservação da estrutura de baixa complexidade do MFB do primeiro estágio associado à *ponderação* das estimativas de decisão de MAI para os estágios canceladores (2º em diante) na proporção do grau de confiança dos sinais (cancelamento percentual, *soft* ou parcial para a MAI) [Buehrer 96a], [Renucci 98], [Correal 99]. Outra solução consiste

---

<sup>21</sup> Internamente ao demodulador do usuário de interesse.

na obtenção de estimadores não polarizados. A desvantagem aqui é o incremento considerável na complexidade de implementação.

Um abordagem alternativa para a implementação de receptores IC consiste na remoção da interferência na saída de um banco de filtros casados sem lançar mão da regeneração dos sinais interferentes. Siveski et al [Siveski 94] propuseram um meio adaptativo para se obter o cancelamento que consiste em subtrair da saída do banco de filtros casados correspondente ao usuário de interesse valores estimados de uma soma ponderada dos interferentes, figura 2.15. Esta técnica não requer seqüência de treinamento, porém exige conhecimento dos parâmetros de todos os usuários ativos para implementar o banco de filtros casados e formar boas estimativas iniciais das interferências no Decorrelator.



**Figura 2.15.** Cancelamento de interferência multiusuário adaptativo via ponderação baseada em MOE.

Canceladores de interferência são também apropriados para operarem em sistemas CDMA dinâmicos, onde os parâmetros de sistema devem ser atualizados freqüentemente devido às constantes mudanças no número de usuários, atrasos e amplitudes recebidas.

Estudos comparativos têm mostrado que o PIC e suas variações<sup>22</sup> são uma ótima escolha tecnológica na implementação de receptores DS/CDMA multiusuário para a próxima década. A implementação de receptores FIR (truncados) de comprimentos moderados são suficientes para se obter os mesmos desempenhos que os alcançados pelos IIR, mesmo sob severo efeito *near-far* [Juntti 97b]. Descrevem-se a seguir, em detalhes, estruturas receptoras multiusuário IC básicas e suas principais variações.

<sup>22</sup> Cancelamento parcial [Correal 97], [Divsalar 95], [Divsalar 96] e seletivo [Fantacci 99], [Kaul 96] e G-IC [Wijk 95], [Haifeng 97].

### 2.4.1 Canceladores de Interferência Sucessivo

O Detector de cancelamento SIC emprega abordagem de procura serial para cancelar a interferência de múltiplo acesso. Caso uma decisão tenha sido feita sobre o bit de um usuário interferente, então este sinal pode ser recriado no receptor e subtraído do sinal recebido. Assumem-se conhecidas as seqüências de espalhamento de todos os usuários, porém as energias dos usuários individuais são estimadas. Isto cancelará o sinal interferente supondo que a decisão esteja correta; caso contrário, ter-se-á a duplicação da contribuição do sinal interferente. Uma vez que a subtração tenha sido feita, o receptor passa a operar com um sinal resultante contendo um usuário interferente a menos<sup>23</sup>, e o processo pode ser repetido até que  $K - 1$  usuários tenham sido demodulados.

Visando obter as decisões intermediárias, o cancelamento sucessivo utiliza as decisões iniciais geradas nas saídas do banco de filtros casados (MFB), os quais negligenciam a presença de interferentes. A operação de cancelamento de interferência para o  $i$ -ésimo usuário é precedida pela ordenação dos sinais presentes à saída do MFB. Uma vez que decisões intermediárias errôneas afetarão a confiabilidade de todas as decisões de bits sucessivos, então a ordem com que os usuários são demodulados afetará o desempenho final do SIC. Esta ordenação pode ser baseada na estimativa das amplitudes (energias) ou em uma operação de correlação entre sinal recebido e as seqüências de espalhamento. São implementadas as etapas, figura 2.16:

1. detecção do sinal ordenado segundo o critério de maior potência estimada separadamente ou correlação, a partir de um detector convencional;
2. decodificação do  $i$ -ésimo usuário;
3. regeneração e estimativa do sinal do usuário detectado no  $i$ -ésimo cancelamento,  $\hat{z}_i$ , empregando-se decisão de dados da etapa 1, conhecimento da seqüência de espalhamento,  $s_i$ , estimativa das amplitudes, fases e desajustes temporais;
4. cancelamento (subtração) de  $\hat{z}_i$ , a partir do sinal total recebido,  $r(t)$ , produzindo uma versão deste sinal com menos interferência MAI,  $r_{i+1}(t)$ .

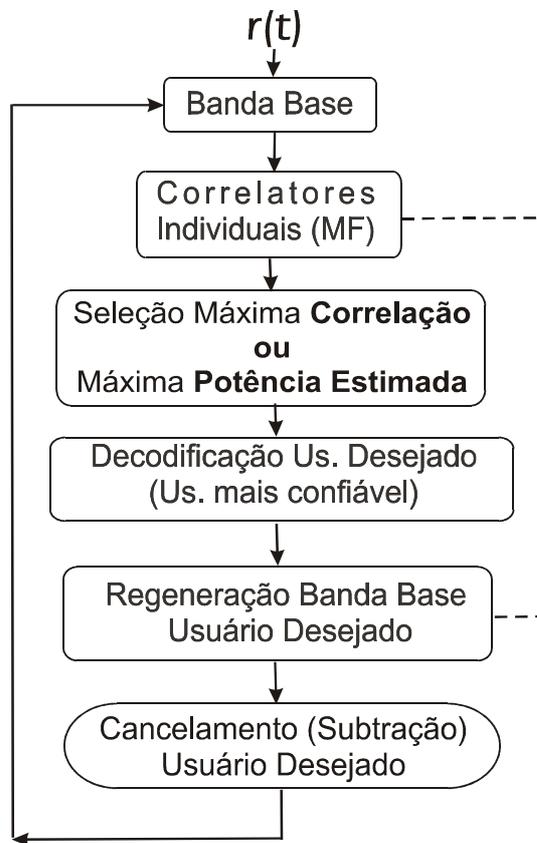
Assumindo-se estimativa precisa de  $z_i$  na etapa 3, do  $i$ -ésimo cancelamento sucessivo resultarão:

1. decisão do  $i$ -ésimo usuário ordenado;
2. versão modificada do sinal recebido,  $r_{i+1}(t)$ , sem a parcela da MAI referente ao  $i$ -ésimo usuário ordenado  $z_i$ .

O processo de cancelamento repete-se até que o usuário de menor potência recebida ou correlação seja demodulado, figura 2.16: o  $k$ -ésimo cancelamento gera uma estimativa de decisão de dados

<sup>23</sup> Pressupõe-se que as decisões prévias dos bits foram obtidas corretamente.

adicional,  $\hat{z}_k$ , e uma versão mais limpa do sinal recebido,  $r_{k+1}(t)$ . Deste modo, tenta-se cancelar a interferência multiusuário gerada pelo  $k$ -ésimo usuário e que afeta os usuários mais fracos remanescentes.



**Figura 2.16.** Etapas de um Cancelamento de Interferência Sucessivo.

A abordagem mais freqüente para a ordenação dos sinais dos usuários consiste em demodular os usuários em *ordem decrescente das potências recebidas*. No entanto, isto não conduz necessariamente ao melhor desempenho. Tal estratégia pode falhar por não levar em conta as correlações cruzadas entre os usuários. Alternativamente, o processo de ordenação para a realização dos cancelamentos em um SIC pode ser obtido a partir das *correlações das seqüências de espalhamento no receptor*,  $s_k$ , e o sinal recebido  $r(t)$  [Patel 94]. Os valores de correlação disponíveis à saída de um banco de correladores convencional são então introduzidos em um selector, o qual determina o valor da maior correlação, selecionando o usuário correspondente,  $z_i$ , para decodificação e cancelamento. Estes valores de correlação formam a base para a estimativa das amplitudes e manutenção da ordem de cancelamento<sup>24</sup>, em oposição à estratégia da estimativa das potências

<sup>24</sup> Adicionalmente, as saídas dos correladores auxiliam na obtenção da fase durante processo de demodulação não coerente.

separadas; neste caso, as estimativas das amplitudes,  $A_i$ , não são necessárias. No entanto, há de se ressaltar duas razões para o cancelamento dos sinais em ordem descendente de potência:

1. facilidade de aquisição e demodulação do usuário mais forte com maior chance de se obter decisão correta;
2. maior benefício para os remanescentes; o usuário mais forte não se beneficiará com qualquer redução de MAI, equivalendo à detecção Convencional para este usuário; porém, os sinais dos usuários mais fracos, potencialmente, terão uma significativa redução na intensidade da interferência de múltiplo acesso.

O desempenho obtido em um SIC é sempre melhor que o do detector Convencional; porém, resulta em melhores desempenhos ainda quando existir algum grau de variância nos níveis de potências recebidas (NFR). A taxa de erro de bit para o SIC decrescerá quando a variância aumentar de zero (controle perfeito de potência) até um certo nível e então começará a crescer quando as potências assumirem grande grau de variabilidade. Isto sugere que algum grau de variação nos níveis de potência é benéfico para a arquitetura SIC, possibilitando que usuários fortes sejam decodificados com baixa probabilidade de erros (sinais confiáveis) devido à reduzida MAI dos demais usuários fracos; e portanto permite que estes sinais sejam cancelados efetivamente. No entanto, se os níveis de potências tornarem-se muito díspares, os usuários fracos não poderão ser estimados adequadamente devido ao ruído resultante dos cancelamentos imperfeitos. Teoricamente, demonstra-se que a distribuição geométrica para as potências interferentes em um SIC produz os melhores resultados de desempenhos.

É possível ainda obter um esquema *SIC multiestágio*, repetindo-se a estrutura IC uma ou mais vezes (2 ou mais estágios canceladores sucessivos). No SIC multiestágio o sinal estimado proveniente do estágio anterior é adicionado ao sinal composto resultante e a saída do MF é empregada na obtenção de nova estimativa do sinal recém cancelado. Deste modo, a MAI pode ser reduzida e os sinais estimados melhorados.

O Detector SIC requer uma quantidade mínima de hardware adicional, resultando em um aumento substancial de desempenho em relação ao detector Convencional. No entanto, existem as seguintes *dificuldades de implementação*:

- atrasos adicionais de período de bit,  $T$ , a cada estágio de cancelamento; deve-se buscar compromisso entre número de usuários cancelados e quantidade de atraso a ser tolerado;
- reordenação dos sinais dos usuários ativos, uma vez que o perfil das potências mudam. Deve-se estabelecer compromisso entre precisão na ordenação das potências e complexidade aceitável de processamento;

- quando a estimativa inicial dos dados não for confiável, mesmo que estimativas de tempo, amplitude e fase sejam perfeitas, o efeito da interferência de cada bit incorreto sobre a SNR será quadruplicado em termos de potência. Em SIC, faz-se necessário pelo menos que a estimativa dos dados mais fortes sejam confiáveis.

Uma vez que o processo sucessivo de cancelamento pode introduzir um atraso de processamento proibitivo e/ou estimativas de amplitude confiáveis não puderem ser obtidas, pode-se limitar o número de cancelamentos sucessivos, e tratar os usuários do grupo mais fraco como ruído no processo de detecção de qualquer usuário pertencente a este grupo. Isto causará um impacto no desempenho do esquema IC.

No processo de reconstrução da MAI, pode-se empregar diferentes algoritmos e sinais para o cancelamento sucessivo, denominados *decisão soft* (SIC-SD), *decisão hard* (SIC-HD), *saídas do banco de filtros casados* (SIC-MF), discutidos a seguir. A seção 2.4.2 expõe alguns aspectos dos diferentes tipos de decisores utilizados em canceladores de interferência subtrativos reportados na literatura.

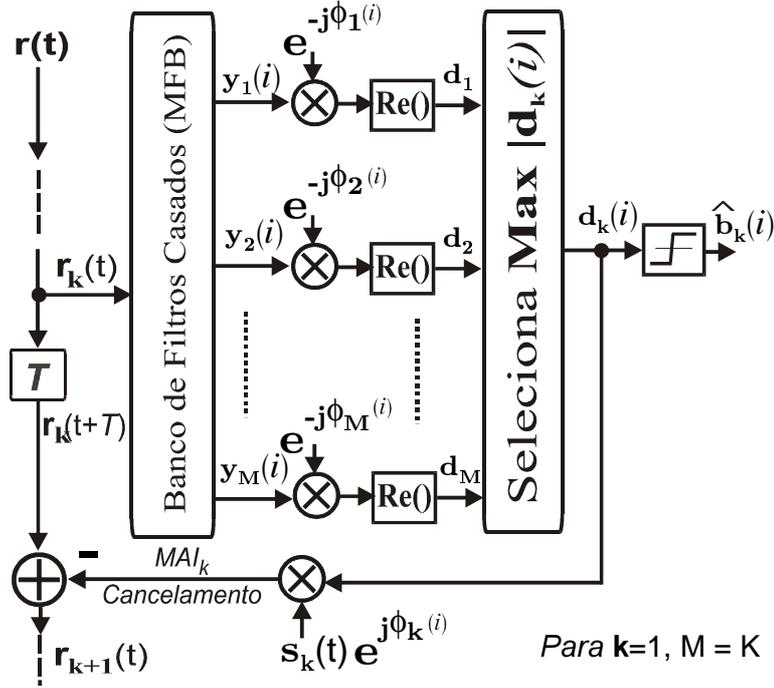
#### 2.4.1.1 SIC-SD

O algoritmo SIC com decisão *soft* (SIC-SD) não requer estimativa explícita para as amplitudes, figura 2.17. As variáveis de decisão são obtidas a partir da eliminação do efeito das fases das portadoras (recepção coerente). A etapa de ordenação dos usuários é obtida a partir das decisões *soft*:

$$d_k(i) = \text{Re} \{ \exp [-j\phi_k(i)] y_k(i) \}, \dots\dots\dots k = 1, 2, \dots, K \quad (2.93)$$

Uma vez que as variáveis de decisão de cada usuário contém a informação de amplitude do usuário, estas podem ser empregadas diretamente na estimativa das intensidades dos sinais. Após selecionar o usuário com maior intensidade de sinal na  $k$ -ésima etapa de cancelamento sucessivo, o SIC-SD emprega a decisão *soft* com a fase e a seqüência de espalhamento na regeneração do sinal deste usuário. O sinal regenerado é então subtraído do sinal recebido atualizado. Procede-se a uma nova reordenação de usuários ainda não detectados. O algoritmo em tempo discreto para a obtenção da detecção de todos os usuários em um SIC-SD pós-deteção<sup>25</sup> é descrito a seguir.

<sup>25</sup> MAI reconstituída a partir das correlações cruzadas.



**Figura 2.17.**  $k$ -ésimo cancelamento em banda base para um SIC com decisões *soft* (SIC-SD) e esquema pré-deteção; para a primeira iteração,  $M = K$ .

Seja  $\mathbf{y}^s$  o vetor saída do MFB ordenado. De (2.10),

$$\mathbf{y}^s = \mathbf{R}^s \mathbf{W}^s(i) \mathbf{b}^s(i) + \mathbf{n}^s(i) \quad (2.94)$$

onde o índice  $s$  indica operação de ordenação das matrizes, dimensão  $K \times K$  e vetores, dimensão  $K$ ., admitindo-se sistema síncrono e  $\mathbf{W}(i) =$  matriz diagonal Ganho de Canal ordenada com componentes dadas por (2.31). São realizados os seguintes passos [Wu 96]:

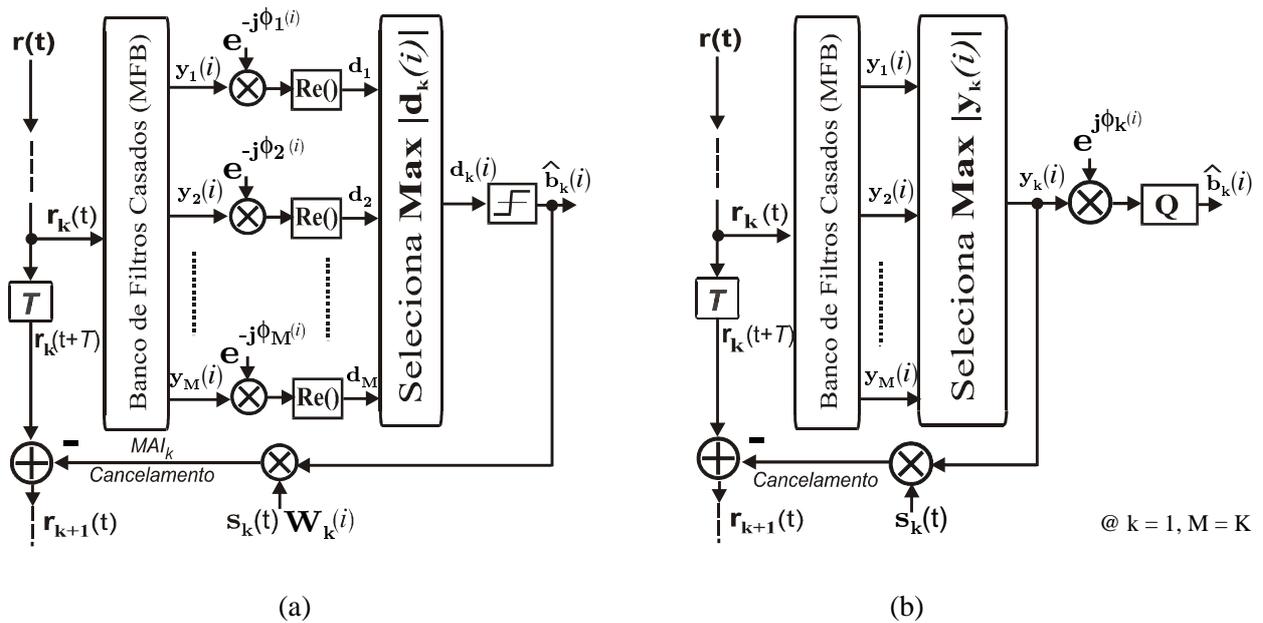
- **Passo 1.** Ordenação das saídas do MFB dos  $M$  usuários que ainda não foram demodulados, baseada nas respectivas decisões *soft*,  $|d_1^s(i)| \geq |d_2^s(i)| \geq \dots \geq |d_M^s(i)|$ , onde  $d_k^s(i)$  é a variável de decisão do  $k$ -ésimo usuário mais forte e definida por:  $d_k^s(i) = \text{Re} \{ \exp[-j\phi_k^s(i)] y_k^s(i) \}$ . O termo fase é obtido por:  $e^{-j\phi_k^s(i)} = \frac{W_{k,k}^{s*}(i)}{|W_{k,k}^s(i)|}$ , com  $k = 1, 2, \dots, M$ . Para a primeira iteração,  $M = K$ .
- **Passo 2.** Decisão para o usuário mais forte entre os  $M$  remanescentes ordenados empregando  $d_1^s(i) : \hat{b}_1^s(i) = \text{sgn}[d_1^s(i)]$ .
- **Passo 3.** Reconstrução da MAI gerada pelo usuário mais forte da  $k$ -ésima iteração sobre os demais usuários remanescentes:  $\hat{\mathcal{L}}_k = \mathbf{R}_{k,1}^s e^{j\phi_1^s(i)} d_1^s(i)$ , para  $k = 2, 3, \dots, M$ .
- **Passo 4.** Atualização das saídas do MFB (esquema pós-deteção) através da subtração da MAI:  $y_k^s(i) \leftarrow y_k^s(i) - \hat{\mathcal{L}}_k(i)$ , para  $k = 2, 3, \dots, M$ . Atualiza  $M \leftarrow M - 1$ .

Note-se que do Passo 1 conclui-se que o primeiro usuário mais forte não se beneficia do cancelamento de interferência, resultando no mesmo desempenho que o obtido com o Convencional. A variável de decisão deste usuário,  $d_1^s(i) = \sqrt{E_{b1}} |C_1(i)| \mathbf{R}_{1,1}^s b_1^s(i) + \sum_{k=2}^K \mathcal{S}_k + n$ , apenas contém informação de amplitude do usuário mais forte. Não há informação de fase. Apenas no Passo 3 a reconstrução da MAI requer informação de fase em adição aos valores de correlação cruzada.

### 2.4.1.2 SIC-HD

Difere do algoritmo SIC-SD apenas pelo emprego de decisões *hard*<sup>26</sup> na reconstrução da MAI, figura 2.18.a. Uma vez que a decisão *hard* não contém informação de fase e amplitude, a reconstrução da MAI requer a estimativa confiáveis de ambas. O algoritmo difere do SIC-SD apenas em um passo. O Passo 3 para um SIC-HD com esquema **pós**-detecção é modificado para:

- **Passo 3.** Na  $k$ -ésima iteração, o usuário mais forte gera uma MAI sobre os demais usuários remanescentes reconstruída como:  $\hat{\mathcal{I}}_k = \mathbf{R}_{k,1}^s W_{1,1}^s \hat{b}_1^s(i)$ , para  $k = 2, 3, \dots, M$ .



**Figura 2.18.**  $k$ -ésimo cancelamento em um cancelador de interferência sucessivo com pré-deteção: (a) decisor *hard*, SIC-HD; (b) decisor *soft* SIC-MF.

### 2.4.1.3 SIC-MF

O algoritmo difere dos anteriores nas etapas de ordenação dos usuários e na reconstrução da MAI. Emprega-se diretamente as saídas do MFB na obtenção destas etapas. Uma vez que as saídas do

<sup>26</sup> função  $\text{sign}(\cdot)$ , resultado em um SIC não linear

MFB contém informação de fase e amplitude, mesmo que corrompida pela MAI, a regeneração do sinal do usuário mais forte torna-se mais simples, bastando multiplicar a saída adequada do MFB pela correspondente seqüência de espalhamento, figura 2.18.b. Passos para o algoritmo de detecção SIC-MF:

- **Passo 1.** Ordenação das saídas do MFB dos  $M$  usuários ainda não demodulados, baseada nas respectivas magnitudes:  $|y_1^s(i)| \geq |y_2^s(i)| \geq \dots \geq |y_M^s(i)|$ . Para a primeira iteração,  $M = K$  e as saídas não ordenadas são empregadas:  $y_k^s(i) = y_k(i)$ , com  $k = 1, 2, \dots, K$ .
- **Passo 2.** Decisão para o usuário mais forte entre os  $M$  remanescentes ordenados empregando  $y_1^s(i)$ .
- **Passo 3.** Reconstrução da MAI para os demais usuários remanescentes relativa ao usuário mais forte:  $\hat{S}_k = \mathbf{R}_{k,1}^s y_1^s(i)$ , para  $k = 2, 3, \dots, M$ .
- **Passo 4.** Atualização das saídas do MFB através da subtração da MAI:  $y_k^s(i) \leftarrow y_k^s(i) - \hat{S}_k(i)$ , para  $k = 2, 3, \dots, M$ . Atualiza  $M \leftarrow M - 1$ .

Na reconstrução da MAI não é requerida nem a estimativa de fase nem de amplitude. Empregando-se demodulação não coerente no passo 2 evita-se por completo a necessidade de estimativa de amplitude e fase, eliminando a complexidade adicional devido a estimativa de canal. Em contrapartida, dos algoritmos apresentados o SIC-MF resultará em pior desempenho.

#### 2.4.1.4 Variância e BER em um SIC-SD

Partindo-se do procedimento de ordenação das energias baseado em correlações [Patel 94], após  $i$ -cancelamentos sucessivos em um SIC-SD, a *variável de decisão* para o  $(i + 1)$ -ésimo usuário em um sistema com demodulação BPSK coerente, considerando representação em fase e quadratura ( $I$  e  $Q$ ) para os sinais, e canal AWGN será:

$$\hat{Z}_{i+1} = \frac{1}{2} (A_{i+1} b_{i+1} + C_{i+1}) \quad (2.95)$$

onde a componente de *ruído total*  $C_{i+1}$  é dada por três parcelas:

$$C_{i+1} = \underbrace{\sum_{k=i+2}^K A_k R_{k,i+1}(\tau_{k,i+1}, \phi_{k,i+1})}_{\text{MAI (Us. Não Cancelados)}} + \underbrace{\left( n_{i+1}^I + n_{i+1}^Q \right)}_{\text{AWGN}} - \underbrace{\sum_{j=1}^i C_j R_{j,j+1}(\tau_{j,j+1}, \phi_{j,j+1})}_{\text{Cancelamento Imperfeito Cumulativo}} \quad (2.96)$$

com  $n^I$  e  $n^Q$  componentes em fase e quadratura do AWGN e o termo correlação cruzada dada por:

$$R_{k,\ell}(\tau_{k,\ell}, \phi_{k,\ell}) = \frac{1}{T} \left[ \int_0^T s_k(t - \tau_{k,\ell}) s_\ell(t) dt \right] \cos(\phi_k - \phi_\ell) \quad (2.97)$$

com  $\phi_k$   $k$ -ésima fase da portadora recebida. A *variância da componente ruído total*, condicionada à  $k$ -ésima amplitude, é dada por:

$$Var[\mathcal{C}_{i+1}|A_k] = \chi_{i+1} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2 + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i \chi_j & \text{(sínc.)} \\ \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2}_{\text{Var. Us. Não-Cancel}} + \underbrace{\frac{N_0}{T}}_{\text{Var. Ruído}} + \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{j=1}^i \chi_j}_{\text{Var. Cancel. Imperf}} & \text{(assínc.)} \end{cases} \quad (2.98)$$

A *relação Sinal-Ruído* ainda condicionada à  $k$ -ésima amplitude, para o caso síncrono, será:

$$SNR_{i+1} = \frac{\frac{1}{4}A_{i+1}^2}{\frac{1}{4}\chi_{i+1}} = \frac{A_{i+1}^2}{\frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K A_k^2 + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i \chi_j} \quad (2.99)$$

Assumindo-se aproximação Gaussiana [Pursley 77] para o ruído total  $\mathcal{C}_{i+1}$  com média zero e variância  $\chi_{i+1}$  resulta, finalmente, a probabilidade de erro de bit para o  $i$ -ésimo cancelamento sucessivo condicionada às amplitudes:

$$Pe^{i+1} = Q\left(\sqrt{\frac{A_{i+1}^2}{\chi_{i+1}}}\right) = Q\left(\sqrt{SNR_{i+1}}\right) \quad (2.100)$$

Note-se que o cálculo analítico da probabilidade de erro de bit assumindo aproximação Gaussiana para os interferentes é obtido de modo iterativo e sucessivo.

**Correlações médias (sobre  $n$  bits) na estimativa das energias.** Pode-se mostrar que em um SIC a variância do ruído total na estimativa das amplitudes decresce de  $n^{-1}$ , assumindo-se correlações independentes bit-a-bit; portanto ter-se-á aumento no desempenho em termos de  $Pe$  quando forem empregados valores de correlações médias sobre  $n$  bits. Assim, a variância do ruído na variável de decisão após o  $j$ -ésimo cancelamento para o caso síncrono e assíncrono, respectivamente:

$$\mathbb{E}_{A_k}[\chi_{i+1}] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=i+2}^K \mathbb{E}[A_k^2] + \frac{N_0}{T} + \frac{1}{N \cdot n} \sum_{j=1}^i \chi_j & \text{(sínc)} \\ \underbrace{\frac{1}{3N} \sum_{k=i+2}^K \mathbb{E}[A_k^2]}_{\text{Var. Us. Não-Cancel}} + \underbrace{\frac{N_0}{T}}_{\text{Var. Ruído}} + \underbrace{\frac{1}{3N \cdot n} \sum_{j=1}^i \chi_j}_{\text{Var. Cancel. Imperf}} & \text{(assínc)} \end{cases} \quad (2.101)$$

com  $n$  = número de bits utilizados na média. Este procedimento é necessário quando em ambiente com desvanecimento multipercurso Rayleigh.

Caso sejam utilizadas estimativas para as potências dos sinais, ao invés de correlações, no procedimento de ordenação de usuários em um SIC, deve-se ter acurácia da ordem de 3dB (em relação à potência real) no processo de estimativa das potências afim de obter  $Pe$  compatível com aquele resultante do procedimento de ordenação via correlações com  $n = 1$  bit [Patel 94]. Se forem tomadas correlações médias sobre  $n = 10$  bits, a acurácia necessária para as estimativas de potência torna-se ainda mais restritiva, da ordem de 1dB.

## 2.4.2 Decisores e Formas de Cancelamento em IC

Nos últimos anos, um grande número de arquiteturas para receptores baseados no cancelamento de interferência foram propostas. A característica comum a todas estas arquiteturas consiste na reconstrução e cancelamento dos sinais interferentes. A principal diferença refere-se à forma com que a MAI é *estimada* e *cancelada*. Basicamente existem duas formas de se estabelecer a decisão de bits no processo de reconstrução da MAI: decisão *hard* e *soft*, e dos modos de quantificar o cancelamento da MAI, parcial e total.

Denomina-se IC Clássico à estrutura receptora multiusuário baseada no cancelamento de interferência subtrativo com ocorrência de etapas de cancelamento de interferência no 2º estágio e posteriores, se houver<sup>27</sup>, precedido(s) por um banco de filtros casados (banco de correladores) às respectivas seqüências de espalhamento de cada usuário. Quando houver a tentativa de cancelamento total dos interferentes no 2º estágio e seguintes o cancelador será denominado PIC Total; por sua vez, quando o cancelamento dos interferentes for escalonado (fator  $0 < \xi \leq 1$ ), o receptor subtrativo é denominado IC Parcial ou Ponderado. Finalmente, quando não for possível obter estimativas confiáveis para os parâmetros de canal de todos os usuários ativos, pode-se realizar o cancelamento apenas dos usuários com estimativas confiáveis, tratando os demais simplesmente como ruído; sobre tais usuários não será realizado nenhuma tentativa de decisão de bit no estágio considerado. A esta estratégia denomina-se PIC Seletivo [Hui 98], [Fantacci 99].

Em um IC multiestágio, a escolha do dispositivo de decisão nos estágios intermediários afeta decisivamente o desempenho final. Algumas funções utilizadas nas tentativas de decisão em estágios IC intermediários são mostradas na figura 2.19. Uma decisão Hard sobre um bit de dados de um usuário resulta em uma tentativa de polarização de bit  $\{\pm 1\}$  para o próximo estágio cancelador:  $\hat{b}_{i,k} = \text{sign}(Z_{i,k}^{(s)})$ , isto é:  $Z_{i,k}^{(s)} > 0 \rightarrow \hat{b}_{i,k} = 1$ ;  $Z_{i,k}^{(s)} \leq 0 \rightarrow \hat{b}_{i,k} = 0$ . No entanto, do ponto de vista de desempenho, é melhor obter tentativas de decisão *soft* para as iterações dos estágios posteriores. Entre as possibilidades de decisores *soft* tem-se os seguintes dispositivos de decisão:

$$\begin{aligned} \text{linear ilimitado} & : \quad \tilde{b}_{i,k} = Z_{i,k}^{(s)}; \\ \text{linear limitado (clipper)} & : \quad \tilde{b}_{i,k} = \begin{cases} 1 & Z_{i,k}^{(s)} > 1 \\ Z_{i,k}^{(s)} & |Z_{i,k}^{(s)}| \leq 1 \\ -1 & Z_{i,k}^{(s)} < -1 \end{cases} \end{aligned}$$

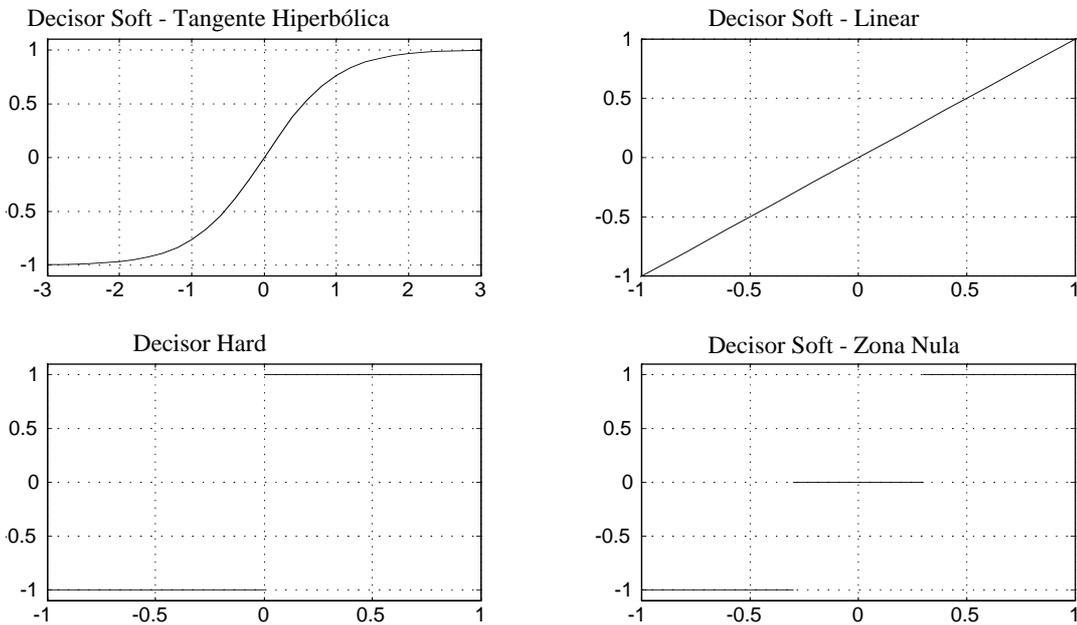
<sup>27</sup> Caso a estrutura seja multiestágio

$$\begin{aligned} \text{zona nula} : \quad \tilde{b}_{i,k} &= \begin{cases} 1 & Z_{i,k}^{(s)} \geq Th \\ 0 & -Th < Z_{i,k}^{(s)} < Th \\ -1 & Z_{i,k}^{(s)} \leq -Th \end{cases} \\ \text{tangente hiperbólica} : \quad \tilde{b}_{i,k} &= \tanh \left( \frac{Z_{i,k}^{(s)} \cdot \hat{A}_k}{\hat{\sigma}_k^2(s)} \right) \end{aligned}$$

onde para o decisor zona nula  $Th$  = limiar acima do qual o sinal  $Z_{i,k}^{(s)}$  é considerado confiável; para o decisor  $\tanh$ ,  $\hat{A}_k$  e  $\hat{\sigma}_k^2(s)$  são estimativas para a amplitude e variância do ruído residual no  $s$ -ésimo estágio para o  $k$ -ésimo usuário. Para canal AWGN é razoável admitir que o ruído residual em um esquema IC tenha distribuição Gaussiana de média zero e variância

$$\sigma_k^2(s) = \mathbb{E} \left[ \left( n_k + \mathcal{I}_k - \hat{\mathcal{I}}_k(s) \right)^2 \right] \quad (2.102)$$

com  $\mathcal{I}_k - \hat{\mathcal{I}}_k(s)$  a MAI residual no  $s$ -ésimo estágio cancelador; note-se que para  $s$  crescentes, a tendência é a redução da variância do ruído residual a cada novo estágio e portanto a função  $\tanh(\cdot)$  aproxima-se da função  $\text{sign}(\cdot)$ .



**Figura 2.19.** Decisor *hard* e algumas funções para decisores *soft*.

O dispositivo de decisão linear ilimitada apresenta a vantagem de não requerer explicitamente nem a estimativa de potências nem estimativas para a demodulação da portadora; por isso, um esquema de detecção diferencial poderá ser empregado, ao invés da detecção coerente assumida aqui. Já o decisor soft do tipo zona nula, utilizado em IC Seletivo, resulta em pequena melhoria de desempenho em relação ao decisor hard, mas ainda será inferior ao dispositivo que emprega a função

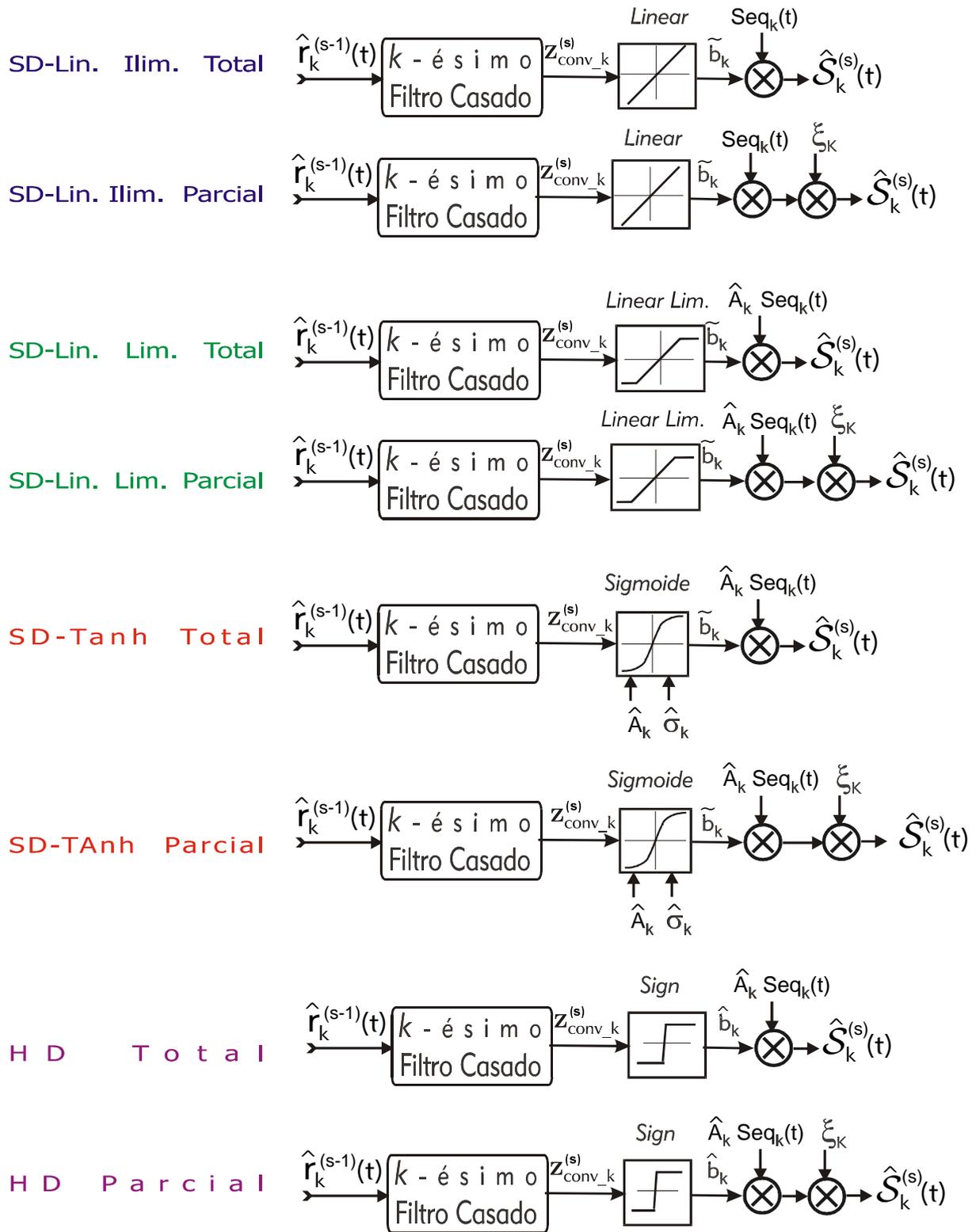
tangente hiperbólica, o qual minimiza o erro quadrático médio (MSE) entre o símbolo verdadeiro,  $b_{i,k}$  e o estimado,  $\hat{b}_{i,k}$ , assumindo-se que a interferência MAI possa ser modelada como Gaussiana. Porém, tanto o decisor *soft tanh* quanto o *zona nula* ou *linear limitado* requerem estimativas para as amplitudes recebidas de todos os usuários ativos. Um diagrama com os requisitos dos parâmetros a serem estimados no processo de detecção IC BPSK considerando os principais tipos de decisores é mostrado na figura 2.20. Note-se que para o detector PIC Total SD Linear Ilimitado não há a necessidade de estimativa de nenhum parâmetro, além do tradicional conhecimento das seqüências de espalhamento e respectivos atrasos; por outro lado, o PIC Parcial SD Tanh requer adicionalmente estimativas das amplitudes de todos os usuários e variância de ruído total (AWGN + MAI) a cada estágio cancelador.

No processo de cancelamento da MAI, além das várias opções de funções de decisão, pode-se ainda ponderar os sinais reconstruídos por um fator  $0 < \xi \leq 1$ , figura 2.20. Quanto mais confiável apresentar-se o sinal reconstruído (alta *SNR*, baixo carregamento, *Load*), mais próximo de 1 será a escolha de  $\xi$ . Para  $\xi = 1$  ter-se-á um estágio IC com cancelamento total, enquanto que para  $0 < \xi < 1$  o cancelamento da MAI será dito parcial.

### 2.4.2.1 IC com Decisão de Dados Realimentada

Detectores IC multiestágio baseados na estimativa das energias recebidas dos usuários (decisão *hard*) requerem tentativa de decisão de dados nos estágios de cancelamento intermediários. O detector IC multiestágio melhora a estimativa da MAI de modo iterativo, utilizando-se de vários estágios canceladores de interferência no receptor [Varanasi 90]. Em um canal assíncrono, dependendo do tipo de esquema IC multiestágio empregado, as estimativas de dados e de canal podem ser obtidas apenas dos estágios anteriores ou então realimentar as decisões de dados e estimativas de canal mais confiáveis dos estágios posteriores. No detector multiestágio assíncrono original [Varanasi 90], apenas as tentativas de decisão de dados dos estágios canceladores anteriores são usados no estágio atual visando a estimativa da MAI.

