

Paul Jean Etienne Jeszensky

# Sistemas Telefônicos

Manual de Soluções



Incluindo soluções dos problemas propostos,  
problemas adicionais resolvidos e erratas.

Março/2016

## **Prefácio**

Este texto atualiza o do livro “Sistemas Telefônicos”, publicado pela Editora Manole, com dois novos anexos e uma errata.

Os anexos, com uma numeração em continuidade aos do livro texto, são:

### **Anexo 8: Soluções dos problemas propostos**

No livro texto algumas respostas e soluções para problemas selecionados foram apresentados. Neste anexo então são apresentadas as soluções completas para todos os 139 problemas originalmente propostos no livro.

### **Anexo 9: Problemas adicionais resolvidos**

Neste anexo apresentam-se 28 problemas adicionais com as suas soluções completas.

## **Erratas**

Apresentam-se aqui duas erratas. A primeira referente à primeira edição do livro, em 2004, e a segunda para a edição correspondente à primeira reimpressão revisada de 2007.

Este texto contou com a colaboração do Prof. Dr. José Roberto de Almeida Amazonas, no Anexo 8, para a solução dos problemas propostos ao final dos capítulos 5, 9 (do exercício 7 em diante, que são referentes ao item 9.4 do capítulo 9), 10 (até o exercício 11), 11 e 16.

Como toda obra semelhante, esta também tem imperfeições e erros não detectados. A quem se dispuser a apontá-los, antecipadamente agradeço, o endereço é eletrônico:

pjej@usp.br

## Índice

Anexo 8: Soluções dos problemas propostos.....3

Anexo 9: Problemas adicionais resolvidos.....157

Erratas.....195

---

# ANEXO 8 - SOLUÇÕES DOS PROBLEMAS PROPOSTOS

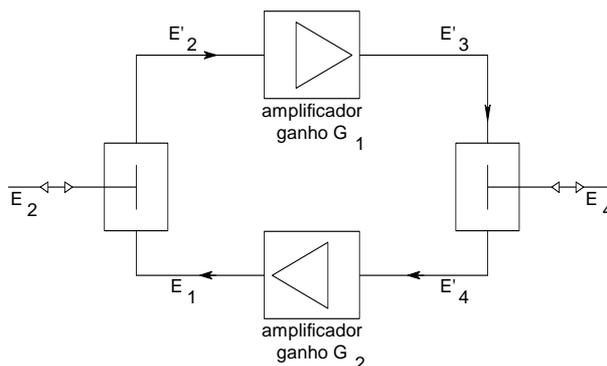
---

## CAPÍTULO 1

1) Em sistemas telefônicos a transformação de 2 para 4 fios, realizada através de híbridos, nunca é perfeita devido a descasamentos com a linha. Este fato limita o ganho máximo atingível, nos trechos a 4 fios. Explique qualitativa, e quantitativamente, esta limitação.

### Solução

Híbridos imperfeitos (não casados) implicam em realimentação do sinal; assim, os ganhos devem ser cuidadosamente estabelecidos para evitar oscilação (vide o item sobre estabilidade, no capítulo 4, para detalhes adicionais). Seja o esquema abaixo:



Impondo-se um sinal  $E_1$  no amplificador inferior, idealmente tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} E_2 = E_1 \quad \text{função da híbrida} \\ E'_2 = 0 \quad \text{função da híbrida} \end{array} \right\} E'_2 / E_1 = 0$$

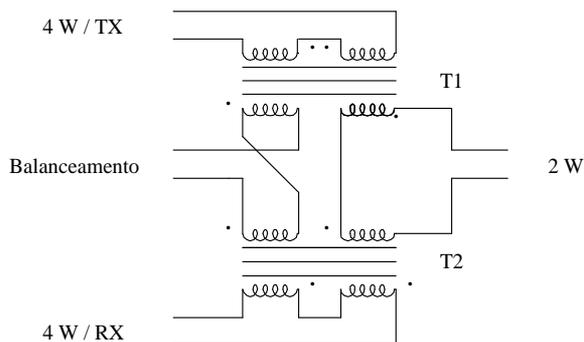
Impondo-se um sinal  $E'_3$  no amplificador superior, idealmente tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} E'_3 = E_4 \quad \text{função da híbrida} \\ E'_4 = 0 \quad \text{função da híbrida} \end{array} \right\} E'_4 / E'_3 = 0$$

Em condições não ideais, se as relações  $E'_2 / E_1 = \alpha_1 \neq 0$  e  $E'_4 / E'_3 = \alpha_2 \neq 0$  pode-se ter na malha fechada

$E_1 \times (E'_2 / E_1) \times (E'_3 / E'_2) \times (E'_4 / E'_3) \times (E_1 / E'_4) > E_1$ , quando então um sinal realimentado à entrada do amplificador, devido à sua saída, é maior do que a própria saída (ganho de malha  $> 1$ ) e o sistema oscila. Isto acontece quando, pela expressão anterior,  $G_1 G_2 > (\alpha_1 \alpha_2)^{-1}$ , limitando, pois, os ganhos nos trechos a 4 fios, dependendo da qualidade do casamento na híbrida (idealmente com  $\alpha_i = 0$  o ganho poderia ser ilimitado).

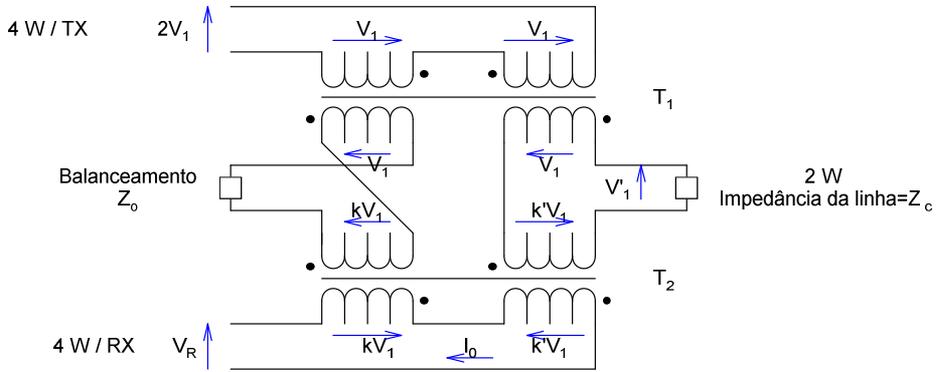
2) Explique o funcionamento do híbrido implementado por dois transformadores, abaixo representado. Qual o valor da perda correspondente?



### Solução

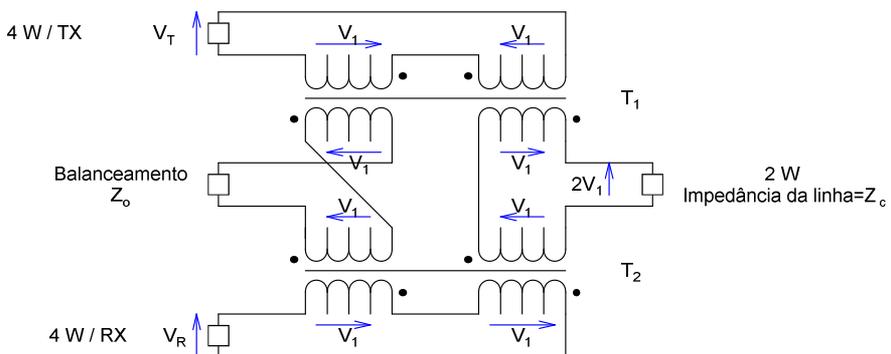
Note que para que se possa cancelar adequadamente o sinal transmitido, a impedância de terminação  $Z_0$  (balanceamento) deve estar casada com a impedância vista na linha  $Z_c$ , do contrário será causada interferência entre o receptor e o transmissor (chamado *Near end Cross Talk*).