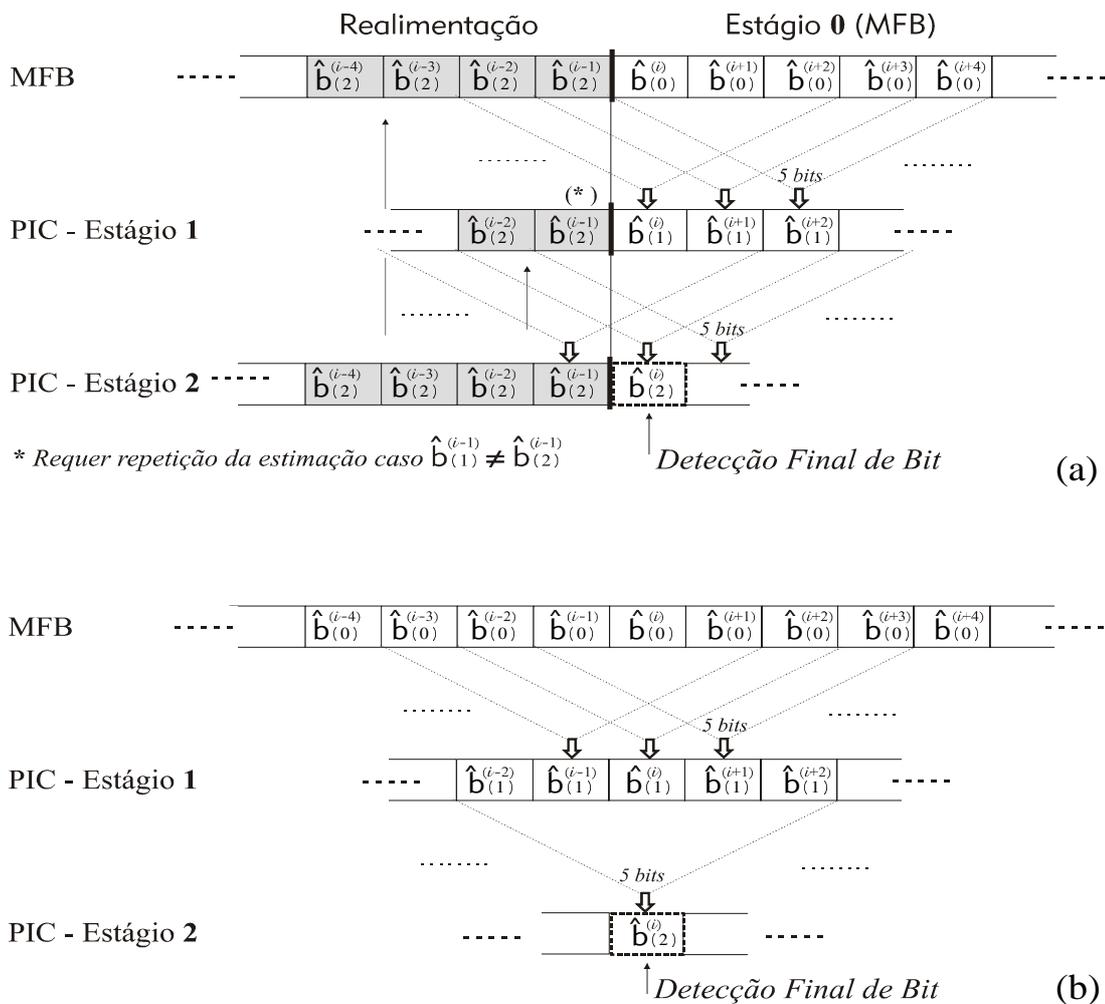
Um modo mais eficiente de se obter a estimativa de bits em detectores PIC–HD multiestágio assíncronos consiste na realimentação de símbolos já detectados de estágios posteriores (estimativas mais confiáveis) [Latva-Aho 98]. A figura 2.21 apresenta o modo básico [Varanasi 90] (b) e o que considera decisão de bits realimentada (a) no processo de detecção multiusuário PIC–HD multiestágio assíncrono.



$s$  :  $s$ -ésimo estágio cancelador IC;  $\hat{S}_k^{(s)}$ :  $k$ -ésimo sinal reconstruído;  $\xi_K$  : fator de cancelamento ponderado

**Figura 2.20.** Diagramas para a reconstrução do  $k$ -ésimo sinal em detecção PIC Total e Parcial, combinados a decisores do tipo *hard* e *soft*.

No *modo básico*, para se obter a decisão final de um bit de dados em um PIC–HD de 2 estágios são consideradas 9 tentativas de decisão no estágio MFB e 5 tentativas de decisão no primeiro estágio cancelador. No *modo de decisão de bit realimentada*, tomam-se as decisões de bits do último estágio cancelador e realimentam-se estes bits para **todos** os estágios anteriores; desta forma, empregam-se sempre as decisões de bit de melhor qualidade ou mais confiáveis, como mostrado na figura 2.21.a. Dos 9 bits necessários à obtenção da decisão final, apenas 5 bits de dados são provenientes do estágio MFB e 3 bits do primeiro estágio cancelador. Os outros são obtidos diretamente da realimentação dos bits do 2º estágio cancelador, resultando em estimativas de MAI melhoradas e cancelamentos de interferência mais confiáveis. No entanto, o modo de decisão de bits realimentada implica em complexidade de implementação adicional uma vez que requer *repetição da estimativa de bits nos estágios intermediários* caso o símbolo estimado final (realimentado) não coincida com o valor estimado nos estágios anteriores.



**Figura 2.21.** Diagrama para algoritmo de deteco de bit em sistema PIC–HD assíncrono considerando decisão de bit com e sem realimentaco. São mostrados a relao temporal de deteco de bit para dois estágios PIC nos modos: a) decisão de bit realimentada; b) básico.

Neste trabalho, por questões de complexidade adicional não será empregado o modo de decisão de bit realimentada.

### 2.4.3 Cancelamento de Interferência com Decisão Realimentada (ZF-DF ou DDF)

O Detector subtrativo de decisão realimentada do tipo *Zero-Forcing*, ZF-DF (*Zero-Forcing Decision FeedBack*), é também denominado detector de Descorrelação com Decisão Realimentada, DDF [Moshavi 96], [Verdú 98]. Tipicamente, o ZF-DF realiza duas operações: pré-processamento linear e detecção SIC. A operação linear descorrelaciona parcialmente os usuários sem aumentar o ruído. A última operação, decide e subtrai a interferência de cada usuário, uma a uma, em ordem decrescente da intensidade do sinal. Assumindo-se que todas as decisões passadas sejam corretas, o detector ZF-DF elimina por completo todas as MAI e maximiza a relação SNR. Este procedimento é análogo ao equalizador ZF-DF empregado no combate a ISI [Proakis 89].

Em [Duel-Hallen 93] propõe-se uma estrutura para o Decorrelator Linear multiusuário com decisão de bits realimentada para CDMA síncrono, uma vez que utiliza as diferenças de energia dos usuários, resultando em desempenho melhorado em relação ao Decorrelator Linear; [Duel-Hallen 95] é a versão assíncrona CDMA do trabalho anterior. O DDF ou ZF-DF de Duel-Hallen está baseado em um modelo de canal com AWGN. Otimizam-se os filtros direto e reverso afim de obter completa eliminação da MAI, assumindo-se que os dados realimentados foram previa e corretamente detectados. Decisões para todos os usuários são feitas em ordem decrescente das energias recebidas. O receptor, para cada usuário, realiza a combinação linear das saídas amostradas de uma matriz de filtros casados com as decisões de todos os usuários interferentes mais fortes que o usuário a ser detectado, figura 2.22. Portanto, para o usuário com maior energia, não há realimentação sendo seu desempenho equivalente ao obtido pelo Decorrelator Linear. Assim, no esquema DDF, os usuários mais fracos serão os maiores beneficiados. O usuário mais fraco, por utilizar as decisões de todos os outros usuários, idealmente<sup>28</sup>, atinge o mesmo desempenho de um sistema *single-user* sem interferentes.

Inicialmente assume-se um sistema DS/CDMA com  $K$  usuários *síncronos* e que o receptor conhece as energias dos usuários estando ordenadas de forma decrescente:  $E_1 \geq E_2 \geq \dots \geq E_K$ . Um banco de filtros casados às respectivas seqüências assinantes é seguido por amostradores à taxa

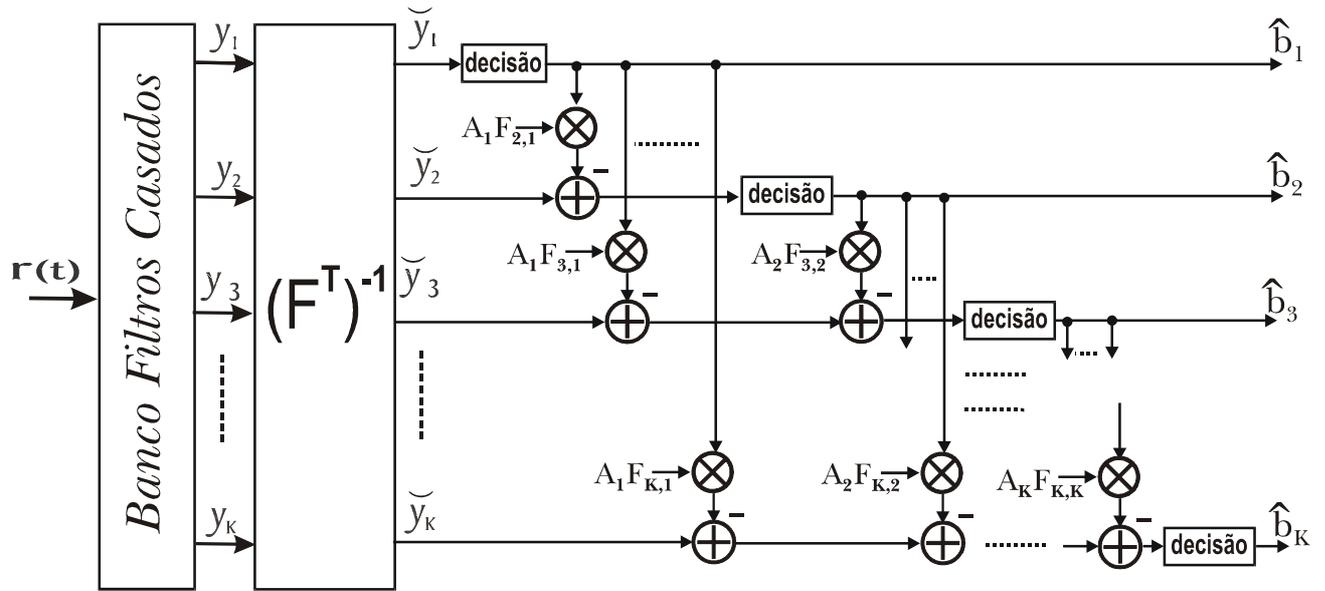
---

<sup>28</sup> Quando todos os símbolos realimentados forem corretos.

de bit,  $1/T$ , resultando no vetor saída do MFB em tempo discreto:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{z} \quad (2.103)$$

com  $\mathbf{R}$  = matriz correlação, dada pela equação (2.11), dimensão  $K \times K$ ;  $\mathbf{A}$  = matriz diagonal das amplitudes, (2.7b);  $\mathbf{z}$  = amostras de ruído Gaussiano com matriz de autocorrelação, dimensão  $K \times K$ , dada por  $\mathbf{R}(\mathbf{z}) = \sigma^2\mathbf{R}$ , com elementos da matriz dados por  $\rho(\mathbf{z})_{i,j} = \mathbb{E}(z_i, z_j)$  [Duel-Hallen 93].



**Figura 2.22.** Receptor de cancelamento de interferência subtrativo do tipo ZF-DF,  $K$  usuários síncronos.

No Decorrelator linear, a forma de se recuperar o vetor de bit de dados,  $\mathbf{b}$ , dado o vetor de saída,  $\mathbf{y}$ , consiste em aplicar a matriz de filtro  $\mathbf{R}^{-1}$  seguida por um conjunto de dispositivos de decisão. A saída da matriz de filtro será simplesmente:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{b} + \tilde{\mathbf{z}} \quad (2.104)$$

com a matriz de autocorrelação do vetor ruído Gaussiano,  $\mathbf{R}(\tilde{\mathbf{z}}) = \sigma^2\mathbf{R}^{-1}$ . A probabilidade de erro de bit para o  $k$ -ésimo usuário, já mencionada na seção 2.3.2, é:

$$\text{Pe}_k^{\text{Dec\_Sync}} = Q\left(\frac{A_k}{\sqrt{\sigma^2 [\mathbf{R}^{-1}]_{kk}}}\right) \quad (2.105)$$

Um *filtro capaz de adaptar canais com ruído não Gaussiano (Noise-Whitening Filter)* pode ser obtido fatorando-se a matriz definida positiva de correlação,  $\mathbf{R}$ , dimensão  $K \times K$ , através da decomposição de Cholesky [Duel-Hallen 93]

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} \quad (2.106)$$

com  $\mathbf{F}$  uma matriz triangular inferior<sup>29</sup>, obtida via algoritmo de decomposição de Cholesky [Golub 96], pg 146, [Haykin 96]. Assim, se um filtro com resposta  $(\mathbf{F}^T)^{-1}$  for aplicado à saídas de um banco de filtros casados às respectivas seqüências assinantes, figura 2.22, e seguido por amostradores à taxa de bit, resultará em um modelo discreto de ruído branco

$$\check{\mathbf{y}} = \mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2.107)$$

obtendo-se o "branqueamento" do ruído (*Whitened Matched Filters*), com  $\mathbf{n}$  = vetor ruído Gaussiano Branco com matriz de covariância do ruído igual a  $\sigma^2\mathbf{I} = \frac{N_0}{2}\mathbf{I}$ .

Os símbolos no modelo de canal com AWGN estarão parcialmente decorrelacionados, e isto pode ser comprovado pelo fato de  $\mathbf{F}$  ser triangular inferior. A saída para o bit 1 do primeiro usuário não contém MAI. A saída para o bit 1 do segundo usuário contém MAI apenas do bit 1 do primeiro usuário e está por completo decorrelacionado dos demais usuários. Similarmente, a saída do usuário  $k$  para o intervalo de bit  $i$  estará por completo decorrelacionado dos usuários  $k + 1, k + 2, \dots, K$ , para o intervalo  $i$ ; e de todos os bits para intervalos de tempo futuros. O detetor ZF-DF emprega detecção SIC a fim de explorar a decorrelação parcial dos bits em um modelo de ruído branco. A saída *soft* do bit 1 do primeiro usuário,  $\check{y}_{1,i}$ , o qual está livre por completo de MAI, é usada para regenerar e cancelar as demais saídas com MAI, resultando em uma saída *soft* do bit 1 do segundo usuário,  $\check{y}_{2,i}$ , também livre por completo de MAI. Para cada nova iteração, a MAI contribui para que um bit adicional (o bit anteriormente decorrelacionado) seja regenerado e cancelado, gerando um novo bit decorrelacionado. Antes da obtenção e aplicação da  $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ , afim de obter o modelo AWGN, os usuários são ordenados de acordo com suas intensidade de sinal. Como o detetor ZF-DF da figura 2.22 assume canal síncrono, basta manipular um bit por intervalo de tempo (detecção síncrona *one-shot*); portanto, a dimensão dos vetores e a ordem de  $\mathbf{F}$  são reduzidos a  $K$ . Assumindo-se estimativa perfeita para  $\mathbf{F}$  e para as amplitudes recebidas, pode-se demodular todos os usuários seqüencialmente.

Uma vez que as componentes do vetor ruído em (2.107) são decorrelacionadas, o detetor de máxima verossimilhança, ML, (Ótimo) para S-CDMA terá a métrica Euclidiana  $\|\check{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{t}}\|^2 = \sum_{k=1}^K (\check{y}_k - \hat{t}_k)^2$ , onde  $\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{F}\mathbf{A}\hat{\mathbf{b}}$  é o sinal transformado associado a uma entrada,  $\hat{\mathbf{b}}$

A  $k$ -ésima componente de  $\check{\mathbf{y}}$  será dada por

$$\check{y}_k = F_{k,k}A_k b_k - \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i}A_i b_i + n_k \quad (2.108)$$

<sup>29</sup> Isto é,  $F_{k,i} = 0$  se  $k < i$ , com  $F_{k,i}$  o  $(k, i)$ -ésimo elemento de  $\mathbf{F}$ .

E uma vez que (2.108) não contém o termo de interferência multiusuário para o usuário mais forte, realiza-se primeiro a decisão para o usuário com maior energia recebida:  $\hat{b}_1 = \text{sgn}(\tilde{y}_1)$ . A interferência multiusuário para o segundo usuário mais forte será  $F_{2,1}\sqrt{E_1}\hat{b}_1$ . E uma vez que neste ponto do processo de detecção a decisão de bit para o primeiro usuário está disponível, pode-se realimentar este bit afim de obter a estimativa de símbolo para o segundo usuário. A segunda decisão será então:  $\hat{b}_2 = \text{sgn}(\tilde{y}_2 - F_{2,1}\sqrt{E_1}\hat{b}_1)$ . Para o  $k$ -ésimo usuário em ordem decrescente de energia recebida, a interferência multiusuário depende dos  $i$  usuários mais fortes, com  $i = 1, 2, \dots, k-1$ . As decisões para estes usuários foram feitas, podendo ser utilizadas na reconstrução do sinal interferente (termo realimentado); a estimativa para o  $k$ -ésimo usuário será dada por [Duel-Hallen 93]:

$$\begin{aligned}\hat{b}_k &= \text{sgn}\left(\tilde{y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i}A_i\hat{b}_i\right) \\ &= \text{sgn}\left(F_{k,k}A_k b_k + \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i}A_i(b_i - \hat{b}_i) + n_k\right)\end{aligned}\quad (2.109)$$

Assim, o detector DDF é caracterizado pelo filtro de realimentação

$$\mathbf{B} = (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A} \quad (2.110)$$

onde  $\mathbf{F}^d$  = matriz diagonal obtida de  $\mathbf{F}$  fazendo-se todos os elementos não pertencentes à diagonal principal iguais a zero. O filtro é alimentado pelo vetor de decisão,  $\hat{\mathbf{b}}$ . O vetor de entrada para o conjunto de dispositivos de decisão é

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{b}} &= \mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} - (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A}\hat{\mathbf{b}} \\ &= \mathbf{F}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} - (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A}\hat{\mathbf{b}} + (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A}\mathbf{b} - (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A}\mathbf{b} \\ &= \mathbf{F}^d \mathbf{A}\mathbf{b} + (\mathbf{F} - \mathbf{F}^d) \mathbf{A}(\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}) + \mathbf{n}\end{aligned}\quad (2.111)$$

E uma vez que  $\mathbf{B}$  é triangular inferior com zeros na diagonal principal, apenas as decisões anteriores ( $\hat{b}_{k-1}, \hat{b}_{k-2}, \dots, \hat{b}_1$ ) são necessárias para formar a entrada para o  $k$ -ésimo dispositivo de decisão.

De (2.109), conclui-se que a relação sinal-ruído para o  $k$ -ésimo usuário do DDF, à entrada do dispositivo de decisão, sob a hipótese das decisões anteriores estarem corretas, será simplesmente

$$\text{SNR}_k = \frac{F_{k,k}^2 E_k}{\sigma^2} \quad (2.112)$$

Pode-se mostrar que o detector de Decorrelação com Decisão Realimentada é equivalente a um detector de cancelamento de ruído obtido a partir do modelo de tempo discreto em (2.104): uma vez que a inversa da matriz de correlações  $\mathbf{R}^{-1} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} = \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{F}^T)^{-1}$ , (2.104) pode ser reescrita

como:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} \\
 &= \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{F}^{-1} \underbrace{(\mathbf{F}^T)^{-1} \mathbf{z}}_{\text{filtro "Whitened"}} \\
 \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{F}^{-1} \mathbf{n}
 \end{aligned} \tag{2.113}$$

com  $\mathbf{n}$  = vetor ruído AWGN em (2.107). Como  $\mathbf{F}^{-1}$  é triangular inferior, ou seja  $\tilde{y}_k = A_k b_k + \sum_{i=1}^k (F)_{k,i}^{-1} n_i$ , pode-se construir um *detector* o qual emprega decisões anteriores da sequência de ruído,  $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \dots, \hat{n}_{k-1}$  afim de reduzir a variância do ruído na  $k$ -ésima componente de (2.104) ou (2.113). Assim, a  $k$ -ésima decisão de bit deste detector será dada por:

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(\tilde{b}_k) \tag{2.114}$$

$$\hat{b}_k = \text{sgn}\left(\tilde{y}_k - \sum_{i=1}^{k-1} (F^{-1})_{k,i} \hat{n}_i\right) \tag{2.115}$$

após o que se obtém a  $k$ -ésima estimativa de ruído:  $\hat{n}_k = F_{k,k}(\tilde{b}_k - A_k \hat{b}_k)$ . Este detector cancelador de ruído é relacionado ao detector multiestágio com realimentação parcial de [Lupas 89a]. No segundo estágio daquele detector, um subconjunto de estimativas prévias de ruído é empregado na redução da variância do ruído em (2.104).

As principais desvantagens e limitações do ZF-DF são:

- necessidade de cômputo da decomposição de Cholesky;
- inversão da matriz  $\mathbf{F}^T$ ;
- estimativas para as amplitudes dos sinais recebidos.

Para operar corretamente, detector ZF-DF requer o conhecimento das energias recebidas de todos os usuários. Caso as saídas *soft* do detector de decorrelação sejam utilizadas para estimar as amplitudes, o ZF-DF será equivalente ao Decorrelator. Se as estimativas das amplitudes forem mais confiáveis que aquelas produzidas pelo Decorrelator, o ZF-DF resultará em melhor desempenho.

### 2.4.3.1 Estimativa e Atualização das Energias em um DDF

Em um ambiente CDMA variável no tempo (rádio móvel) geralmente o receptor desconhece as energias e portanto é necessário estimar e atualizar as amplitudes recebidas para todos os usuários. Considere o *detector de cancelamento de ruído* da seção anterior e suponha que uma única transmissão ocorra; dadas as saídas decorrelacionadas do filtro *whitened* (2.113) é razoável estimar a amplitude para o  $k$ -ésimo usuário como  $\hat{A}_k = |\tilde{y}_k|$ . Isto implica que a  $k$ -ésima decisão de

ruído será  $\hat{n}_k = 0$ , resultando em um detector que não cancela o ruído, sendo equivalente ao Decorrelator. Se as energias variarem lentamente (canal Rayleigh Plano), é possível melhorar o método de estimativa tomando-se a média dos valores absolutos das  $N$  saídas anteriores; assim, a  $k$ —ésima estimativa da amplitude no  $n$ —ésimo intervalo será:

$$\hat{A}_k(n) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i |\tilde{y}_k(n-i)| \quad (2.116)$$

com  $\alpha_i$  = fatores de ponderação não negativos não crescentes:  $\alpha_i \geq \alpha_{i+1}$  e  $\sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i = 1$ . Se as energias variarem lentamente, uma estimativa acurada é obtida escolhendo-se  $N$  grande e uma seqüência lentamente decrescente para  $\alpha_i$ . Por outro lado, caso as energias variem rapidamente, maior ênfase deve ser dada às componentes mais recentes da seqüência  $\tilde{y}_k$ . Finalmente, caso as energias mudem imprevisível e bruscamente, obtém-se o Decorrelator clássico. Note-se que este Decorrelator é um detector de ML quando as energias são desconhecidas, obtendo-se resistência ótima ao efeito *near-far* [Verdú 89]. Enfim, caso haja períodos cujas energias mudem brusca e lentamente, o receptor poderá detectar este comportamento, alternando entre o modo descorrelação clássica e realimentação (DDF). Isto se aplica apenas para a região de alta relação sinal-ruído.

Quando o canal for altamente ruidoso, pode-se empregar codificação. Em [Viterbi 90] é proposto um método de cancelamento para sistemas codificados. Similarmente, o DDF pode ser aplicado a sinais codificados. Neste caso, as seqüências recebidas dos usuários mais fortes devem ser primeiro decodificadas, e então re-codificadas e finalmente realimentadas para então processar os usuários mais fracos.

### 2.4.3.2 Alguns Exemplos Numéricos para o DDF

Assumindo-se que as energias dos usuários sejam estimadas corretamente, a probabilidade de erro de bit para o DDF é obtida diretamente de (2.112):

$$\tilde{\text{Pe}}_k^{DDF\_Sync} = Q\left(\frac{F_{k,k}A_k}{\sigma}\right) \quad (2.117)$$

Mostra-se que  $F_{k,k}^2 \geq \frac{1}{(\mathbf{R}^{-1})_{k,k}}$ . Observe-se que para o usuário mais forte, ( $k = 1$ ),  $F_{1,1}^2 = \frac{1}{(\mathbf{R}^{-1})_{1,1}}$  e então a estimativa para probabilidade de erro de bit dada por (2.117) torna-se a probabilidade de erro de bit final, uma vez que o receptor para o usuário mais forte não utiliza realimentação. Portanto para o usuário mais forte vale  $\text{Pe}_1^{DDF\_Sync} = \text{Pe}_1^{Dec\_Sync}$ . Para usuários mais fracos, ( $k = 2, 3, \dots, K$ ) uma melhoria no desempenho é obtida em relação ao Decorrelator. Para o usuário mais fraco,  $F_{K,K}^2 = 1$

resultando, idealmente, em um desempenho idêntico ao obtido na ausência de interferentes, limite *single-user*,  $P^{Sub} = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$ .

A probabilidade de erro de bit exata para o  $k$ -ésimo usuário do DDF é obtida tomando-se a probabilidade de erro de bit condicionada a um dado padrão de erros para os usuários mais fortes,  $1, 2, \dots, k-1$  e realizando-se a média sobre todos os padrões possíveis de erros [Duel-Hallen 93]:

$$\text{Pe}_k^{DDF\_Sync} = \frac{1}{2} E_{\Delta b_1, \dots, \Delta b_{k-1}} Q\left(\frac{F_{k,k} A_k + \sum_{i=1}^{k-1} F_{k,i} A_i \Delta b_i}{\sigma}\right) \quad (2.118)$$

onde o padrão de erro para o  $i$ -ésimo usuário é dado por  $\Delta b_i = (b_i - \hat{b}_i)$ .

Considere o exemplo de um sistema com 2 usuários e com matriz de correlação  $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}$ . Portanto,  $F_{1,1} = \sqrt{1-r^2}$ , e  $F_{2,1} = r$ ,  $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-r^2} & 0 \\ r & 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-r^2} & \frac{r}{-1+r^2} \\ \frac{r}{-1+r^2} & \frac{1}{1-r^2} \end{pmatrix}$ . A BER para o primeiro usuário é o mesmo do Decorrelator clássico:  $\text{Pe}_1^{DDF\_Sync} = \text{Pe}_1^{Dec\_Sync} = \text{Pe}_1 = Q\left(\sqrt{E_1(1-r^2)}/\sigma\right)$ . Assim, a estimativa de decisão para o segundo usuário será:

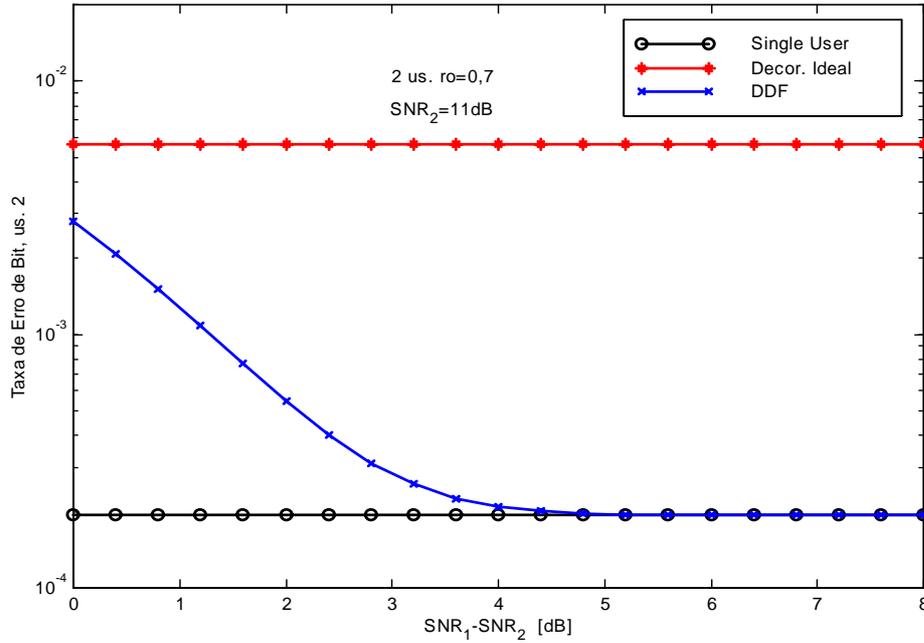
$$\begin{aligned} \hat{b}_2 &= \text{sgn}\left[F_{2,2} A_2 b_2 + F_{2,1} A_1 (b_1 - \hat{b}_1) + n_2\right] \\ &= \text{sgn}\left[A_2 b_2 + r A_1 (b_1 - \hat{b}_1) + n_2\right] \end{aligned}$$

Tomando-se a média sobre todos os possíveis valores assumidos por  $b_1 - \hat{b}_1$ , de (2.118) deriva-se a BER para o usuário mais fraco como:

$$\text{Pe}_2^{DDF\_Sync} = (1 - \text{Pe}_1) Q\left(\frac{A_2}{\sigma}\right) + \frac{\text{Pe}_1}{2} \left[ Q\left(\frac{A_2 + 2r A_1}{\sigma}\right) + Q\left(\frac{A_2 - 2r A_1}{\sigma}\right) \right] \quad (2.119)$$

Supondo que a energia do segundo usuário  $A_2$  esteja fixa e a do primeiro cresça;  $\text{Pe}_1$  torna-se menor e então o primeiro termo em (2.119) torna-se dominante. A BER do usuário mais fraco aproximar-se-á do limite *single-user*. Portanto, o DDF é atrativo para ambiente com efeito *near-far*.

Caso os usuários não estejam ordenados corretamente, isto é,  $A_1 < A_2$ , o segundo e terceiro termo em (2.119) serão significativos (propagação de erros) e a realimentação não será benéfica. Para uma dada faixa de valores de  $A_1$ , a  $\text{Pe}^{DDF\_Sync}$  será maior que  $\text{Pe}^{Decor\_Sync}$ . Finalmente, tomando-se uma faixa de valores para  $A_1$  ainda menor, o DDF novamente resulta em melhor desempenho que o Decorrelator clássico, aproximando-se da taxa de erros de bit do sistema *single-user*. No entanto, o ganho neste região não é significativo em relação ao Decorrelator clássico e portanto para pequenos valores de  $A_1$  a melhor escolha ainda é o detector Convencional.



**Figura 2.23.** Probabilidade de erro de bit para o DDF, 2 usuários,  $R_{2,1} = 0,7$ ; comparação com o Decorrelator ideal e o limite *single user*.

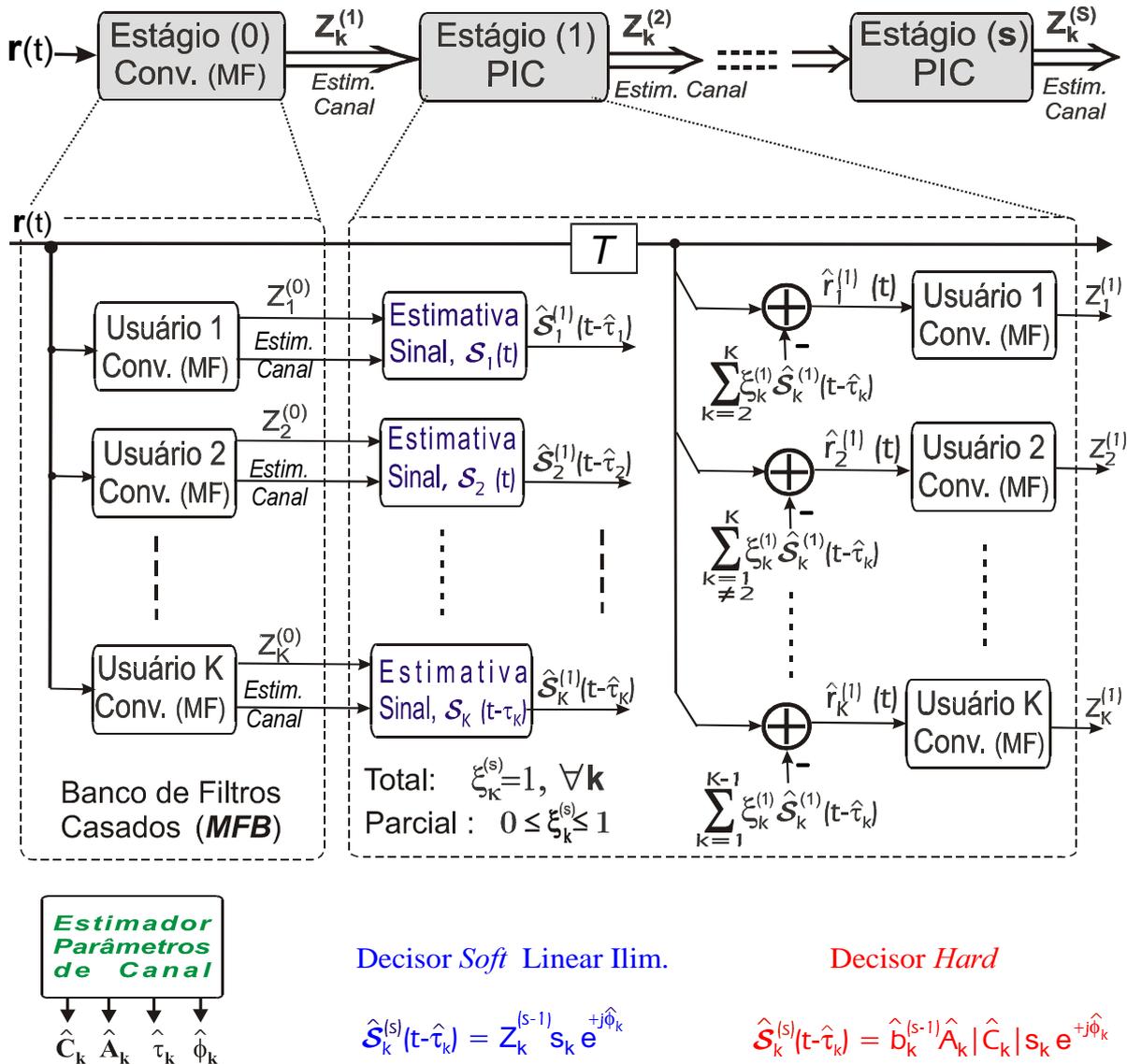
A figura 2.23 compara o desempenho obtido com o detector DDF, Decorrelator Ideal e o limite *single-user* para o caso de 2 usuários síncronos com  $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 \\ 0,7 & 1 \end{pmatrix}$  e  $SNR_2 = \frac{Eb_2}{\sigma_n^2} = 11dB$ . Neste caso, a inversa da matriz de correlação será  $\mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,961 & -1,373 \\ -1,373 & 1,961 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0,7141 & 0 \\ 0,7 & 1 \end{pmatrix}$ . O desempenho para o usuário 2 aproxima-se do limite *single-user* à medida que cresce a razão  $NFR$  para o primeiro usuário, caracterizando a situação de um interferente com forte  $NFR$ .

#### 2.4.4 Canceladores de Interferência Paralelo

A técnica de cancelamento de interferência paralelo foi proposta por Varanasi e Aazhang em [Varanasi 90] empregando-se banco de correladores (MFB) no primeiro estágio e cancelador de interferência subtrativo paralelo no segundo estágio. Abordagem alternativa foi feita em Kohno *et al* [Kohno 90] empregando-se filtros adaptativos admitindo-se canais pouco ruidosos e invariantes no tempo. Trabalhos clássicos incluem os artigos de Divsalar e Simon [Divsalar 95] e [Divsalar 96], a tese de doutorado de Buehrer [Buehrer 96a], [Buehrer 96c], dissertação de mestrado de Kaul, [Kaul 96] e o trabalho de Correal, [Correal 97], os últimos quatro tratando de PIC-SD.

Genericamente, o detector PIC estima e subtrai, paralelamente, toda MAI para cada usuário, figura 2.24. O primeiro estágio é essencialmente um receptor multiusuário Convencional, composto

por um banco de correlatores, produzindo estimativas para os sinais de todos os usuários,  $\{\hat{\mathcal{S}}_1^{(1)}(t), \hat{\mathcal{S}}_2^{(1)}(t), \dots, \hat{\mathcal{S}}_K^{(1)}(t)\}$ ; a única diferença é que a *decisão de bit* não é feita neste ponto. No 2º estágio, as estimativas *soft* ou *hard*, parciais ou totais para os sinais interferentes são então subtraídas do sinal recebido,  $r(t)$ , restando uma MAI residual mais o sinal do usuário de interesse. Passa-se o resultado por um segundo banco de filtros casados. Cada estágio PIC introduz atraso de  $T$  (1 bit) no sinal recebido,  $r(t)$ , e nas amplitudes,  $A_i$ . Este processo pode ser repetido em múltiplos estágios. Em um PIC, pode-se mostrar que a complexidade por símbolo demodulado é linear com relação ao número total de usuários,  $\mathcal{O}(K)$  [Buehrer 00], mantendo um desempenho sempre melhorado em relação ao receptor Convencional e relativamente próximo ao do receptor MuD Ótimo para a maioria dos casos práticos de interesse.



**Figura 2.24.** Esquema genérico para um PIC Total (Clássico) ou Parcial indicando a reconstrução de sinais do tipo pré-deteção *soft* e *hard*;  $K$  usuários assíncronos e  $s$  estágios.

O PIC de decisão Hard (PIC-HD) [Fawer 95] utiliza na obtenção da estimativa da MAI tentativas *hard* de decisão de bits de dados em todos os estágios canceladores. Tal esquema requer estimadores de canal eficientes. Por outro lado, o PIC de decisão Soft (PIC-SD) [Buehrer 96b], [Correal 97],[Renucci 98] [Buehrer 99] [Correal 99] não requer explicitamente estimativa de canal, uma vez que emprega variáveis de decisão *soft* ( $Z_k^{(s)}$ ) no processo de cancelamento, figuras 2.24, 2.41 e 2.42, porém resulta em desempenho inferior ao PIC-HD quando estimativas de canal confiáveis puderem ser obtidas. Pode-se ainda combinar o princípio da ponderação no cancelamento da MAI com distintos tipos de decisores, seção 2.4.2, resultando em um PIC-HD Parcial, PIC-HD Total, PIC-SD Total e PIC-SD Parcial com diferentes funções de decisão *soft*.

Nos detectores PIC Multiestágio e cancelamento Parcial [Divsalar 95], [Divsalar 98], [Renucci 98], as tentativas de decisão nos estágios intermediários são ponderadas de acordo com o grau de confiança dos sinais a serem cancelados, com fatores mais próximos a 1 à medida que o numero de estágios ou iterações de cancelamento MAI crescem, tornando as tentativas de decisão mais confiáveis e portanto uma maior parcela de MAI pode ser cancelada. Foram propostas diferentes funções de ponderação [Divsalar 98]. O PIC-SD Parcial de [Correal 97] emprega tentativas de decisões *soft* ponderadas nos estágios canceladores afim de aliviar os termos de polarização que surgem quando se emprega bancos MFB e afetam de modo drástico as estatísticas de decisão na obtenção das variáveis de decisão *soft* ( $Z_k^{(s)}$ ).

Como os esquemas parciais ou totais para os canceladores paralelos PIC-HD, PIC-SD do tipo *Tanh*, *Zona Nula* ou mesmo *Linear Limitado* requerem estimadores de parâmetros de canal eficientes (amplitudes), em [Heikkilä 97], [Juntti ] foram estudados distintos estimadores de canal para PIC-HD Total Pós-Detecção. Recentemente, um grande número de variações dos detectores PIC tem sido propostas:

- distintos receptores para o primeiro estágio: RAKE, Decorrelator e MMSE, em versões fixas e adaptativas;
- cancelamento parcial da MAI em cada estágio, com coeficientes fixos<sup>30</sup> e adaptativos<sup>31</sup>;
- utilização de bits já detectados na saída de um estágio afim de aumentar o desempenho dos bits remanescentes no mesmo estágio cancelador paralelo com decisor *hard* [Juntti 97a];
- combinação linear das saídas de decisores *soft* (PIC-SD) de diferentes estágios;
- combinação de PIC-HD com codificação de canal [Juntti 99a].

---

<sup>30</sup> Distintos ou iguais para todos os usuários.

<sup>31</sup> Coeficientes são atualizados periodicamente, baseado em algum critério de estimação de confiabilidade de cada sinal de usuário recebido.

### 2.4.4.1 Sinais e Desempenho de um Detector PIC–SD Linear em canal AWGN

Visando alcançar um entendimento mais completo do cancelador de interferência paralelo descreve-se e analisa-se, a seguir, os sinais e o desempenho de um receptor PIC–SD de um estágio cancelador sendo o estágio inicial implementado através de correladores (PIC Clássico), considerando canal AWGN [Renucci 98]. Em seguida, aplica-se o princípio de cancelamento escalonado (fator  $0 < \xi \leq 1$ ), obtendo-se um ganho de desempenho em relação ao PIC–SD Total devido à existência de um termo de polarização. A solução de cancelamento parcial não elimina por completo a polarização, porém é uma solução com baixa complexidade adicional que mostra-se efetiva na redução da BER. A análise para o PIC–SD Parcial é feita considerando sistema S-CDMA em canal AWGN.

**Métrica de Decisão em um PIC–SD Total.** Considera-se aqui um sistema A-CDMA com cancelamento de interferência subtrativo paralelo de um estágio cancelador e decisor *soft* do tipo Linear Ilimitado (PIC–SD Lin) com banco de filtros casados (MFB) no estágio inicial cuja função consiste na obtenção de *estimativas conjuntas das amplitudes e símbolos* dos sinais recebidos,  $Z_i^{(0)}$ , empregadas então no estágio cancelador para a reconstrução dos sinais de todos os usuários, necessária ao cancelamento simultâneo dos interferentes de um determinado usuário, figura 2.24. Analisa-se então as estatísticas de decisão do estágio cancelador,  $Z_i^{(1)}$ , onde se conclui que tais estatísticas são polarizadas na proporção do número de usuários [Buehrer 96a], [Renucci 98]: sistemas altamente carregados serão mais afetados pelas estimativas polarizadas, terão mais erros nas decisões finais dos bits, resultando em piores desempenhos.

Cada um dos  $K$ –usuários transmite um conjunto de dados binários,  $\{b_{k,i}\}$ , espalhados pela sequência de código  $s_k(t)$ , sendo ambas variáveis admitidas randômicas identicamente independentes (i.i.d). O ganho de processamento definido por  $N = T/T_c$  indica adoção de código curto. O sinal recebido assincronamente em *banda base complexa* e modulação BPSK pode ser expresso, de forma similar a (2.2), por:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \underbrace{\sqrt{P_k} b_k(t - \tau_k) s_k(t - \tau_k) e^{j\phi_k}}_{s_k(t)} + n(t) \quad (2.120)$$

com  $\phi_k$  e  $\tau_k$ :  $k$ –ésima fase da portadora recebida e atraso de percurso, respectivamente; assume-se que ambas são variáveis randômicas uniformemente distribuídas em  $[0, 2\pi)$  e  $[0, T)$ , respectivamente.  $P_k$  é a potência do  $k$ –ésimo sinal recebido em banda base, sendo a energia de bit recebida dada pela relação  $E_{b_k} = P_k T$ .

Assumindo-se a que o receptor obtém perfeito sincronismo de todos os usuários presentes em um sistema unicelular (conhecimento e identificação de todas as seqüências de espalhamento e respectivos atrasos de propagação,  $\tau_k$ ), o sinal recebido é correlacionado a uma cópia da forma de onda de espalhamento,  $s_k(t - \tau_k)$ . Normalizando-se os valores da correlação assim obtidos por  $T$  resulta na estatística de decisão para o *estágio inicial*<sup>32</sup> para  $i$ -ésimo bit do  $k$ -ésimo usuário:

$$Z_{k,i}^{(0)} = \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} \text{Re} \{ r(t - \tau_k) s_k(t - \tau_k) e^{-j\phi_k} \} dt \quad (2.121)$$

com  $\text{Re} \{ \cdot \} =$  operador parte real de um número complexo.

O *estágio cancelador* reconstrói o sinal transmitido a partir de estimativas da MAI, posteriormente canceladas. Neste processo de reconstrução, a métrica de decisão do estágio inicial é empregada como medida das amplitudes de primeira ordem para cada sinal transmitido. Assume-se que a estatística de decisão do primeiro estágio pode ser modelada por uma variável randômica Gaussiana caso seja assumido aproximação Gaussiana para a MAI [Pursley 77].

A média para a estatística de decisão do  $k$ -ésimo usuário de interesse, condicionada ao  $i$ -ésimo bit transmitido será dado por:

$$\mathbb{E} \left[ Z_{k,i}^{(0)} | b_{k,i} \right] = \sqrt{P_k} b_{k,i} \quad (2.122)$$

Assim, considerando média de conjunto, para um dado bit transmitido, a métrica de decisão do estágio inicial é igual à amplitude do sinal transmitido de um dado usuário. Portanto, torna-se imediato a construção de um estimador para cada usuário com os respectivos bit e amplitude transmitidos, dado por:

$$\widehat{A_k b_{k,i}} = Z_{k,i}^{(0)} \quad (2.123)$$

A partir desta estimativa é possível proceder à reconstrução do sinal transmitido de cada usuário (estimativas de primeira ordem), com seus respectivos atrasos e fases de portadora assumidos conhecidos, figura 2.24:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{S}}_k^{(1)}(t - \tau_k) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \widehat{A_k b_{k,i}}(t - \hat{\tau}_k - iT) s_k(t - \hat{\tau}_k) e^{j\hat{\phi}_k} \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} Z_{k,i}^{(0)} p_T(t - \hat{\tau}_k - iT) s_k(t - \hat{\tau}_k) e^{j\hat{\phi}_k} \end{aligned} \quad (2.124)$$

<sup>32</sup> A normalização da estatística de decisão por  $T$  remove a dependência em relação à duração de bit, simplificando as análises subsequentes.

com  $p_T(t)$  = formatação de pulso, assumida retangular.

Após a reconstrução de todos os sinais, o cancelamento de interferência Total (ou *Bruto*) é implementado pela subtração das estimativas dos sinais dos usuários do sinal recebido, formando um novo sinal recebido *reconstituído* para cada usuário. Para o  $k$ -ésimo usuário, resulta:

$$\hat{r}_k^{(1)}(t) = r(t) - \sum_{\kappa=1, \kappa \neq k}^K \hat{\mathcal{S}}_\kappa^{(1)}(t - \hat{\tau}_\kappa) \quad (2.125)$$

A efetividade da operação de cancelamento é resultante do grau de acurácia obtida com os sinais da MAI reconstruída. Quanto mais próximas as estimativas estiverem dos sinais verdadeiros transmitidos, melhor será o desempenho do receptor.

Sob a hipótese de aproximação Gaussiana, cada estimativa de sinal transmitido (estimativa MAI),  $\hat{\mathcal{S}}_k^{(1)}$  torna-se estimativa não-polarizada do correspondente sinal transmitido, isto é, a média destas estimativas é o próprio sinal transmitido:

$$\mathbb{E} \left[ \hat{\mathcal{S}}_k^{(1)}(t - \hat{\tau}_k) \right] = \mathcal{S}_k(t - \tau_k) \quad (2.126)$$

No entanto, apesar da média de conjunto das estimativas de MAI em (2.126) ser igual aos sinais transmitidos verdadeiros, o desempenho do receptor pode ser afetado caso estas estimativas de MAI oscilem significativamente em torno da média, medida através da variância da MAI reconstituída.

Finalmente a estatística de decisão para o estágio PIC-SD Total, após  $\hat{r}_k^{(1)}(t)$  passar por um banco de correladores idênticos ao do estágio inicial, figura 2.24, será:

$$Z_{k,i}^{(1)} = \frac{1}{T} \int_{iT + \hat{\tau}_k}^{(i+1)T + \hat{\tau}_k} \text{Re} \left\{ \hat{r}_k^{(1)}(t) s_k(t - \hat{\tau}_k) e^{-j\hat{\phi}_k} \right\} dt \quad (2.127)$$

Após a subtração, caso as estimativas de atraso e de amplitude sejam perfeitas, garante-se a total eliminação da MAI. Como nos casos práticos de interesse não são obtidas estimativas exatas para estes parâmetros, sempre haverá MAI residual devido aos erros contidos nestas estimativas. Desta forma, um novo estágio subtrativo paralelo pode ser introduzido afim de reduzir o termo da MAI residual. Note-se que o procedimento de cancelamento subtrativo pode ser repetido inúmeras vezes; porém, a parte substancial do aumento de desempenho é obtido com o segundo ou terceiro estágio. Melhoria adicional de desempenho é cada vez menor com o aumento do número de estágios,  $s$ , uma vez que existe limite para desempenho imposto pelo ganho de processamento do sistema, impedindo separação ainda maior do sinal desejado em relação à MAI.

Como já visto, o detector SIC terá desempenho superior ao PIC em ambiente com desvanecimento e sem controle de potência, uma vez que explora a variação de potência para realizar

cancelamento enquanto o PIC em geral e o PIC-SD em particular é superior em canais com controle de potência ótimo. No entanto, quando a estimativa de parâmetros não for boa, qualquer operação de cancelamento mostrar-se-á ineficiente.

A seguir, caracterizam-se as estatísticas de decisão (1º e 2º momentos) para o PIC-SD de um estágio cancelador da figura 2.24. Os resultados para a média, variância e BER do estágio inicial (MFB) é bem estabelecido na literatura [Pursley 77], [Kaul 96]. As estatísticas de decisão para o estágio cancelador mostrarão a existência do termo de polarização [Renucci 98].

**Desempenho Analítico - Estágio Inicial (MFB).** Separando a integral de correlação (2.121) em três componentes, a saber, usuário desejado, MAI e AWGN, resulta para o primeiro usuário:

$$\begin{aligned}
 Z_{1,i}^{(0)} &= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \text{Re} \{ r(t) s_1(t) e^{-j\phi_1} \} dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \text{Re} \left\{ \left[ \sum_{k=1}^K \sqrt{P_k} b_k(t - \tau_k) s_k(t - \tau_k) e^{j\phi_k} + n(t) \right] s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt \\
 &= \underbrace{U_1}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{\sum_{k=2}^K \mathcal{S}_k^{(0)} s_1(t) e^{-j\phi_1}}_{\text{MAI, } \mathcal{I}_1^{(0)}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}}
 \end{aligned} \tag{2.128}$$

A capacidade de exclusão da MAI no MFB é determinada pelo ganho de processamento e pela potência relativa do usuário de interesse em relação à dos interferentes. As três componentes na métrica de decisão do primeiro estágio são variáveis randômicas e estatisticamente independentes. Suas médias e variâncias, condicionadas ao bit de interesse, podem ser calculadas separadamente.

Para o primeiro usuário resulta:

*Usuário desejado:*

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E} [U_1 | b_{1,i}] &= \mathbb{E} \left[ \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \text{Re} \left\{ \sqrt{P_1} b_{1,i} s_1^2(t) e^{j\phi_1} e^{-j\phi_1} \right\} dt \right] \\
 &= \sqrt{P_1} b_{1,i}
 \end{aligned} \tag{2.129}$$

$$\text{Var} [U_1 | b_{1,i}] = 0 \tag{2.130}$$

MAI:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[ \sum_{k=2}^K \mathcal{S}_k^{(0)} \mid b_{1,i} \right] &= \mathbb{E} \left[ \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=2}^K \sqrt{P_k} b_k (t - \tau_k) s_k (t - \tau_k) s_1 (t) e^{j(\phi_k - \phi_1)} \right\} dt \right] \\
&= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \sum_{k=2}^K \sqrt{P_k} \mathbb{E} [b_k (t - \tau_k) s_k (t - \tau_k) s_1 (t - \tau_k) \cos(\phi_k - \phi_1)] dt \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.131}$$

pois assumiu-se randômicos os bits e seqüências de espalhamento (média zero para bits e correlação cruzada, em (2.131)). O cômputo da variância da MAI condicionada aos bits de dados foi feito em [Kaul 96], sob hipótese aproximação Gaussiana, resultando em

$$\operatorname{Var} \left[ \sum_{k=2}^K \mathcal{S}_k^{(0)} \mid b_{1,i} \right] = \frac{1}{3N} \sum_{k=2}^K P_k \tag{2.132}$$

Ruído:

$$\mathbb{E} [n \mid b_{1,i}] = \mathbb{E} \left[ \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \{ n(t) s_1(t) e^{-j\phi_1} \} dt \right] = 0 \tag{2.133}$$

uma vez que o modelo para AWGN assume média zero para o processo randômico. De forma já bem estabelecida, a variância para o AWGN é:

$$\operatorname{Var} [n \mid b_{1,i}] = \frac{N_0}{2T} \tag{2.134}$$

Finalmente, pode-se escrever a *média e variância condicionadas para o estágio inicial (MFB)*. A média condicionada do sinal total (3 parcelas) será dada pela média condicionada do usuário de interesse:

$$\mathbb{E} [Z_{1,i}^{(0)} \mid b_{1,i}] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \tag{2.135}$$

e a variância total condicionada será composta pelas variâncias da MAI e AWGN:

$$\operatorname{Var} [Z_{1,i}^{(0)} \mid b_{1,i}] = \frac{1}{3N} \sum_{k=2}^K P_k + \frac{N_0}{2T} \tag{2.136}$$

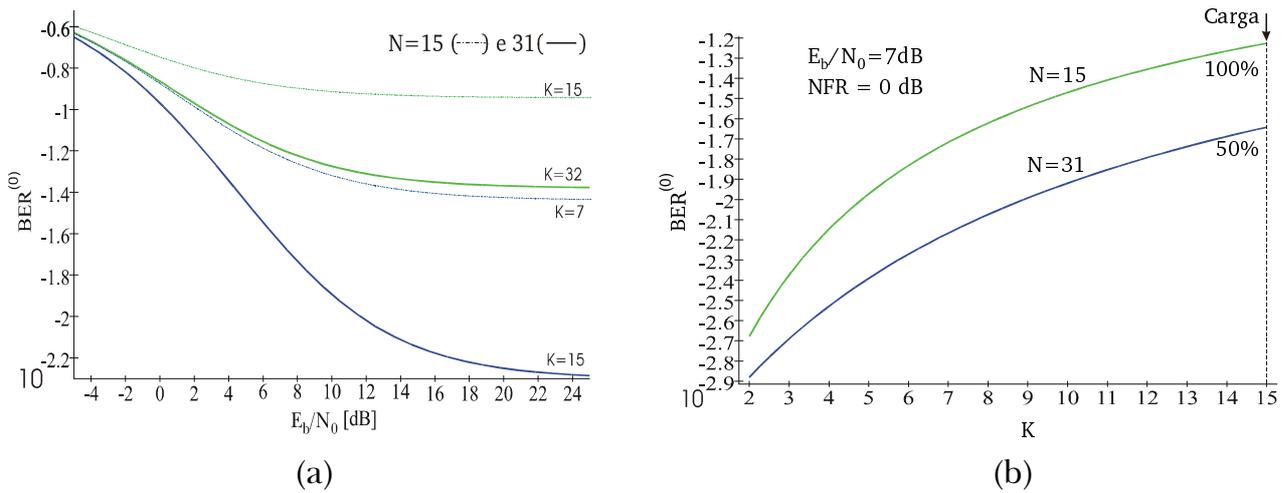
A equação (2.135) indica que a métrica de decisão para o primeiro estágio é composta por estimativas não-polarizadas das amplitudes do sinal do usuário de interesse.

Finalmente, a expressão analítica para a BER, bem conhecida, para um sistema CDMA convencional (MFB) com modulação BPSK pode ser escrita como:

$$Pe^{(0)} = Q \left( \sqrt{\frac{\left( \mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(0)} | b_{1,i} \right] \right)^2}{\text{Var} \left[ Z_{1,i}^{(0)} | b_{1,i} \right]}} \right) \quad (2.137)$$

$$= Q \left( \left[ \frac{N_0}{2E_{b_1}} + \frac{1}{3N} \frac{\sum_{k=2}^K P_k}{P_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (2.138)$$

com  $E_{b_1} = P_1 T$ . A figura 2.25 mostra o desempenho resultante para o estágio MFB nos casos de ganho de processamento 15 e 31 e carregamento de sistema de 50% e 100% e controle perfeito de potência em função da energia de bit e em função do número de usuários,  $K$ .



**Figura 2.25.** Desempenho para o estágio inicial (MFB) de um PIC-SD Linear com ganho de processamento  $N = 15$  e 31. Controle perfeito de potência. (a) em função de  $\frac{E_b}{N_0}$ ; (b) em função do número de usuários,  $K$ .

**Desempenho Analítico - Estágio Cancelador Paralelo.** A análise a seguir mostrará que as estatísticas de decisão para o estágio  $s = 1$  tornam-se polarizadas. Esta polarização pode ser constatada através da média,  $\mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right]$ . A métrica de decisão do estágio cancelador é expressa em termos da métrica do estágio MFB.

Pode-se reescrever as estatísticas de decisão do estágio inicial em termos das correlações cruzadas:

$$\begin{aligned}
Z_{1,i}^{(0)} &= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ \left[ \sum_{l=1}^K \sqrt{P_l} b_l (t - \tau_l) s_l (t - \tau_l) e^{j\phi_l} + n(t) \right] s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt \\
&= \sqrt{P_1} b_{1,i} + \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \sum_{l=2}^K \sqrt{P_l} b_l (t - \tau_l) s_l (t - \tau_l) s_1(t) \cos(\phi_l - \phi_1) + n \\
&= \sqrt{P_1} b_{1,i} + \sum_{l=2}^K \sqrt{P_l} \left[ \underbrace{b_{l,i-1} \frac{1}{T} \int_{iT}^{iT+\tau_l} s_l(t - \tau_l) s_1(t) dt}_{\text{Correlação Cruzada Par}} + \underbrace{b_{l,i} \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_l}^{(i+1)T} s_l(t - \tau_l) s_1(t) dt}_{\text{Correlação Cruzada Ímpar}} \right] \\
&\quad \cdot \cos(\phi_l - \phi_1) + n \\
Z_{1,i}^{(0)} &= \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{\sum_{l=2}^K \sqrt{P_l} \cos(\phi_l - \phi_1) \left[ b_{l,i-1} R_{l,1}(\tau) + b_{l,i} \check{R}_{l,1}(\tau) \right]}_{\text{MAI}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}} \tag{2.139}
\end{aligned}$$

Após a estimativa das amplitudes de todos os usuários, reconstrói-se os sinais de MAI, equação (2.124). A MAI é então cancelada a partir dos sinais reconstruídos, de acordo com (2.125). O estágio cancelador paralelo produz um *conjunto de estatísticas de decisão melhoradas*. A métrica de decisão para o primeiro usuário é computada a partir de (2.127) assumindo-se, sem perda de generalidade,  $\tau_1 = 0$ :

$$\begin{aligned}
Z_{1,i}^{(1)} &= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ \hat{r}_1^{(2)}(t) s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt \\
&= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ \left[ r(t) - \sum_{l=2}^K \hat{\mathcal{S}}_l^{(2)}(t - \tau_l) \right] s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt \\
&= \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ r(t) s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt - \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{l=2}^K \hat{\mathcal{S}}_l^{(2)}(t - \tau_l) s_1(t) e^{-j\phi_1} \right\} dt \\
Z_{1,i}^{(1)} &= \underbrace{Z_{1,i}^{(0)}}_{\text{estágio MFB}} - \underbrace{\sum_{l=2}^K \cos(\phi_l - \phi_1) \left[ Z_{1,i-1}^{(1)} R_{l,1}(\tau) + Z_{1,i}^{(1)} \check{R}_{l,1}(\tau) \right]}_{\text{Cancelamento de Interferência}}, \tag{2.140}
\end{aligned}$$

Substituindo a métrica de decisão do estágio inicial em termos de correlações cruzadas, (2.139), em (2.140) resulta:

$$\begin{aligned}
Z_{1,i}^{(1)} = & \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + n \underbrace{\left[ 1 - \sum_{l=2}^K \cos(\phi_l - \phi_1) \left[ R_{l,1}(\tau) + \check{R}_{l,1}(\tau) \right] \right]}_{\text{Ruído}} \\
& - \sum_{l=2}^K \sum_{m=1}^{l-1} \sqrt{P_m} \cos(\phi_l - \phi_1) \cos(\phi_m - \phi_l) \left[ \begin{aligned} & b_{m,i-1} \check{R}_{m,l}(\tau) R_{l,1}(\tau) \\ & + b_{m,i} \left( R_{m,l}(\tau) R_{l,1}(\tau) + \check{R}_{m,l}(\tau) \check{R}_{l,1}(\tau) \right) \\ & + b_{m,i+1} R_{m,l}(\tau) \check{R}_{l,1}(\tau) \end{aligned} \right] \\
& - \sum_{l=2}^K \sum_{m=l+1}^K \sqrt{P_m} \cos(\phi_l - \phi_1) \cos(\phi_m - \phi_l) \left[ \begin{aligned} & b_{m,i-2} \check{R}_{m,l}(\tau) R_{l,1}(\tau) \\ & + b_{m,i-1} \left( R_{m,l}(\tau) R_{l,1}(\tau) + \check{R}_{m,l}(\tau) \check{R}_{l,1}(\tau) \right) \\ & + b_{m,i} R_{m,l}(\tau) \check{R}_{l,1}(\tau) \end{aligned} \right] \\
& \underbrace{\hspace{15em}}_{\text{MAI}}
\end{aligned} \tag{2.141}$$

Note-se que a estatística de decisão para o estágio cancelador paralelo em (2.141) depende das estimativas das amplitudes, atrasos, correlações cruzadas par e ímpar e das fases da portadoras (sistemas coerentes) de cada sinal de usuário.

Tomando-se a média para a métrica de decisão à saída do estágio cancelador, condicionada ao  $i$ -ésimo bit transmitido pelo usuário de interesse,  $b_{1,i}$ , resultará:

- termo ruído em (2.141) desaparece,
- 1º termo permanece inalterado
- o termo relativo à MAI terá componentes diferentes de zero apenas nos casos em que os índices  $m = 1$  e  $l \in \{2, \dots, K\}$ . Quando  $m = 1$ , o termo produto de cossenos e correlações cruzadas tornam-se quadrados, resultando em média distinta de zero:

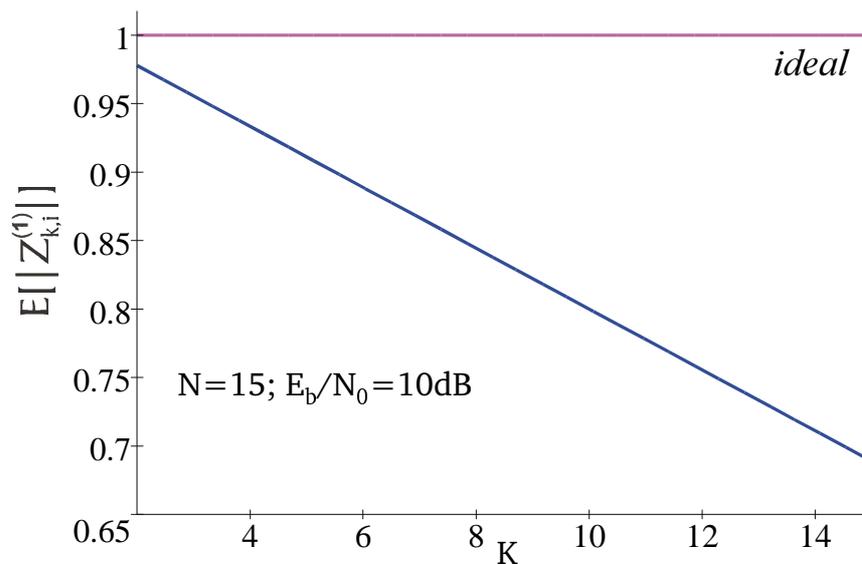
$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right] &= \sqrt{P_1} b_{1,i} - \mathbb{E} \left[ \sqrt{P_1} \sum_{l=2}^K \cos^2(\phi_l - \phi_1) b_{1,i} \left( R_{l,1}^2(\tau) + \hat{R}_{l,1}^2(\tau) \right) \right] \\
&= \sqrt{P_1} b_{1,i} - \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i} \mathbb{E} \left[ \sum_{l=2}^K \cos^2(\phi_l - \phi_1) \right]}_{\frac{1}{2}(K-1)} \underbrace{\mathbb{E} \left[ R_{l,1}^2(\tau) + \hat{R}_{l,1}^2(\tau) \right]}_{=\frac{2}{3N}} \\
&= \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Ampl. condicionada}} - \underbrace{\frac{1}{3N} \sqrt{P_1} b_{1,i} (K-1)}_{\text{Termo Polarização}} = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[ 1 - \frac{(K-1)}{3N} \right] \tag{2.142}
\end{aligned}$$

Obs: pode-se mostrar [Lehnert 87] considerando seqüências de espalhamento pseudo randômica, PN (*pseudorandom code*), que

$$\mathbb{E} \left[ R_{l,1}^2(\tau) + \check{R}_{l,1}^2(\tau) \right] = \text{Var} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T s_l(t - \tau) s_m(t) dt \right] = \frac{2}{3N} \tag{2.143}$$

**Termo Polarização.** A equação (2.142) revela a existência de um *termo de polarização*, *proporcional ao carregamento do sistema*, nas estimativas de amplitudes do estágio cancelador em um PIC–SD Linear Ilimitado. O efeito redutor do termo polarização na métrica de decisão do estágio cancelador pode ser atenuado empregando-se seqüências de espalhamento com grandes ganhos de processamento,  $N$ , mantido o número de usuários. No entanto, quando os sistemas operam na região de forte carregamento, próximo a  $L = 100\%$ , haverá uma redução na métrica de decisão em torno de 30%, figura 2.26.

A polarização nas estimativas das amplitudes do sinal causa um desvio na região de decisão dos sinais recebidos, resultando em aumento do  $Pe^{(1)}$ , cuja influência torna-se significativa para sistemas altamente carregados. Ocorrerá a inversão de desempenho:  $Pe_{100\%}^{(1)} > Pe_{100\%}^{(0)}$ , ou seja o estágio cancelador de interferência subtrativo é ineficaz devido à existência do termo polarização, piorando o desempenho em relação ao receptor Convencional (MFB) quando o sistema estiver razoavelmente carregado [Kaul 96].



**Figura 2.26.** Efeito do termo polarização sobre a média da métrica de decisão no estágio cancelador de um PIC–SD Linear Ilimitado; controle potência de perfeito.

### Desempenho Analítico para PIC–SD Linear Multiestágio

Uma abordagem analítica para o desempenho de canceladores de interferência paralelo *multiestágio* foi obtida em [Kaul 95], [Kaul 96]. Nestas referências, foi derivado uma estimativa para a taxa de erro de bits de um PIC–SD Linear em canal AWGN com um número finito de estágios canceladores,  $s$ , assumindo-se aproximação Gaussiana para o comportamento estatístico da MAI e seqüências de espalhamento randômicas:

$$\text{Pe}_k^{(s)} = Q \left( \left[ \frac{N_0}{2E_b} \left( \frac{1 - \left(\frac{K-1}{3N}\right)^s}{1 - \frac{K-1}{3N}} \right) + \left( \frac{1}{3N} \right)^s \left( \frac{(K-1)^s - (-1)^s}{K} \left( \frac{\sum_{j=1, j \neq k}^K P_j}{P_k} + 1 \right) + (-1)^s \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (2.144)$$

onde  $K$  = número de usuários;  $N$  = ganho de processamento;  $P_k$  é a potência recebida para o  $k$ -ésimo usuário de interesse.

O desenvolvimento da equação (2.144) assume que  $Z_{k,i}^{(s)}$  é uma estimativa não polarizada de  $\sqrt{P_k}b_{k,i}$  em cada estágio. Infelizmente, como visto anteriormente nesta seção, as saídas do MFB para cada estágio cancelador são polarizadas na proporção do carregamento do sistema [Divsalar 95].

Embora (2.144) seja otimista por não incluir o termo polarização, esta pode ser utilizada na avaliação preliminar de desempenho de detectores PIC-SD Linear em canal AWGN e seqüências randômicas. A figura 2.27 apresenta a melhoria de desempenho otimista para qualquer um dos  $K = 32$  usuários com mesma potência recebida em um cancelador multiestágio de até 4 estágios em canal AWGN e  $N = 128$ . São considerados também os casos *single user* na ausência de interferentes ( $K = 1$ ) e quando o número de estágios,  $s \rightarrow \infty$ , obtido como:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \text{Pe}^{(s)} = Q \left( 1, 4\sqrt{\frac{PT}{N_0}} \right) \simeq Q \left( \sqrt{2\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (2.145)$$

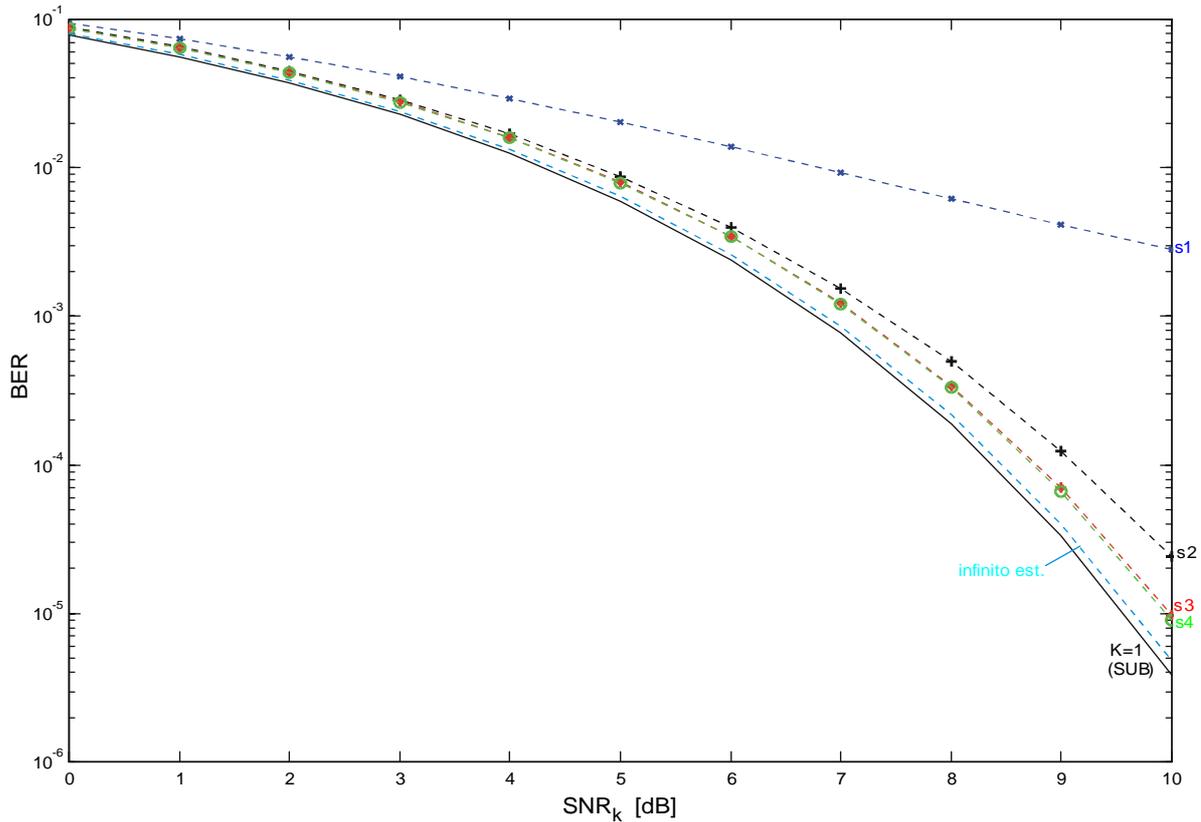
Há um significativo aumento de desempenho quando se passa de 1 para dois estágios e apenas um pequena melhoria quando se passa de 2 para 3 e 4 estágios. A melhoria significativa de desempenho é obtida com poucos estágios. O maior ganho é obtido na região de alto  $\frac{E_b}{N_0}$ , uma vez que melhores estimativas para os sinais podem ser obtidas com a redução do ruído, resultando em taxas de erros de bit menores. Há um limite para  $\frac{E_b}{N_0}$ , abaixo da qual o cancelamento em um PIC-SD Linear não será mais benéfico:

$$\frac{E_b}{N_0} > \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{K-1}{3N} \right)^{-1} \quad \text{com} \quad \frac{K-1}{3N} < 1 \quad (2.146)$$

A figura 2.28 apresenta  $E_b/N_0$  mínimo para que o cancelamento seja benéfico, nos casos de  $N = [16, 32, 64, 128]$ .

Um método para aliviar o efeito do termo polarização presente nas saídas do MFB em cada estágio cancelador consiste na multiplicação das estimativas da MAI por um fator menor que 1 nos estágios canceladores intermediários [Divsalar 95], [Buehrer 96a], [Divsalar 98], [Renucci 98], [Correal 99]; o método preserva o estimador de amplitudes do estágio inicial (MFB) que por sua natureza é um estimador que produz métricas de decisão polarizadas quando associado a um estágio

de cancelamento de interferência subtrativo, porém o método gera estimativas ponderadas da MAI na proporção do grau de confiança dos sinais, implementando o cancelamento percentual ou parcial para a MAI, mantendo-se o requisito de baixa complexidade também para estes estágios. Esta solução é motivada pela dificuldade de se encontrar um estimador não-polarizado de baixa complexidade. Caso seja possível obter tal estrutura, espera-se maior complexidade que as operações de multiplicação e acumulação do MFB e a possibilidade de não linearidades.

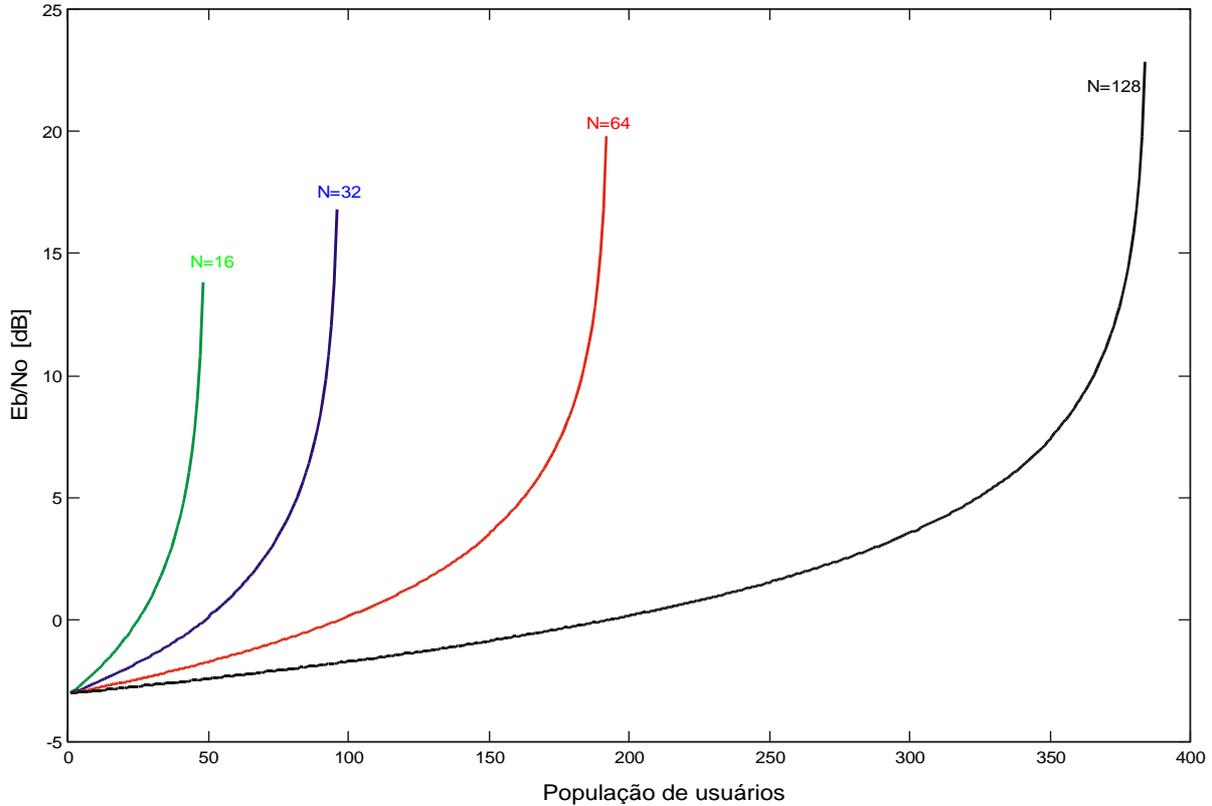


**Figura 2.27.** BER analítico  $\times \frac{E_b}{N_0}$  para um PIC-SD Linear com até 4 estágios em canal AWGN e controle perfeito de potência.  $K = 32$  usuários e  $N = 128$ .

#### 2.4.4.2 PIC-SD Linear Parcial

O cancelamento Parcial está baseado no princípio de que estimativas de MAI não confiáveis devem resultar em cancelamentos parciais. Pode-se postular que ponderando as estimativas de MAI na proporção de sua confiabilidade, reduzir-se-ão os efeitos da polarização sobre a BER. Em essência, cancela-se apenas uma percentagem da MAI, escalonando-se o sinal de cada interferente por um fator compreendido entre  $0 \leq \xi_k \leq 1$ , identificado às vezes por SCF (*Soft Cancellation Factor*) [Divsalar 95], [Divsalar 98]. O valor de  $\xi_k$  depende do grau de confiança da estimativa da MAI e dos parâmetros do sistema: ganho de processamento,  $N$ , potências dos sinais,  $P_i$  (equivalente a

$\frac{E_b}{N_0}$ ), número de usuários ativos,  $K$  e atrasos/fases  $\tau_k$ . A estrutura de um cancelador de interferência paralelo *Parcial* de um estágio pode ser vista na figura 2.24.



**Figura 2.28.**  $E_b/N_0$  Mínimo em função do número de usuários para se obter cancelamento de interferência PIC-SD Linear benéfico. Diversos ganhos de processamento,  $N$ .

A complexidade de implementação do PIC-SD Parcial torna-se  $\mathcal{O}(K^2)$  [Buehrer 96a], [Buehrer 00]. Porém, caso seja possível obter controle de potência ( $NFR = 0dB$ ), bastará apenas um único SCF para todos os usuários, reduzindo-se a uma complexidade linear, proporcional a  $K$ . No caso mais geral (efeito *near-far*), para cada usuário será necessário a estimativa de amplitude<sup>33</sup> e obtenção do fator de cancelamento  $\xi_k$  correspondente.

**Métrica de Decisão em um PIC-SD Parcial.** Afim de facilitar a análise, considerar-se-á um sistema S-CDMA em canal AWGN, dispensando o modelamento dos atrasos de propagação dos diversos usuários através do canal. O mesmo modelo de sistema empregado na seção 2.4.4.1 é empregado aqui, com a simplificação de  $\tau_k = 0, \forall k$ . O sinal CDMA em banda base complexa recebido em sincronismo reduz-se a:

<sup>33</sup> Para PIC-SD Linear Ilimitado, tem-se estimação conjunta amplitude/símbolos à saída do MFB. Para PIC-HD e PIC-SD Tanh, entre outros, há a necessidade de estimação separada de amplitudes e símbolos, resultando em complexidade adicional

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \underbrace{\sqrt{P_k} b_k(t) s_k(t) e^{j\phi_k}}_{s_k(t)} + n(t) \quad (2.147)$$

O termo ruído caracteriza-se por ser um processo AWGN complexo ergódico e estacionário, de média zero e densidade espectral de potência unilateral igual  $N_0$ . O cancelamento parcial é obtido escalonando cada uma das estimativas dos sinais reconstruídos. O conjunto de fatores SCF é formado por  $\{\xi_k\}$ ,  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ . As estatísticas de decisão para  $i$ -ésimo bit do  $k$ -ésimo usuário no *estágio inicial* (banco de filtros casados, idêntico ao da seção 2.4.4.1) é dada por:

$$Z_{k,i}^{(0)} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \text{Re} \{ r(t) s_k(t) e^{-j\phi_k} \} dt \quad (2.148)$$

No *estágio cancelador* de um PIC-SD Parcial a reconstrução do sinal transmitido de cada usuário (estimativas de primeira ordem), agora sem os atrasos, toma a forma

$$\widehat{S}_k^{(1)}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} Z_{k,i}^{(0)} p_T(t - iT) s_k(t) e^{j\theta_k}$$

Atribui-se um fator de ponderação a cada interferente,  $\xi_k$ , e procede-se à nova reconstrução do sinal recebido, para cada usuário, de acordo com:

$$\widehat{r}_k^{(1)}(t) = r(t) - \sum_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa \neq k}}^K \xi_k \widehat{S}_\kappa^{(1)}(t)$$

Cada sinal reconstruído alimenta um banco de correladores idênticos ao do estágio inicial afim de obter um conjunto de estatísticas de decisão mais confiáveis:

$$Z_{k,i}^{(1)} = \frac{1}{T} \int_{iT}^{(i+1)T} \text{Re} \{ \widehat{r}_k^{(1)}(t) s_k(t) e^{-j\theta_k} \} dt$$

O objetivo consiste em empregar o conjunto de fatores SCF para minimizar a  $Pe^{(1)}$ . Assumindo-se ainda o primeiro usuário como o de interesse, deve-se procurar o conjunto  $\{\xi_l\}$ ,  $l \in \{2, \dots, K\}$ , tal que:

$$\{\xi_l\} = \arg \left\{ \min_{0 \leq \xi_l \leq 1, \forall l \in \{2, \dots, K\}} Pe^{(1)}(\{\xi_l\}) \right\} \quad (2.149)$$

onde

$$Pe^{(1)}(\{\xi_i\}) = Q \left( \sqrt{\frac{(\mathbb{E}[Z_{1,i}^{(1)}|b_{1,i}])^2}{Var[Z_{1,i}^{(1)}|b_{1,i}]}} \right) = Q \left( \sqrt{\frac{(\mathbb{E}[Z_{1,i}^{(1)}|b_{1,i}])^2}{\mathbb{E}[(Z_{1,i}^{(1)}|b_{1,i})^2] - (\mathbb{E}[Z_{1,i}^{(1)}|b_{1,i}])^2}} \right) \quad (2.150)$$

Para a determinação do conjunto de fatores SCF tal que minimize a  $Pe^{(1)}$ , para um dado conjunto de parâmetros de sistema, caracteriza-se a seguir a métrica de decisão e analisa-se o efeito da polarização sob o ponto de vista do cancelamento *parcial*.