Sejam então todos os enrolamentos iguais com  $N$  espiras e a aplicação de um sinal com amplitude  $2V_1$  na entrada  $4W/TX$ .



Na saída  $4W/RX$  tem-se a tensão  $V_R = kV_1 - k'V_1$  que será zero desde que  $Z_c = Z_0$ . Isto faz com que a corrente elétrica  $I_0$  seja nula, com o que em todos os enrolamentos do transformador inferior a amplitude da tensão seja zero e desta maneira o usuário não ouve a própria voz. Já para a linha ( $2W$ ), na condição de balanceamento, é transferida uma tensão com amplitude  $V'_1 = V_1$ .

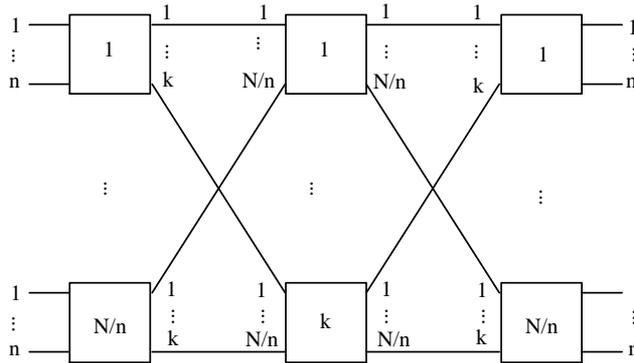
Seja agora a aplicação de uma tensão  $2V_1$  na entrada  $2W$ .



Verifica-se então que  $V_T=0$  e  $V_R=2V1$ , transferindo-se assim a tensão para a recepção ( $4W/RX$ ) e não para o lado de transmissão ( $4W/TX$ ).

## CAPÍTULO 2

1) Dada a seguinte estrutura de comutação analógica de 3 estágios:



- calcule o número de pontos de cruzamento em função de  $N$ ,  $n$  e  $k$ ;
- considerando  $k=n$  determine o valor de  $n$  que minimiza o número de pontos de cruzamento;
- calcule o valor deste mínimo e para que valores de  $N$  existe economia de pontos de cruzamento?
- considerando duas linhas específicas (uma de entrada e outra de saída), determine quantas formas diferentes de conexão se pode realizar;
- compare essa solução com  $n=100$ ,  $N=1.000$  e  $k=200$  com a obtida por matriz quadrada que realiza a mesma função, em termos de número de pontos de cruzamento.

### Solução

a) número total de pontos é dado por:

$$C = nk \frac{N}{n} + \left( \frac{N}{n} \right)^2 k + nk \frac{N}{n} = 2kN + \frac{kN^2}{n^2};$$

b) com  $k=n$  tem-se  $C' = 2Nn + \frac{N^2}{n}$ ; derivando e igualando a zero:

$$\frac{\partial C'}{\partial n} = 2N - \frac{N^2}{n^2} = 0, \text{ obtém-se } n = \sqrt{N/2};$$

c) com esse valor de  $n$  obtém-se  $C'_{\min} = 2N\sqrt{2N}$  (para verificar que esse ponto é de fato um mínimo deve-se ainda verificar o sinal da derivada segunda para esse valor de  $n$ ). Para que realmente seja vantajoso deve-se ter um número de pontos tal que:  $2N\sqrt{2N} < N^2$  ( $N^2$  indica o número de pontos numa matriz quadrada equivalente) que resolvido fornece  $N > 8$  (isto implica que para valores menores do que 8 a estrutura de 3 estágios simplesmente não se justifica);

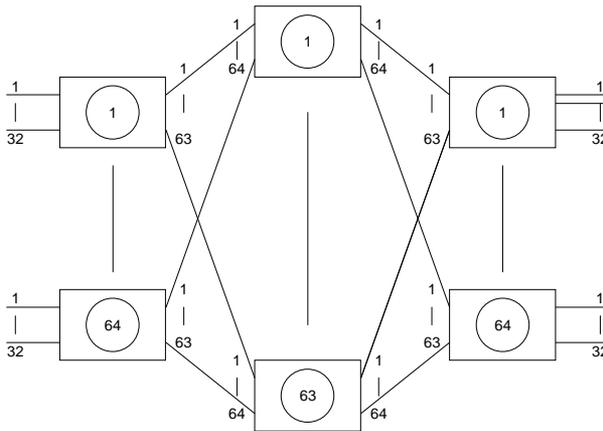
d) para duas linhas especificadas o número de alternativas de interconexão é  $k$ ;

e) para  $N = 1.000$ ;  $n = 100$ ;  $k = 200$  tem-se:  $C = 2 \times 200 \times 1.000 + 200 \times (1.000/100)^2 = 420k$  pontos. Já na matriz quadrada  $C'' = 1.000 \times 1.000 = 1M$  pontos.

2) Uma matriz de comutação espacial de  $2048 \times 2048$  pontos é implementada por uma rede tipo Clos (denominação em homenagem a Charles Clos da Bell Labs. que em 1953 estabeleceu este tipo de matriz e sua condição para ser não bloqueante). Desenhe a estrutura que minimiza o número de pontos de contato e calcule este número. Com vistas a diminuir ainda mais este número faz-se  $n=k$ . Calcule o novo número de pontos de contato e o valor da probabilidade de bloqueio quando a ocupação das entradas for de  $p=0,5$ .

### Solução

$N=2.048 \Rightarrow n_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{N}{2}} = 32$  e para não haver bloqueio deve-se impor  $k=2n-1=63$ . Assim tem-se  $M/n=2.048/32=64$  blocos de entrada, cada um de  $32 \times 63$  pontos.



$C=32 \times 63 \times 64+64 \times 64 \times 63+63 \times 32 \times 64=516.096$  pontos. Agora com  $n=k$  o número de pontos cai para:

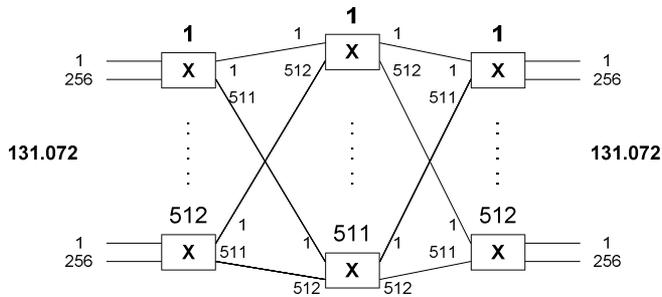
$C'=32 \times 32 \times 64+64 \times 64 \times 32+32 \times 32 \times 64=262.144$  pontos, que é 51% do valor anterior. Só que neste caso haverá bloqueio, que para uma ocupação de  $p=0,5$  calcula-se por  $B = [p(2 - p)]^n = 10^{-4}$ ; esse valor, para este tráfego, justifica plenamente a economia de pontos em relação ao caso não bloqueante.