**Desempenho Analítico - Estágio Inicial (MFB).** A análise da métrica no PIC-SD Linear Ilimitado *Parcial* pode ser derivada em parte do caso anterior, canal assíncrono. As simplificações consideradas aqui são a)  $\tau = 0$ ; b) correlações cruzadas pares e ímpares são reduzidas a:

$$\Gamma_{m,l} = \frac{1}{T} \int_0^T s_m(t) s_l(t) dt = \check{R}_{l,m}(0) \quad (2.151)$$

A partir de (2.139), a estatística de decisão reduz-se a:

$$Z_{1,i}^{(0)} = \underbrace{\sqrt{P_1}b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + \underbrace{\sum_{l=2}^K \sqrt{P_l}b_{l,i}\Gamma_{1,l} \cos(\phi_l - \phi_1)}_{\text{MAL } Z_1^{(0)}} + \underbrace{n}_{\text{Ruído}} \quad (2.152)$$

A média e variância para a métrica de decisão do estágio inicial MFB pode ser obtida a partir do cálculo separado das médias e variâncias das 3 componentes, resultando, respectivamente em:

$$\mathbb{E}[Z_{1,i}^{(0)}|b_{1,i}] = \sqrt{P_1}b_{1,i} \quad (2.153)$$

$$\begin{aligned} Var[Z_{1,i}^{(0)}|b_{1,i}] &= Var[U_1|b_{1,i}] + Var\left[\sum_{k=2}^K I_k^{(0)}|b_{1,i}\right] + Var[n|b_{1,i}] \\ &= \mathbb{E}\left[\left(\sum_{l=2}^K \sqrt{P_l}b_{l,i}\Gamma_{1,l} \cos(\phi_l - \phi_1)\right)^2 | b_{1,i}\right] - \\ &\quad - \left(\mathbb{E}\left[\sum_{l=2}^K \sqrt{P_l}b_{l,i}\Gamma_{1,l} \cos(\phi_l - \phi_1) | b_{1,i}\right]\right)^2 + \frac{N_0}{2T} \\ &= \sum_{l=2}^K \mathbb{E}\left[\left(\sqrt{P_l}b_{l,i}\Gamma_{1,l} \cos(\phi_l - \phi_1)\right)^2 | b_{1,i}\right] + \frac{N_0}{2T} \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{l=2}^K P_l + \frac{N_0}{2T} \end{aligned} \quad (2.154)$$

com  $\mathbb{E} [\Gamma_{1,l}^2] = \frac{1}{N}$  e onde o segundo termo no cálculo da variância da MAI resulta nulo, uma vez assumido que o vetor de bit transmitido para todos os usuários são independentes e apresentam distribuição uniforme em  $[\pm 1]$ ; adicionalmente, admite-se que as fases das portadoras  $\phi_l$  sejam variáveis aleatórias uniformemente distribuídas em  $[0; 2\pi)$ .

Comparando-se (2.154) com (2.136), observa-se que a variância do estágio MFB para o caso síncrono é maior que para o caso assíncrono, e portanto resulta em aumento da taxa de BER. Assim, o estágio inicial Convencional em canal AWGN síncrono constitui a situação de pior caso (*low bound*) para o cálculo de  $Pe^{(0)}$ .

A expressão da taxa BER, bem conhecida, para sistema CDMA Convencional síncrono com modulação BPSK pode ser escrita, para o primeiro usuário, como:

$$Pe_{\text{Sínc}}^{(0)} = Q \left( \left[ \frac{N_0}{2E_{b1}} + \frac{1}{2N} \frac{\sum_{l=2}^K P_l}{P_1} \right]^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (2.155)$$

**Desempenho Analítico - Estágio Cancelador Paralelo.** Pode-se obter as estatísticas de decisão para o estágio cancelador Parcial em termos das estatísticas do estágio inicial, das correlações cruzadas e dos fatores SCF, a partir de (2.140) com as devidas simplificações:

$$Z_{1,i}^{(1)} = \underbrace{Z_{1,i}^{(0)}}_{1^\circ \text{ estágio}} - \underbrace{\sum_{l=2}^K \xi_l Z_{1,i}^{(0)} \Gamma_{l,1} \cos(\theta_l - \theta_1)}_{\text{Cancelamento de Interferência Parcial}} \quad (2.156)$$

Substituindo-se a métrica de decisão do estágio inicial (2.152) em (2.156), resulta:

$$\begin{aligned} Z_{1,i}^{(1)} = & \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Us. Desejado}} + n \underbrace{\left[ 1 - \sum_{l=2}^K \xi_l \Gamma_{l,1} \cos(\theta_l - \theta_1) \right]}_{\text{Ruído}} \quad (2.157) \\ & + \underbrace{\sum_{l=2}^K (1 - \xi_l) \sqrt{P_l} b_{l,i} \Gamma_{1,l} \cos(\theta_l - \theta_1) - \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=1, \\ m \neq l}}^K \xi_l \sqrt{P_m} b_{m,i} \Gamma_{1,l} \Gamma_{l,m} \cos(\theta_l - \theta_1)}_{\text{MAI}} \times \cos(\theta_m - \theta_l) \end{aligned}$$

A estatística de decisão para o estágio cancelador ainda depende das estimativas das amplitudes, das correlações cruzadas e das fases das portadoras (sistemas coerentes) de todos os usuários ativos.

A média para métrica de decisão, condicionada ao  $i$ -ésimo bit transmitido pelo usuário de interesse, resulta:

- o 1º termo permanece intacto;

- termo ruído em (2.157) desaparece;
- o primeiro termo relativo à MAI terá média zero pois assume-se fases randômicas no intervalo  $(0, 2\pi]$ ; o termo da MAI identificado pela somatoria dupla terá componentes diferentes de zero apenas nos casos com índice  $m = 1$ , quando o cosseno e a correlação cruzada tornarem-se quadradas, resultando em média distinta de zero:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right] &= \sqrt{P_1} b_{1,i} - \sqrt{P_1} b_{1,i} \sum_{l=2}^K \xi_l \mathbb{E} \left[ \Gamma_{1,l}^2 \cos^2(\theta_1 - \theta_l) \right] \\ &= \underbrace{\sqrt{P_1} b_{1,i}}_{\text{Ampl. Estim}} - \underbrace{\frac{1}{2N} \sqrt{P_1} b_{1,i} \sum_{l=2}^K \xi_l}_{\text{Termo Polarização Reduzida}} = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[ 1 - \frac{\sum_{l=2}^K \xi_l}{2N} \right] \end{aligned} \quad (2.158)$$

*Obs.1.* No caso do PIC–SD Linear Ilimitado com cancelamento Parcial (canal síncrono ou assíncrono), a polarização ainda existe. No entanto, comparando-se (2.158) com (2.142), nota-se a diferença de fator  $\frac{1}{2}$  no lugar de  $\frac{1}{3}$ , devido à mudança de assíncrono para síncrono; e a somatória dos fatores SCF dos interferentes devido ao cancelamento Parcial. Tomando-se o *cancelamento PIC–SD Linear Ilimitado Total em canal síncrono* ter-se-á:

$$\mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right] = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left[ 1 - \frac{K-1}{2N} \right], \quad (2.159)$$

pois  $\xi_l = 1$  para todos os interferentes. Portanto no PIC–SD Linear Parcial sempre resultará em uma redução na magnitude do termo polarização, já que  $\sum_{l=2}^K \xi_l < (K-1)$ .

*Obs.2.* As equações para as médias das estimativas de amplitudes em um estágio PIC–SD Linear Total (2.159) e (2.142), respectivamente, indicam que o limite para o cancelamento de interferência será  $K \leq 2N + 1$  usuários, para o caso sistema síncrono, e  $K \leq 3N + 1$  usuários<sup>34</sup> para canal assíncrono. Número de usuários acima destes limites causam inversão nas estatísticas de decisão dos dados, resultando em  $Pe = 0,5$ .

*Obs.3.* Fica evidente que existe uma diferença entre a magnitude do termo polarização em um canal síncrono e assíncrono com seqüências de espalhamento randômicas para usuários com mesma potência unitária, resultando em:

$$|Polariz_{\text{Sinc}}|_{NFR=0dB} = \frac{K-1}{2N} \quad |Polariz_{\text{Assinc}}|_{NFR=0dB} = \frac{K-1}{3N}, \quad (2.160)$$

diferença, já mencionada, devido aos valores médios distintos das correlações cruzadas considerando seqüências de espalhamento randômicas.

<sup>34</sup> O limite do número de usuários em canal assíncrono é maior devido ao fato das correlações cruzadas normalizadas entre códigos de espalhamento randômicos, em um sistema síncrono com fases randômicas é  $1/2N$ , enquanto que em um sistema assíncrono é  $1/3N$  [Pursley 77].

Para a variância o cálculo é extenso, sendo omitido aqui. O resultado final é [Renucci 98]:

$$\begin{aligned}
Var \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right] &= \mathbb{E} \left[ \left( Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right)^2 \right] - \left( \mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right] \right)^2 \\
&= \frac{1}{2N} \sum_{l=2}^K P_l (1 + \xi_l^2) + P_1 \left( \frac{9}{8N^2} - \frac{3}{4N^3} \right) \sum_{l=2}^K \xi_l^2 + \frac{1}{4N^2} \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq l}}^K \xi_l^2 P_m \\
&\quad + \frac{P_1}{4N^2} \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq l}}^K \xi_l \xi_m - \frac{1}{2N^2} \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq l}}^K \xi_l P_m + \frac{1}{2N^2} \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq l}}^K \xi_l \xi_m P_m \\
&\quad + \frac{1}{8N^3} \sum_{l=2}^K \sum_{\substack{m=2 \\ m \neq l}}^K \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq m, l}}^K \xi_l \xi_n P_m - \frac{1}{N} \sum_{l=2}^K \xi_l P_l - \frac{P_1}{4N^2} \left( \sum_{l=2}^K \xi_l \right)^2 \\
&\quad + \frac{N_0}{2T} \left[ 1 + \frac{1}{2N} \sum_{l=2}^K \xi_l^2 \right] \tag{2.161}
\end{aligned}$$

Em geral, a BER após cancelamento *Parcial* é menor que antes; a contribuição do ruído na variância total é ampliada devido ao uso do estimador MFB. Porém, o processo de cancelamento geralmente remove mais MAI do que adiciona ruído, tornando a variância do estágio cancelador muito menor que a obtida para o estágio inicial, indicando que as estimativas das amplitudes no estágio cancelador afastam-se bem menos de suas respectivas médias que no caso do primeiro estágio, resultando em menor BER.

A designação do *fator SCF ótimo* para o  $k$ -ésimo usuário,  $\xi_k^{opt}$  depende de:

- ganho de processamento,  $N$ ;
- potências recebidas de todos os usuários,  $P_i$ ;
- potência de ruído;
- demais fatores SCF,  $\xi_i, i \neq k$

Como inicializar a designação dos fatores SCF? Há garantias de convergência após algumas iterações para cada interferente, se for dado um conjunto inicial de SCF no intervalo  $0 \leq \xi_i \leq 1$ . A convergência do fator SCF para cada usuário significa que a  $Pe^{(1)}$  assim obtida corresponde ao ponto de mínimo (segunda derivada do argumento da função  $Q(\cdot)$  em relação a  $\xi_k$  é positiva). Assim, adotando-se o primeiro usuário como o de interesse, tem-se a atribuição da SCF para o  $k$ -ésimo interferente:

$$\{ \xi_k \} : \frac{\partial}{\partial \xi_k} [\arg(Q(\cdot))] = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[ \frac{\left( \mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right] \right)^2}{Var \left[ Z_{1,i}^{(2)} | b_{1,i} \right]} \right] = 0, \quad \text{com } k \in \{2, 3, \dots, K\} \tag{2.162}$$

resultando em [Renucci 98]

$$\xi_k = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} \quad (2.163)$$

com

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & 8N^3 \left( P_k - \frac{N_0}{2T} \right) - \sum_{\substack{l=2 \\ l \neq k}}^K \xi_l^2 \left[ P_1 (7N - 6) + (2N - 1) \left( \sum_{m=2; m \neq k, l}^K P_m + 2NP_l \right) \right] \\ & - (2N - 1) \left[ 2N \sum_{l=2; l \neq k}^K \xi_l [2P_k - P_l] - \sum_{l=2; l \neq k}^K \sum_{m=2; m \neq k, l}^K \xi_l \xi_m (P_l - P_k) \right] - 4N^2 \frac{N_0}{2T} \sum_{l=2; l \neq k}^K \xi_l^2 \end{aligned} \quad (2.164)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B} = & 8N^3 \left( P_k + \frac{N_0}{2T} \right) - \sum_{\substack{l=2 \\ l \neq k}}^K \xi_l \left[ P_1 (7N - 6) + (2N - 1) \left( \sum_{m=2; m \neq k, l}^K P_m + 2NP_k \right) \right] \\ & - 2N(2N - 1) \left[ \sum_{m=2; m \neq k}^K P_m + (6 - 7N) P_1 \right] - 4N^2 \frac{N_0}{2T} \sum_{l=2; l \neq k}^K \xi_l \end{aligned}$$

*Casos limites para o fator SCF.* A partir de (2.163), tem-se:

1. *Ganho de processamento infinito* ( $N \rightarrow \infty$ ).

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \xi_k = \frac{P_k - \frac{N_0}{2T}}{P_k + \frac{N_0}{2T}} \quad (2.165)$$

isto é, na situação assintótica quando o sistema tem completa imunidade à MAI ( $N \rightarrow \infty$ ), então os SCFs dependerão exclusivamente da potência do  $k$ -ésimo interferente e da potência do AWGN.

2. *Ganho de processamento e imunidade à MAI infinitos.* Corresponde a considerar o caso anterior com a hipótese adicional de ausência de ruído, obtém-se um sistema com estimativas perfeitas de MAI, i.e., SCF=1.

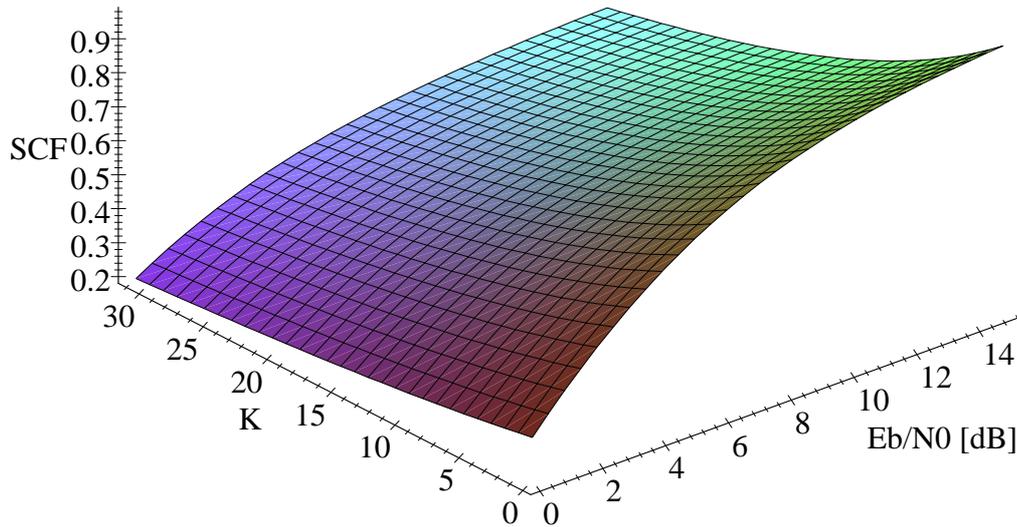
$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ N_0 \rightarrow 0}} \xi_k = 1 \quad (2.166)$$

3. *Controle perfeito de potência:*  $P_k = P = \frac{E_b}{T}, \forall k$ . Após algumas passagens em (2.163), considerando que todos os usuários terão a mesma potência recebida, resulta em um único SCF para todos os usuários, determinado por:

$$\begin{aligned} \xi(N, K, P) &= \frac{P(4N^2 - 2N) - 4N^2 \frac{N_0}{2T}}{P[4N^2 + 2K(2N - 1) - 3N - 2] + 4N^2 \frac{N_0}{2T}} \\ &= \frac{\frac{E_b}{N_0}(4N^2 - 2N) - 2N^2}{\frac{E_b}{N_0}[4N^2 + 2K(2N - 1) - 3N - 2] + 2N^2} \end{aligned} \quad (2.167)$$

uma vez que para as mesmas potências recebidas as estimativas da MAI para todos os usuários apresentarão o mesmo grau de confiança e portanto deverão ter o mesmo valor de escalonamento, SCF.

A figura 2.29 sintetiza o comportamento do fator de cancelamento *Parcial* em função do  $\frac{E_b}{N_0}$  no intervalo de 0 a 15 dB e carregamento do sistema entre 0 a 100% e ganho de processamento fixo de  $N = 31$ . Note-se que quanto mais as estimativas de MAI desviarem de seus valores verdadeiros, devido ao ruído total<sup>35</sup> ou à presença de outros usuários acessando o canal (maior carregamento do sistema), menor será o valor do fator de cancelamento *Parcial*, indicando que as estimativas de MAI não são confiáveis e portanto não serão totalmente canceladas. Inversamente, a região de maior grau de confiança para as estimativas de MAI será aquela cujo carregamento do sistema for muito baixo e simultaneamente baixo ruído total, resultando em fatores SCF próximos à unidade.



**Figura 2.29.** Fator de cancelamento de interferência parcial para um PIC–SD Linear versus número de usuários ativos,  $K$ , e  $\frac{E_b}{N_0}$ , com  $N = 31$  e  $NFR = 0$ .

Assumindo-se controle perfeito de potência, a média e variância para as estatísticas de decisão para o PIC–SD Linear Parcial, (2.158), (2.161), respectivamente, reduzem-se a:

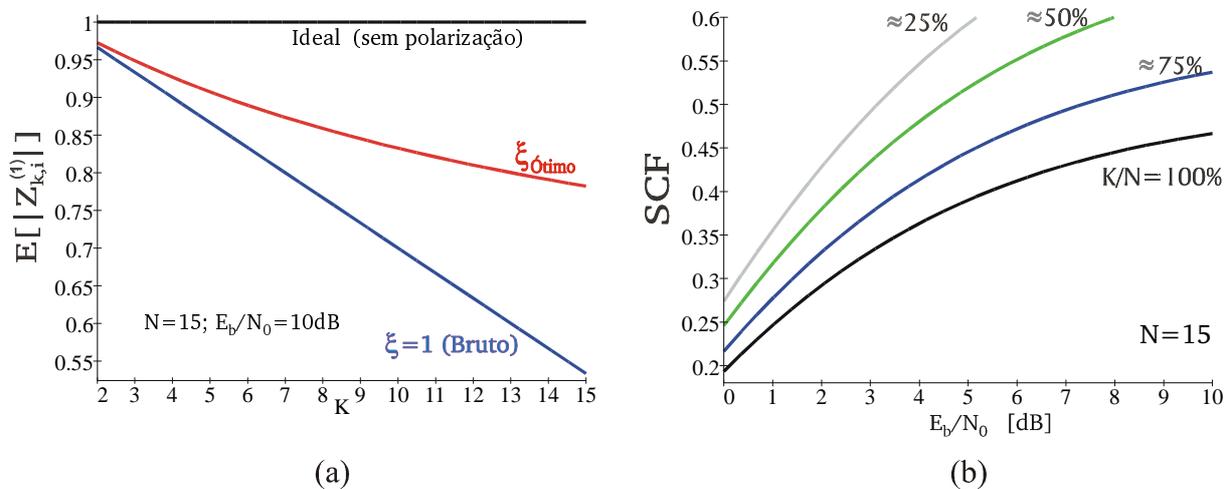
$$\mathbb{E} \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right]_{NFR=0} = \sqrt{P_1} b_{1,i} \left( 1 - \frac{(K-1)\xi}{2N} \right) \quad (2.168)$$

<sup>35</sup> Baixos  $\frac{E_b}{N_0}$  e/ou alta interferência intercelular e/ou usuários não sincronizados

$$\begin{aligned}
Var \left[ Z_{1,i}^{(1)} | b_{1,i} \right]_{NFR=0} &= \frac{P(K-1)}{2N} (1 + \xi^2) + P \left( \frac{9}{8N^2} - \frac{3}{4N^3} \right) (K-1)\xi^2 + \\
&+ \frac{(K-1)\xi^2(K-2)P}{4N^2} + \frac{P(K-1)(K-2)\xi^2}{4N^2} - \frac{P(K-1)(K-2)\xi}{2N^2} + \\
&+ \frac{P}{2N^2} (K-1)(K-2)\xi^2 + \frac{P}{8N^3} (K-1)(K-3)(K-2)\xi^2 - \frac{P(K-1)\xi}{N} \\
&- \frac{P(K-1)^2\xi^2}{4N^2} + \frac{P.N_0}{2E_b} \left( 1 + \frac{(K-1)\xi^2}{2N} \right) \quad (2.169)
\end{aligned}$$

Empregando-se valores ótimos de SCF para cada valor de carregamento em um sistema S-CDMA com  $NFR = 0$ , resulta em uma melhoria nas estimativas das amplitudes. A figura 2.30.a compara os resultados já obtidos anteriormente para as médias das estimativas das amplitudes degradadas para o segundo estágio em um PIC Total com as estimativas das amplitudes do PIC-SD Parcial. Note-se que a redução na degradação é cada vez maior à medida que o sistema torna-se mais carregado. Como já visto, a degradação nas estimativas ocorre devido ao termo de polarização, inerente ao estimador de amplitudes baseado no MF.

O BER mínimo em uma estrutura PIC-SD *Parcial* é obtida com a designação dos coeficientes SCF ótimos. A figura 2.30.b apresenta o SCF otimizado em função de  $\frac{E_b}{N_0}$ , para um sistema S-CDMA, controle perfeito de potência, ganho de processamento  $N = 15$  e diferentes carregamentos de sistema e níveis de potências dos usuários. Na figura 2.31.a compara-se então o desempenho do PIC-SD Linear Parcial após cancelamento considerando vários SCF. Considerou-se sistema com carregamento 100% e ganho de processamento  $N = 15$ .



**Figura 2.30.** PIC-SD Linear Ilimitado síncrono em canal AWGN com  $NFR = 0$  : (a) efeito do termo polarização sobre a média da métrica de decisão no estágio cancelador; (b)  $\xi^{Opt}$  para distintos carregamentos e  $\frac{E_b}{N_0}$ .

Funções distribuição de probabilidade para a estatística de decisão após um estágio de IC e diferentes fatores SCF são vistas na figura 2.31.b; foram considerados  $\xi_a = 1$  (PIC-SD Linear Total, efeito da polarização),  $\xi_b = 0,3$ ,  $\xi_c = 0,8$  e  $\xi_{opt} = 0,466$  para  $K = 15$  usuários,  $N = 15$  e  $\frac{E_b}{N_0} = 10dB$ . em um sistema S-CDMA em canal AWGN; os correspondentes 1º e 2º momentos são apresentados na tabela 2.3.

SCF	média	variância
1 (Total)	0,5333	0,408
0,3	0,8600	0,226
0,8	0,6267	0,233
$\xi_{opt} = 0,467$	0,7823	0,160
@ $K = 15; N = 15; \frac{E_b}{N_0} = 10dB$		

Tabela 2.3. Momentos para os SCF

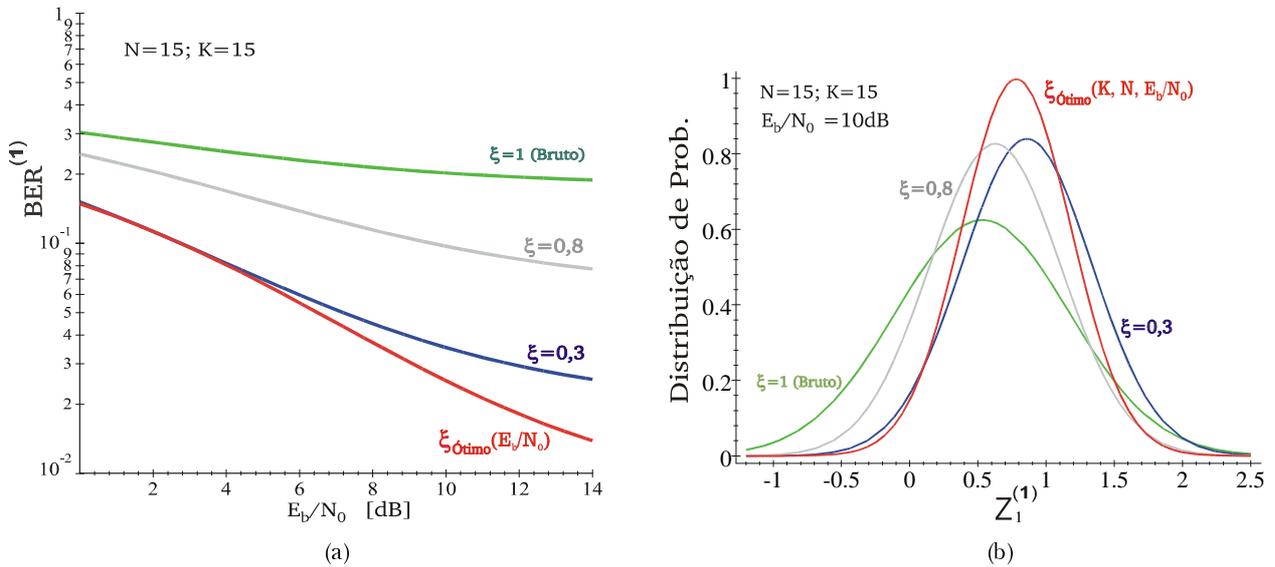


Figura 2.31. Distintos  $\xi$  para um PIC-SD Linear Ilimitado: (a) BER após o estágio cancelador. (b) função distribuição de probabilidade para  $Z_1^{(1)}$ .

#### 2.4.4.3 Aproximações para o PIC-SD Linear Pós-Detecção

Foi mostrado em [Mandayam 98] que a operação de decorrelação em um MuD linear poderia ser obtida a partir de uma aproximação de primeira ordem para a inversa da matriz de Correlação,  $\mathbf{R}^{-1}$ , resultando em um Decorrelator Aproximado de primeira ordem. Tal aproximação é motivada pela redução drástica na complexidade de implementação, uma vez que evita-se a inversão da matriz  $\mathbf{R}$ .

Um PIC-SD Linear Ilimitado Pós-Detecção pode ser visto como uma aproximação de primeira ordem para o MuD Linear de Decorrelação. Empregando-se um MFB no estágio inicial, as saídas  $y_k(i)$  são utilizadas diretamente na reconstrução da MAI, figura 2.32. Esta forma aproximada

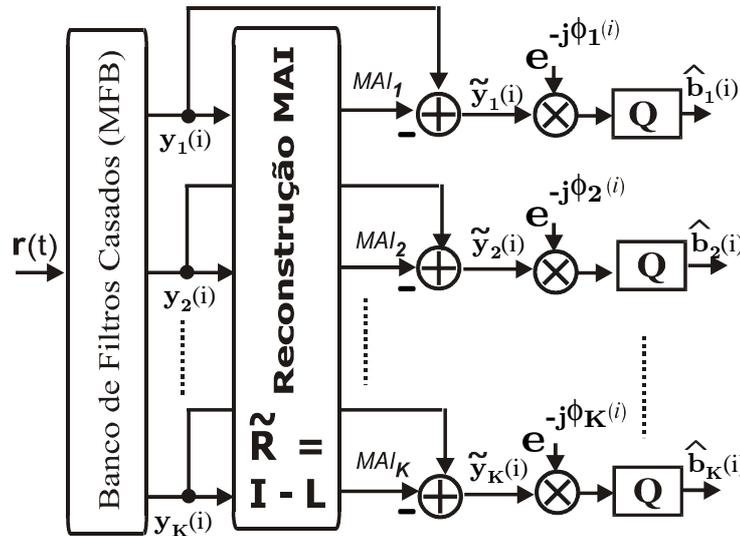
de reconstrução da MAI Pós-Detecção<sup>36</sup> não requer o conhecimento/estimativa das amplitudes. Adicionalmente, com demodulação não-coerente evita-se também a necessidade de estimativa das fases das portadoras.

A estimativa da MAI em um PIC-SD Linear Pós-Detecção para o primeiro usuário pode ser escrita

$$\hat{\mathcal{I}}_1(i) = \sum_{k=2}^K R_{1,k} y_k(i) = [0 \ \rho_{1,2} \ \rho_{1,3} \ \dots \ \rho_{1,K}] \mathbf{y}(i) \quad (2.170)$$

O sinal do usuário 1 após cancelamento MAI é, figura 2.32:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1(i) &= y_1(i) - \hat{\mathcal{I}}_1(i) \\ &= [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \mathbf{y}(i) - [0 \ \rho_{1,2} \ \rho_{1,3} \ \dots \ \rho_{1,K}] \mathbf{y}(i) \\ &= [1 \ -\rho_{1,2} \ -\rho_{1,3} \ \dots \ -\rho_{1,K}] \mathbf{y}(i) \end{aligned} \quad (2.171)$$



**Figura 2.32.** Cancelador de Interferência Paralelo Pós-Detecção do tipo SD Linear empregando aproximação de primeira ordem para  $\mathbf{R}^{-1}$ .

De modo similar, as estimativas de MAI para os demais usuários podem ser obtidas e os sinais após o cancelamento da MAI expressas de forma mais compacta por:

$$\tilde{\mathbf{y}}(i) = \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{y}(i) = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{W}(i) \mathbf{b}(i) + \hat{\mathbf{n}}(i) \quad (2.172)$$

<sup>36</sup> Utilização de correlações cruzadas nos estágios canceladores.

onde

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}} &= \mathbf{I} - \mathbf{L}, \\ \hat{\mathbf{R}} &= \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{R} \\ \hat{\mathbf{n}}(i) &= \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{n}(i) \\ \mathbf{L} &= \begin{bmatrix} 0 & \rho_{1,2} & \cdots & \cdots & \rho_{1,K} \\ \rho_{2,1} & 0 & & & \rho_{2,K} \\ \vdots & \vdots & 0 & & \vdots \\ \rho_{K-1,1} & \rho_{K-1,2} & & \ddots & \rho_{K-1,K} \\ \rho_{K,1} & \rho_{K,2} & \cdots & \rho_{K,K-1} & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Essa é uma operação linear, sendo uma aproximação de primeira ordem para a inversa da matriz de correlações  $\mathbf{R}^{-1}$ . Uma vez que  $\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{L}$ , a inversa de  $\mathbf{R}$  é dada, a partir de (2.92), por:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{L} + \mathbf{L}^2 - \mathbf{L}^3 + \mathbf{L}^4 - \dots \quad (2.173)$$

De forma análoga ao Decorrelator, a operação linear aumenta o ruído às saídas  $\tilde{\mathbf{y}}$ . Mesmo após filtragem, existirá considerável quantidade de MAI residual.

A principal vantagem de um *PIC-SD Linear Ilimitado Pós-Detecção* é a simplicidade de implementação. Não requer circuito de decisão no estágio inicial, diferentemente do PIC-HD, nem a inversão de matriz (Decorrelator). Além disto, uma vez que em um PIC a MAI é cancelada de modo paralelo, evita-se o processo de ordenação dos usuários como no SIC ou no Cancelador de Interferência com Decisão Realimentada (ZF-DF ou DDF). Finalmente, uma vez que estimativas de MAI são obtidas sem estimativa das amplitudes, o PIC-SD Linear Pós-Detecção pode evitar totalmente a estimativa de canal empregando-se demodulação não coerente. No entanto, o custo desta simplificação é a perda de desempenho devido a obtenção de estimativas *ruidosas* para a MAI.

### Aproximação de Ordem Superior para $\tilde{\mathbf{R}}$

Caso seja tomado uma aproximação quadrática ou cúbica para a inversa da matriz de correlações

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{L} + \mathbf{L}^2; \quad (2.174)$$

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{L} + \mathbf{L}^2 - \mathbf{L}^3, \quad (2.175)$$

respectivamente, pode-se esperar uma melhoria progressiva no desempenho do detector resultante em relação ao caso anterior. O caso limite sugere um desempenho idêntico ao do Decorrelator, porém sem a necessidade de inversão da matriz de correlação.

**2.4.4.4 Abordagem Matricial para o PIC–SD Linear Ilimitado**

Em um PIC com decisor *soft* do tipo Linear Ilimitado as estimativas para amplitudes e bits são obtidas conjuntamente, sem a necessidade da realização de operações não-lineares nos estágios intermediários, como ocorre nos canceladores de interferência subtrativos com decisores *hard ou soft do tipo tanh e zona nula*, figura 2.20. O detector PIC–SD Linear Ilimitado Total pré-deteção da figura 2.24 pode ser descrito, com a notação da figura 2.33.a como:

$$y_k^s = y_k^{s-1} + s_k^H \left( \mathbf{r} - \sum_{j=1}^K y_j^{s-1} \mathbf{s}_j \right) \quad (2.176)$$

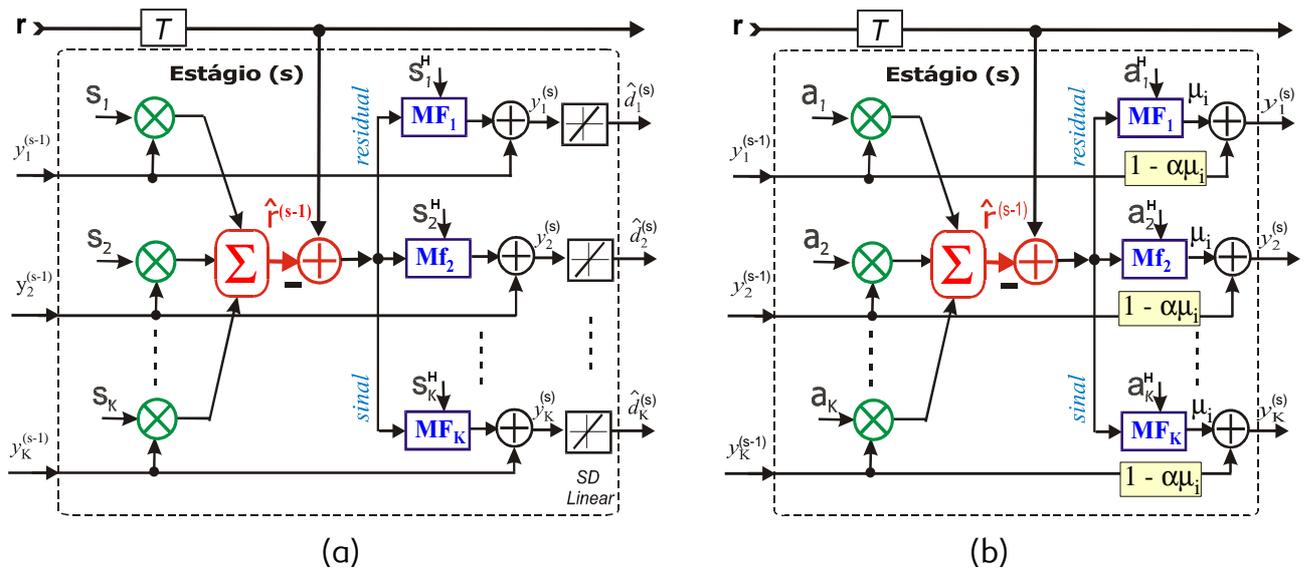
onde a tentativa de decisão de dado no  $s$ -ésimo estágio é feita igual à saída da estatística de decisão,  $\tilde{d}_k^s = y_k^s$ . Este tipo de cancelador pode ser descrito por uma *matriz linear de filtragem*  $\mathbf{G}^{(s)}$  operando diretamente sobre o sinal recebido,  $\mathbf{r}$ ; para o  $s$ -ésimo estágio tem-se a representação vetorial [Guo 00a]:

$$\mathbf{y}^{(s)} = [\mathbf{G}^{(s)}]^H \mathbf{r} \quad (2.177)$$

onde

$$[\mathbf{G}^{(s)}]^H = \left[ \sum_{\ell=1}^s (\mathbf{I} - \mathbf{S}^H \mathbf{S})^{(\ell-1)} \right] \mathbf{S}^H \quad (2.178)$$

com  $\mathbf{S}$  = conjunto de seqüências de espalhamento normalizadas por  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , dimensão  $N \times K$ .



**Figura 2.33.** Representação matricial para o  $s$ -ésimo estágio de um PIC–SD Linear Ilimitado: a) Total; b) Parcial.

Neste caso, o PIC–SD Linear é uma realização para a matriz inversa do Decorrelator através da expansão polinomial de [Moshavi 96]. O comportamento do *PIC–SD Linear* tende ao desempenho do

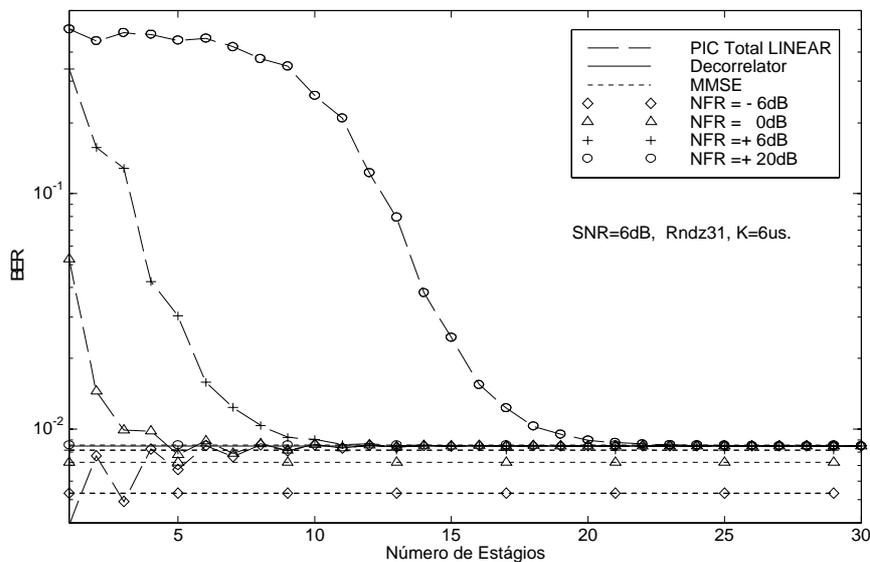
Decorrelator quando o número de estágios tende ao ganho de processamento,  $N$ , caso os autovalores da matriz de correlação normalizada forem menores que 2 [Guo 00a].

A probabilidade de erro de bit pode ser calculada como no detector Convencional (binomial). Para modulação BPSK e canal AWGN, a BER para o  $k$ -ésimo usuário no  $s$ -ésimo estágio é dada exatamente por [Guo 00a]:

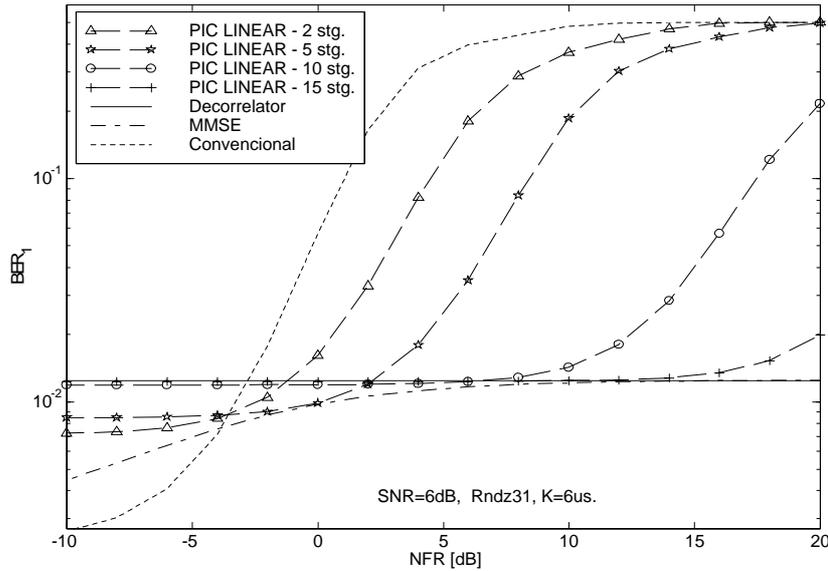
$$Pe_k^{(s)}(\sigma) = 2^{1-K} \sum_{\substack{\mathbf{d} \in \{-1,1\}^K \\ d_k=1}} Q \left( \frac{\text{Re} \left\{ [\mathbf{g}_k^s]^H \mathbf{A} \mathbf{d} \right\}}{\sigma \|\mathbf{g}_k^s\|} \right) \quad (2.179)$$

onde  $\mathbf{g}_k^s$  é o  $k$ -ésima coluna de  $\mathbf{G}^{(s)}$ ;  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K] = \mathbf{S}\mathbf{W}$ , com  $\mathbf{W} = \text{diag} [\sqrt{w_1}, \sqrt{w_2}, \dots, \sqrt{w_K}]$ , matriz diagonal das amplitudes, dimensão  $K \times K$  em sistema síncrono.

A figura 2.34 mostra o desempenho de um PIC-SD Linear Total síncrono em função do número de estágios para  $K = 6$  usuários e seqüências de espalhamento randômicas Rndz31. São considerados modulação BPSK, canal AWGN,  $SNR = 6$  dB para o primeiro usuário e  $NFR = [-6; 0; 6; 20]$  dB para todos os interferentes. Para efeito de comparação foram incluídos os desempenhos para o Decorrelator e MMSE. Já a figura 2.35 apresenta a taxa de erros de bit do primeiro usuário em um PIC-SD Linear Total síncrono com número de estágios entre 2 e 15 versus a razão near-far,  $NFR = [-10, \dots, +20]$  dB, para todos os interferentes, mantidas as demais condições de sistema idênticas ao caso anterior.



**Figura 2.34.**  $BER_1 \times$  número de estágios em um PIC-SD Linear Total; comparação com Decorrelator e MMSE síncronos;  $K = 6$  us e seqüências Rndz31 em canal AWGN.



**Figura 2.35.**  $BER_1 \times$  razão *near-far* em um PIC-SD Linear Total; comparação com Decorrelator e MMSE síncronos;  $K = 6$  us e seqs Rndz31 em canal AWGN.  $NFR = [-10, \dots, +20]$  dB para todos os interferentes.

### PIC Linear Parcial Síncrono com Pesos Otimizados porém Não Ordenados

Em um PIC Linear Ilimitado *Parcial* as tentativas de decisão de dados no  $s$ -ésimo estágio de (2.176), incluindo agora as amplitudes dos sinais recebidos nas operações de respalhamento e desespalhamento no MFB, isto é  $\mathbf{a}_k$  no lugar de  $\mathbf{s}_k$ , figura 2.33.b, torna-se [Guo 98]

$$y_k^s = (1 - \alpha \xi^s) y_k^{s-1} + \xi^s \mathbf{a}_k^H \left( \mathbf{r} - \sum_{j=1}^K y_j^{s-1} \mathbf{a}_j \right) \quad (2.180)$$

com  $\xi^s$ , fatores de cancelamento parcial no  $s$ -ésimo estágio podendo assumir valores complexos e  $\alpha$  um parâmetro não negativo. Na forma vetorial, a equação recursiva para as estatísticas de decisão acima torna-se:

$$\mathbf{y}^{(s)} = [\mathbf{I} - \xi^s (\mathbf{R} - \alpha \mathbf{I})] \mathbf{y}^{(s-1)} + \xi^s \mathbf{A}^H \mathbf{r} \quad (2.181)$$

Note-se que para  $\alpha = 0$ ,  $\xi^s = 1$  e  $\mathbf{A}^H$  substituído por  $\mathbf{S}^H$  em (2.181), obtém-se a correspondente equação recursiva na forma vetorial para (2.176).

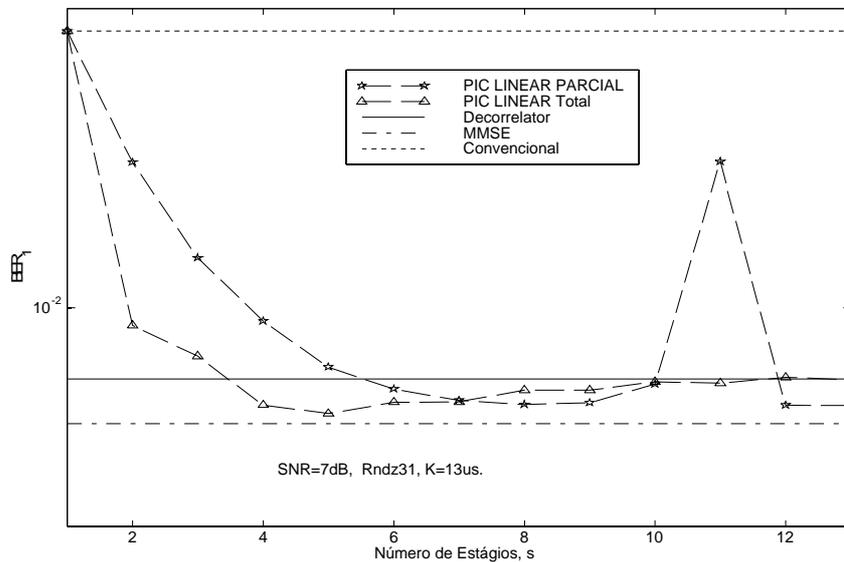
Foi mostrado em [Guo 98] que um PIC-SD Linear Ilimitado Parcial atinge a convergência MMSE, quando os pesos  $\xi^s$  satisfizerem a condição

$$0 < \xi^s < \frac{2}{\lambda_{\max} + \alpha}, \quad s = 1, 2, \dots, S \text{ estágios} \quad (2.182)$$

com  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K$  autovalores de  $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{A}^\top$  e  $\lambda_{\max}$  denota o maior deles. Adotando-se a condição para os pesos

$$\xi^s = \frac{1}{\lambda_i + \sigma^2} \quad (2.183)$$

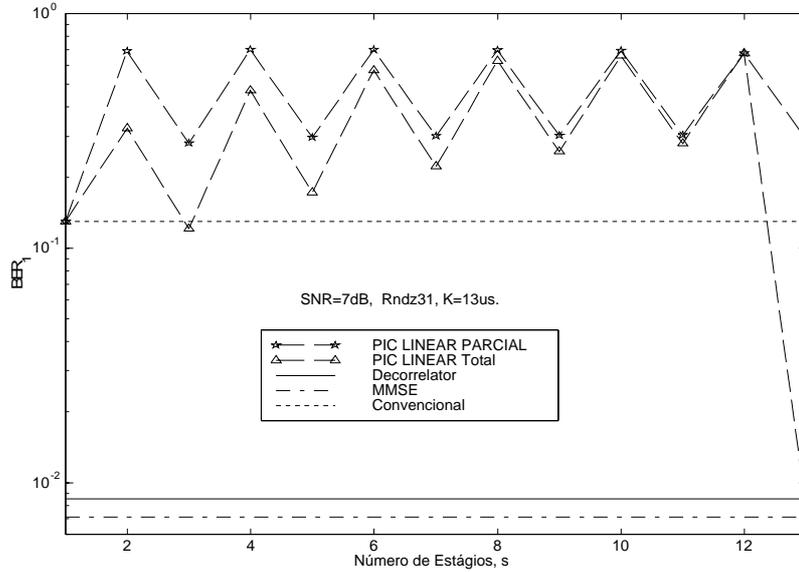
onde assumiu-se  $\alpha = \sigma^2$  (potência de ruído), garante-se a convergência para a solução MSE, isto é, o desempenho do PIC-SD Linear Parcial para o estágio  $s = K$  será igual ao desempenho do MMSE:  $P_e^{PIC\ Lin\_Parcial} \Big|_{s=K} = P_e^{MMSE}$ . Assim, são necessários  $K$  estágios para atingir o mesmo desempenho que o MMSE.



**Figura 2.36.** Desempenho de um PIC Linear Parcial com pesos otimizados porém não ordenados em função do número de estágios,  $s$ .

A ordenação dos  $\xi$  afeta o desempenho dos estágios intermediários; porém não o desempenho do estágio final. Para a figura 2.36, não foi aplicado nenhum critério de ordenação para os pesos. Simplesmente adotou-se os  $\xi$  otimizados, obtidos via (2.183), fazendo-se  $i = s$ . Adotou-se número de usuários,  $K = 13$ , seqüências randômicas *Rndz31* e  $\frac{E_b}{N_0} = 7$  dB. Para efeito de comparação, estão incluídos os desempenhos ideais para os MuD lineares Decorrelator e MMSE. Note-se que para os estágios intermediários ( $s < K$ ) o PIC Linear Parcial não atinge o desempenho otimizado. Ainda, como  $\lambda_{\max} > 2$ , o desempenho do PIC Linear Total diverge. A velocidade da divergência é diretamente proporcional ao valor de  $\lambda_{\max}$ . Para ilustrar este efeito, a figura 2.37 apresenta os desempenhos anteriores considerando as mesmas condições do sistema, utilizando apenas um outro conjunto de seqüências de espalhamento randômicas o qual resulta em  $\lambda_{\max} = 2,366$ , maior que o

para o conjunto de seqüências de espalhamento anterior; note-se que nesta figura o desempenho do PIC-SD Linear Total diverge mais rapidamente.



**Figura 2.37.** Desempenho para PIC Linear Parcial com pesos otimizados, porém não ordenados. Autovalores para a matriz de correlação desnormalizada  $\mathbf{R}$ ,  $\lambda = (0.3436; 0.2688; 0.2576; 0.4137; 0.5006; 0.6088; 0.7747; 1.0547; 1.3056; 1.3831; 1.5591; 2.1637; 2.3660)$ .  $\alpha = \sigma^2$

### PIC Linear Parcial com Pesos Otimizados e Ordenados

Com a ordenação dos  $\xi$  otimizados em um PIC Linear, atinge-se mais rapidamente (menor número de estágios canceladores) o desempenho do detector MMSE. Uma vez que os pesos são ordenados de acordo com o critério da minimização recursiva do excesso de erro quadrático médio (MSE),  $J_{exc}$ , estágio por estágio. O MSE à saída do  $s$ -ésimo estágio de um PIC Linear é obtido por [Guo 98]:

$$J^{(s)}(\boldsymbol{\xi}, \alpha) = \underbrace{\sum_{k=1}^K \frac{\sigma^2}{\lambda_k + \sigma^2}}_{J_{MMSE}} + \underbrace{\sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k (\lambda_k + \sigma^2)}{(\lambda_k + \alpha)^2} \left| \frac{\sigma^2 - \alpha}{\lambda_k + \sigma^2} - \prod_{i=1}^s [1 - \xi^i (\lambda_k + \alpha)] \right|^2}_{J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi}, \alpha)} \quad (2.184)$$

onde:  $\boldsymbol{\xi} = [\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^s]^\top$ , o primeiro termo,  $J_{MMSE}$ , é obtido apenas com o filtro MMSE; e  $J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi}, \alpha)$ , excesso de erro MSE, representa a degradação com relação ao filtro MMSE.

**Caso 1:**  $\alpha = \sigma^2$  (potência de ruído) e um único valor real para o fator de ponderação,  $\xi^i = \xi \in \mathbb{R}$  para todos os estágios. O excesso MSE é reduzido a um polinômio de  $2s$ -ésima ordem:

$$J_{exc}^{(s)}(\xi) = \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \sigma^2} [1 - \xi (\lambda_k + \sigma^2)]^{2s} \quad (2.185)$$

**Caso 2 (mais geral):**  $\alpha = \sigma^2$  (potência de ruído) e diferentes fatores de ponderação,  $\xi^i$  para cada estágio. O excesso MSE é obtido a partir de (2.184):

$$J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \sigma^2} \prod_{i=1}^s |1 - \xi^i (\lambda_k + \sigma^2)|^2 \quad (2.186)$$

Considerando o número de estágios:

- $s \geq K$ , a solução MMSE é obtida fazendo-se:

$$\xi^i = \frac{1}{\lambda_i + \sigma^2} = \frac{1}{\phi_i}, \quad \text{com } \phi_i \triangleq \lambda_i + \sigma^2, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

Desta forma,  $J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi})$  será zero uma vez que um dos termos de  $1 - \xi^i (\lambda_k + \sigma^2)$  de cada produto em (2.186) será igual a zero. Nestas condições, o PIC Linear necessita de pelo menos  $K$  estágios para atingir o desempenho MMSE (figuras 2.36 e 2.37);

- $s < K$ . Na prática, o número de estágios em um PIC deve ser, por questões de complexidade, menor que o número de usuários,  $K$ . É possível obter o excesso de erro,  $J_{exc}^{(s)} = 0$  (desempenho MMSE) com um número de estágios menor que  $K$  (tipicamente  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{1}{3}$  de  $K$ ) realizando-se a procura do mínimo global de  $J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi})$  com relação a  $\boldsymbol{\xi}$ , dado um número de estágios  $s < K$ . Reescrevendo (2.186) como função quadrática do vetor  $\mathbf{x}$ , resulta:

$$J_{exc}^{(s)}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K \lambda_k \phi_k \left| \frac{1}{\phi_k} + \boldsymbol{\varphi}_k^T \mathbf{x} \right|^2 \quad (2.187)$$

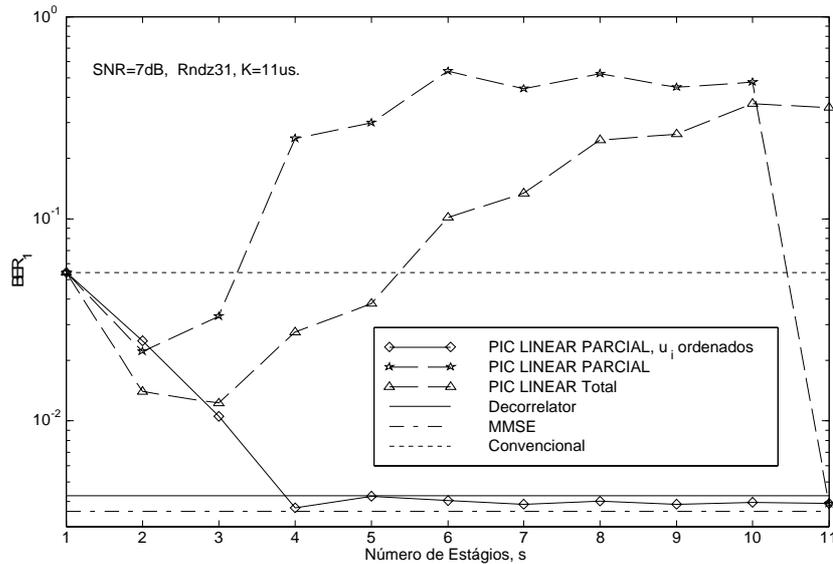
com  $\boldsymbol{\varphi}_k \triangleq [1, \phi_k, \phi_k^2, \dots, \phi_k^{s-1}]^T$  e  $\phi_k \triangleq \lambda_k + \sigma^2$  e  $\mathbf{x} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\xi})$  um mapeamento para os pesos. O resultado é que se tem  $s$  termos de ponderação e portanto  $s!$  diferentes escolhas de  $\widehat{\boldsymbol{\xi}}$  como permutações dos possíveis pesos, sendo que todas estas combinações conduzem ao mesmo desempenho no estágio final. No entanto, a ordem com que os  $s$  termos de ponderação são aplicados tem um significativa influência sobre o desempenho MSE nos estágios intermediários. Para sistemas práticos, as decisões intermediárias podem ser importantes na estimativa dos parâmetros de canal.

O critério de ordenação dos termos ponderação no PIC Linear Parcial afeta o comportamento dos estágios intermediários. [Guo 00a] adota um arranjo para os pesos baseado na minimização do excesso MSE estágio por estágio. Uma ordenação é obtida selecionando-se no estágio  $i$  o peso  $\xi^i \in M_i$  o qual é o mais próximo de  $\widetilde{\xi}^i$ , onde  $M_i$  denota o conjunto de  $(s - i + 1)$  elementos de  $\widehat{\boldsymbol{\xi}}$  que ainda não foi utilizado nos primeiros  $(i - 1)$  estágios:

$$\widetilde{\xi}^i = \arg \min_{\xi^i} J_{exc}^{(s)}(\boldsymbol{\xi}^i) \quad (2.188)$$

onde  $\xi^i = [\hat{\xi}^1, \hat{\xi}^2, \dots, \hat{\xi}^{i-1}, \xi^i]^\top$ . O fator de ponderação dentre os restantes (ainda não escolhido) mais próximo de  $\tilde{\mu}_i$  é a melhor escolha, uma vez que  $J_{exc}^{(s)}(\mu_i)$  é uma função quadrática de  $\xi^i$ , dado que todos os  $\hat{\xi}^j$  anteriores já foram selecionados.

A figura 2.38 mostra o desempenho dos PIC Lineares Parciais com e sem ordenação dos fatores ponderação para controle perfeito de potência e  $\alpha = \sigma^2$ ; compara-se o comportamento do MMSE, Decorrelator e Convencional ideais. Uma vez que  $\lambda_{\max} = 2,3954$ , o PIC Linear Total diverge rapidamente. Note-se que o PIC Linear Parcial com pesos otimizados e ordenados de 4 estágios ( $s < K$ ) atinge o desempenho do MMSE, resultado em significativa redução de complexidade.



**Figura 2.38.** Desempenho para um PIC Linear Parcial com pesos otimizados e ordenados. Autovalores para  $\mathbf{R}$ :  $\lambda = (0.9323; 0.7845; 0.7086; 0.5605; 0.4012; 0.3126; 0.2418; 1.4566; 1.5406; 1.6661; 2.3954)$ .  $\alpha = \sigma^2$

De forma similar aos passos seguidos nesta seção, em [Rasmussen 00] foram derivadas expressões analíticas fechadas para o cálculo de desempenho de um SIC Linear em canal AWGN.

#### 2.4.4.5 PIC-SD Pós-Detecção Assíncrono com Decisor Tangente Hiperbólica, $\tanh$

Uma vez que decisores *soft* do tipo função *tangente hiperbólica* minimizam o erro quadrático médio entre o bit de dados verdadeiro e o estimado em um cancelador de interferência subtrativo [Ko 99], especial atenção será dispensada aos Canceladores de Interferência Paralelo com decisor *soft* do tipo  $\tanh$ . A figura 2.39 mostra um esquema genérico para um PIC-SD Pós-Detecção assíncrono de  $S$ -estágios e decisor  $\tanh(\cdot)$ . Note-se que os atrasos de  $2T$  nas tentativas de decisão de bits,  $\hat{b}_k$ , são necessários para se obter a reconstrução dos sinais interferentes referentes ao bit atual, posterior e anterior em um sistema com sinais assíncronos.

Admitindo-se um sistema DS-CDMA operando sob canal AWGN com  $K$  usuários assíncronos, o sinal total recebido em *banda base complexa* BPSK pode ser escrito, a partir de (2.28), como:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{2E_k}{T}} b_k(i) s_k(t - iT - \tau_k) + \sigma n(t) \quad t \in [0, T] \quad (2.189)$$

onde o coeficiente de desvanecimento do canal em (2.28) é feito  $C_k(i) = 1$ .

O sinal presente na  $k$ -ésima saída do MFB, referente ao  $i$ -ésimo bit transmitido, figura 2.39, será dado por:

$$z_{Conv_k}^{(i)} = \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} \text{Re} \{ r(t) s_k(t - iT - \tau_k) e^{-j\phi_k} \} dt \quad (2.190)$$

$$= A_k b_k^{(i)} + \mathcal{I}_k^{(i)} + n_k^{(i)} \quad (2.191)$$

onde o primeiro termo é o sinal de interesse, o último é o termo ruído filtrado. O termo MAI em um esquema pós-deteccção com sinais assíncronos pode ser escrito como:

$$\mathcal{I}_k^{(i)} = \left( \sum_{l=k+1}^K A_l \rho_{kl}(1) b_l^{(i-1)} e^{j\phi_l(i-1)} + \sum_{l \neq k} A_l \rho_{kl}(0) b_l^{(i)} e^{j\phi_l(i)} + \sum_{l=1}^{k-1} A_l \rho_{kl}(-1) b_l^{(i+1)} e^{j\phi_l(i+1)} \right) e^{-j\phi_k(i)} \quad (2.192)$$

com  $\phi_k = k$ -ésima fase de portadora; o cálculo da MAI de sinais assíncronos depende dos bits transmitidos atual, anterior e posterior e as correlações parciais são dadas por:

$$\rho_{kl}(m) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} s_k(t - \tau_k) s_l(t + mT - \tau_l) dt \quad (2.193)$$

onde  $s =$  seqüência de espalhamento;  $m = -1, 0, 1$  indica a parte da seqüência de espalhamento correspondente, no tempo, ao bit anterior, atual e posterior, respectivamente.

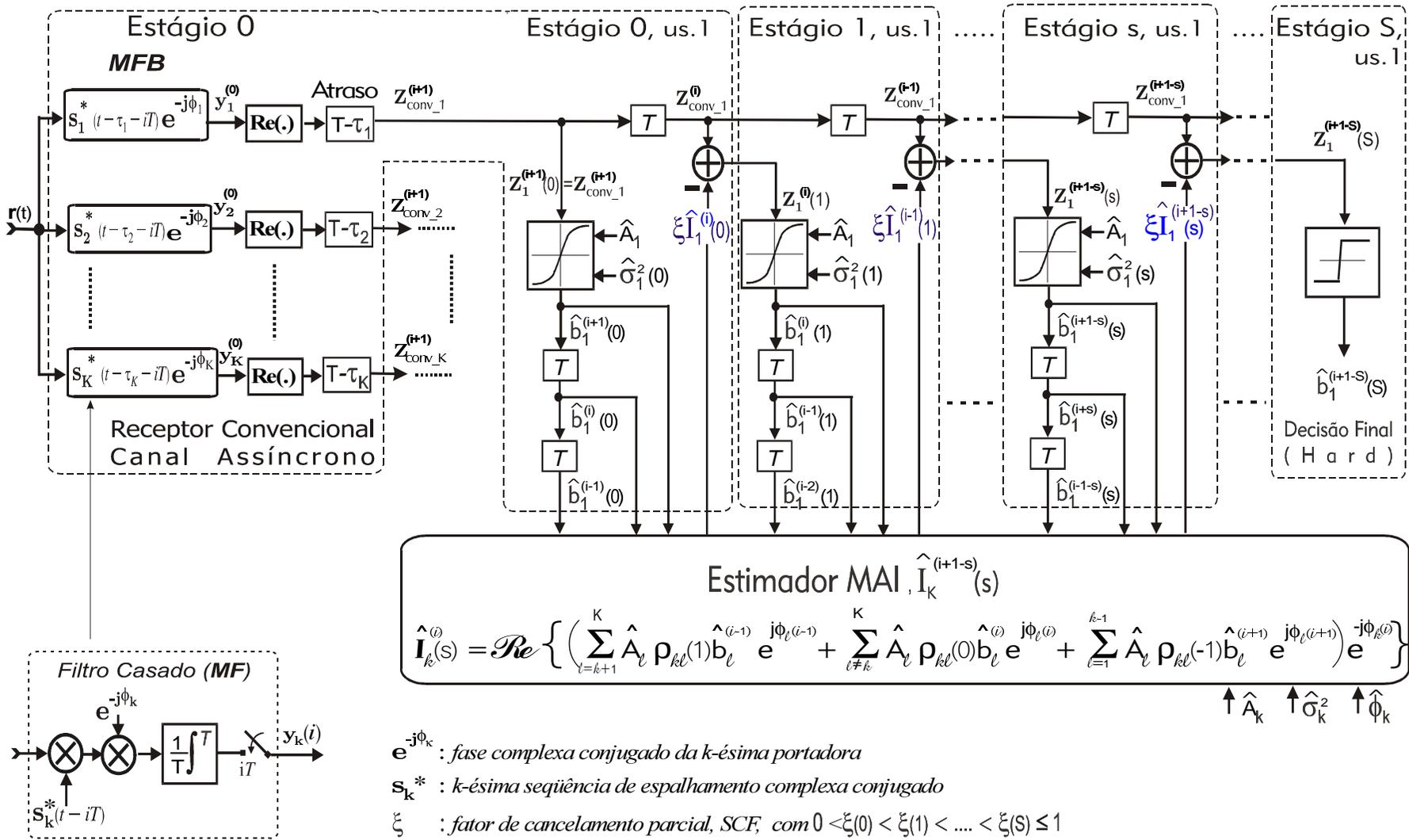


Figura 2.39. Esquema genérico para um PIC pós-deteção assíncrono de S-estádios com dispositivo de decisão tanh ( $\cdot$ ); mostra-se apenas a detecção para o 1º usuário.

O PIC–SD Tanh multiestágio remove a MAI a partir de  $S$  estágios e estimativas de MAI,  $\widehat{\mathcal{I}}_k(s)$ . No primeiro estágio,  $s = 1$ , as tentativas de decisão para os  $K$  usuários são obtidas diretamente passando-se as saídas do MFB pelos respectivos decisores *soft tanh*( $\cdot$ ). Estas estimativas *soft* de bits são empregadas na estimativa da MAI do estágio seguinte,  $s = 2$ . Em um estágio genérico,  $s$ , a MAI estimada para o  $k$ –ésimo usuário é subtraída da respectiva saída do MFB,  $z_{Conv\_k}^{(i)}$  e o resultado, denotado por  $z_k^{(i+1-s)}$  alimenta o respectivo dispositivo de decisão *soft tanh*( $\cdot$ ). Genericamente, tem-se:

$$\begin{aligned} z_k^{(i)}(s) &= z_{Conv\_k}^{(i)} - \widehat{\mathcal{I}}_k^{(i)}(s) \\ &= b_k^{(i)} A_k + n_k^{(i)} + \underbrace{\mathcal{I}_k^{(i)} - \widehat{\mathcal{I}}_k^{(i)}(s)}_{\substack{\text{MAI Residual} \\ \text{Ruído Residual}}} \end{aligned} \quad (2.194)$$

onde o termo *ruído residual* em (2.194) permanece após o cancelamento imperfeito da MAI. As estimativas para a MAI, obtidas no  $s$ –ésimo estágio de cancelamento em um esquema pós-deteccção com sinais assíncronos, figura 2.39, pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{I}}_k^{(i)}(s) &= \left( \sum_{l=k+1}^K \widehat{A}_l \rho_{kl}(1) \widehat{b}_l^{(i-1)}(s-1) e^{j\widehat{\phi}_l(i-1)} + \sum_{l \neq k} \widehat{A}_l \rho_{kl}(0) \widehat{b}_l^{(i)}(s-1) e^{j\widehat{\phi}_l(i)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{l=1}^{k-1} \widehat{A}_l \rho_{kl}(-1) \widehat{b}_l^{(i+1)}(s-1) e^{j\widehat{\phi}_l(i+1)} \right) e^{-j\widehat{\phi}_k(i)} \end{aligned} \quad (2.195)$$

Note-se que os bits atual, anterior e posterior foram estimados no estágio de cancelamento anterior ao considerado. Deve-se ainda obter estimativas para as amplitudes e fases das portadoras para todos os usuários.

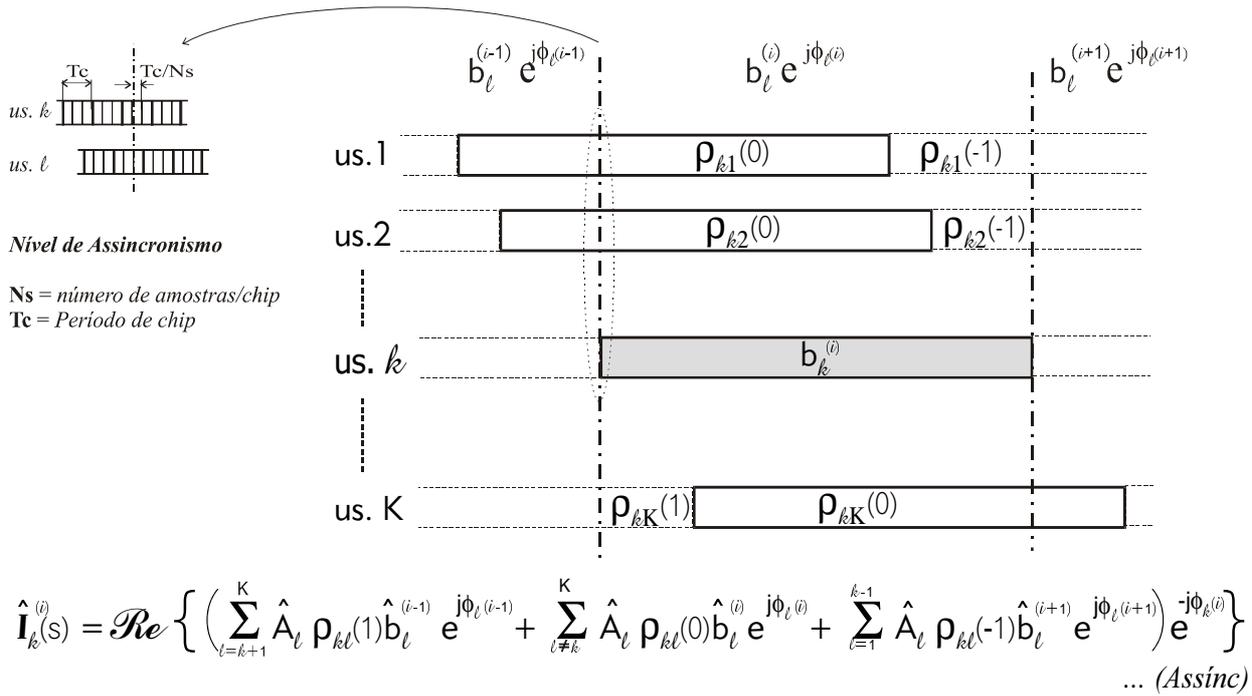
Relações temporais envolvendo as correlações parciais entre todos os usuários, além das fases de portadora e bits de informação dos usuários interferentes, estão presentes na reconstrução dos sinais interferentes (Estimador MAI) em um PIC (As)síncrono Pós-Deteccção. A figura 2.40 esquematiza estas relações temporais no processo de reconstrução da MAI estimada para o  $k$ –ésimo usuário em um PIC (as-)síncrono pós-deteccção. Para sistemas DS-CDMA assíncronos, os atrasos relativos entre os usuários adotados nas simulações Monte Carlo neste estudo foram discretizados em  $\frac{T_c}{N_s}$ , com  $N_s =$  número de amostras por chip e uniformemente distribuídos no intervalo  $\left[0; T - \frac{T_c}{N_s}\right]$ .

O dispositivo de decisão nos  $S - 1$  estágios canceladores em um PIC–SD Tanh opera sobre  $z_k(s)$  e estimativas para a amplitude do sinal e variância de ruído do estágio cancelador considerado; para o  $k$ –ésimo usuário tem-se:

$$\widehat{b}_k^{(l)}(s) = \tanh \left[ \frac{z_k^{(l)}(s) \widehat{A}_k}{\widehat{\sigma}_k^2(s)} \right]$$

ou simplesmente realiza a decisão *hard* sobre  $z_k(s)$  no último estágio:

$$\widehat{b}_k^{(l)}(s) = \text{sign} \left[ z_k^{(l)}(s) \right]$$



**Figura 2.40.** Relações temporais para as correlações parciais do  $k$ -ésimo usuário em um PIC (as-)síncrono pós-deteção.

A estimativa para a MAI,  $\widehat{\mathcal{I}}_k^{(i)}(s)$ , é obtida a partir das estimativa prévia das amplitudes de todos os usuários,  $\widehat{A}_\ell$ , por exemplo, via média temporal de amostras das saídas do MFB, seção 2.5, estimativa dos bits obtidos nas tentativas de decisão do estágio anterior,  $\widehat{b}_\ell(s-1)$ , além das estimativas tradicionais para atraso e fase de portadora. Em uma primeira análise, é razoável admitir que os atrasos e fases das portadoras de todos os usuários ativos sejam conhecidos exatamente e estejam ordenados da forma:  $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_K$ .

Estimativas para amplitudes, necessária em qualquer PIC com tentativa de decisão de bits<sup>37</sup> e estimativas para a variância de ruído residual (necessária no PIC com decisor tanh e zona nula) são

<sup>37</sup> Decisores com função  $\text{sign}(\cdot)$ ,  $\tanh(\cdot)$ , zona nula, linear limitado (*clipper*), entre outros.

obtidas a partir da média em  $J$  amostras; para o  $k$ -ésimo usuário:

$$\hat{A}_k = \frac{1}{J} \sum_{\ell=i+1-S-J}^{i-S} \left| z_k^{(\ell)}(S) \right| \quad (2.196)$$

$$\hat{\sigma}_k^2(s) = \frac{1}{J} \sum_{\ell=i+1-S-J}^{i-S} \left[ z_k^{(\ell)}(s) - \hat{A}_k \hat{b}_k^{(\ell)}(S) \right]^2 \quad (2.197)$$

onde:  $1 \leq s < S$ ;  $\ell$  indica  $J$  bits consecutivos;  $z_k^{(\ell)}(s)$  é  $k$ -ésima saída MFB após cancelamento MAI no  $s$ -ésimo estágio (2.194);  $\hat{b}_k(S)$  são decisões *hard* de bits no estágio final.

Visando facilitar a construção do algoritmo, as estimativas para as amplitudes de todos os usuários foram obtidas simplesmente tomando-se a média de  $J$  amostras à saída do MFB, ou seja utilizou-se diretamente  $\left| z_{Conv\_k}^{(\ell)} \right|$  na equação (2.196). Para a estimativa da variância do ruído residual simplificou-se o cálculo em (2.197), obtendo-se simplesmente:

$$\hat{\sigma}_k^2(s) = \frac{1}{2J} \sum_{\ell=i+1-S-J}^{i-S} \left| \left[ z_k^{(\ell)}(s) \right]^2 - \left[ \hat{A}_k \right]^2 \right| \quad (2.198)$$

onde  $1 \leq s \leq S$  e  $J$  é um inteiro positivo; nos algoritmos desenvolvidos, adotou-se  $J = 300$  (@  $\frac{E_b}{N_0} \leq 5\text{dB}$ ),  $J = 200$  (@  $5 < \frac{E_b}{N_0} \leq 10\text{dB}$ ) e  $J = 150$  (@  $\frac{E_b}{N_0} > 10\text{dB}$ ). Uma análise comparativa de desempenho utilizando (2.198) para o PIC-SD Tanh é feita no capítulo 3.

#### 2.4.4.6 Implementação Pré- e Pós- Detecção em PIC

Existem basicamente duas formas de se implementar a reconstrução da MAI em esquemas de detecção baseado no cancelamento de interferência subtrativo: pré- e pós-deteção. Quando forem empregadas as correlações cruzadas no processo das estimativas da MAI em banda base e o cancelamento da MAI realizado após o sinal total recebido passar pelo MFB, ter-se-á um esquema de cancelamento denominado *pós-deteção*<sup>38</sup>. Por outro lado, se a reconstrução dos sinais interferentes for realizada a partir das respectivas seqüências de espalhamento e o cancelamento da MAI ocorrer antes da detecção dos sinais no MFB, ter-se-á um esquema denominado *pré-deteção*<sup>39</sup>. Neste esquema, o cancelamento da MAI pode ocorrer tanto em banda base quanto em RF.

Do ponto de vista teórico, ambos os esquemas são equivalentes; no entanto o esquema de cancelamento pós-deteção resulta em menor complexidade de implementação pressupondo um sistema com códigos curtos em canal AWGN ou lentamente variável no tempo de tal sorte que a

<sup>38</sup> Também denominado cancelamento em banda estreita.

<sup>39</sup> Também denominado cancelamento em banda larga.

atualização da matriz de correlações seja muito lenta. Caso o sistema utilize códigos longos em canais com desvanecimento rápido, a abordagem pré-deteção será preferível.

Para ilustrar as duas formas de implementação, as figuras 2.41 e 2.42 mostram esquemas genéricos de um PIC-SD pré-deteção Parcial e Total para canal AWGN ou Rayleigh Plano. A figura 2.43 sintetiza um esquema em blocos de um PIC multiestágio pré-deteção destacando vários tipos de dispositivos de decisão; genericamente são mostrados os decisores *hard* e Soft do tipo tanh, zona nula e linear ilimitado nos estágios intermediários. Para a decisão final, os sinais passam por um banco de filtros casados com decisão *hard*. Apenas o decisor linear não requer estimação de amplitudes no estágio regenerador. Por sua vez, um esquema para um PIC Pós-Deteção assíncrono multiestágio e decisor tanh ( $\cdot$ ) foi mostrado na figura 2.39.

Note-se que os esquemas das figuras 2.42 e 2.43 resultam em complexidade de implementação menor que o da figura 2.41, uma vez que o sinal residual presente nos dois primeiros é comum a todos os usuários, reduzindo desta forma o número de operações de subtração em cada estágio cancelador. Redução adicional na complexidade de implementação é obtido com o esquema de cancelamento pós-deteção da figura 2.39 considerando um mesmo tipo de decisor.

Nestes esquemas, não está incluída a complexidade necessária para se estimar os parâmetros de canal. Assume-se que o bloco estimador de parâmetros de canal seja capaz de obter acurácia na obtenção do ganho de canal Rayleigh, atrasos e fases de todos os sinais recebidos. Para o esquema da figura 2.41 foram incluídos decisores HD à saída do estágio MFB, uma vez que nas simulações Monte Carlo o detector Convencional quase sempre é tomado como referência na comparação do ganho de desempenho obtido com os estágios canceladores.

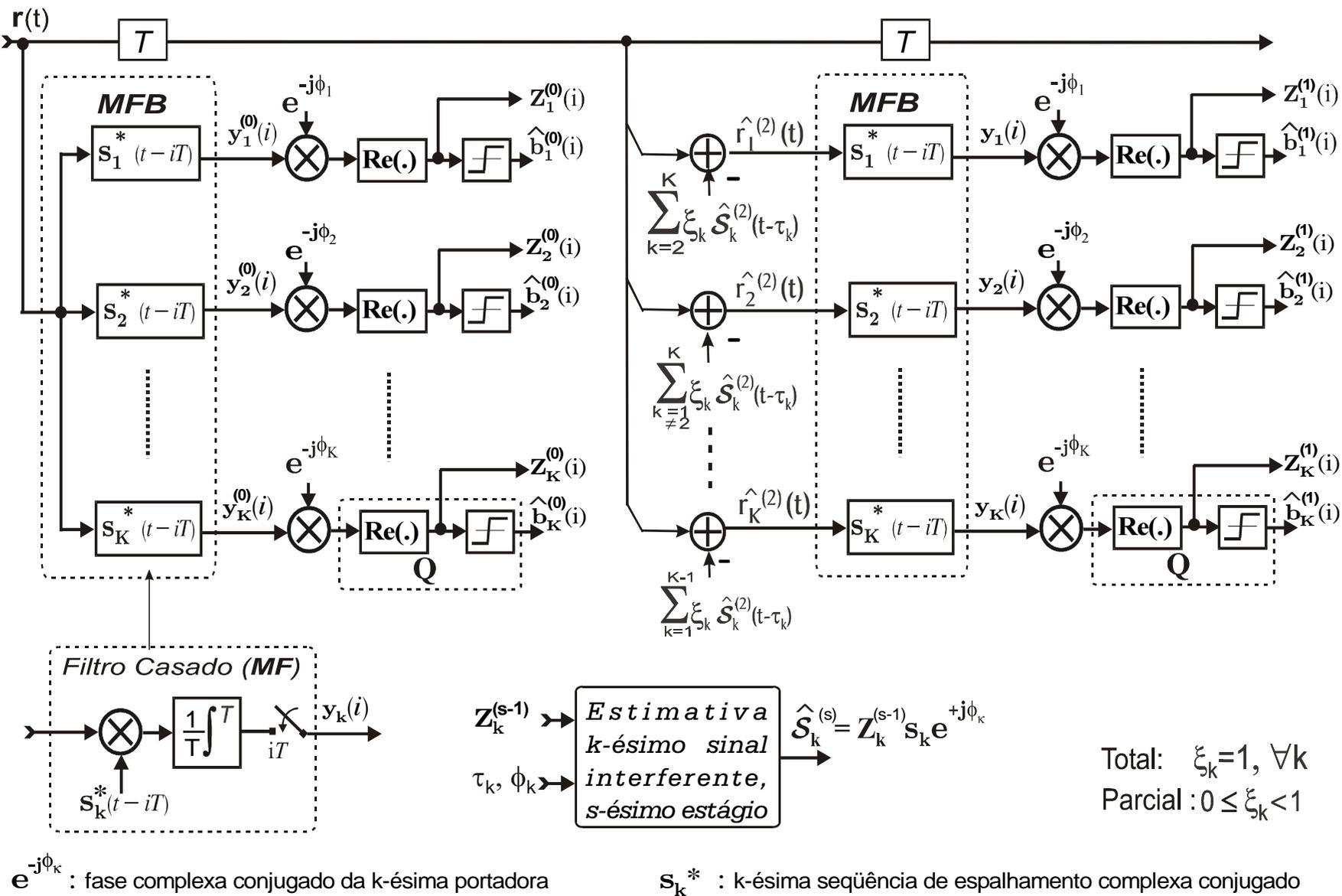
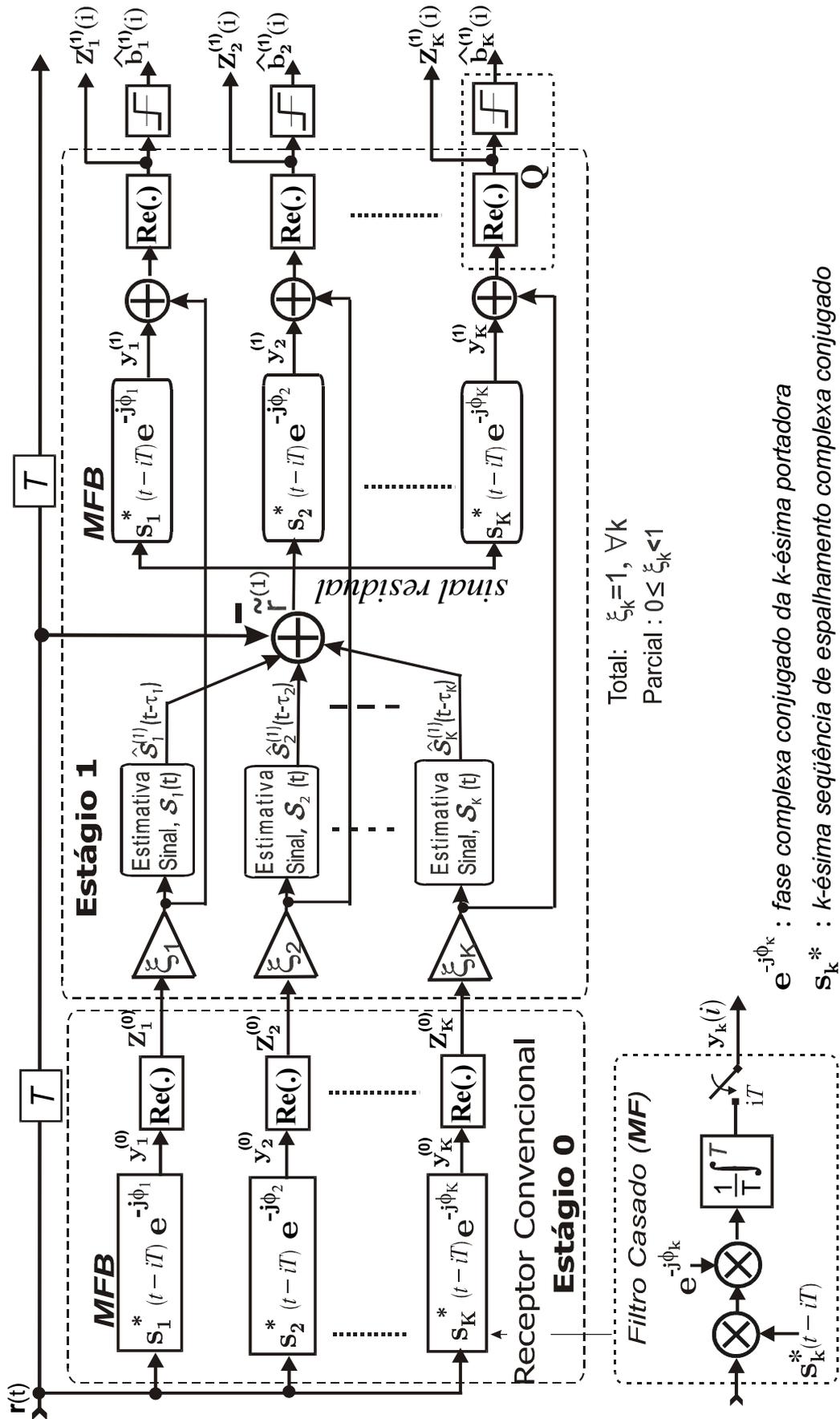


Figura 2.41. Cancelador de Interferência Paralelo Soft Decision (PIC-SD) pré-deteção genérico de 1 estágio para canal com desvanecimento Rayleigh Plano; complexidade de implementação:  $O(K^2)/stg$ .