3) Considerando uma rede de comutação de três estágios tipo Clos para 131.072 entradas e saídas.

- Esboce a estrutura no caso sem bloqueio, indicando a dimensão das matrizes, suas interligações e o número de pontos de cruzamento em cada uma;
- Calcule o número total de pontos de cruzamento;
- Para cada matriz quadrada intermediária considere uma segunda rede de Clos, ainda sem bloqueio. Calcule o número de pontos de cruzamento da rede final, agora com cinco estágios, e compare com o obtido no item b;
- Recalcule o item b admitindo-se uma perda devido ao fato de se fazer  $n=k$ . Determine essa perda para uma ocupação individual de entrada  $p=0,7$ .

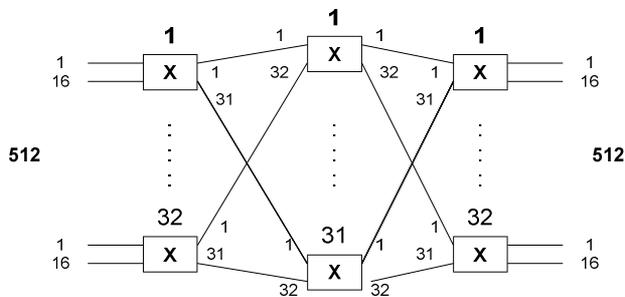
**Solução**

a)  $n = \sqrt{\frac{N}{2}} = \sqrt{\frac{131.072}{2}} = 256$ ; assim tem-se uma estrutura com  $131.072/256=512$  blocos na entrada (e saída) cada um com  $n=256$  entradas e  $k=2n-1=511$  saídas;



b)  $256 \times 511 \times 512 \times 2 + 512 \times 512 \times 511 = 267,9 \times 10^6$  pontos;

c) Trocando cada matriz intermediária (512x512) por uma de três estágios tem-se  $n = \sqrt{\frac{N}{2}} = \sqrt{\frac{512}{2}} = 16$ ; assim tem-se uma estrutura com  $512/16=32$  blocos na entrada (e saída) cada um com  $n=16$  entradas e  $k=2n-1=31$  saídas;



Assim cada matriz intermediária terá, na forma de três estágios, um número de pontos dado por:

$16 \times 31 \times 32 \times 2 + 32 \times 32 \times 31 = 63.488$  pontos; e assim o número de pontos calculado em b) muda para:  $256 \times 511 \times 512 \times 2 + 511 \times 63.488 = 166,4 \times 10^6$  pontos, 62% do valor anterior;

d) voltando ao caso b) e fazendo  $n=k$  tem-se para o número de pontos:

$256 \times 256 \times 512 \times 2 + 512 \times 512 \times 256 = 134,2 \times 10^6$  pontos e

$$B = [p(2 - p)]^n = (0,7 \times 1,3)^{256} = 3,27 \times 10^{-11}.$$

4) Com base na figura a seguir, uma estrutura de comutação de 2 estágios, utilizada como estágio concentrador, isto é:  $M < N$ , responda:

a) a acessibilidade é plena? Isto é, qualquer entrada pode ser ligada a qualquer saída?

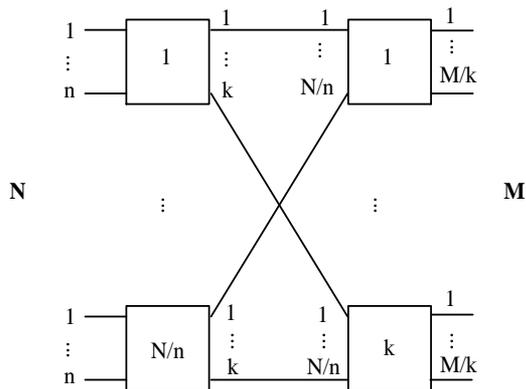
b) dadas duas linhas específicas (uma de entrada e outra de saída), haveria quantas formas diferentes para realizar esta conexão?

c) se a taxa de ocupação média na entrada for  $p$ , qual será a taxa na saída?

d) qual o número total de pontos de cruzamento?

e) considerando  $n=k$ , com o objetivo de não provocar bloqueio na entrada, para que valor de  $n$  o número de pontos de cruzamento é minimizado?

Compare esse valor com o de uma estrutura retangular equivalente. Isto é, para que valores de  $N$  (ou  $M$ ) há economia efetiva no número total de pontos de cruzamento?



### Solução

a) sim; b) uma; c)  $p' = pN/M$ ; d)  $C = Nk + NM/n$ ;

e) fazendo-se  $n=k$  na expressão anterior tem-se  $C = Nn + NM/n$  e igualando a zero a derivada em relação a  $n$  vem  $\frac{\partial C}{\partial n} = N - \frac{NM}{n^2} = 0$  e portanto  $n = \sqrt{M}$  ;

esse valor de  $n$  fornece  $C_{\min} = 2N\sqrt{M}$  ; comparando com a solução retangular, para que haja economia de pontos, deve-se ter  $2N\sqrt{M} \leq NM$  donde sai que  $M \geq 4$ .

### CAPÍTULO 3

1) Demonstre a expressão recursiva da fórmula de perdas de Erlang, dada a seguir, e depois use-a no problema.

$$E_{1,N}(A) = \frac{AE_{1,N-1}(A)}{N + AE_{1,N-1}(A)}$$

Num grupo de 20 troncos a probabilidade de bloqueio é 0,01 quando lhe é oferecido um tráfego de 12 erl. Qual é a melhoria obtida nessa probabilidade adicionando-se um tronco ao grupo? Como se deteriora o desempenho se um tronco for retirado do grupo?

### Solução

$$E_{1,N-1}(A) = \frac{A^{N-1}}{(N-1)! \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!}}$$

e assim, o lado direito da expressão pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \frac{AE_{1,N-1}(A)}{N + AE_{1,N-1}(A)} &= \frac{A}{\frac{N}{E_{1,N-1}(A)} + A} = \frac{A}{\frac{N}{\frac{A^{N-1}}{\sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!}} + A}} = \frac{A}{\frac{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!}}{A^{N-1}} + A} \\ &= \frac{A \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}}{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!} + A \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}} = \frac{N \frac{A^N}{N!}}{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!} + N \frac{A^N}{N!}} = \frac{\frac{A^N}{N!}}{\sum_{K=0}^N \frac{A^K}{K!}} = E_{1,N}(A) \end{aligned}$$

É dado que  $E_{1,20}(12)=0,01$ ; assim tem-se:

$$E_{1,21}(12) = \frac{12E_{1,20}(12)}{21 + 12E_{1,20}(12)} = \frac{12 \times 0,01}{21 + 12 \times 0,01} = 0,0057, \text{ isto é, } 0,57\% \text{ e,}$$

portanto, com uma melhora de 0,43%; no outro caso:

$$E_{1,20}(12) = \frac{12E_{1,19}(12)}{20 + 12E_{1,19}(12)} = 0,01 \text{ donde obtém-se } E_{1,19}(12) = 0,0168, \text{ isto é,}$$

1,68% e, portanto, com uma piora de 0,68%

2) Seja uma Central Telefônica A que se interliga com duas outras, designadas por B e C, conforme representado na figura 1 a seguir.