**Figura 2.42.** Implementação alternativa (complexidade  $\mathcal{O}(K)/\text{stg}$ ) para o Cancelador de Interferência Paralelo *Soft Decision* (PIC-SD) pré-deteção genérico de 1 estágio, canal com desvanecimento Rayleigh Plano.

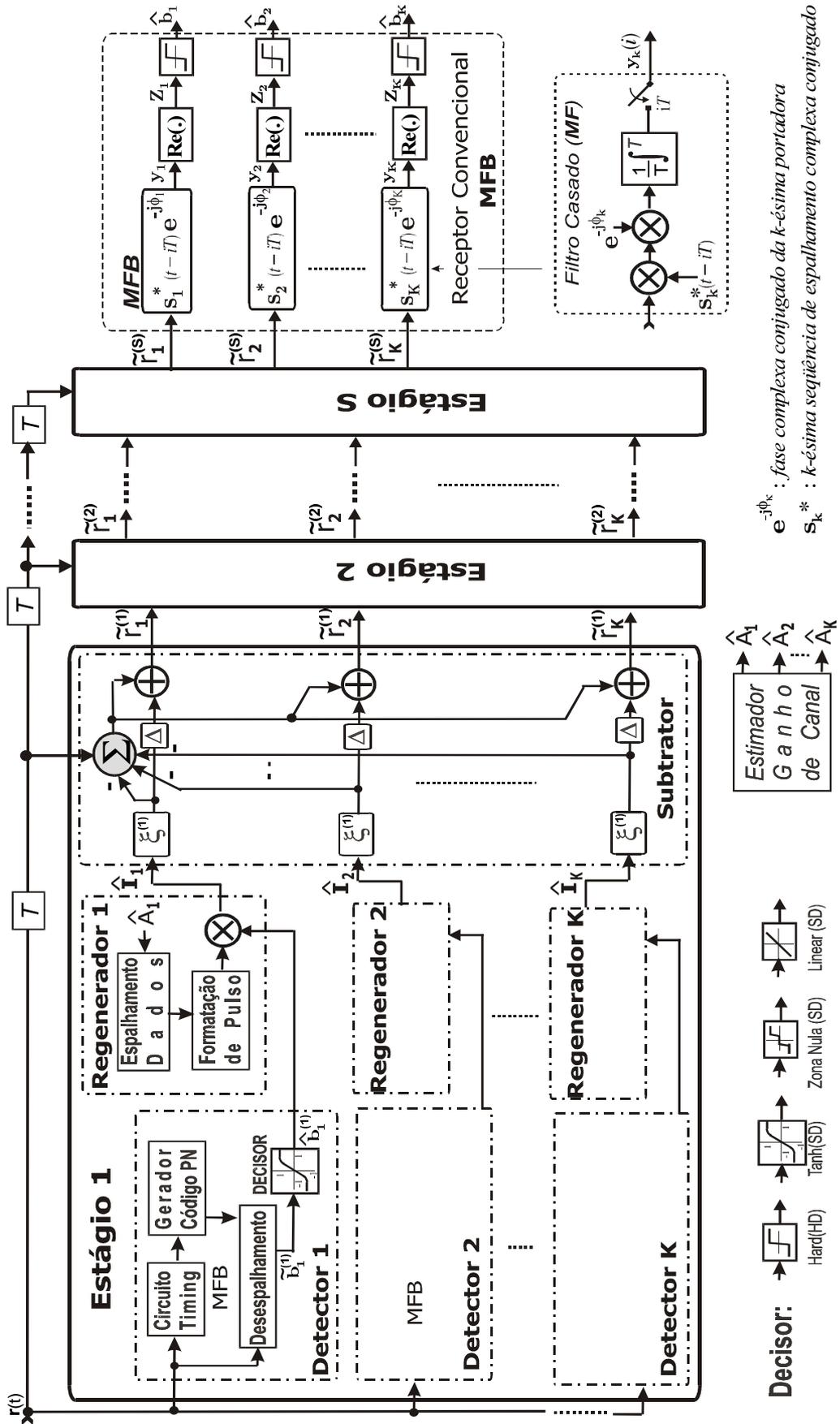


Figura 2.43. Diagrama em blocos de um PIC multiestágio com esquema de pré-deteção e geração de sinal residual no estágio subtrator; complexidade  $\mathcal{O}(K)/\text{stg}$ .

### 2.4.4.7 PIC Seletivo

O processo de cancelamento de interferência pode aumentar a MAI caso as potências recebidas estejam abaixo de um certo limiar [Kaul 96]. Isto se deve ao não efetivo cancelamento do sinal devido à impossibilidade de se obter estimativas acuradas, conduzindo a um incremento no nível de ruído. A técnica de **cancelamento seletivo** opera apenas sobre usuários cujas potências recebidas estejam acima de um limiar. Para canais AWGN, o limiar que resulta em cancelamento benéfico para o usuário  $k$  em um PIC–SD linear ilimitado será dado por [Kaul 96], [Kaul 95]:

$$P_k > \frac{N_0}{2T} + \frac{1}{3N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K P_j \quad (2.199)$$

Em [Fantacci 99] foi proposto um sistema IC para canais com desvanecimento multipercurso que emprega critério de seleção de usuários para cancelamento baseado em limiar das potências recebidas. O detector PIC Seletivo de baixa complexidade proposto realiza apenas o cancelamento dos sinais avaliados como confiáveis. No primeiro estágio, um banco de receptores RAKE processam o sinal recebido. Cada receptor RAKE é casado a uma seqüência de espalhamento específica, implementando um algoritmo MRC [Proakis 89], cap.7. Após passarem pelo detector RAKE, as variáveis de decisão  $Z_m(i)$  são comparadas a um valor de limiar apropriado,  $Th$ , em um decisor *soft* Zona Nula, afim de se determinar o termo de confiança,  $\tilde{b}(i)$  como:

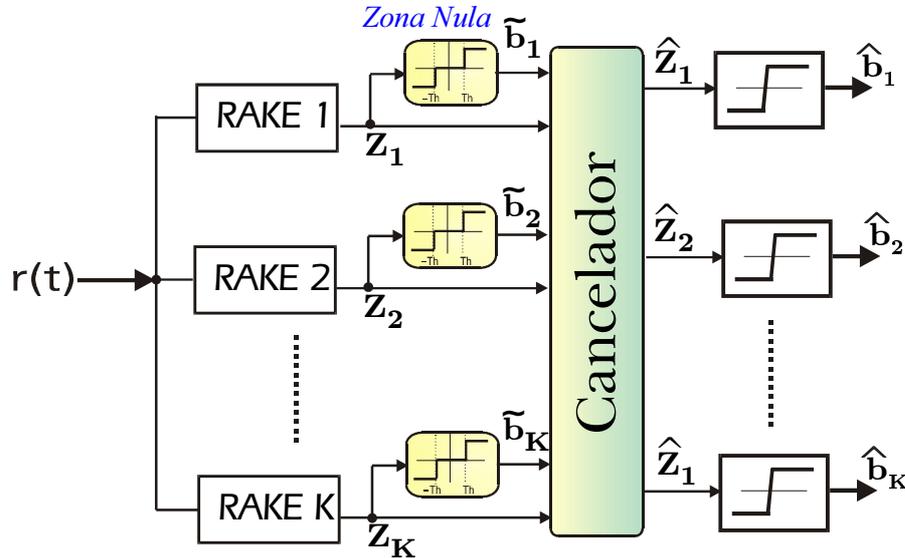
$$\tilde{b}(i) = \begin{cases} 1 & Z_m(i) \geq Th \\ 0 & -Th < Z_m(i) < Th \\ -1 & Z_m(i) \leq -Th \end{cases} \quad (2.200)$$

Caso  $\tilde{b}(i) = \pm 1$ , tem-se um sinal confiável; caso contrário, tem-se um sinal não confiável. Para os sinais confiáveis, assume-se desprezível a influência da MAI e do AWGN introduzidos no canal de transmissão. Estes sinais passam então pelo estágio Cancelador Paralelo, figura 2.44, auxiliando no cancelamento da MAI dos demais sinais. Esta operação é feita em uma única etapa (*one-shot*), propiciando considerável redução de complexidade da operação de cancelamento. O limiar de comparação  $Th$  deve então ser escolhido de forma a maximizar o desempenho.

Denominando-se  $m$  um sinal não confiável, tem-se que o *termo de cancelamento para o usuário  $m$*  em um esquema pós-deteção, devido aos  $K - 1$  sinais dos demais usuários, pode ser expresso como:

$$\mathcal{I}_m(i) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^K \sum_{p=1}^L \tilde{b}_k(i) \rho_{m,k,p}((i+1)T + \tau_{L,m}, i) \quad (2.201)$$

com  $L =$  número de réplicas do sinal, devido ao multipercurso, e portanto  $1 \leq i \leq L$ ;  $K =$  número total de usuários ativos;  $T =$  duração de bit;  $\tau_{l,m} =$  atraso da  $l$ -ésima réplica do  $m$ -ésimo sinal;  $\rho_{m,k,p}(\cdot) =$  termo de correlação cruzada entre o  $m$ -ésimo sinal não confiável e o  $k$ -ésimo usuário, considerando a atenuação da  $p$ -ésima cópia do sinal com multipercurso.



**Figura 2.44.** Diagrama em blocos para um cancelador de interferência seletivo *One-Shot* com receptor RAKE no 1º estágio e limiar de decisão  $Th$  para a determinação de sinais confiáveis.

Apenas os sinais dos usuários confiáveis terão contribuição em  $\mathcal{I}_m(i)$  diferente de zero. Assim, a saída do cancelador será:

$$\hat{Z}_m(i) = Z_m(i) - \mathcal{I}_m(i) \quad (2.202)$$

Para o caso de sinais não confiáveis, (2.200) em (2.201) resulta  $\mathcal{I}_m(i) = 0$  (não há cancelamento de MAI); portanto (2.202) resulta  $\hat{Z}_m(i) = Z_m(i)$ . A decisão de símbolo é obtida comparando-se  $\hat{Z}_m(i)$  com o limiar zero (decisor *hard*):

$$\hat{b}_m(i) = \begin{cases} 1 & \hat{Z}_m(i) > 0 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.203)$$

De fato, o PIC Seletivo não implementa perfeitamente o cancelamento de MAI. Considerando canais assíncronos e com multipercurso, o PIC Seletivo de baixa complexidade não realiza cancelamentos de MAI produzidas pelos usuários interferentes sobre intervalos de sinais posteriores (ou anteriores); apenas é considerado o cancelamento sobre o intervalo de  $T$  (*one-shot*). No entanto, pode-se mostrar que com esta implementação é possível obter um desempenho superior ao do detector RAKE sem cancelamento, mantendo-se o objetivo de redução, ao máximo, na complexidade [Fantacci 99].

O desempenho do PIC Seletivo *One-shot* será afetado em ambiente com forte efeito *near-far*. Esta limitação pode ser superada acrescentando um algoritmo para controle de potência aumentando, no entanto, a complexidade de implementação;

O valor do limiar de comparação ótimo,  $Th_{opt}$ , permite obter o melhor compromisso entre a necessidade de se aumentar o número de cancelamentos de interferência a ser realizado e a garantia de se ter, para os termos confiáveis, estimativas com alta probabilidade de estarem corretas. Valores para  $Th_{opt}$  dependem da quantidade de desajuste de potência dos usuários, da SNR e do carregamento do sistema. A inclusão de um algoritmo para a determinação do limiar de comparação implica em aumento adicional de complexidade de implementação.

### 2.4.5 Cancelamento de Interferência de Grupo (GIC) ou Híbrido (HIC)

O Canceladores de Interferência de Grupo (GIC, *GroupWise IC*) ou Híbrido (HIC) dividem os sinais a serem detectados em pelo menos dois grupos. Procede-se à detecção de símbolos dos usuários de um mesmo grupo, formando-se estimativas da MAI causadas pelos usuários pertencentes àquele grupo, baseando-se, geralmente, em decisões de símbolo *hard*. As estimativas para a MAI são então subtraídas das saídas dos filtros casados aos sinais dos demais usuários<sup>40</sup>. Pode-se realizar o cancelamento de interferência de grupo de forma sucessiva ou paralela. O cancelamento de interferência de grupo sucessivo G-SIC, foi proposto originalmente em [Wijk 95], enquanto que o paralelo, G-PIC, original é atribuído a [Haifeng 97]. O cancelamento de grupo no tempo pode ser feito considerando um único (*one-shot*) ou vários símbolos consecutivos.

A princípio, o detector de grupo de usuários GIC pode empregar qualquer detector, convencional (MFB) ou multiusuário (Decorrelator, MMSE, PIC, MLSD). Pode-se ainda combinar a estrutura de cancelamento de interferência ao receptor do tipo equalizador linear. Muitas das realizações para esta combinação utilizam decisões realimentadas dos símbolos detectados (ZF-DF) a fim de obter cancelamento subtrativo de parte da MAI.

O esquema de cancelamento G-SIC se diferencia do SIC, figuras 2.17 e 2.18 pelo fato de se realizar em cada etapa serial a detecção/cancelamento de mais de um usuário. Inicialmente, ordena-se os sinais recebidos segundo um critério de energia ou correlações, como no SIC. Seleciona-se um primeiro grupo de sinais de maiores energias. Procede-se à detecção paralela deste grupo e cancela-se do sinal total recebido os respectivos sinais reconstruídos. Repete-se o esquema acima para os sinais ainda não detectados. A razão para se agrupar e detectar mais de um sinal por vez em um G-SIC

<sup>40</sup> Isto ocorre em banda base. Alternativamente, pode-se obter o cancelamento a partir do respalhamento em banda larga, envolvendo a reconstrução do sinal antes do cancelamento, [Johansson 98], [Wijting 99].

é a redução na complexidade de hardware e o menor tempo de processamento dos sinais quando comparado ao SIC. Basicamente, em um SIC o número de correladores complexos do MFB,  $N_{cc}$ , é proporcional ao quadrado do número de usuários ativos no sistema e o atraso para processar todos estes sinais aumenta linearmente com o número de usuários:

$$N_{cc}^{sic} \propto K^2 \quad (2.204)$$

$$\Delta_{Tot}^{sic} = K.T \quad (2.205)$$

Em um G-SIC, há uma redução nos dois parâmetros acima, dado por  $F_r =$  número de usuários por grupo. Assumindo-se que  $F_r$  seja fixo e igual para todas as etapas seriais, tem-se [Wijk 95]:

$$N_{cc}^{g-sic} \propto \left\lceil \frac{K}{F_r} \right\rceil K \quad (2.206)$$

$$\Delta_{Tot}^{g-sic} = \left\lceil \frac{K}{F_r} \right\rceil .T \quad (2.207)$$

com  $\lceil \cdot \rceil =$  inteiro superior mais próximo do argumento.

Nos próximos capítulos deste trabalho serão utilizados canceladores de interferência subtrativo híbrido G-SIC do tipo  $K/P/S$ , ilustrado na figura 2.45. Neste esquema, grupos de  $P_i$  sinais são detectados paralelamente através de canceladores PIC multiestágio em um total de  $S$  cancelamentos de grupo seriais, resultando em um total de  $K$  sinais processados com  $K = P.S$ , no caso de  $P_1 = P_2 = \dots = P_S = P$ . A etapa de reconstrução dos sinais antes do cancelamento do sinal total inclui a estimativa dos parâmetros amplitudes,  $\hat{A}$ , fase de portadora,  $\hat{\phi}$ , e atrasos,  $\hat{\tau}$ , além dos bits de informação previamente detectados. Neste esquema, detecta-se primeiro o grupo de usuários mais fortes (sinais mais confiáveis), cujos sinais recebidos encontram-se dentro da primeira faixa  $P_1$ , figura 2.45. A seguir, realiza-se o cancelamento de sinais deste grupo em relação ao sinal total recebido. Detecta-se de modo convencional (MFB) o restante dos sinais. Reordenam-se as potências recebidas e procede-se novamente a uma classificação para detecção do segundo grupo. Repete-se o procedimento até que sejam realizados  $S$  cancelamentos seriais de grupos, sendo que em cada etapa são detectados de modo paralelo (PIC multiestágio)  $P_i$  sinais e subtraídos do sinal original recebido.

Em G-SIC do tipo  $K/P/S$  há distintos critérios para a obtenção do número de estágios canceladores seriais  $S$  e dos conjuntos de índices de usuários no cancelamento paralelo,  $P_i$ :

1. *Critério Fixo* para  $S$  e  $P$ , independente da variância das energias dos sinais; o algoritmo de detecção de grupo opera com um número fixo de etapas seriais e/ou número de sinais detectados

de forma paralela em cada etapa; por exemplo para  $K = 10$  e 30 usuários pode-se ter, entre várias possibilidades:

- (a) número fixo de sinais detectados paralelamente, por exemplo,  $K/P/S = [10/5/2]$  ou  $[30/5/6]$ ;
- (b) número fixo de etapas seriais,  $K/P/S = [10/2/5]$  ou  $[30/6/5]$ .

2. *Critério adaptativo*: leva em conta as disparidades (variância) das energias dos sinais recebidos; através do vetor amplitudes estimadas<sup>41</sup>, calcula-se a diferença relativa das amplitudes

$$\hat{A}_{rel} = \hat{A}_{Max} - \hat{A}_{Min} [dB] \quad (2.208)$$

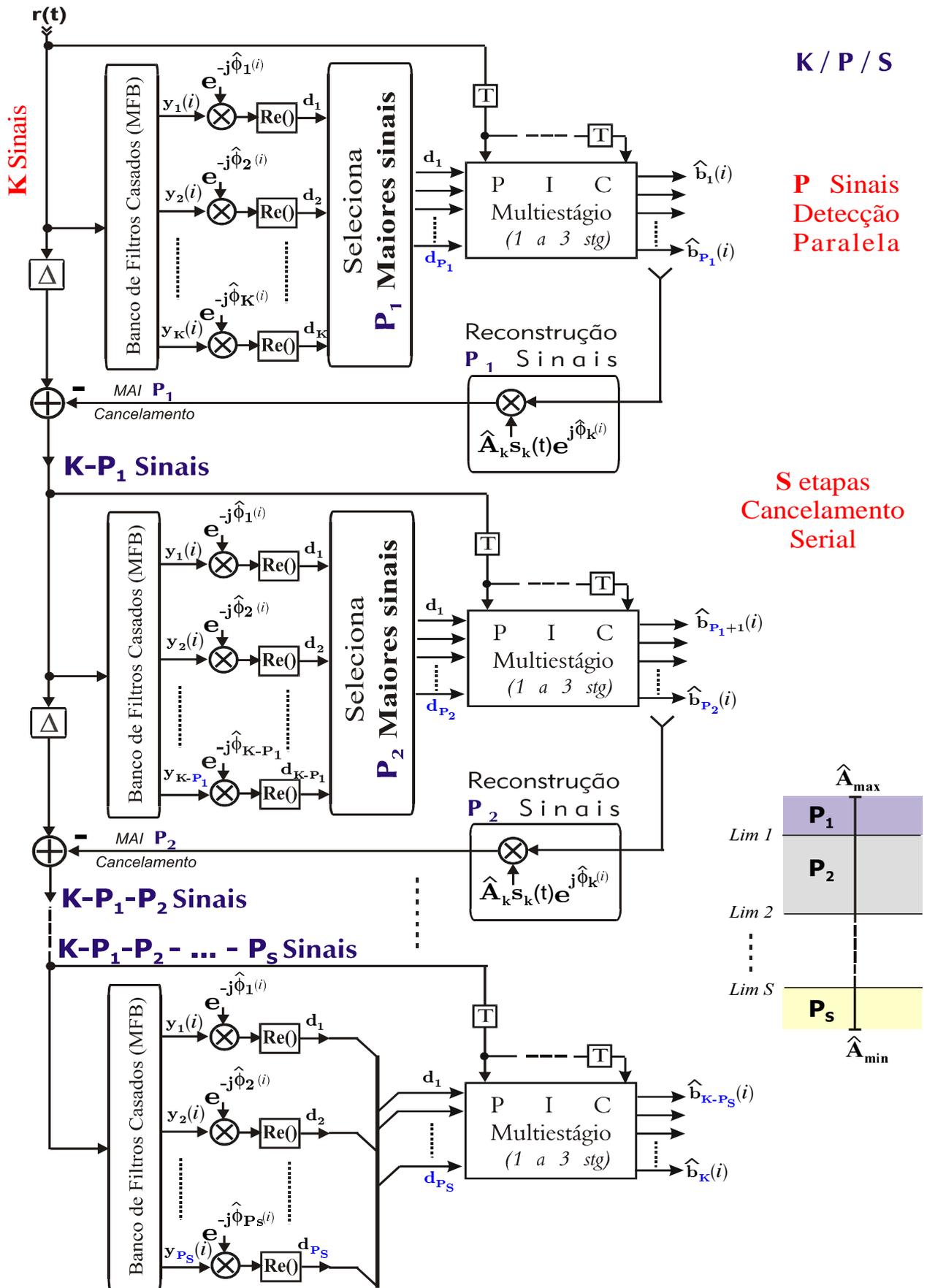
Caso a disparidade das potências recebidas seja grande, decide-se por um maior número de etapas canceladoras seriais, aproximando-se da abordagem SIC (ótima em ambiente com forte *near-far*). Por outro lado, quando os sinais recebidos apresentarem potências muito próximas reconfigura-se o número de etapas seriais, podendo ser reduzida a apenas uma, recaindo-se, neste caso, na topologia PIC, uma vez que o cancelamento paralelo é ótimo para ambiente com controle de potência. O número de sinais detectados paralelamente será variável e depende obviamente da escolha de  $S$ .

Além da escolha do critério para a configuração  $S/P$ , pode-se utilizar diferentes números de estágios canceladores paralelos na detecção dos grupos,  $P_i$ . Um exemplo ilustrativo combinando os conceitos acima é mostrado na tabela 2.4. No caso de controle relativo de potência,  $\hat{A}_{rel} < 5dB$ , o HIC se reduz a um PIC multiestágio com maior número de estágios. No outro extremo, quando há forte *near-far*, o HIC terá 3 etapas seriais, reduzindo-se desta forma o número de sinais detectados paralelamente; conseqüentemente também será menor o número de estágios canceladores paralelos; no limite, apenas um. Os fatores de cancelamento parciais mostrados na tabela não foram otimizados para canal AWGN; porém são o resultado de um procedimento de busca iterativa não exaustiva e estão próximos aos valores ótimos. Outras considerações serão feitas no capítulo 3.

Das disparidades de energia também resulta a separação e ordenação dos sinais dos usuários em faixas. Por exemplo, os limiares para classificação dos usuários em 3 grupos pode ser dado por:

$$\begin{aligned} Step &= \frac{|\max(\hat{A})| - |\min(\hat{A})|}{4} [dB] \\ Lim1 &= \max(\hat{A}) - Step [dB] \\ Lim2 &= \min(\hat{A}) + Step [dB] \end{aligned}$$

<sup>41</sup> Por exemplo, média temporal em  $J$  bits à saída do MFB



**Figura 2.45.** Princípio de cancelamento híbrido (ou de grupo) para  $K$  sinais sendo que  $P$  sinais são detectados de modo paralelo (PIC), reconstituídos e cancelados do conjunto inicial, resultando em  $S$  etapas de cancelamento serial de grupo.

Nesta topologia, há um certo balanceamento entre o número de estágios Paralelos e Seriais. Quando todos os usuários forem recebidos com potências semelhantes (pequena variância), então explorar-se-á a característica vantajosa do PIC, reforçando o número de estágios canceladores paralelos (3) em detrimento dos estágios seriais (1). Na situação oposta, quando houver grande disparidade de potências recebidas, aumentar-se-á o número de estágios canceladores seriais (3), agrupando-se os usuários a partir do critério da similaridade das energias, detectando e cancelando cada um destes grupos de modo paralelo, iniciando-se pelo grupo de maior energia.

No exemplo dado na tabela 2.4 foram adotados no máximo três estágios seriais e três paralelos; evidentemente, melhores desempenhos serão obtidos, principalmente na região de alto carregamento do sistema ( $L \approx 100\%$ ), caso seja ampliado a composição do número de estágios paralelos e seriais ( $P/S$ ) na estrutura IC híbrida às custas de uma maior complexidade de implementação. No capítulo 5 as composições  $P/S$  mostradas na tabela 2.4 serão consideradas para efeito de análise e simulação Monte Carlo de uma nova estrutura híbrida IC-Multitaxa.

$\hat{A}_{rel}$	S	P	Stgs PIC	SCF não otimizado, AWGN
< 5	1	variável	3	[0, 7; 0, 8; 0, 9]
5 a 10	2	variável	2	[0, 7; 0, 9]
> 10	2 ou 3	variável	1 ou 2	[0, 9] ou [0, 7; 0, 9]

**Tabela 2.4.** Critério adaptativo para a determinação de P/S baseado nas disparidades de amplitudes recebidas .

A combinação de IC e GIC a sistemas CDMA de múltipla taxa utilizando os esquemas de ganho de processamento múltiplo (MPG) e código múltiplo (MC) foram analisadas em [Juntti 98a], [Johansson 98], [Juntti 99b], [Juntti 98c], [Juntti 98b], [Wijting 99], [Ojanperä 98c], [Ojanperä ] e em [Juntti 97c]; veja a seção 5.6 deste trabalho.

## 2.4.6 Eficiência Assintótica e Resistência ao Efeito Near-Far em IC

Apesar de todos receptores baseados no princípio de cancelamento de interferência subtrativo resultarem em resistência ao efeito *near-far* igual a zero, devido à existência de ruído residual após o cancelamento, estes detectores MuD são bastante atraentes do ponto de vista do desempenho  $\times$  complexidade de implementação e sempre oferecem desempenhos melhorados em relação ao receptor Convencional SuD.

### 2.4.6.1 Resistência Near-Far para o Receptor PIC–SD Linear Multiestágio

Considerando a avaliação analítica otimista para o desempenho do receptor PIC–SD Linear multiestágio feita em (2.144), pode-se expressar a eficiência assintótica para o  $k$ -ésimo usuário,  $\eta_k$ , como a razão do SNR efetivo<sup>42</sup> pelo SNR real do sistema MuD analisado na região limite quando a variância do ruído reduz-se a zero,  $\sigma_n^2 \rightarrow 0$  (região de alta SNR), seção 2.2.1.

O comportamento assintótico do receptor PIC–SD Linear multiestágio quando  $s \rightarrow \infty$  e  $\frac{K-1}{3N} < 1$  é obtido diretamente de (2.144):

$$Pe^{\text{assint}} = \lim_{s \rightarrow +\infty} Pe_k^{(s)} = Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0} \left( 1 - \frac{K-1}{3N} \right)} \right), \quad (2.209)$$

não dependendo mais das energias dos usuários interferentes, sendo exclusivamente função do nível de carregamento do sistema  $\frac{K}{N}$  e da relação  $\frac{E_b}{N_0}$  do usuário de interesse

Para sistema BPSK, a taxa de erros de bit é dada simplesmente por  $Pe = Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$ . O SNR<sub>efetivo</sub> será o  $\frac{E_b}{N_0}$  do sistema BPSK necessário para que o sistema MuD de (2.209) alcance idêntico BER na região de alta SIR,  $N_0 \rightarrow 0$ . Assim a *eficiência assintótica multiusuário* para o  $k$ -ésimo usuário do receptor PIC–HD Linear assintótico ( $s \rightarrow \infty$ ) será:

$$\eta_k^{PIC_{s \rightarrow \infty}} = \lim_{N_0 \rightarrow 0} \frac{\left\{ \frac{E_b}{N_0} \right\}_{efetivo}}{\frac{E_b}{N_0}} = \frac{\frac{E_b}{N_0} \left( 1 - \frac{K-1}{3N} \right)}{\frac{E_b}{N_0}} = 1 - \frac{K-1}{3N} \quad (2.210)$$

Uma vez que esta eficiência multiusuário independe das energias dos bits interferentes, a correspondente resistência ao efeito *near-far*<sup>43</sup>,  $\bar{\eta}_k$ , para um número infinito de estágios do receptor multiestágio é idêntica à  $\eta_k$ :

$$\bar{\eta}_k^{PIC_{s \rightarrow \infty}} = \eta_k^{PIC_{s \rightarrow \infty}} = 1 - \frac{K-1}{3N} \quad (2.211)$$

No entanto, análises similares para o *PIC–SD Linear com número finito de estágios*,  $s$ , conduzem à resistência zero,  $\bar{\eta}_k^{PIC} = 0$ , indicando que a  $\frac{E_b}{N_0}$  do PIC–SD Linear deve ser infinita para se obter o mesmo BER de um sistema com usuário único, sem interferentes. Isto se deve ao fato de mesmo após o cancelamento em um número finito de estágios haverá MAI residual devido aos cancelamentos imperfeitos que causarão alguma degradação na BER do receptor multiestágio. Isto pode ser visto na figura 2.27, onde para altas  $\frac{E_b}{N_0}$  e um número finito de estágios (1, 2, 3 e 4) o PIC

<sup>42</sup> Considerando usuário simples na ausência de interferentes. SNR<sub>efetivo</sub> é o SNR necessário para se obter o mesmo BER do sistema multiusuário.

<sup>43</sup> Corresponde à eficiência assintótica mínima (pior caso) considerando todas as possíveis energias dos usuários interferentes.

não obtém exatamente o mesmo desempenho que o sistema de usuário único. Porém, mesmo quando a  $\bar{\eta}_k^{PIC} = 0$ , o receptor PIC-SD Linear multiestágio com número finito de estágios é razoável no combate ao problema *near-far*, resultando em melhor desempenho que o detector Convencional.

#### 2.4.6.2 Eficiência Assintótica para IC-HD

De forma análoga à seção 2.2.1, a AME ótima para o cancelador de interferência subtrativo com decisor *hard* (não-linear) assíncrono será dada por [Buehrer 96a]:

$$\eta_k^{\text{IC-HD}} = \max^2 \left( 0, 1 - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{|\varepsilon_{j,i-1}|}{A_k} |\rho_{j,k}(1)| - \sum_{j \neq k} \frac{|\varepsilon_{j,i}|}{A_k} |\rho_{j,k}(0)| - \sum_{j=k+1}^K \frac{|\varepsilon_{j,i+1}|}{A_k} |\rho_{j,k}(-1)| \right) \quad (2.212)$$

onde  $\varepsilon_{j,i}$  é o elemento erro combinado, resultado dos erros individuais de dados ( $b^\epsilon$ ) e amplitudes ( $A^\epsilon$ ), devido ao processo de estimativa, combinados aos valores verdadeiros:  $\varepsilon_{j,i} = A_j^\epsilon b_{j,i} + A_j b_{j,i}^\epsilon + A_j^\epsilon b_{j,i}^\epsilon$ ; as correlações parciais  $\rho_{j,k}$  são obtidas por (2.193). Para o caso simples de um sistema com dois usuários, a expressão (2.212) reduz-se a:

$$\eta_k^{\text{IC-HD}} = \max^2 \left( 0, 1 - \frac{|\varepsilon_{j,i-1}|}{A_k} |\rho_{1,2}(1)| - \frac{|\varepsilon_{j,i}|}{A_k} |\rho_{j,k}(0)| \right)$$

## 2.5 Estimativa de Parâmetros em MuD

Muitos dos receptores MuD resistentes ao efeito *near-far* necessitam conhecer uma quantidade substancial de parâmetros: número de usuários, as respectivas seqüências de espalhamento, as potências recebidas, as fases da portadora e os atrasos de propagação. O número de usuários e as seqüências estão disponíveis facilmente; porém, os demais parâmetros devem ser estimados. Grande parte dos MuD apresentados na literatura consideram conhecimento perfeito das matrizes correlação cruzada,  $\mathbf{R}$ , e energias dos usuários,  $\mathbf{E}$ . Na prática, estas quantidades devem ser estimadas. Considerar estimativa perfeita dos parâmetros atrasos de propagação (sincronismo), fases da portadora e amplitudes (ganhos do canal) dos usuários pode conduzir a uma incorreta ou falsa comparação entre detectores, uma vez que alguns detectores não utilizam todas as informações destes parâmetros. Por exemplo, o Decorrelator não depende das energias dos usuários para operar corretamente e o Convencional necessita conhecer apenas a seqüência de espalhamento do usuário de interesse.

Uma comparação de desempenho mais correta consiste em fazer com que os detectores estimem todos os parâmetros de sistema necessários, ao invés de assumí-los conhecidos perfeitamente. No entanto, no processo de investigação de novos detectores nem sempre é possível, em uma primeira abordagem, incorporar algoritmos para a realização de estimativas de todos os parâmetros necessários. O foco muitas vezes é investigar novas topologias e meios de se obter desempenhos e/ou capacidades melhorados em sistemas de comunicação móveis. Nestes casos, justifica-se a admitir que os parâmetros de sistema sejam conhecidos perfeitamente no receptor.

### 2.5.1 Robustez dos Detectores MuD - Influência da estimativa dos Parâmetros no Desempenho

Qual o desempenho resultante quando as estimativas destes parâmetros contém erros? Quais entre os detectores analisados na literatura são inerentemente robustos (ou menos sensíveis) ao erros contidos nas estimativas dos parâmetros de canal?

Erros nas estimativas dos atrasos de propagação e fase da portadora podem afetar fortemente o desempenho dos detectores multiusuário, dependendo do quanto tais estimativas desviam-se de seus valores verdadeiros. Os MuD lineares assíncronos em geral e o Decorrelator em particular, perderão a resitência ao efeito *near-far* quando as estimativas para o atraso de propagação tornarem-se imperfeitas. Mesmo assim, o desempenho obtido com o Decorrelator em ambiente *near-far* será superior ao obtido pelo Convencional. [Parkvall 96a] e [Ström 94] mostraram que o Decorrelator manterá sua característica de resistência ao efeito *near-far* apenas para pequenos erros nas estimativas dos atrasos de propagação, tipicamente 1% a 2% de  $T_c$ . No entanto, [Buehrer 96c] analisando o detector de cancelamento de interferência paralelo concluiu que este cancelador é pouco sensível aos erros de sincronização. Mesma conclusão chegaram Holtzman e Cheng [Cheng 94] com relação ao cancelador SIC. Uma vez que estes trabalhos utilizaram distintos modelos para descrever os erros, e um conjunto de parâmetros de sistema diferentes entre si, qualquer comparação visando quantificar a robustez destes sistemas torna-se impossível.

Em [Orten 97] e [Ottosson 97] tentou-se uma comparação "unificada" para os principais sistemas MuD propostos na literatura (Convencional, Decorrelator, MMSE, SIC e PIC). Investigou-se o efeito dos erros nas estimativas do atraso de propagação,  $\tau_k$ , e da fase da portadora,  $\phi_k$ , para aqueles detectores. Substituiu-se os dois parâmetros por suas respectivas estimativas,  $\hat{\tau}_k$  e  $\hat{\phi}_k$ . A partir destas estimativas obtém-se a estimativa para a matriz correlação,  $\hat{\mathbf{R}}$ . Assumiu-se um modelo simplificador para a estimativa dos erros, afim de tornar o modelamento e as simulações mais tratáveis, isto é:

- todos os erros são constantes para um bloco de dados;
- todos os usuários terão igualmente os maiores erros (pior caso) em seus parâmetros;
- estimativas para todos os  $K$  usuários são dadas por:

$$\hat{\tau}_k = \tau_k + \Delta T_c \quad (2.213)$$

$$\hat{\phi}_k = \phi_k + \delta_\phi \quad (2.214)$$

com  $\Delta T_c$  = erro de atraso de sincronismo relativo;  $\delta_\phi$  = erro de fase absoluto para a portadora. Atrasos  $\tau_k$  e fases  $\phi_k$  são uniformemente distribuídos no  $[0, T)$  e  $[0, 2\pi)$ , respectivamente;

- assume-se seqüências de espalhamento randômicas com novo conjunto de seqüências de espalhamento gerado a cada novo bloco de dados;
- modulação BPSK e sistema levemente carregado.

[Orten 97] concluiu que os detectores MuD Decorrelator, MMSE, PIC e SIC sujeitos a erros de sincronismo devido ao  $\tau_k$ , e à  $\phi_k$  são severamente afetados pelos erros nas estimativas de atraso e fase da portadora, experimentando quase todos a mesma degradação. Para erros moderados de fase,  $\delta_\phi \leq 20^\circ$ , o impacto no desempenho não é tão afetado quanto ao experimentado quando ocorrem erros de estimativa de atraso na faixa de 20% a 25% de  $T_c$ .

A principal conclusão é que nenhum desses detectores, tanto os lineares quanto os canceladores de interferência subtrativos, será resistente ao efeito *near-far* quando for introduzido uma quantidade razoável de erros nas estimativas dos parâmetros atraso e fase da portadora. Mesmo assim, os detectores MuD ainda terão desempenho superior em relação ao detector Convencional.

Uma análise de sensibilidade aos erros de estimativas realmente unificada, incluindo os principais detectores MuD, ainda está por ser feita.

## 2.5.2 Estimativas de Parâmetros em IC

Canceladores de interferência terão bom desempenho caso seja possível obter acurácia nas estimativas das energias dos sinais recebidos, além de boas estimativas para os parâmetros atraso e fase da portadora. Um forma de melhorar o desempenho dos IC consiste em obter estimativas médias para as potências recebidas sobre vários períodos de bit.

Estimativas para os atrasos, fases da portadora (sistemas coerentes) e amplitudes dos sinais dos usuários em receptores IC introduzem ruído no processo de cancelamento dos interferentes, degradando o desempenho global do sistema. O uso de médias reduz a variância dos parâmetros a serem estimados [Buehrer 96a]. Estas médias são tomadas de forma tradicional sobre um número de bits de dados,  $n$ ,

$$\hat{A}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{A}_{k,i} \quad (2.215)$$

onde:  $\hat{A}_{k,i}$  = parâmetro já estimado para o usuário  $k$  durante o intervalo  $i$ ;  $\hat{A}_k$  = média da estimativa tomada sobre  $n$  bits. Considerando variáveis randômicas independentes, a esperança para a estimativa em (2.215) é simplesmente  $n\mu_A/n = \mu_A$  e variância  $n\sigma_A^2/n^2 = \sigma_A^2/n$ .

Esta técnica pode ser empregada na redução da variância das estimativas contanto que estas não sofram variações significativas durante o intervalo compreendido pelos  $n$  bits utilizados no cálculo da média. Resultados numéricos de [Buehrer 96a] para as estimativas de amplitude, atraso e fase em um PIC mostraram que tomando-se a média sobre um pequeno número de bits obtém-se redução significativa das respectivas variâncias, tanto em canal estático quanto em canais com desvanecimento multipercurso. Considerações sobre a melhoria de desempenho do cancelador SIC tomando-se correlações médias sobre  $n$  bits no processo de ordenação dos usuários foram feitas na seção 2.4.1.4.

A introdução de erros nas estimativas de atrasos e fases das portadoras resulta na perda de parte da energia do sinal recebido, uma vez que as formas de onda das seqüências de espalhamento empregadas no processo de correlação tornam-se "descasadas". Como os atrasos e fases não são conhecidos perfeitamente no receptor IC, não é possível reconstruir rigorosamente os respectivos sinais transmitidos, tanto no caso de reespalhamento em banda larga quanto na abordagem que utiliza as correlações cruzadas e portanto as estimativas da MAI não serão exatas.

### 2.5.2.1 Estimativas de Amplitude

Um dos aspectos cruciais na técnica de detecção multiusuário baseado no cancelamento de interferência subtrativo refere-se à necessidade da obtenção de estimativas acuradas para o ganho de canal. Em detecção IC, erros nas estimativas das amplitudes acarreta imperfeição na reconstrução e no cancelamento dos sinais interferentes, dificultando a separação e detecção dos sinais.