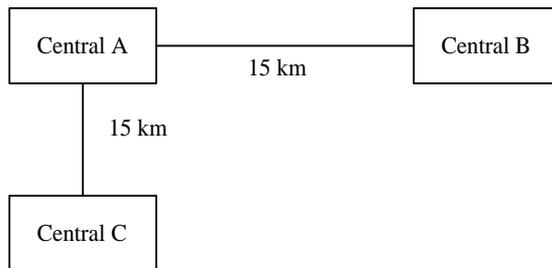


figura 1

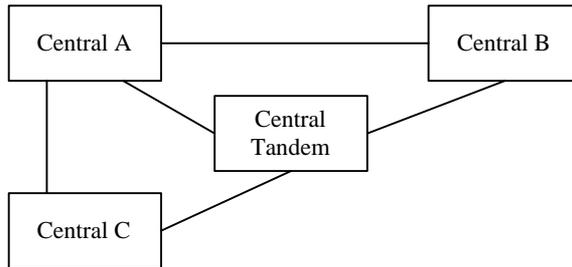


figura 2

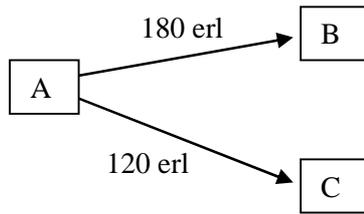
Na HMM o tráfego gerado de A para B e C é de 180 e 120 erl, respectivamente. Pedese para dimensionar os feixes entre A e as demais localidades, para uma perda total de 1%, dentro de duas hipóteses:

- a) rotas diretas de conexão entre as Centrais;
- b) rotas diretas de conexão entre A e as demais Centrais dimensionadas para uma perda de 50%, e uma Central Tandem, localizada no ponto médio das Centrais B e C, como representado na figura 2, para escoar o tráfego excedente (aquele que não se consegue escoar nas rotas diretas).
- c) compare as duas soluções, em termos de custo, sabendo que o custo de uma Central Tandem pode ser considerado equivalente a X km de cabo instalado.

### **Solução**

Antes de qualquer consideração posterior, cabe observar que a comparação por comprimento de cabos é um primeiro passo na solução do problema, dado que o custo de cabos depende também de sua construção física e não apenas de sua extensão. Adicionalmente, para fazer uma comparação das duas soluções propostas em termos de custo, deve-se considerar, além das distâncias envolvidas, também o custo da implantação da Central Tandem, as despesas inerentes ao funcionamento da mesma etc. Trata-se pois apenas de um exercício sobre dimensionamento de redes onde, para efeito de comparação efetiva de custos, outros fatores deveriam ser levados em conta.

- a) Rotas diretas



O dimensionamento é imediato, com auxílio de uma tabela de perdas.

Trecho A-B: perdas 1% e  $I_{AB}=180$  erl  $\rightarrow N_{AB}=201$  vias

Trecho A-C: perdas 1% e  $I_{AC}=120$  erl  $\rightarrow N_{AC}=138$  vias

Assim no total tem-se 339 vias na hipótese de conexões diretas.

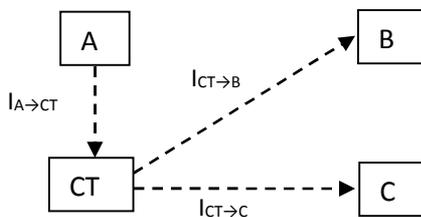
b) Inserção de uma CT-Central Trânsito

As rotas diretas determinam-se por:

Rota direta A-B:  $I_{AB}=180$  erl e  $B=50\%$   $\rightarrow N'_{AB}=91$  vias

Rota direta A-C:  $I_{AC}=120$  erl e  $B=50\%$   $\rightarrow N'_{AC}=61$  vias

Assim no total tem-se 152 vias nas ligações diretas. Note que estas rotas não têm perdas de fato, no sentido de que o tráfego não escoado por elas será desviado para a CT. Para as rotas alternativas, via CT, tem-se:



Para as rotas da central A à CT e desta ao destino final a probabilidade de bloqueio, visando um desempenho global de 99%, é dada por  $180 \times 0,99 = 178,2 \rightarrow 178,2 - 90 = 88,2$  erl a serem cursados na rota alternativa e, portanto, com uma perda de  $B = 1 - 88,2/90 = 0,02$  ou 2% e esta perda pode ser distribuída como sendo de 1% na interconexão A-CT e 1% para a conexão CT-B ou C.

Assim, a rota entre a central A e a CT deve escoar  $90+60=150$  erl com  $B=1\%$ . Consultando uma tabela de perdas  $\rightarrow 170$  vias.

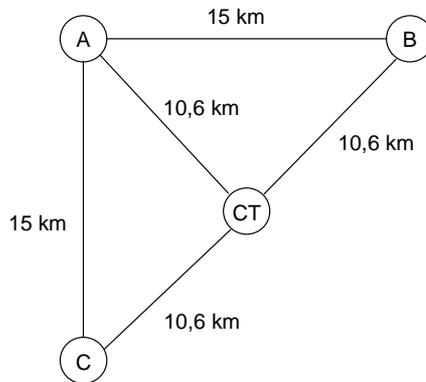
E, finalmente para as interconexões CT-B e CT-C tem-se:

$$I_{CT-B} = 90 \text{ erl com } B=1\% \rightarrow 107 \text{ vias}$$

$$I_{CT-C} = 60 \text{ erl com } B=1\% \rightarrow 75 \text{ vias}$$

Assim no total tem-se  $152+170+107+75=504$  vias.

c) Do ponto de vista de economia (ou não) de cabos deve-se considerar as distâncias envolvidas. Neste caso, vide figura abaixo, tem-se:



Rotas diretas  $\rightarrow 339 \times 15 = 5.085$  km

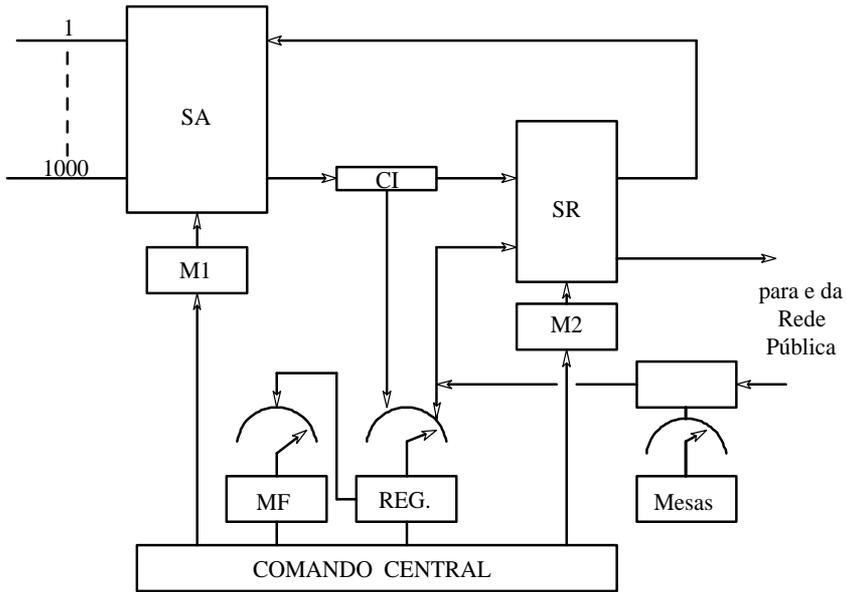
Rotas por intermédio de CT  $\rightarrow 152 \times 15 + (170 + 107 + 75) \times 10,6 = 6.011,2$  km.

Solução que não conduz à economia de cabos.

3) Um PABX (*Private Automatic Branch Exchange*) tem 3.000 assinantes, 60% dos quais com telefone a teclado. O tráfego gerado por assinante é de 0,07 erl, dos quais 0,02 destinam-se à rede pública. As telefonistas atendem 50% do tráfego entrante, que é 100 erl, sendo o restante escoado automaticamente (DDR: discagem direta à ramal). Nos troncos de entrada a sinalização é por pulsos decádicos semelhantes aos gerados pelo disco, ou seja, com uma duração média de 1s/dígito. Os telefones a teclado, bem como a mesa da telefonista, emitem pulsos multifrequênciais num ritmo de 0,2 s/dígito. Os registros solicitam os dispositivos MF quando necessários. Os

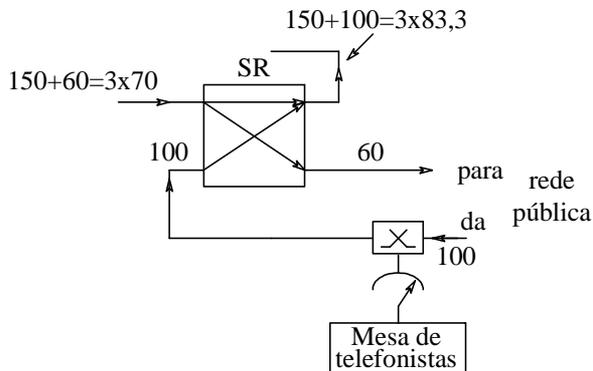
tempos médios de retenção das ligações são de 80s para as internas e 160s para as externas. Os registros e dispositivos MF são retidos o tempo necessário para receber toda a informação, mais 1s para o processamento da comunicação. As telefonistas precisam de 10s para encaminhar uma chamada entrante. Todos os feixes devem ser dimensionados para acessibilidade plena, sendo a perda de 1% nos feixes de conversação e 0,2% nos acessos aos registros e dispositivos MF. O tom de discar pode ter uma probabilidade de espera ( $P(t > 0)$ ) de 2% e o acesso à telefonista uma  $P(t > 0) = 5\%$ . O bloqueio interno nas matrizes é de 0,2% por passagem. A discagem para chamadas internas é de 4 dígitos e para as externas de 1 (obtenção de linha). Nestas condições:

- a) calcular o tráfego em cada um dos feixes;
- b) dimensionar o número de circuitos de cada um dos feixes;
- c) idem, para os registros e dispositivos MF;
- d) idem, para o número de mesas telefônicas; quantos minutos trabalham efetivamente as telefonistas na HMM?
- e) qual a perda total em uma ligação interna? Considere a chamada originada por um telefone a disco e depois repita para um a teclado;
- f) qual o número de retenções, na HMM, para os estágios SA e SR?
- g) qual o tempo mínimo, para não haver colapso do sistema, que podem levar os marcadores  $M_1$  e  $M_2$  para executar uma interconexão nas respectivas matrizes, sabendo que as chamadas são processadas sequencialmente?
- h) dimensione as matrizes SA e SR.



**Solução**

a) Tráfego entrante da rede pública: 100 erl; tráfego sainte para a rede pública:  $0,02 \times 3.000 = 60$  erl e tráfego interno:  $0,05 \times 3.000 = 150$  erl O diagrama de fluxo de tráfego em SR é indicado a seguir.



b) Os circuitos CI são para grupos de 1.000 assinantes; assim:  $P(t>0)=2\%$  com  $A=70$  erl  $\Rightarrow N'_{CI}=89$  circuitos (tabela de espera)  $\Rightarrow N_{CI}=267$  (três feixes, um para cada plano SA).

As vias de retorno determinam-se por:  $B=1\%$  com  $A=83,3$  erl  $\Rightarrow N'_R=99$  vias (tabela de perdas)  $\Rightarrow N_R=297$  vias (três feixes, um para cada plano SA).

Para os troncos de saída e entrada têm-se:  $B=1\%$  com  $A=60$  erl  $\Rightarrow N_S=74$  vias (tabela de perdas) e  $B=1\%$  com  $100$  erl  $\Rightarrow N_E=117$  vias.

c) O tempo de retenção dos registros, varia caso a caso:

chamada interna/telefone a disco  $\Rightarrow 4 \times 1 + 1 = 5$  s

chamada interna/telefone a teclado  $\Rightarrow 4 \times 0,2 + 1 = 1,8$  s

chamada sainte/telefone a disco  $\Rightarrow 1 \times 1 + 1 = 2$  s

chamada sainte/telefone a teclado  $\Rightarrow 1 \times 0,2 + 1 = 1,2$  s

chamada entrante/via telefonista  $\Rightarrow 4 \times 0,2 + 1 = 1,8$  s

chamada entrante/via DDR  $\Rightarrow 4 \times 1 + 1 = 5$  s

Como  $I = t_r/t_m$  o tráfego sobre os registros (tráfego de sinalização) calcula-se pela intensidade de tráfego vocal e uma proporção dos tempos de retenção, dado que  $t_m$  (ou o número de chamadas) é o mesmo nos dois casos (desprezando as chamadas tentadas e não concluídas); assim:

$$I_{\text{reg}} = \frac{150 \times 0,4 \times 5,0}{80} + \frac{150 \times 0,6 \times 1,8}{80} + \frac{60 \times 0,4 \times 2,0}{160} + \frac{60 \times 0,6 \times 1,2}{160} + \frac{100 \times 0,5 \times 1,8}{160} + \frac{100 \times 0,5 \times 5,0}{160}$$

para os vários termos, na ordem anterior. Assim:

$I_{\text{reg}}=3,75+2,03+0,30+0,27+0,56+1,56=8,47$  erl O número de registros é determinado então com  $I_{\text{reg}}=8,47$  erl e  $B=0,2\% \Rightarrow N_{\text{reg}}=18$  registros.

Na soma anterior as parcelas correspondentes ao uso de teclado são a segunda, quarta e quinta. Assim:  $I_{MF}=2,03+0,27+0,56=2,86$  erl e com  $B=0,2\%$  tem-se  $N_{MF}=9$  dispositivos MF.

d) Para as mesas têm-se:  $I_{\text{mes}} = \frac{100 \times 0,5 \times 10}{160} = 3,13$  erl e o seu número é

dimensionado por espera com  $P(t>0)=5\% \Rightarrow N_{\text{mes}}=7$  mesas. Como o tráfego é

de 3,13 erl para as 7 mesas  $\Rightarrow$  tráfego efetivo por mesa é de  $3,13/7=0,45$  erl  
 $\Rightarrow$  as mesas ficam ocupadas  $0,45 \times 60 = 27$  minutos/hora, na HMM.

e) Perda numa ligação interna originada por um telefone a disco:

$B_d = 0,2(\text{matriz SA}) + 0,2(\text{registro}) + 0,2(\text{matriz SR}) + 1,0(\text{acesso ao feixe de retorno}) + 0,2(\text{matriz SA}) = 1,8\%$ .

Para um telefone a teclado, deve-se acrescentar as perdas devidas ao acesso aos dispositivos MF, que é de 0,2%, portanto  $B_t = 2,0\%$ .

f) O tráfego que flui através de cada SA é de 70 erl sainte e 83,3 erl entrante.