Em sistemas práticos é impossível obter estimativas para as amplitudes totalmente livres de ruído. Tomando-se os valores absolutos das saídas dos correladores do MFB como estimativas para as amplitudes do sinal de interesse, a partir de (2.121) e (2.123), tem-se:

$$\hat{A}_{k,i}^{(0)} = \left| Z_{k,i}^{(0)} \right| = \left| \frac{1}{T} \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} \text{Re} \{ r(t - \tau_k) s_k(t - \tau_k) e^{-j\phi_k} \} dt \right| \quad (2.216)$$

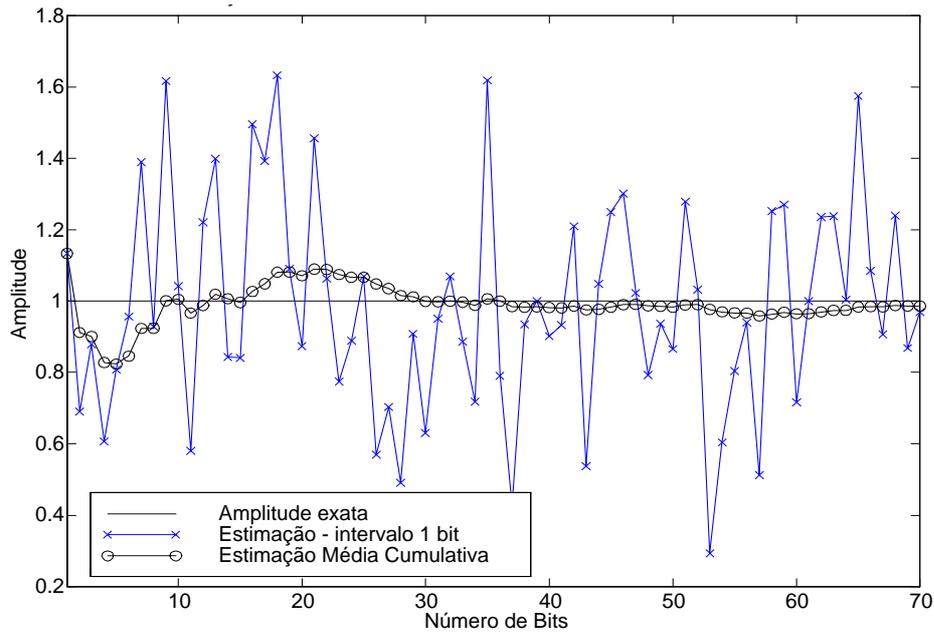
As figuras 2.46 2.47 mostram exemplos típicos de estimativa de amplitude considerando os valores absolutos das saída do MFB para os casos de sistema síncrono leve e altamente carregado em canal estático, sendo o segundo exemplo sob baixo  $\frac{E_b}{N_0}$ . Note-se uma variância significativa na estimativa de amplitude mesmo para o caso de baixo carregamento ( $K = 6$  usuário). Evidentemente, quando o carregamento do sistema aumenta, a variância também acompanha este aumento. Portanto, a estimativa para as amplitudes considerando apenas o intervalo de um bit (2.216) é inadequada. Deve-se procurar um estimador que resulte na redução ao máximo da variância do parâmetro estimado.

Um método simples de redução da variância da amplitude quando o ganho de canal é constante em um intervalo relativamente grande (canais estáticos ou lentamente variantes no tempo) é tomar a média das estimativas no tempo (2.215). Para canais puramente estáticos (AWGN) é possível reduzir a variância a um valor pequeno e arbitrário. Na ausência de interferentes,  $Z_{k,i}^{(0)}$  é uma variável randômica com distribuição Gaussiana de média  $\mu = A$  e variância  $\sigma^2$ ; portanto, a estimativa para a amplitude  $\hat{A}$  terá um formato Gaussiano com média  $\mu_A = \mu + \sqrt{\frac{2\sigma^2}{\pi}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right)$ . Note-se que a estimativa para a amplitude será uma estimativa polarizada com média  $A + \sqrt{\frac{2\sigma^2}{\pi}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right)$ . Adicionalmente, o comportamento assintótico do estimador em canal estático resultará em variância nula,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma^2 = 0$ .

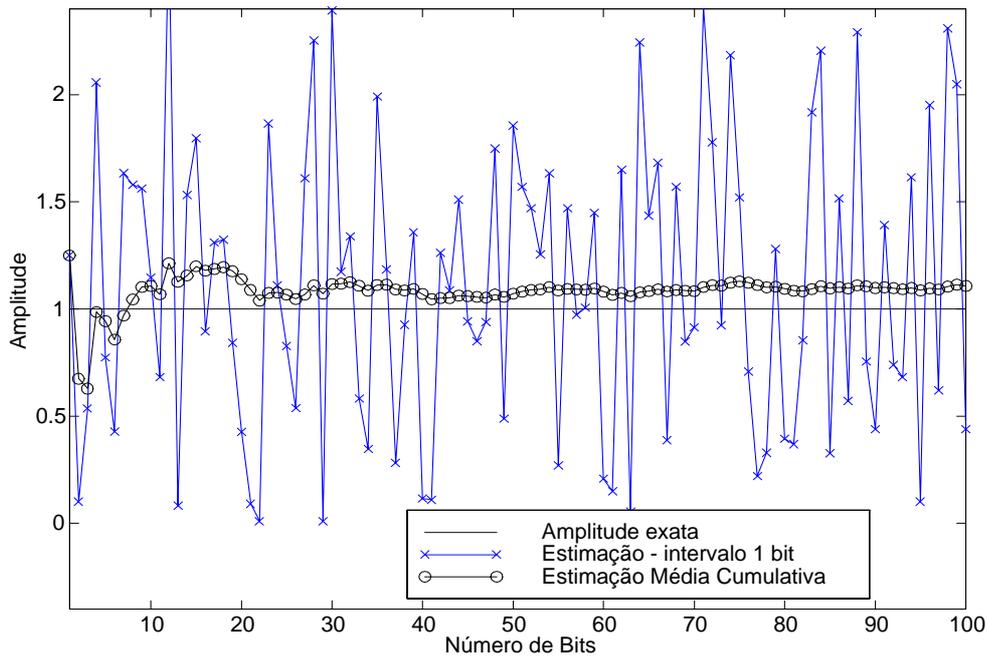
A redução na variância das amplitudes estimadas considerando média temporal em  $n$  amostras à saída do MFB pode ser comparada nas figuras 2.46 2.47. Os sinais dos usuários são transmitidos simultaneamente no tempo, representando a situação de interesse prático de ocorrência de MAI em sistemas CDMA.

O estimador de amplitudes considerado obtém a média cumulativa sobre a sequência inteira de bits. Na figura, o número de bits igual a  $n = 5$  representa o valor médio para a amplitude obtido sobre os 5 primeiros bits, enquanto que o valor para  $n = 20$  bits indica o valor médio para a amplitude tomado sobre os 20 bits iniciais da sequência.

Outro fator que contribui para a melhoria nas estimativas das amplitudes em IC é que o estimador realiza médias a cada estágio cancelador; dado que a expectativa é de redução de interferência a cada novo estágio, assumindo-se que o primeiro estágio cancelador não piore o desempenho em relação ao estágio inicial (Convencional), obtém-se efetivamente estimativas de amplitude melhoradas a cada estágio devido à redução na variância do ruído total.



**Figura 2.46.** Estimativas típicas para as amplitudes como média temporal de amostras à saída do MFB.  $K = 6$  usuários, Randz31, *frame* de até  $J = 70$  bits,  $E_b/N_0 = 8dB$  e  $NFR = 0$ ; sistema DS/CDMA síncrono em canal AWGN.



**Figura 2.47.** Estimativas típicas para as amplitudes como média temporal de amostras à saída do MFB para sistema altamente carregado,  $K = 30$  usuários, Randz31, *frame* de até  $J = 100$  bits; canal AWGN ruidoso com  $\frac{E_b}{N_0} = 4dB$ ; controle perfeito de potência e sistema CDMA síncrono.

## 2.6 Canal com Desvanecimento

### 2.6.1 Causas do Desvanecimento

Em um canal sujeito ao fenômeno de desvanecimento as distorções são devidas à superposição, no receptor, de cópias do sinal com atrasos radômicos. Estes atrasos, denominados de atrasos de multipercurso, são resultados de três mecanismos básicos: reflexão, difração e dispersão do sinal [Proakis 89]. Os sinais serão refletidos por superfícies próximas com dimensões maiores que o comprimento de onda do sinal. Difração ocorrerá quando o sinal for obstruído por objetos grandes, densos, resultando em sinal atenuado secundário, também denominando sombreamento. Dispersão é causada por superfícies irregulares ou objetos de tamanho próximo ao comprimento de onda do sinal, resultando no espalhamento do sinal em todas as direções. Isto implica em múltiplas cópias do sinal transmitido que chegam ao receptor oriundas de diferentes caminhos de propagação, com distintos atrasos e atenuações.

O desvanecimento descreve estas condições para um canal variável no tempo. Qualquer sistema com transmissores e/ou receptores móveis está sujeito ao desvanecimento. Mesmo quando o conjunto transmissor/receptor for fixo, pode haver desvanecimento do sinal devido às variações do meio físico.

O fenômeno de desvanecimento do sinal pode ser caracterizado, no domínio do tempo, por duas partes: termo curto e termo longo, também denominados desvanecimento de pequena e larga escala, respectivamente. A parte longa do desvanecimento é o resultado da média do sinal desvanecido sendo originado principalmente pela configuração terrestre e topográfica, natural e/ou modificada pelo homem. No desvanecimento de larga escala, mudanças nas amplitudes recebidas são devidas à variação na distância entre os terminais e aos efeitos de sombreamento, variáveis no tempo. Tipicamente constituem processos muito lentos, podendo ser vistos como diferenças nos níveis de potências recebidas dos usuários. Já o termo curto do desvanecimento é causado principalmente pelas reflexões de multipercurso do sinal transmitido sobre obstáculos locais, tais como casas, edifícios ou árvores ao redor da unidade móvel, resultando em variações nas fases do sinais recebidos. O fenômeno de desvanecimento de pequena escala pode causar um efeito fortemente destrutivo sobre o sinal recebido total, resultado da propagação do sinal através de dois ou mais caminhos distintos. Por isto o desvanecimento de pequena escala também é denominado *desvanecimento de multipercurso*. Mudanças no posicionamento espacial dos terminais da ordem de  $\frac{1}{2}$  comprimento de onda do sinal causam grandes alterações na fase do sinal recebido.

Além disto, a mobilidade do receptor em um ambiente com desvanecimento multipercurso causa forte atenuação sobre a envoltória do sinal recebido. Quanto mais rápido o móvel se desloca, mais frequentemente a envoltória do sinal recebido sofre desvanecimento em um mesmo intervalo de tempo. O movimento do receptor causa um deslocamento de frequência Doppler no sinal recebido. A rapidez com que a envoltória do sinal experimenta desvanecimentos é diretamente proporcional a este deslocamento. A máxima frequência de deslocamento Doppler é definida como o deslocamento Doppler associado à velocidade relativa entre o receptor e o transmissor,  $v$ :

$$f_d = f_c \frac{v}{c} \quad (2.217)$$

onde  $c$  = velocidade da luz e  $f_c$  = frequência da portadora.

As envoltórias dos termos curto e longo de sinais desvanecidos podem ser modelados por uma distribuição estatística Rayleigh e log-normal, respectivamente. A envoltória da resposta do canal terá uma distribuição de probabilidade Rayleigh, com fase do sinal uniformemente distribuída no  $[0, 2\pi]$ , caso o processo de desvanecimento de pequena escala tenha média zero. As funções densidade de probabilidade associadas são descritas por:

$$\text{Termo-Longo (Log-normal)} : p(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(\ln x - m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right]; \quad x > 0 \quad (2.218)$$

$$\text{Termo-Curto (Rayleigh)} : p(r) = \frac{2r}{\sigma_r^2} \exp\left[-\frac{r^2}{\sigma_r^2}\right]; \quad r \geq 0 \quad (2.219)$$

onde  $m_x$  e  $\sigma_x^2$  são a média e a variância de  $\ln x$ , sendo  $x$  a envoltória do termo longo;  $\sigma_r^2$  é a variância da envoltória  $r$  do termo curto. Na próxima seção será examinado em mais detalhes o termo curto do desvanecimento uma vez que este termo distorce a forma de onda do sinal recebido.

O conceito associado à dispersão sofrida por um impulso transmitido através de um canal com desvanecimento é denominado espalhamento multipercurso do canal,  $\tau_m$ . Fisicamente esta dispersão imposta por um canal com desvanecimento terá, no receptor, duração aproximadamente igual a  $\tau_m$ . O espalhamento de multipercurso é o limite superior para o intervalo de tempo em que todas as componentes de multipercurso perceptíveis chegam ao receptor.

Pode-se ainda associar o espalhamento de multipercurso do canal ao limite da faixa de valores de atrasos  $\tau$  para os sinais recebidos em que essencialmente a *função de autocorrelação do canal* for diferente de zero,  $\Phi_c(\cdot) \neq 0$ , com uma desejada precisão. A função de autocorrelação da resposta

impulsiva do canal é definida como [Proakis 89]:

$$\Phi_c(\tau, \tau + \Delta\tau; t, t + \Delta t) = \frac{1}{2} \mathbb{E} [c(\tau; t) c^*(\tau + \Delta\tau; t + \Delta t)] \quad (2.220)$$

$$= \Phi_c(\tau; \Delta\tau) \delta(\Delta\tau) \quad (2.221)$$

Assim, devido à hipótese WSS assumida anteriormente para  $c(\tau; t)$ , a autocorrelação da resposta impulsiva do canal depende apenas da diferença temporal  $\Delta t$  e não do valor absoluto de  $t$ . Adicionalmente, da hipótese US segue-se que  $c(\tau; t) = 0$  se  $\Delta\tau \neq 0$ . Se a diferença temporal  $\Delta t = 0$ , a função de autocorrelação do canal é reduzida a  $\Phi_c(\tau)$ , representando a potência de saída média do canal em função do atraso  $\tau$ , denominando-se espectro de potência do atraso do canal. Pode-se observar o comportamento temporal de um único caminho de propagação fixando-se o valor do atraso  $\tau$ : a função de correlação da diferença de tempo  $\Phi_c(\Delta t)$  indicará a variação temporal deste caminho.

A densidade espectral de potência (PSD) e a função de autocorrelação de um processo de desvanecimento Rayleigh são dadas, respectivamente por [Jakes 74], [Sampei 97]:

$$\Psi(f) = \frac{1}{\pi f_d} \left[ 1 - \left( \frac{f}{f_d} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad |f| \leq f_d, \text{ (Banda Base)} \quad (2.222)$$

$$\Phi_c(\tau) = \mathbf{J}_0(2\pi f_d \tau) \quad (2.223)$$

onde  $\mathbf{J}_0(\cdot)$  é a função de Bessel de primeira classe de ordem zero. Note-se que a autocorrelação do processo de desvanecimento pode ser obtida através da transformada Inversa de Fourier da respectiva PSD e a PSD contém dois picos espectrais estreitos nas duas frequências máximas de deslocamento Doppler. Estas duas funções serão empregadas no modelamento do canal com desvanecimento, seção 2.6.5.2.

## 2.6.2 Tempo e Banda de Coerência

Considerando o caso mais geral de um canal com desvanecimento multipercurso onde o sinal recebido é oriundo de  $L$  caminhos de propagação variáveis no tempo e não distorcidos, o canal pode ser modelado como um *filtro de tempo discreto variável* (seção 2.6.4.1) com resposta impulsiva passa baixas, no instante  $t$ , dada por:

$$c(\tau; t) = \sum_{l=1}^L \alpha_l(t) e^{-j\omega_c \tau_l(t)} \delta(t - \tau_l(t)) \quad (2.224)$$

com  $\delta(t)$  =função Delta Dirac;  $\alpha_l(t)$  e  $\tau_l(t)$  são respectivamente a atenuação e o atraso de propagação variáveis no tempo para o  $l$ -ésimo percurso do sinal;  $\omega_c = 2\pi f_c =$  frequência angular

da portadora. Quando um sinal  $u(t)$  é transmitido através do canal com desvanecimento, o sinal recebido resultante será:

$$r(t) = \sum_{l=1}^L \alpha_l(t) e^{-j\omega_c \tau_l(t)} u(t - \tau_l(t)) \quad (2.225)$$

Assume-se que a *resposta impulsiva do canal*,  $c(\tau; t)$ , é um processo randômico estacionário no sentido amplo (WSS). Além disto, assume-se que amplitude e fase dos sinais provenientes de caminhos de propagação distintos não são correlacionados, isto é assume-se dispersão de canal não correlacionada (US).

O *tempo de coerência do canal*,  $(\Delta t)_c$  é definido como o intervalo de tempo durante o qual a envoltória do sinal experimenta um forte desvanecimento, sendo portanto inversamente proporcional à máxima frequência de deslocamento Doppler [Sklar 97a], [Sklar 97b]:

$$(\Delta t)_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_d^2}} = \frac{0.423}{f_d} \quad (2.226)$$

Quando um impulso no domínio de frequência (correspondendo ao sinal complexo  $\exp(j2\pi f_c t)$  no domínio do tempo), centrado na frequência da portadora,  $f_c$ , é transmitido através de um canal com desvanecimento, o sinal recebido no domínio de frequência terá uma distribuição no intervalo  $[f_c - f_d; f_c + f_d]$ . Um grande deslocamento Doppler implica que o canal permanecerá aproximadamente constante por um pequeno período de tempo, aproximadamente o tempo de coerência.

A *banda de coerência do canal*,  $(\Delta B)_c$ , é aproximadamente igual ao inverso do *espalhamento multipercurso do canal*,  $\tau_m$

$$(\Delta B)_c \approx \frac{1}{\tau_m} \quad (2.227)$$

Outro significado para a banda de coerência do canal está associado à diversidade de frequência [Proakis 89]. Se dois sinais estão separados em frequência por mais que  $(\Delta B)_c$ , estes dois sinais experimentarão duas distorções de amplitude e fase distintas. A partir desta independência, pode-se obter recepção com diversidade de frequência. Assim, um canal com desvanecimento será denominado seletivo em frequência se a banda do sinal,  $W$ , for muito maior que a banda de coerência,  $(\Delta B)_c$ . Para este canal, o sinal transmitido será discernível (resolvível) em até  $W \cdot \tau_m$  cópias, sendo que cada uma destas cópias experimenta um processo de desvanecimento independente dos demais.

Para canais com desvanecimento lento, o intervalo de símbolo é significativamente menor que o tempo de coerência,  $T \ll (\Delta t)_c$ . Analogamente, um canal com desvanecimento rápido pode mudar suas características durante o intervalo de símbolo, requerendo estimadores de canal mais eficientes

no receptor. A tabela 2.5 classifica o tipo de canal desvanecido de acordo com o tempo e o banda de coerência.

	$W \ll (\Delta B)_c$	$W > (\Delta B)_c$
$T \ll (\Delta t)_c$	Lento e <b>não</b> seletivo em frequência	Lento e seletivo em frequência
$T > (\Delta t)_c$	Rápido e <b>não</b> seletivo em frequência	Rápido e seletivo em frequência
Diversidade Freq.	<b>não</b>	<b>sim</b> , $L \leq W \cdot \tau_m$ cópias

**Tabela 2.5.** Classificação para canal com desvanecimento

onde  $T$  = intervalo de símbolo e  $W$  = largura de banda do sinal.

Para canais VHF/UHF terrestres urbanos, valores típicos para o atraso de espalhamento multipercurso encontram-se na faixa de  $\tau_m = 1$  a  $3\mu s$ . Para canais suburbanos ou áreas rurais,  $\tau_m$  está abaixo de  $1\mu s$ . Note-se que para canais seletivos em frequência, pode-se explorar a diversidade de frequência criada naturalmente pela natureza do canal combinado-se no receptor até  $L$  cópias do sinal transmitido. Este tipo de receptor é denominado RAKE e as cópias dos sinais podem ser combinadas empregando três princípios:

- Combinação de  $L$  cópias dos sinais com ganhos ponderados (*Maximal Ratio Combining, MRC*), resultando em melhor desempenho que os outros métodos. No entanto, requer cancelamento da influência das fases (co-fases), correta ponderação das cópias e somatória dos sinais. Portanto, requer o conhecimento das fases e dos coeficientes do canal multipercurso.
- Combinação de  $L$  cópias dos sinais com ganhos idênticos (*Equal-Gain Combining*). Similar ao MRC, exceto que a etapa de ponderação é omitida.
- Seleção (*Selection*). Opera selecionado a cópia do sinal de maior nível no receptor. Implementação simples, porém resulta em desempenho inferior.

O período no qual a magnitude da(s) amplitude(s) recebida(s) permanece(m) abaixo de um limiar de desempenho aceitável é denominado *duração de desvanecimento*.

Neste trabalho serão considerados canais desvanecidos lentos e não seletivos em frequência, os quais muitas vezes são denominados de canais com desvanecimento plano em frequência (*frequency-flat fading*).

### 2.6.3 Canal com Desvanecimento Plano em Frequência

Quando as condições de propagação mudarem, devido por exemplo à mobilidade do transmissor e/ou receptor, as amplitudes recebidas variarem com o tempo, porém sem a introdução de distorção nas formas de onda assinantes, ter-se-á um canal com Desvanecimento Plano em Frequência (*frequency-*

*flat fading*), sendo facilmente incorporado aos modelos CDMA síncrono e assíncrono:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{j=1}^J \sum_{m=-M}^M c_j[m] b_j[m] \mathbf{p}_j(t - mT - \tau_j) + \sigma n(t) \quad (2.228)$$

onde o receptor será capaz ou não de acompanhar as variações dos coeficientes  $C_j[m]$ , dependendo das propriedades estatísticas desses processos randômicos. Em muitos sistemas é possível assumir processos randômicos para o conjunto  $\{C_j[m]\}$ . Além disto, é usual assumir que este conjunto ainda seja um processo estacionário no sentido amplo. Assim, visando obter as estatísticas de primeira ordem da amplitude recebida, (pdf de  $|C_j[m]|$ ), é conveniente escrevê-la como um produto de uma componente determinística por uma randômica:

$$|C_j[m]| = C_j \Theta[m] \quad (2.229)$$

Funções densidade de probabilidade típicas para  $\Theta[m] \geq 0$  incluem:

$$\text{Rayleigh} : f_{\Theta}(r) = r e^{-r^2/2} \quad (2.230)$$

$$\text{Rice} : f_{\Theta}(r) = r e^{-\frac{r^2+d^2}{2}} I_0(rd) \quad (2.231)$$

$$\text{Nakagami} : f_{\Theta}(r) = c(d) r^{2d-1} e^{-dr^2/2} \quad (2.232)$$

com o segundo momento de *Rayleigh*, *Rice* e *Nakagami* igual a 2.  $I_0$  é função de Bessel de ordem zero,  $I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos(\alpha+\beta)} d\alpha$ .

Aplica-se o modelamento Rayleigh para o desvanecimento plano quando as partes real e imaginária de  $\Theta[m]$  forem processos randômicos Gaussianos independentes de média zero, com a fase uniformemente distribuída sobre  $[0, 2\pi]$ . No caso das partes real e imaginária das amplitudes recebidas  $C_j[m]$  serem processos Gaussianos independentes com média distinta de zero e igual a  $C_j$ , então (2.229) terá uma distribuição de Rice onde o parâmetro  $d$  é a parcela constante do sinal coerente, pois a distribuição de Rice se aplica quando existir linha de visada direta entre o transmissor e o receptor (componentes dos sinais não sujeitos ao sombreamento). O grau de liberdade adicional obtido com a distribuição de Nakagami realtivo à de Rayleigh permite melhor ajustar o modelo às medidas experimentais nos canais metropolitanos.

#### 2.6.4 Canal com Desvanecimento Seletivo em Freqüência

Em muitos canais, com ou sem detecção multiusuário, não apenas as amplitudes recebidas modificam-se com o tempo como também as formas de onda dos sinais recebidos, devido à distorção introduzida pelo canal, caracterizando o desvanecimento seletivo em freqüência (*frequency-selective*

*fading*). O modelo de canal de múltiplo acesso aditivo não se aplica neste caso devido às não linearidades. Às formas de onda recebidas não mais se aplicam a superposição dos vários sinais ruidosos dos usuários. Felizmente, para a maioria dos casos de interesse, as distorções de canal podem ser modeladas com razoável acurácia empregando-se transformação linear.

A forma de onda assinante do  $j$ -ésimo usuário passa por uma transformação linear variante no tempo completamente caracterizada pela resposta impulsiva de valores complexos (considerado banda base)

$$h_j(t, \tau), \quad (2.233)$$

o qual denota a resposta do sistema no instante  $t$  devido à função impulso em  $\tau$ ,  $\delta(t, \tau)$ .

O efeito do desvanecimento seletivo em frequência sobre o modelo básico DS-CDMA é que as formas de onda assinantes no receptor não serão mais  $p_j(t)$ , mas a convolução

$$h_j \otimes p_j = \int_0^t h_j(t, \lambda) p_j(\lambda) d\lambda \quad (2.234)$$

Transmissores móveis "veem" distintos canais, por isso a dependência explícita de  $j$  em (2.233). As características básicas da distorção linear variável no tempo presente em canais móveis estão relacionadas à resposta impulsiva das várias combinações entre canal e transmissor possíveis de serem encontradas na prática: (a) espaço livre + estacionário; (b) espaço livre + movimento; (c) reflexão remota + estacionário; (d) espalhamento remoto + estacionário; (e) espalhamento local/reflexão + movimento; (f) espalhamento remoto + espalhamento local + movimento.

#### 2.6.4.1 Modelo para Perfil de Canal empregando Linha de Atrasos com Derivações

Pode-se verificar facilmente que o máximo principal da função autocorrelação de um sinal espalhado apresenta largura igual a dois períodos de chip,  $2T_c$ . Assim, componentes de multipercurso podem ser resolvidas correlacionando-se o sinal recebido se a diferença de atraso for maior  $T_c$ . Embora as distinções sejam menos acuradas quando as formas de onda dos sinais recebidos apresentarem largura de banda finita, o valor de  $T_c$  para as diferenças de atrasos das componentes multipercurso ainda representará uma boa aproximação. Caso  $T_c \ll \tau_m$ , pode-se resolver várias componentes multipercurso. Resolvendo-se componentes multipercurso não correlacionadas com acurácia da ordem de  $\frac{1}{W} \approx T_c$ , pode-se utilizar diversidade multipercurso<sup>44</sup> para combater os efeitos do desvanecimento (veja seção 2.6.6).

<sup>44</sup> Também denominada *diversidade RAKE*.

Se houver  $L'$  caminhos de propagação resolvíveis com atrasos menores que  $\tau_m$ , o sinal recebido através de um canal com resposta impulsiva  $c(\tau; t)$  pode ser escrito como [Proakis 89], figura 2.48.a:

$$r(t) = \sum_{l=1}^{L'} c\left(\frac{l}{W}; t\right) u\left(t - \frac{l}{W}\right) \quad (2.235)$$

com  $c\left(\frac{l}{W}; t\right)$  = coeficientes complexos das derivações do modelo de filtro correspondente ao  $l$ -ésimo caminho de propagação de desvanecimento independente Rayleigh.

A linha de atrasos com derivações da figura 2.48.a permite modelar um canal de comunicação com desvanecimento seletivo em frequência. Porém, em canais de rádio móveis terrestres práticos (ou realistas), o espaçamento das derivações nem sempre é constante nem um inteiro múltiplo de  $\frac{1}{W}$ . Os coeficientes de ponderação dos caminhos de desvanecimento independentes são referenciados como ganhos de canal e podem ser expressos como

$$c_{k,l}(t) = c(\tau_{k,l}; t) \quad (2.236)$$

onde  $\tau_{k,l}$  = atraso do  $l$ -ésimo caminho resolvível do usuário  $k$ , indicando a localização, no tempo, do máximo da resposta impulsiva do canal. Modelos mais realistas para um canal com  $L$  percursos de desvanecimento incluem o indicado na figura 2.48.b. Assim,  $r_{k,l}(t)$  indica o sinal recebido pelo  $k$ -ésimo usuário e propagado através do  $l$ -ésimo caminho, sendo  $r(t)$  a soma de todos os sinais  $r_{k,l}(t)$  recebidos. Finalmente, o efeito do ruído térmico pode ser modelado com AWGN, sendo adicionado ao sinal desvanecido devido ao multipercurso.

Modelo para Canal Seletivo em Frequência,  $k$ -ésimo usuário

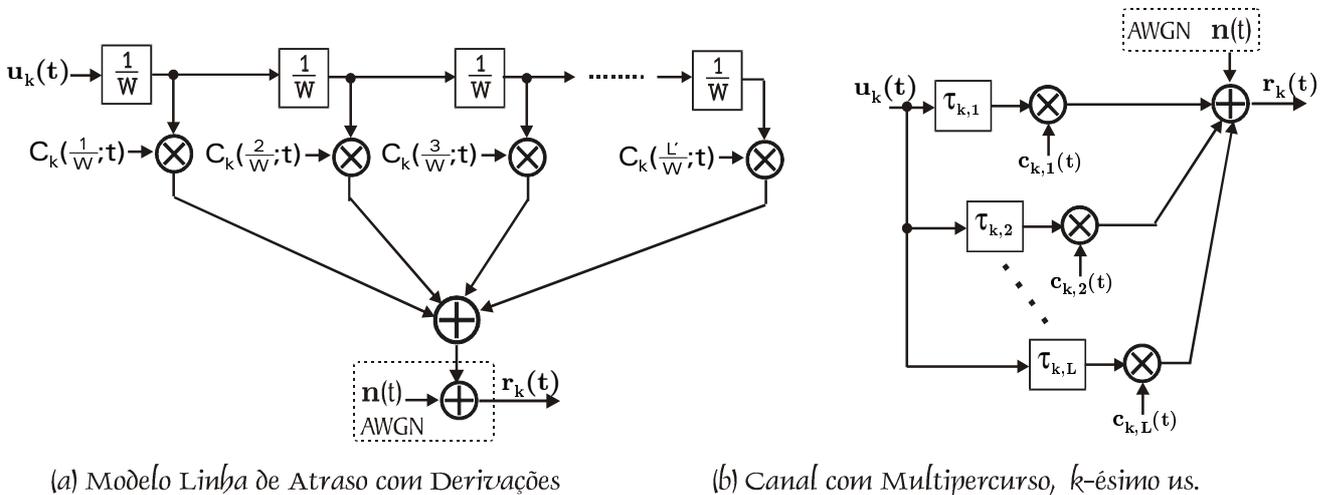


Figura 2.48. Modelos para canal Seletivo em frequência.  $k$ -ésimo usuário.

Um modelo de perfil de canal simplificado implementado em [Woodward 99] considera 3 componentes independentes de Rayleigh, para o  $k$ -ésimo usuário, com as seguintes características, figura 2.48.b:

$$\begin{aligned}\overline{c_{k,1}(t)^2} &= 0,702; & \tau_{k,1} &= 0 \\ \overline{c_{k,2}(t)^2} &= 0,211; & \tau_{k,2} &= 5T_c \\ \overline{c_{k,3}(t)^2} &= 0,087; & \tau_{k,3} &= 10T_c\end{aligned}$$

A resposta do canal é atualizada a cada período de amostragem (tipicamente  $\frac{T_c}{2}$  a  $\frac{T_c}{3}$  para canais síncronos ou menor para canal assíncrono). Os coeficientes de canal são escolhidos de tal forma a resultar em uma magnitude média temporal do canal igual a 1. Este perfil é representativo para um canal com desvanecimento Rayleigh severo, como ocorre em áreas centrais metropolitanas, caracterizado pela ausência de linha de visada na comunicação (LOS).

Perfis de canal com desvanecimento multipercurso contendo um maior número de componentes especulares são mostrados na tabela 2.6 [Submission 98], [Group 97]. Estes perfis são representativos para canais com velocidade do móvel igual a  $v = 120Km/h$  (Perfil Veicular),  $v = 3Km/h$  (Perfil Pedestre interno-escritório) e  $v = 5Km/h$  (Perfil Pedestre interno-externo), correspondendo a uma frequência de deslocamento Doppler máxima de  $f_d = 222Hz$ ,  $f_d = 5,6Hz$  e  $f_d = 9Hz$ , respectivamente, para uma frequência de portadora de  $f_c = 2GHz$ . Estas frequências Doppler são muito pequenas quando comparadas à largura de banda de um sinal W-CDMA, representando um ambiente de desvanecimento relativamente lento para este sistema.

Escritório (A)		Pedestre (A)		Veicular (A)	
$\tau_k [ns]$	$c_k(t)^2 [dB]$	$\tau_k [ns]$	$c_k(t)^2 [dB]$	$\tau_k [ns]$	$c_k(t)^2 [dB]$
0	0	0	0	0	0
50	-3	110	-9.7	310	-1
110	-10	190	-19.2	710	-9
170	-18	410	-22.8	1090	-10
290	-26			1730	-15
310	-32			2510	-20

**Tabela 2.6.** Três perfis atraso-potência para canal com desvanecimento multipercurso

Os perfis de canal Pedestre (A) e Veicular (A) da tabela 2.6 serão utilizados, com algumas simplificações, nas implementações de canal com desvanecimento multipercurso empregando-se modelo de canal de Jakes modificado (seção 2.6.5.2).

## 2.6.5 Implementação de Canais com Desvanecimento Rayleigh

Afim de compreender o efeito que o desvanecimento exerce sobre sinal total recebido e como simular estes efeitos em banda base, descrevem-se abaixo modelos para canal Rayleigh amplamente utilizados em simulação de sistemas CDMA, bem como dois procedimentos de implementação computacional destes modelos, um mais direto, porém não tão preciso, e um segundo capaz de descrever o canal de forma mais realista às custas de uma maior complexidade de implementação computacional.

### 2.6.5.1 Modelos de Clarke-Gans e os baseados na Mobilidade Média Autoregressiva

Vários outros modelos são empregados na literatura para representar a autocorrelação das amplitudes sujeitas ao desvanecimento:

$$\Phi_j [n] = \mathbb{E} [c_j [m] c_j^* [m + n]]$$

Por exemplo, em comunicações de banda estreita a autocorrelação de Clarke é empregada frequentemente [Verdú 98]. O modelo melhorado de Gans (em relação ao de Clarke) [Gans 72] obtém uma análise em frequência da envoltória, explicitando a correlação temporal existente na envoltória a partir do espalhamento Doppler do sinal.

A componente de frequência do sinal com ângulo de incidência  $\alpha$  no receptor é dada por:

$$f(\alpha) = f_d \cos(\alpha) + f_c \quad (2.237)$$

A partir desta informação, Gans determinou que o espectro de potência do sinal total recebido tem a forma de:

$$\Psi(f) = \frac{P_0 [p(\alpha) G(\alpha) + p(-\alpha) G(-\alpha)]}{f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f-f_c}{f_d}\right)^2}}, \quad |f - f_c| \leq f_d, \text{ (Banda Larga)} \quad (2.238)$$

com  $P_0$  =potência recebida média,  $p(\alpha)$  = probabilidade do sinal incidir com ângulo  $\alpha$  e  $G(\alpha)$  = ganho de potência da antena para aquele ângulo. Para um dipolo de  $\lambda/4$ , com  $G = 1,5$  omnidirecional e  $p(\alpha)$  uniforme, o espectro de potência da envoltória simplifica-se:

$$\Psi(f) = \frac{1.5}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f-f_c}{f_d}\right)^2}} \quad (2.239)$$

podendo mais uma vez ser empregado na determinação da correlação temporal do canal com desvanecimento Rayleigh. [Smith 75] desenvolveu um procedimento computacional baseado no modelo de Gans para implementar canais com desvanecimento Rayleigh, seção 2.6.5.3.

Outros modelos para a escolha dos coeficientes de desvanecimento incluem uma variedade de modelos de Mobilidade Média Autoregressiva (*Autoregressive moving-average*). Nestes modelos, os coeficientes de desvanecimento complexos  $c_j[m]$  são respostas de sistemas lineares de tempo discreto invariantes no tempo de dimensão finita quando estes sistemas estiverem submetidos a entradas randômicas brancas. [Wu 96] utiliza um processo Autoregressivo (AR) de segunda ordem para modelar um canal com desvanecimento Rayleigh plano, uma vez que a PSD deste tipo de canal contém picos espectrais muito estreitos localizados nas frequências máximas de deslocamento Doppler, (2.222) [Jakes 74]. Qualquer processo AR de ordem maior que um é capaz de aproximar estes picos espectrais.

### 2.6.5.2 Modelo de Jakes Modificado

Originalmente proposto em [Jakes 74] e posteriormente modificado por [Dent 93], o modelo de Jakes é um método determinístico para a simulação de canal com desvanecimento Rayleigh com formas de onda correlacionadas no tempo. Baseia-se na composição de sinais de algumas dezenas de osciladores senoidais de mesma frequência com fases e ângulos de chegada distintos, sendo às vezes denominado de *método multitom*. O modelo assume que  $N$  sinais (ondas planas) de mesma intensidade cheguem a um receptor móvel com ângulos de incidência  $\alpha_n$  uniformemente distribuídos resultado em distintas frequências de deslocamento Doppler,  $\omega_n$ . A forma de onda contínua para o desvanecimento é dada por:

$$C(t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N e^{j\omega_n t + \phi_n} \quad (2.240)$$

onde:

- $N$  = número total de osciladores, inteiro tal que  $\frac{1}{2} \left( \frac{N}{2} - 1 \right)$  resulta um número inteiro [Jakes 74];
- $\omega_n = \omega_M \cos \alpha_n$ ; onde  $\omega_M = 2\pi f v / c$  é a máxima frequência angular de deslocamento Doppler,  $v$  = velocidade de deslocamento do móvel,  $f$  = frequência da portadora e  $c$  = velocidade da luz;
- $\alpha_n = 2\pi \frac{n}{N}$  : ângulo de incidência, uniformemente distribuído em  $(n = 1, \dots, N)$  ;
- $\phi_n$  : fase inicial para cada oscilador  $(n = 1, \dots, N)$  .

Em processos com desvanecimento deseja-se que os sinais em fase e quadratura tenham potências idênticas e não sejam correlacionados:

$$\mathbb{E} \left\{ |C^I(t)|^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ |C^Q(t)|^2 \right\} = 1/2 \quad (2.241a)$$

$$\mathbb{E} \left\{ C^I(t) \cdot C^Q(t) \right\} = 0 \quad (2.241b)$$

Escolhendo-se arbitrariamente os termos fases inicial e final dos osciladores em (2.240) conclui-se que as duas condições acima não serão satisfeitas simultaneamente. Afim de satisfazer ambas as condições, pode-se então aumentar o número total de osciladores ou então modificar os ângulos de incidência,  $\alpha_n$ .

[Dent 93] modificaram o modelo de Jakes introduzindo uma rotação nos ângulos de incidência dos osciladores de  $\pi/N$ , satisfazendo simultaneamente as propriedades (2.241a) e (2.241b). Com tal modificação, os ângulos de chegada tornam-se  $\alpha = 2\pi \frac{(n-0.5)}{N}$ , com  $n = 1, 2, \dots, N$ , eliminando-se os ângulos críticos de incidência  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , resultando nas seguintes formas de onda para os coeficientes

$$C(t) = \sqrt{\frac{2}{N_d}} \sum_{n=1}^{N_d} \left[ e^{j(\omega_n t + \phi_n)} + e^{-j(\omega_n t + \phi_{-n})} \right] = \sqrt{\frac{2}{N_d}} \sum_{n=1}^{N_d} e^{j\phi_n} \cos(\omega_n t + \theta_n) \quad (2.242)$$

com  $N_d = N/4$ ;  $\phi_n = \pi n/N_d$ ;  $\theta_n =$  fases iniciais para cada um dos  $N_d$  osciladores; impondo fases iniciais randômicas com distribuição uniforme em  $[\pm\pi]$  resultam distintas realizações para formas de onda dos coeficientes Rayleigh  $C(t)$ .

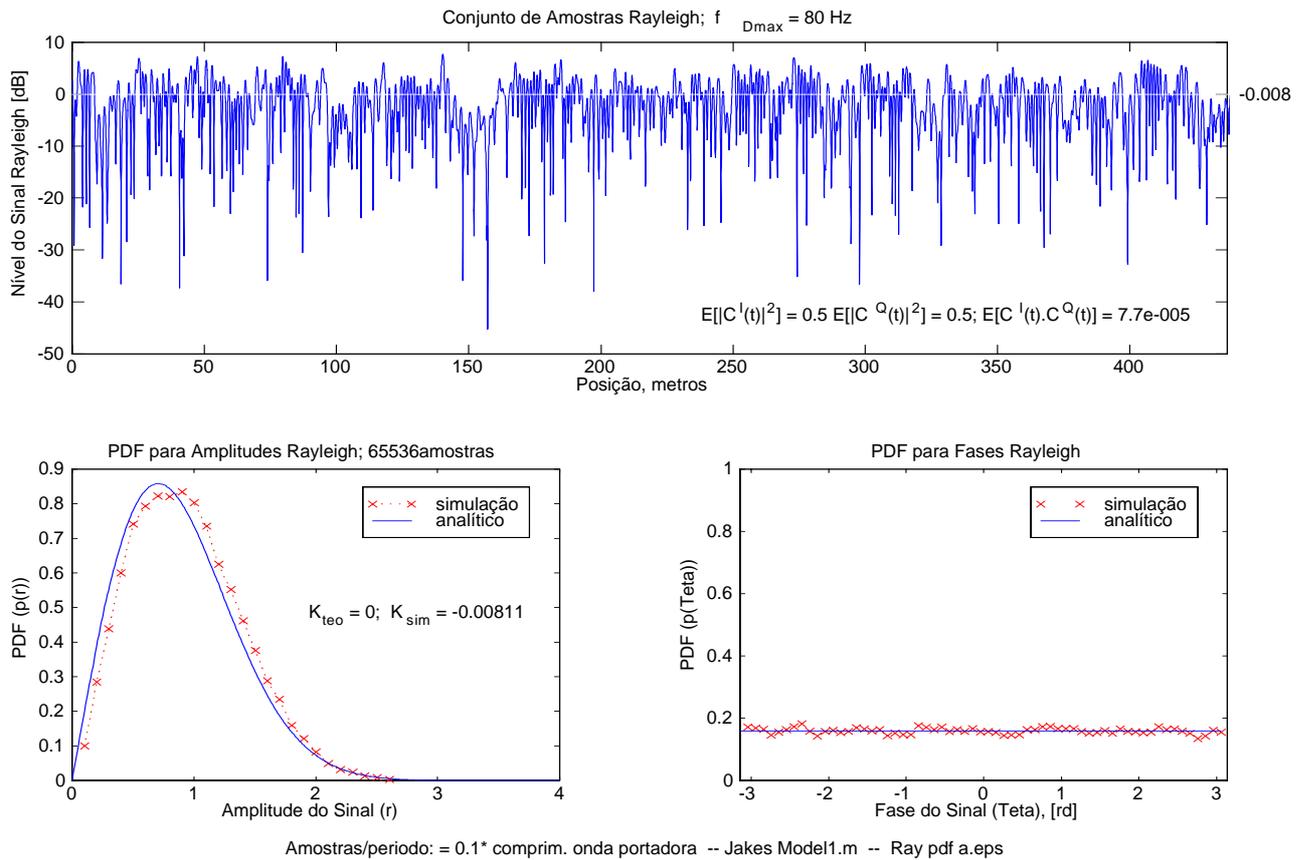
Pode-se verificar que (2.242) satisfaz simultaneamente (2.241a) e (2.241b). Resultados experimentais de [Dent 93] mostraram que a função de autocorrelação dos sinais com desvanecimento Rayleigh gerados através da composição de osciladores modificados coincidem com o valor teórico. Analiticamente, as funções de autocorrelação  $\Phi(\tau)$  e  $\tilde{\Phi}(\tau)$ , teórica e obtida a partir do modelo de Jakes Modificado são:

$$\Phi(\tau) = E \{ C(t) \cdot C^*(t + \tau) \} = \mathbf{J}_0(\omega_d \tau) \quad (2.243)$$

$$\tilde{\Phi}(\tau) = \langle C(t) \cdot C^*(t + \tau) \rangle = \frac{1}{N_d} \sum_{n=1}^{N_d} \cos(\omega_d \tau \alpha_n) \quad (2.244)$$

onde  $\mathbf{J}_0(\cdot)$  é a função de Bessel de primeira classe de ordem zero. Note-se que quando o número de osciladores cresce,  $N_d \rightarrow \infty$ , então  $\tilde{\Phi}(\tau) \rightarrow \Phi(\tau)$ . A figura 2.49 corrobora os resultados obtidos em [Dent 93]. Conjuntos de amostras obtidos por simulação mostraram que as componentes em

fase e em quadratura dos coeficientes têm mesma energia e não são correlacionadas; a amplitude e fase das amostras apresentaram distribuição Rayleigh e uniforme, respectivamente; a autocorrelação das amostras acompanha o comportamento da função de Bessel  $J_0(\cdot)$ ; a transformada discreta de Fourier da autocorrelação das amostras de  $C_k$  aproxima-se bem do espectro de potência teórico do sinal desvanecido (2.222) quando se considera um intervalo suficientemente grande para as amostras da autocorrelação, figura 2.50.