Como  $I = t_r / t_m$  tem-se  $I = \frac{C t_r}{3.600}$ , onde C é o número de chamadas na HMM.

Essa expressão permite expressar C em função da intensidade de tráfego; aplicando então para um estágio SA:

ligações internas originadas  $\Rightarrow C = (50 \times 3.600) / 80 = 2.250$

ligações internas recebidas  $\Rightarrow C = (50 \times 3.600) / 80 = 2.250$

ligações externas saintes  $\Rightarrow C = (20 \times 3.600) / 160 = 450$

ligações externas entrantes  $\Rightarrow C = (33,3 \times 3.600) / 160 = 750$

e, portanto, o número de retenções, na HMM, num SA é  $C_{AS} = 5.700$ .

Para o estágio SR é análogo:

ligações internas  $\Rightarrow C = (150 \times 3.600) / 80 = 6.750$

ligações entrantes  $\Rightarrow C = (100 \times 3.600) / 160 = 2.250$

ligações saintes  $\Rightarrow C = (60 \times 3.600) / 160 = 1.350$

e, portanto, o número de retenções, na HMM, em SR é  $C_{SR} = 10.350$ .

g) Para o marcador M1:  $5.700 \times t_{M1} \leq 3.600 \Rightarrow t_{M1} \leq 632$  ms e para M2:  
 $10.350 \times t_{M2} \leq 3.600 \Rightarrow t_{M2} \leq 348$  ms.

h) Pelo primeiro item, cada uma das três matrizes SA é de  $(1.000) \times (89+99) \Rightarrow (1.000) \times (188)$  pontos e a matriz SR é de:  $(267+117) \times (297+74) \Rightarrow (384) \times (371)$  pontos.

4) Num PABX com 100 assinantes dispõe-se de 12 troncos para o tráfego externo. Metade dos troncos são para o tráfego sainte, que é acessado

discando-se o número "0". Determinar qual a intensidade de tráfego total que poderá ser processado em cada sentido, para uma perda de 2%, nas seguintes alternativas:

- a) aos 6 troncos de entrada são associados 3 números, cada qual com 2 troncos, distribuindo-se o tráfego de entrada equitativamente entre estes 3 números;
- b) associa-se um único número chave à empresa para o tráfego de entrada;
- c) não se separam o feixe de entrada do de saída, sendo todos os circuitos bidirecionais, isto é, podem ser acessados tanto para o tráfego de entrada como de saída.

**Solução**

a) 6 troncos de saída	$B = 2\% \Rightarrow$	<u><math>A_s = 2,28 \text{ erl}</math></u>
Número 1: 2 troncos de entrada	$B = 2\% \Rightarrow$	$A_{e1} = 0,223 \text{ erl}$
Número 2: 2 troncos de entrada	$B = 2\% \Rightarrow$	$A_{e1} = 0,223 \text{ erl}$
Número 3: 2 troncos de entrada	$B = 2\% \Rightarrow$	$A_{e2} = 0,223 \text{ erl}$
e portanto <u><math>A_e = 0,669 \text{ erl}</math></u>	$\Rightarrow$	<u><math>A_T = A_e + A_s = 2,949 \text{ erl}</math></u>
b) 6 troncos de saída	$B = 2\% \Rightarrow$	<u><math>A_s = 2,28 \text{ erl}</math></u>
Número único: 6 troncos de entrada	$B = 2\% \Rightarrow$	<u><math>A_e = 2,28 \text{ erl}</math></u>
	$\Rightarrow$	<u><math>A_T = 4,56 \text{ erl}</math></u>
c) 12 troncos de entrada e/ou saída	$B = 2\% \Rightarrow$	<u><math>A_T = 6,61 \text{ erl}</math></u>

5) Um grupo de 10 telefonistas num PABX, trabalhando com um tempo de retenção constante, está proporcionando atraso a uma em cada 100 chamadas. Calcular o número de telefonistas que precisam ser adicionados às 10 atuais, para que se passe a esperar uma chamada a cada 1.000, em média.

**Solução**

Dados:  $N=10$  e  $P(t>0)=0,01$  deve-se calcular  $N'$  tal que  $P(t>0)=0,001$ . Dos dados e de uma tabela de espera sai que o tráfego correspondente é de  $A=4,08 \text{ erl}$ . Com este tráfego e a nova probabilidade requerida sai, novamente de uma tabela de espera, que  $N'=13$  e, portanto, necessita-se de 3 telefonistas adicionais.

6) Várias pessoas querem deixar um estacionamento à razão de 5,4 por minuto. Pagam a taxa quando saem e isto leva 20 segundos. O estacionamento possui 2 saídas.

- a) qual a percentagem dos carros que vão ter que esperar para pagar?
- b) qual a demora média dos carros?
- c) qual o tamanho médio da fila?

**Solução**

Trata-se de um sistema de espera, com atendimento em ordem cronológica (fila) e, portanto, aplica-se a formula de Erlang de segunda espécie. O trafego calcula-se por:

$$I = 5,4 \times 60 \times \frac{20}{3.600} = 1,8 \text{ erl ; pois tempo de retenção é de } t_r = 20 \text{ s e a taxa de ocupação de } t_m = \frac{3.600}{5,4 \times 60} = \frac{\text{número de segundos em 1 hora}}{\text{número de carros querendo sair em 1 hora}}$$

No problema ainda  $N=2$  (número de vias de saída) portanto usa-se uma tabela ou calcula-se:

$$P(>0) = \frac{\frac{N}{N-A} \times \frac{A^N}{N!}}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{N}{N-A} \times \frac{A^N}{N!}} = \frac{\frac{2}{2-1,8} \times \frac{1,8^2}{2!}}{1 + 1,8 + \frac{2}{2-1,8} \times \frac{1,8^2}{2!}} \therefore P(>0) = 0,85$$

E portanto 85% dos carros vão ter que esperar.

O tempo médio de espera é dado por:  $q = \frac{t_r}{N-A} P(>0)$ ; no caso

$$q = \frac{20}{2-1,8} 0,85 = 85 \text{ s e o número médio de carros em espera será de}$$

$$L_q = \frac{A}{N-A} P(>0) = \frac{1,8}{2-1,8} 0,85 = 7,65 \text{ carros.}$$

7) Uma grande cidade é atendida por 30 Centrais Telefônicas com 10.000 assinantes cada, interligadas numa rede em malha, por feixes diretos unidirecionais de comprimento médio de 12 km. O tráfego originado em cada

central, para qualquer outra, é de 6 erl. Para economizar na rede de cabos, introduzem-se Centrais Tandem, distantes 9 km uma da outra, cada uma atendendo à 10 Centrais Locais, numa rede em estrela. A distância média das Centrais Locais à respectiva Tandem é de 4 km. Todos os feixes são acessados através de um sistema de comutação de perdas com  $B = 0,5\%$ . Qual a economia percentual na rede de cabos obtida com a introdução das Centrais Tandem? Desenhar o diagrama de junção de uma das Centrais Tandem, admitindo esta como um estágio de seleção de rotas (SR), com registros, marcador e comando. Indicar o tráfego correspondente a cada feixe.

**Solução**

**Rede em malha**

$Custo = C_1 = n_1 \times n_{1c} \times l_1 \times C_{km}$ ; onde:

$n_1$ : número de feixes  $= 2 \times \frac{n(n-1)}{2} = 30 \times 29 = 870$ ; pois de cada central local

saem 29 feixes para as outras centrais e elas são um número de 30; observe que os feixes são unidirecionais e neste número já se levou em conta o fato de existir um feixe de  $A \Rightarrow B$  e outro de  $B \Rightarrow A$ .

$n_{1c}$ : número de circuitos por feixe = 13; determinável pelo tráfego de 6 erl e perda  $B = 0,5\%$

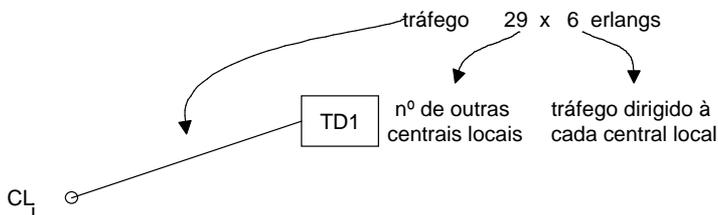
$l_1$ : comprimento médio dos circuitos = 12 km (dado)

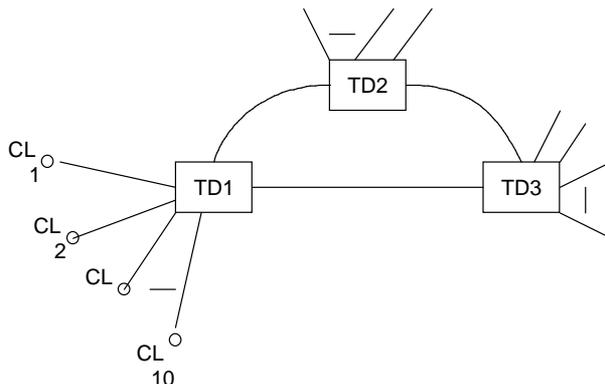
$C_{km}$ : custo por km e por circuito (admitido comum às soluções).

Assim  $C_1 = 870 \times 13 \times 12 \times C_{km} = 135.720 C_{km}$

**Rede com Tandem's**

O número de Tandem's é 3 para servir às 30 CL-Centrais Locais.

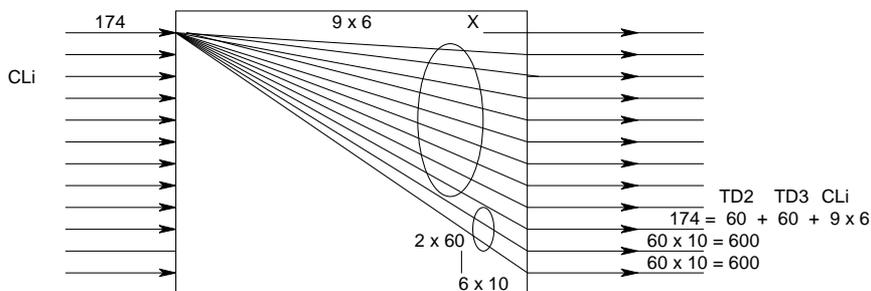




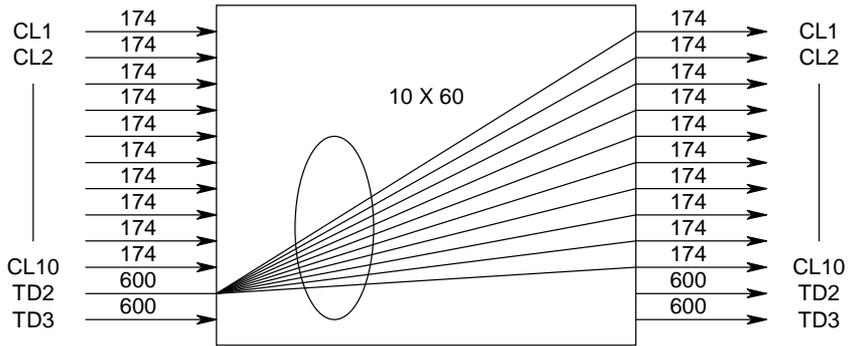
Em termos de tráfego (erl em TD1), desenha-se a seguir em várias etapas para não sobrecarregar a figura.

- De cada uma das 10 CL gera-se um tráfego de  $29 \times 6 = 174$  erl;
- Destes  $9 \times 6 = 54$  erl destinam-se às CLs subordinadas à mesma TD e
- $20 \times 6 = 120$  às outras 2 TD (60 para TD2 e 60 para TD3).

Analogamente para cada central local  $CL_i$ : todas originam  $9 \times 6$  erl para as de sua área (na figura  $CL_i \Rightarrow CL_i$  não gera, pois é comutado na própria CL (não passa pela TD) e  $2 \times 60$  para as duas outras áreas (TD2 e TD3).



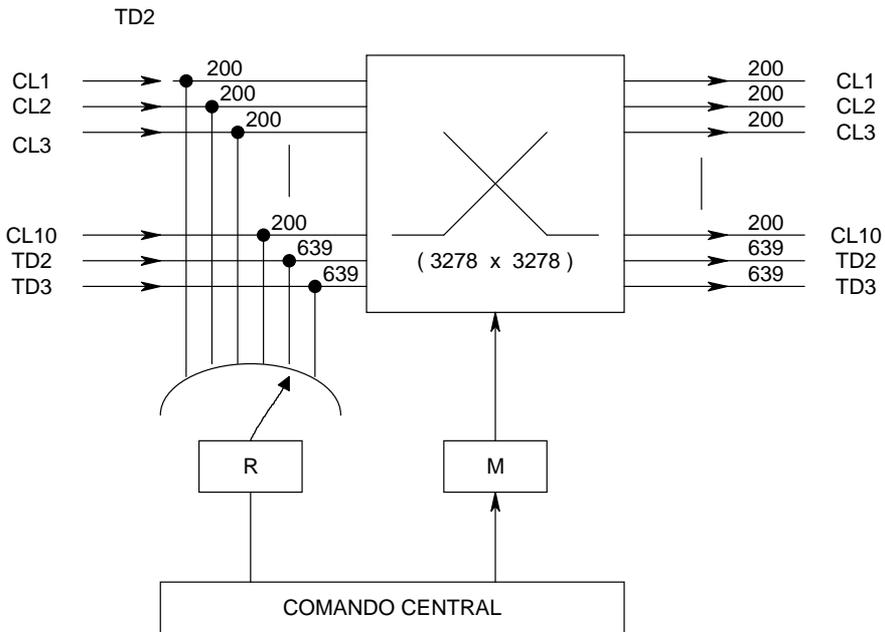
Do tráfego entrante via TD2 (600 erl) e TD3(600 erl) para TD1 estes distribuem-se como  $1.200/10=60+60=120$  para cada CL subordinada à TD1, pois todo tráfego entrante por TD2 destina-se às CLs de TD1; analogamente de TD3. Adicionalmente tem-se ainda os 54 erl entre as CL desta TD.