**Figura 2.49.** Distribuição para amplitude e fase para coeficientes de um canal com desvanecimento Rayleigh implementado a partir modelo de Jakes modificado.  $N_d = 16$  osciladores.  $F_{Doppler} = 80$  Hz.

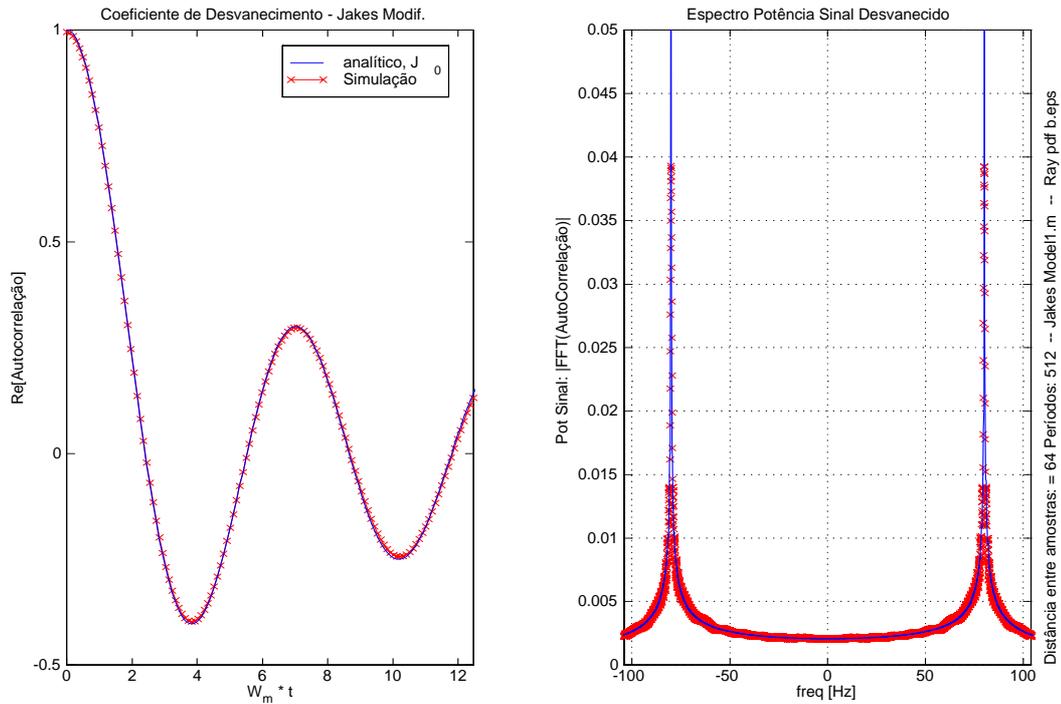
### Geração de Coeficientes para Canais com Desvanecimento Rayleigh Multipercurso.

Múltiplas formas de onda para processos de desvanecimento Rayleigh multipercurso<sup>45</sup> podem ser obtidas empregando-se palavras de códigos Walsh–Hadamard (W–H), seção 4.5.1. Por exemplo, tomando-se duas palavras de código ortogonais de W–H,  $H_k(n)$  e  $H_\ell(n)$ , com o  $n$ –ésimo chip do código assumindo dois valores  $\{\pm 1\}$ , tem-se:

<sup>45</sup> Dois ou mais conjuntos de amostras não correlacionadas com distribuição Rayleigh

$$C_k(t) = \sqrt{\frac{2}{N_d}} \sum_{n=1}^{N_d} H_k(n) e^{j\phi_n} \cos(\omega_n t) \quad (2.245)$$

$$C_\ell(t) = \sqrt{\frac{2}{N_d}} \sum_{n=1}^{N_d} H_\ell(n) e^{j\phi_n} \cos(\omega_n t) \quad (2.246)$$



**Figura 2.50.** Autocorrelação e Espectro de Potência (banda base) para um sinal desvanecido simulado a partir do modelo de Jakes modificado.

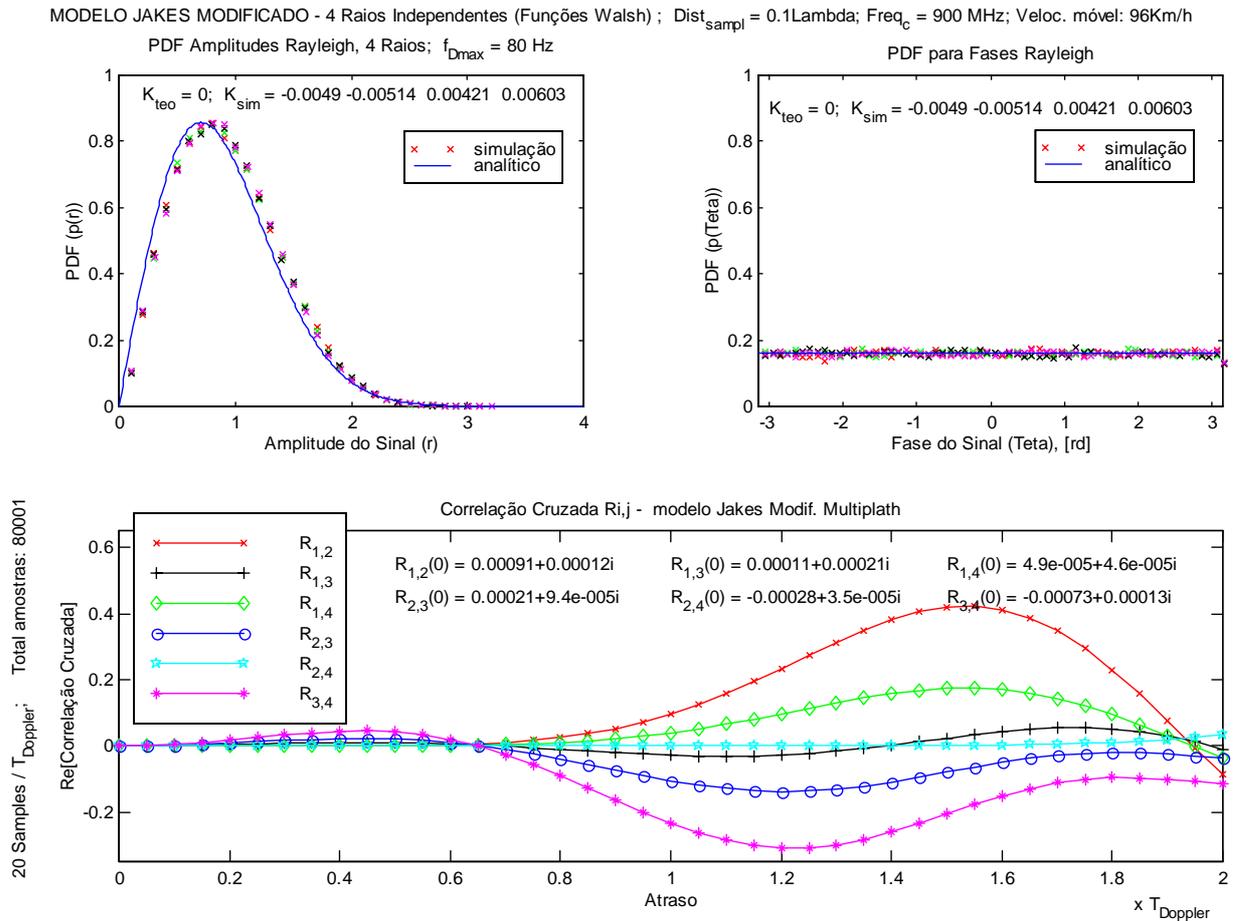
Com tal procedimento, a correlação cruzada de fase preferencial entre quaisquer pares de formas de onda assim geradas resultará nula devido à característica de ortogonalidade das funções W–H. A correlação cruzada para as duas formas de onda será:

$$\begin{aligned} \rho_{\ell,k} &= \langle C_\ell(t) \cdot C_k^*(t) \rangle = \frac{2}{N_d} \sum_{n=1}^{N_d} \sum_{m=1}^{N_d} H_\ell(n) H_m(m) e^{j(\phi_n - \phi_m)} \mathbb{E} \left[ \frac{1}{2} \cos[(\omega_n - \omega_m)t] \right] \\ &= \frac{1}{N_d} \sum_{n=1}^{N_d} H_\ell(n) H_m(n) \end{aligned} \quad (2.247)$$

$$= 0 \quad (2.248)$$

Portanto quaisquer conjuntos de formas de onda geradas empregando-se palavras de códigos W–H serão descorrelacionadas. Utilizando-se  $N_d$  osciladores em um modelo de Jakes modificado, pode-se gerar facilmente no máximo  $N_d$  formas de onda desvanecidas e não correlacionadas. A figura 2.51 ilustra resultados do procedimento acima obtidos por simulação para  $N_D = 16$  osciladores,

$f_{carrier} = 900\text{MHz}$  e  $f_{Doppler} = 80\text{Hz}$ . Utilizou-se quatro conjuntos de amostras Rayleigh não correlacionadas para atraso nulo; cada conjunto contém 80.000 amostras. Mesmo para uma faixa considerável de atrasos entre os coeficientes,  $[0; 0.8T_{Doppler}]$ , estas amostras em particular, ainda permanecem quase ortogonais entre si. Note-se ainda que as PDF para amplitudes e fases dos 4 conjuntos aproximaram bastante dos valores teóricos, indicando a validade deste procedimento na obtenção de raios com distribuição Rayleigh e não correlacionados.



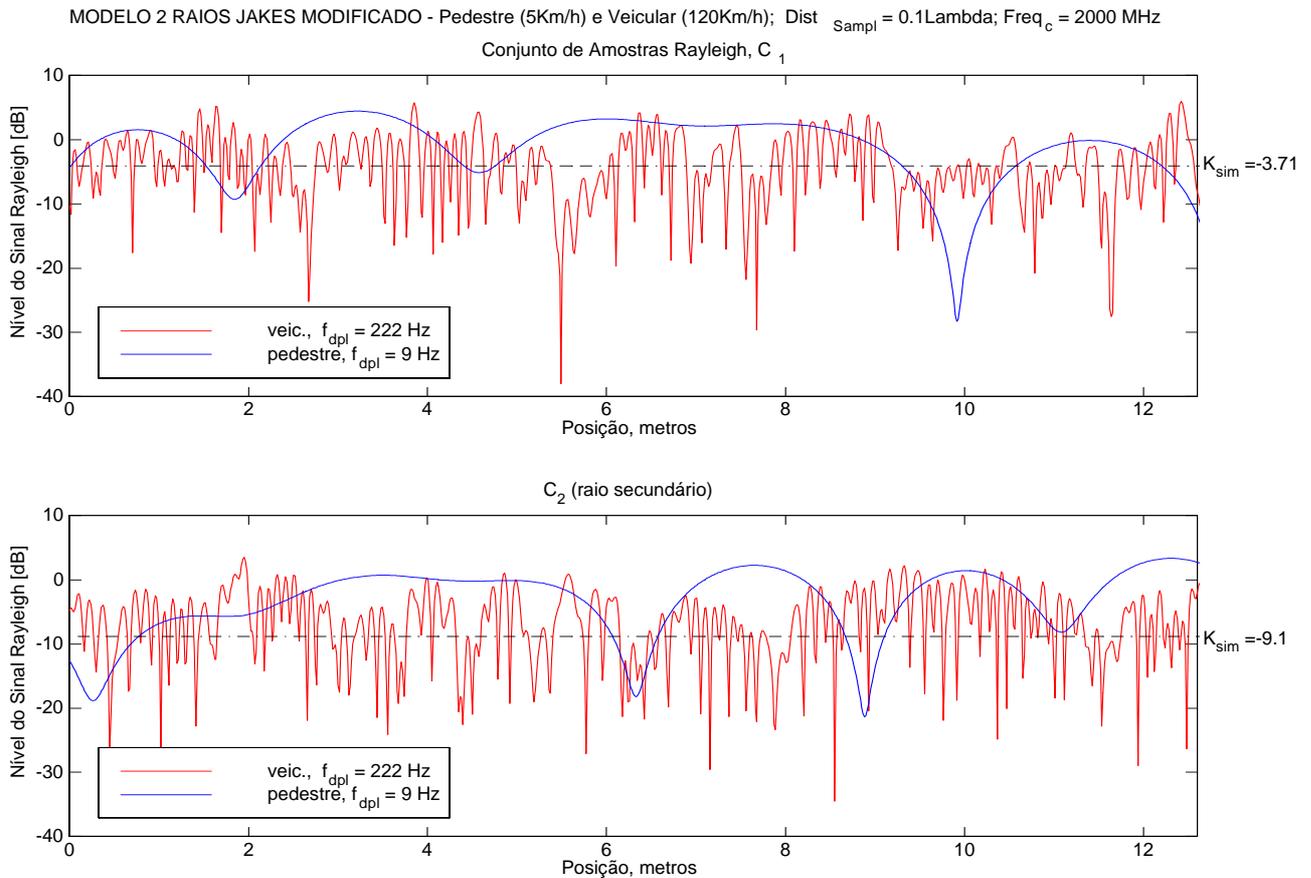
**Figura 2.51.** Quatro conjuntos de amostras Rayleigh não correlacionadas geradas a partir do modelo de Jakes modificado e funções de Walsh-Hadamard.  $f_{Doppler} = 80\text{Hz}$ . e  $N_d = 16$  osciladores.

A figura 2.52 sugere o comportamento de um canal com desvanecimento Rayleigh multipercurso de 2 raios comparando a variação do raio direto e secundário para os casos do receptor móvel estar trafegando com uma velocidade relativa de  $5\text{Km/h}$  (pedestre) e  $120\text{Km/h}$  (veicular), resultando em frequências de deslocamento máxima de  $9\text{Hz}$  e  $222\text{Hz}$ , respectivamente, para  $f_{carrier} = 2\text{GHz}$ .

### 2.6.5.3 Implementação Computacional

Um sinal recebido sujeito a desvanecimento sem linha de visada (LOS), composto por várias versões ou cópias escalonadas e atrasadas do sinal originalmente transmitido, que serão somadas

no receptor com suas respectivas fases distintas, caracterizará um desvanecimento de pequena escala. A envoltória do sinal total recebido seguirá uma distribuição Rayleigh [Jakes 74].



**Figura 2.52.** Coeficientes para canais Rayleigh de 2 raios com energias  $\overline{C_1^2} = -3,71dB$  (direto) e  $\overline{C_2^2} = -9,1dB$ , utilizando modelo de Jakes modificado com raios independentes e não correlacionados; mostram-se os perfis para canal de pedestre (5Km/h) e veicular (120Km/h).

Uma vez que a taxa com que este sinal muda (tempo de coerência do canal,  $(\Delta T)_c$ ) é inversamente proporcional ao espalhamento Doppler do canal (2.226), uma forma simples de simular este efeito consiste na geração de uma variável (amostras) randômica com distribuição Rayleigh para cada usuário CDMA, a qual representará a magnitude daquele sinal recebido sobre um determinado intervalo de tempo. Este intervalo de tempo (associado ao tempo de um quadro ou quantidade de bits transmitidos) é ajustado na simulação para ser aproximadamente igual a  $(\Delta T)_c$ . Assim, variando-se o tamanho do *frame* pode-se simular diferentes tempos de coerência de canal e por conseqüência distintas frequências de espalhamento Doppler,  $f_d$ . Desta forma torna-se possível simular um canal Rayleigh manipulando-se indiretamente o tempo de coerência ou o espalhamento Doppler.

Já os procedimentos de simulação de canais Rayleigh baseados nos métodos de Jakes ou Gans requerem explicitamente como parâmetro de entrada a frequência máxima de espalhamento Doppler.

A seguir, descrevem-se dois procedimentos computacionais para a obtenção dos coeficientes de canal Rayleigh.

### Método de Geração de Coeficientes de Canal utilizando Gerador de Números Randômicos.

Um procedimento de simulação expedito para a obtenção dos coeficientes de canal com desvanecimento Rayleigh consiste na utilização direta do recurso de geração de números randômicos (RNG) do simulador matemático MatLab. Este método, no entanto, não é tão preciso quanto o método baseado no modelo determinístico de Jakes Modificado [Dent 93] ou no modelo de Gans [Smith 75], uma vez que não leva em conta o espalhamento Doppler.

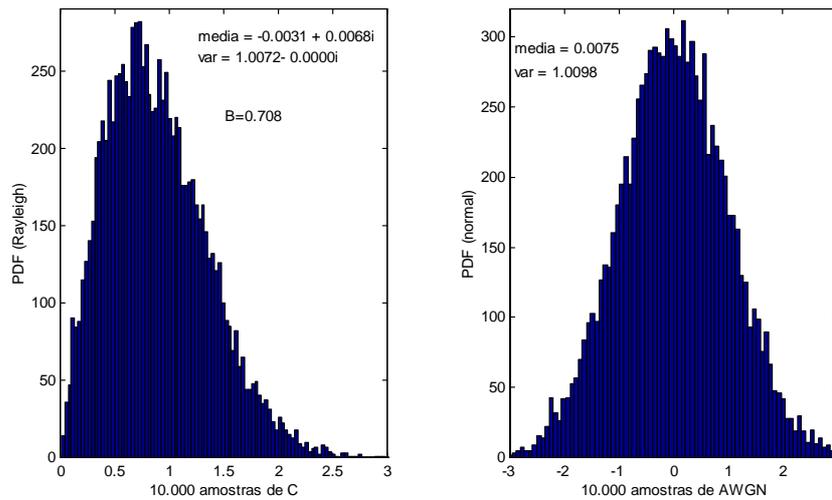
A variável randômica  $C_k = |C_k(i)| \exp[j\theta_k]$  que descreve os coeficientes de canal com distribuição Rayleigh terá média igual ao valor médio quadrático ou energia do sinal desejado,  $md = \overline{C_k^2}$  e variância  $var(C_k) \simeq 1$  (real). A variável  $C_k$  pode ser descrita em termos de gerador de números randômicos como o resultado da composição de duas distribuições: a fase,  $\theta_k$ , terá distribuição uniforme no  $[0, 2\pi]$  e o módulo  $|C_k|$  terá distribuição Rayleigh com variância dada por [Buehrer 96a]:

$$\sigma_{Rayl}^2 = \overline{C_k^2} (1 - \pi/4) \quad (2.249)$$

Assumindo-se que o desvanecimento do canal é lento o suficiente para que o coeficiente de canal  $|C_k(i)| \exp[-j\theta_k]$  possa ser considerado constante durante o período de símbolo,  $T$ , por exemplo, para canais com desvanecimento Rayleigh Plano (apenas um raio com  $\overline{C_k^2} = 1$ ), o coeficiente de canal  $C_k$  apresenta média zero e variância complexa unitária. Em termos de geração de números randômicos com distribuição de Rayleigh e uniforme no MatLab5.0 tem-se:

$$\begin{aligned} C_{mod} &= \text{raylrnd}(B, 1, K * TRIALS); \\ C_{fase} &= \text{unifrnd}(-\pi, \pi, 1, K * TRIALS); \\ C_k &= C_{mod} * \exp(j * C_{fase}) \end{aligned} \quad (2.250)$$

com parâmetro  $B = 0,708$ . A figura 2.53.a mostra dois histogramas de 10.000 amostras utilizadas na geração de um canal com desvanecimento Rayleigh: a) coeficientes de canal  $C_k$  com  $\overline{C_k^2} = 1$ ; b) AWGN.



**Figura 2.53.** Histogramas para 10.000 amostras das variáveis randômicas  $C_k$  (coeficientes de canal Rayleigh) e  $n$  (AWGN).

Ao invés de operar com a magnitude da distribuição Rayleigh, pode-se manipular diretamente as componentes em fase e quadratura. Para um canal com desvanecimento Rayleigh as componentes em fase e quadratura apresentam comportamento Gaussiano, isto é distribuição normal com média zero,  $md = 0$  e variância dada por

$$\sigma_{Gaus}^2 = \frac{\sigma_{Rayl}^2}{(2 - \pi/2)} = \frac{\overline{C_k^2}}{2} \quad (2.251)$$

Portanto, pode-se obter um conjunto de amostras com distribuição Rayleigh a partir das duas componentes em quadratura devidamente poderadas,  $I$  e  $Q$ , ambas com distribuição normal e variância dada por (2.251). Em termos do gerador RNG do MatLab as amostras podem ser obtidas por:

$$C\_I[n] = \text{normrnd}(md, \sqrt{var}, K, \text{sampl});$$

$$C\_Q[n] = \text{normrnd}(md, \sqrt{var}, K, \text{sampl});$$

$$C_k[n] = C\_I + j.C\_Q$$

onde  $md = 0$ ;  $\sqrt{var} = \sigma_{Gaus}$ ;  $K$  = número total de usuários e  $\text{sampl}$  = número de amostras, sendo igual ao número de bits transmitidos em um canal Rayleigh Plano.

Outra forma de se obter amostras de uma distribuição Rayleigh consiste em rescrever as componentes em quadratura utilizando formato polar (módulo e fase). Assim, em termos de comandos do RNG-MatLab resulta:

$$C\_mod[n] = normrnd(md, \sqrt{var}, K, sampl);$$

$$C\_fase[n] = unifrnd(-pi, pi, K, sampl);$$

$$C_k[n] = C\_mod.*exp(j.*C\_fase)$$

onde os coeficientes  $C_k$  foram descritos como uma composição de duas distribuições estatísticas: o módulo de  $C_k$  terá distribuição normal com parâmetros  $md = 0$ ,  $var = \overline{C_k^2}$  e a fase,  $\theta_k$ , terá distribuição uniforme no  $[-\pi, +\pi]$ .

Uma caracterização completa para um processo Rayleigh obtida a partir de 10.000 amostras para os coeficientes  $C_k$  é mostrada na figura 2.54. As fases apresentam-se uniformemente distribuídas e muito próximas ao valor teórico esperado,  $\frac{1}{2\pi}$ ; as PDFs para as amplitudes seguem de perto as distribuições Rayleigh para o valor médio quadrático,  $\overline{C_k(n)^2} = 1$  e  $\overline{C_k(n)} = 0,5$ , correspondendo à razão da potência da portadora pela potência do sinal desvanecido, em dB,  $K = -10 \log_{10}(\overline{C_k(n)^2})$ .

Modelo de Desvanecimento Rayleigh com Gerador de Números Randômicos (RNG); Freq = 900MHz; Dist<sub>amost</sub> = 0.1Lambda; Amostras = 10000

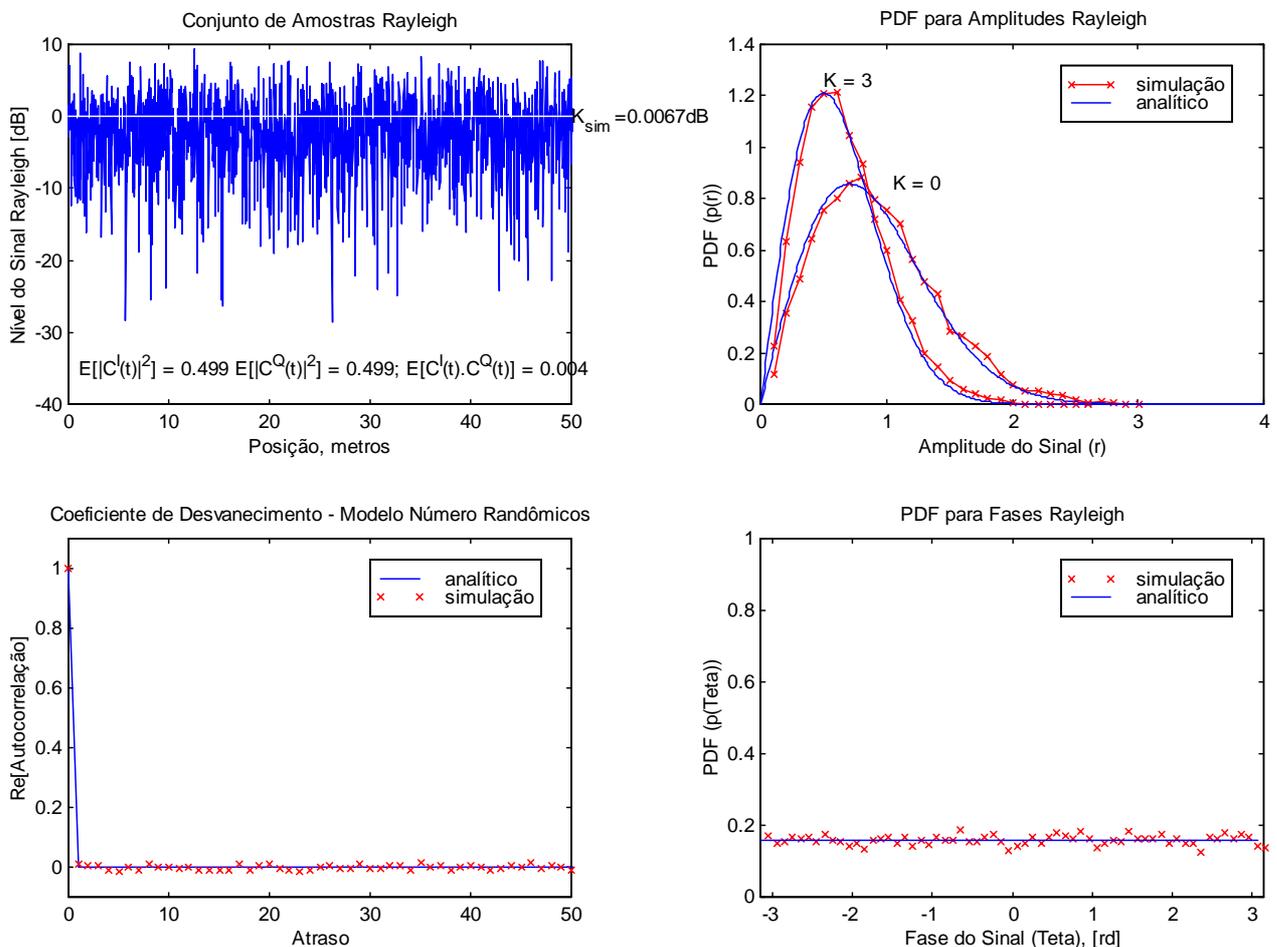
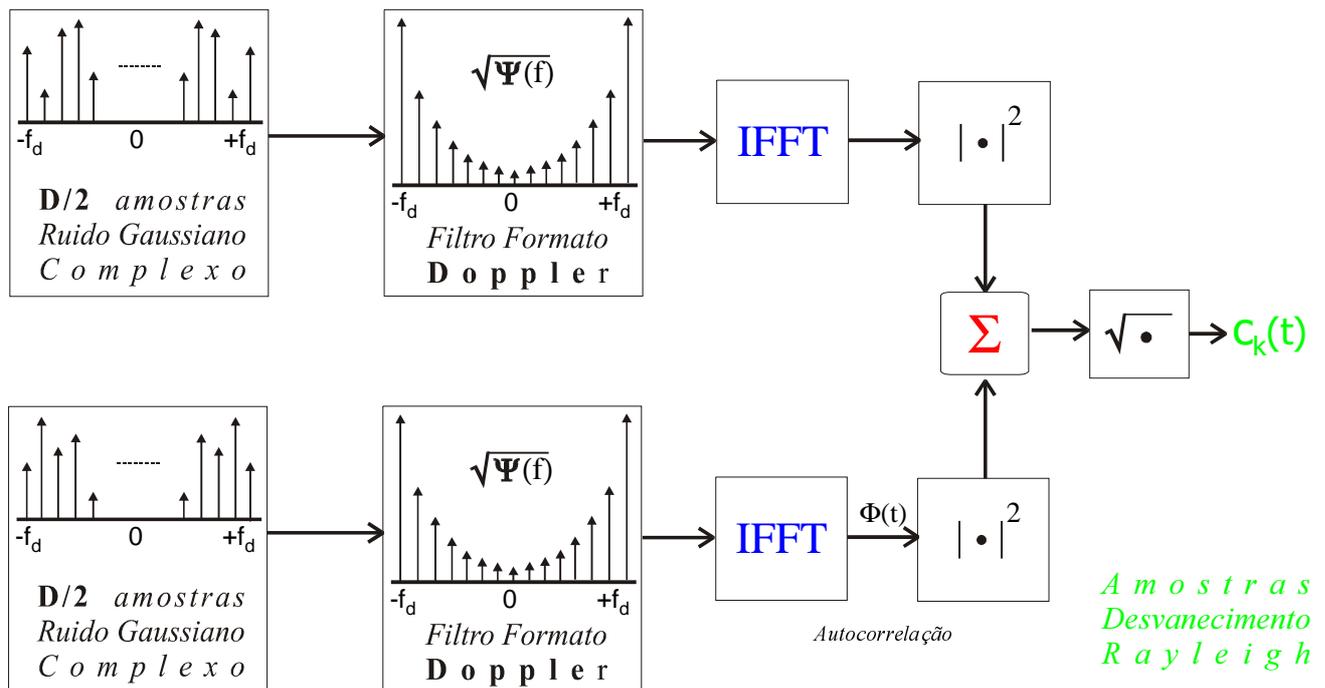


Figura 2.54. Geração dos coeficientes de canal Rayleigh utilizando Gerador de Número Randômico.

Note-se que a autocorrelação fora de fase, para qualquer atraso, é nula para os coeficientes gerados desta forma, indicando que o correspondente espectro de frequências será diferente de (2.222).

### Método de Smith

O método explora o modelo de potência espectral de Gans para a geração da envoltória de um sinal em canal com desvanecimento Rayleigh. O procedimento computacional consiste na geração de amostras complexas de ruído Gaussiano estatisticamente independentes, passando-as por um filtro de formato Doppler, (2.239), definido por  $H(f) = \sqrt{\Psi(f)}$ , figura 2.55. Em seguida, aplica-se a transformada rápida Inversa de Fourier às amostras das saídas dos filtros, obtendo-se assim a autocorrelação destas amostras. Finalmente, a envoltória Rayleigh é obtida tomando-se o quadrado do valor absoluto de cada conjunto de amostras e somando-se os dois conjuntos de amostras. Esta envoltória é então aplicada ao sinal simulado.



**Figura 2.55.** Diagrama em blocos para a geração de amostras dos coeficientes de canal com distribuição Rayleigh baseada no método de Smith-Gans.

Entradas do algoritmo:

$f_d$  = máxima frequência de deslocamento Doppler;  $D$  = número de componentes de frequências discretas, normalmente escolhida como um número potência de 2 afim de tornar mais rápida a obtenção da transformada inversa de Fourier.

Passos do algoritmo:

1. Determinação do *espaçamento das componentes de frequência*:

$$\Delta f = \frac{2f_d}{D - 1} \quad (2.252)$$

2. Geração das *amplitudes randômicas de cada componente discreta de frequência*. A amplitude de cada componente de frequência será uma variável randômica Gaussiana complexa. Para as componentes de frequência positivas deve-se gerar dois conjuntos de números randômicos, com  $D/2$  amostras cada um, um conjunto para as componentes em fase e o outro para as componentes de frequência em quadratura. As amplitudes para as componentes de frequência discretas negativas são obtidas tomando-se o conjugado das amplitudes das respectivas componentes da frequência discretas positivas.
3. Obtenção do *espectro da forma de onda*,  $\Psi(f)$ . Isto é obtido resolvendo-se (2.239) para cada valor discreto de frequência. Obtido o espectro da forma de onda, as amplitudes das componentes de frequência discretas são multiplicadas pela raiz quadrada do espectro,  $\sqrt{\Psi(f)}$ , o qual representa o formato do filtro.
4. Ambos os conjuntos de componentes de frequências ponderadas são transformadas para o domínio do tempo empregando-se transformada rápida de Fourier inversa, IFFT.
5. Obtém-se finalmente as amostras de um canal Rayleigh somando-se os quadrados das magnitudes de cada saída da IFFT e em seguida tomando-se a raiz quadrada de cada amostra.

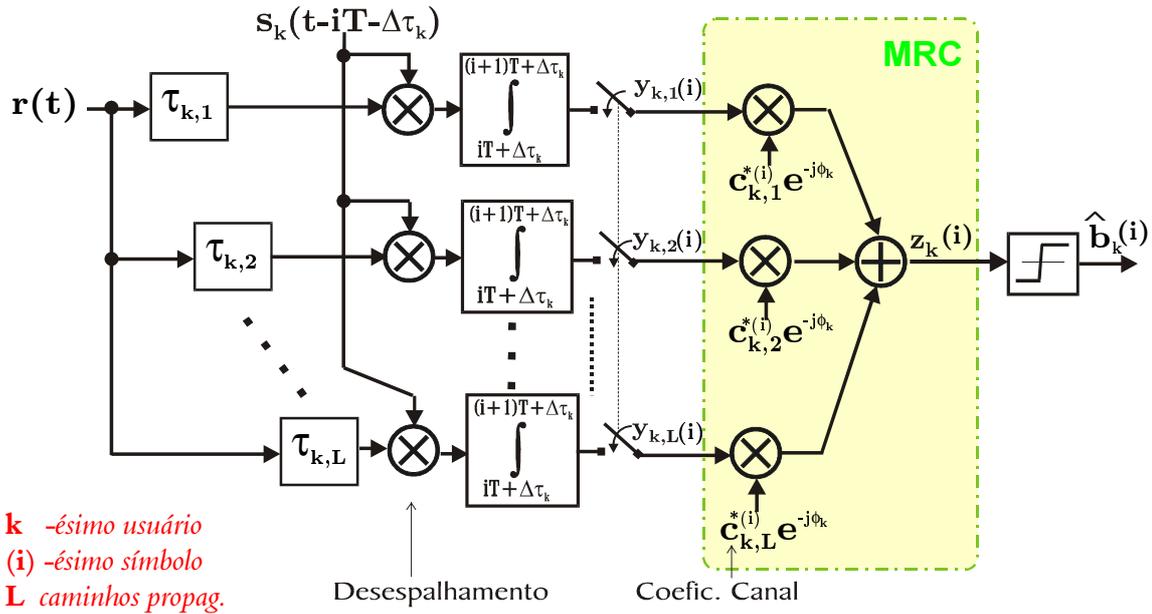
Embora este método exija mais esforço computacional que o anterior, ele reflete mais exatamente as condições do canal e permite controlar com mais precisão o efeito do espalhamento Doppler simulado. Quando a simulação exata de  $f_d$  não for imperativo, o método anterior pode ser conveniente.

Neste trabalho, será adotado o modelo de Jakes Modificado para simular canais com desvanecimento Rayleigh Plano (Lento e não seletivo em frequência, um raio) e canais Rayleigh Lentos e Seletivos em frequência de dois raios apenas afim de não sobrecarregar a complexidade de implementação tanto do canal quanto do estágio inicial (diversidade Rake) do receptor.

## 2.6.6 Receptor Convencional RAKE

Sinais que se propagam através de um canal com multipercurso independente criam formas de diversidade que podem ser exploradas visando a redução dos efeitos destrutivos do desvanecimento sobre o sinal recebido. Se em um certo caminho de propagação ocorre forte desvanecimento do sinal, uma versão de maior intensidade do sinal é usualmente obtida a partir de outro caminho de propagação. Técnicas de recepção capazes de aproveitar as cópias não correlacionadas do

sinal transmitido, de tal forma a seleccioná-las ou combiná-las adequadamente são denominadas *técnicas de diversidade*; podem ser classificadas como diversidade espacial, direcional (angular), polarização, frequência e temporal. Em comunicações móveis, a identificação e processamento de versões atrasadas do sinal transmitido, devido ao multipercurso, constitui uma clara vantagem em sistemas W-CDMA. O receptor *single-user* otimizado, denominado comumente de receptor RAKE, ou então receptores MuD com o primeiro estágio baseados em um banco de filtros casados (MFB) são capazes de tirar proveito deste tipo de diversidade. Para o  $k$ -ésimo usuário, o receptor Convencional RAKE é mostrado na figura 2.56.



**Figura 2.56.** Receptor Convencional RAKE para o  $k$ -ésimo usuário e canais com desvanecimento multipercurso.

O receptor RAKE possui correladores para os caminhos de propagação afim de obter vantagem em um canal com propagação de percurso múltiplo. Na prática, o número de correladores empregados no receptor RAKE, para o  $k$ -ésimo usuário, é menor que o número de caminhos possíveis de serem discriminados,  $L'$ ; implementações comerciais limitam o número de correladores a 3 ou 4. A saída do banco de correladores em um receptor RAKE para o  $k$ - usuário (*single-user*) será:

$$\mathbf{y}_k [i] = [y_{k,1} [i], y_{k,2} [i], \dots, y_{k,L'} [i]]^T \in \mathbb{C}^{L'} \quad (2.253)$$

com a saída do  $\ell$ -ésimo correlator para o  $i$ -ésimo símbolo do  $k$ -ésimo usuário constituída por:

$$y_{k,\ell} [i] = \underbrace{A_k e^{j\phi_k} c_{k,\ell} [i] b_k [i]}_{\text{Sinal Desejado}} + \underbrace{\mathcal{I}_{k,\ell} [i]}_{\text{MAI}} + \underbrace{S_{k,\ell} [i]}_{\text{Interf. Multipercurso}} + \underbrace{n_{k,\ell} [i]}_{\text{ruído}} \quad (2.254)$$

O termo MAI será dado por (2.192), porém considerando agora a interferência gerada pelas  $L$  cópias dos sinais de cada interferente, resultando em uma expressão similar a (2.201); já o termo *Interferência Multipercurso* ou *Auto Interferência*,  $S_{k,\ell} [i]$ , devido à influência das outras cópias do sinal do  $k$ -usuário sobre si mesmo, é calculado pela autocorrelação das cópias de sinal propagadas através dos outros caminhos, distintos de  $\ell$ :

$$S_{k,\ell} [i] = \sum_{\substack{\ell'=1 \\ \ell' \neq \ell}}^L \sum_{i'=1}^{M-1} A_k e^{j\phi_k} c_{k,\ell'} [i'] b_k [i'] \int_{-\infty}^{\infty} s_k (t - iT - \tau_{k,\ell} - \Delta\tau_k) s_k (t - i'T - \tau_{k,\ell'} - \Delta\tau_k) dt \quad (2.255)$$

Decisões de dados podem ser feitas selecionando-se a maior saída dos correladores. No entanto, afim de explorar completamente a diversidade de  $L'$ -ésima ordem disponível, a informação do símbolo transmitido contida em cada saída do banco de correladores é empregada na obtenção da decisão do  $i$ -ésimo símbolo do  $k$ -ésimo usuário. O caminho ótimo para esta tarefa consiste na aplicação do algoritmo de Relação Máxima Combinada (MRC, *maximal ratio combining*) [Proakis 89], [Jakes 74], o qual combina os diversos sinais obtidos nas saídas dos correladores. No MRC, a saída de cada correlador é ponderada através do correspondente coeficiente de canal complexo conjugado e os produtos são então somados, formando a variável de decisão

$$z_k(i) = \text{Re} \{ \mathbf{c}_k^H [i] \mathbf{y}_k [i] \} \quad (2.256)$$

resultando na estimativa do  $i$ -ésimo símbolo transmitido como:

$$\hat{b}_k(i) = \text{sgn} [z_k(i)] \quad (2.257)$$

Os conceitos explorados neste capítulo serão amplamente empregados no desenvolvimento deste trabalho. Figuras de desempenho para os detectores MuD do tipo canceladores de interferência subtrativos serão obtidos no capítulo 3, tanto em canais AWGN quanto em canais com desvanecimento Rayleigh Plano. Por exemplo, na obtenção de desempenho via simulação MCS destes canceladores em canais com desvanecimento foi utilizado o simulador de canal Rayleigh multipercurso, desenvolvido a partir do modelo de Jakes modificado descrito anteriormente. Algumas configurações para os canceladores de interferência explorados neste capítulo foram associadas a esquemas de múltipla taxa originando novas estruturas de detecção IC-multitaxa analisadas no capítulo 5.