Assim o diagrama de junção para a TD1 fica:

$$A = 174 \text{ erl com } B = 0,5\% \rightarrow N = 200$$

$$A' = 600 \text{ erl com } B = 0,5\% \rightarrow N' = 639$$



$$\text{Custo} = C^* = C_{\text{estrela}} + C_{\text{tandem entrocamento}}$$

$$= C_2 + C_3 = n_2 \times n_{2c} \times l_2 \times C_{\text{km}} + n_3 \times n_{3c} \times l_3 \times C_{\text{km}}; \text{ onde:}$$

$$n_2 = 3 \times 2 \times 10 = 60$$

(nº de TDs  $\times$  2, pois os feixes são unidirecionais  $\times$  nº CLs por TD)

$$n_{2c} = 200 \text{ (A=174 erl e B=0,5\%)}$$

$$l_2 = 4 \text{ km (dado).}$$

Portanto  $C_2 = 60 \times 200 \times 4 \times C_{km} = 48.000 C_{km}$ ; e

$$n_3 = 3 \times 2 = 6$$

(nº de tandens  $\times$  2, pois os feixes são unidirecionais)

$$n_{3c} = 639 \text{ (A=600 erl e B=0,5\%)}$$

$$l_3 = 9 \text{ km (dado)}$$

Portanto  $C_3 = 6 \times 639 \times 9 \times C_{km} = 34.506 C_{km}$  e assim

$$C^* = 48.000 C_{km} + 34.506 C_{km} = 82.506 C_{km}$$

Significando uma redução percentual do custo de

$$\eta = \frac{135.720 - 82.506}{135.720} \times 100 = 39,2 \%$$

Evidentemente, assim como no exercício 2, para se comparar os custos deve-se levar em conta também os custos das TDs etc.

8) Supondo que a ocupação de troncos acontece de uma forma sequencial mostre, a partir de um exemplo numérico, que a utilização dos últimos troncos é bastante ineficiente.



onde: A é o tráfego oferecido e Y/Y' o escoado.

### Solução

Exemplo numérico:

$I=50,6$  erl e  $N=64$  vias  $\Rightarrow B=1\%$ ; assim, o tráfego escoado é de  $Y=50,1$  erl.

Com uma via adicional:



**Solução**

a) Volume de tráfego gerado  $V = \int_{t_0}^{t_0+T} n dt = \sum_1^N \sum_{t_0}^{t_0+T} t_{ri}$ . No período considerado,

foram ocupados 179 intervalos de 20 minutos  $\rightarrow 179/3=59,67$  horas ou erl×horas, representando o total de horas de ocupação, de todas as linhas, no intervalo considerado de 24 horas.

b) Intensidade média de tráfego  $I_m = \frac{V}{T} = \bar{n} = 59,67/24=2,4861$  erl,

representando o número médio de vias ocupadas no intervalo considerado de 24 horas.

c) Intensidade média por linha

Obtido de forma similar à b) só que agora calculada para cada via; representando assim a ocupação média de cada de via, em erl, no intervalo considerado de 24 horas.

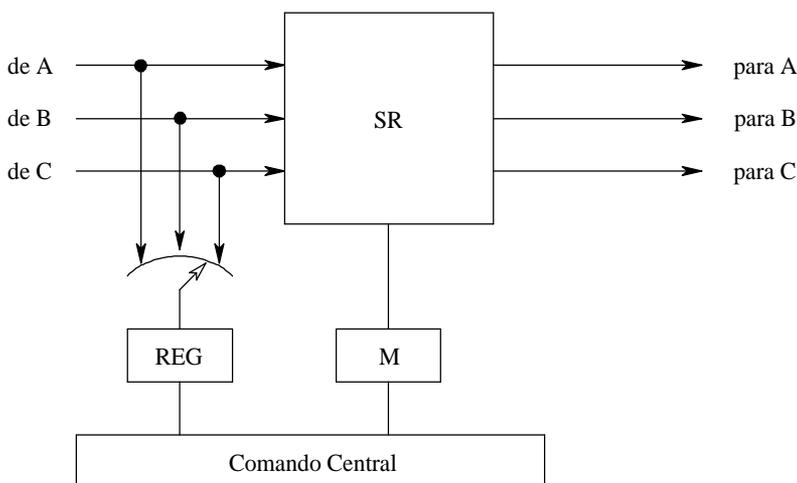
Linha	Ocupações (de 20 minutos)	Intensidade média de tráfego (Erl)
1	18	0,2500
2	15	0,2083
3	6	0,0833
4	6	0,0833
5	20	0,2778
6	19	0,2639
7	21	0,2917
8	5	0,0694
9	21	0,2917
10	14	0,1944
11	12	0,1667
12	22	0,3056
$\Sigma$	179	$I_m=2,4681$

d) Curva da intensidade instantânea ao longo do período considerado de 24 horas, com a menor divisão disponível (72 trechos de 20 minutos)



abaixo, interligando três localidades A, B e C. As necessidades de comunicação entre as localidades estão indicadas na tabela a seguir, e são expressas em milhares de ligações por dia totalmente encaminhadas via CT. A Hora de Maior Movimento (HMM) é coincidente nas três localidades e tem um fator de concentração  $f_c=0,1$  o tempo médio de retenção das ligações é de 3 minutos; o sistema de numeração é de 7 dígitos e o tempo de seleção é de 1,5 s/dígito para todos os telefones. Deve-se dimensionar o sistema para uma perda de acesso a todos os feixes de 0,5% e aos registros de 0,1%. Admitir um bloqueio interno na matriz de 0,1%.

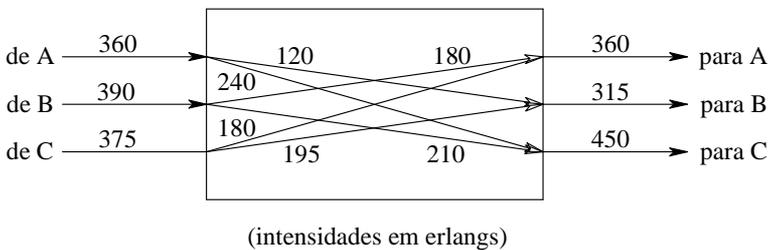
- a) Indicar a distribuição da intensidade de tráfego;
- b) Dimensionar todos os feixes que se conectam ao estágio SR;
- c) Calcular o número de registros necessários;
- d) Qual o tempo máximo que o comando pode dispensar para o estabelecimento de uma chamada, admitindo que ele as processa sequencialmente, uma de cada vez?
- e) Qual a perda total para uma ligação?



de \ para	A	B	C
A	X	24	48
B	36	X	42
C	36	39	X

**Solução**

a) Tráfego na matriz SR:



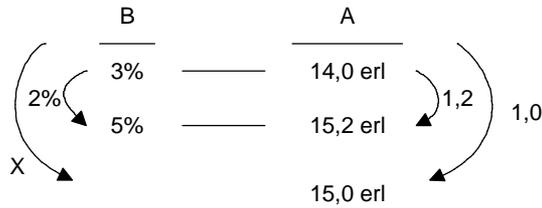
b) O número de vias é 393 (de A), 424 (de B), 408 (de C), 393 (para A), 346 (para B) e 485 (para C); c) 89 registros; d) 160 ms; e) 1,2%.

12) 20 (N) linhas tentam escoar um tráfego (A) de 15 erl. Considere inicialmente o caso das chamadas não atendidas serem consideradas como perdidas. Calcule a perda associada (B) e o tráfego escoado (A'). Estabeleça a relação teórica entre A, A', B e N. Considere agora o caso das chamadas não atendidas retornarem ao sistema. Neste caso determine o tráfego "equivalente" de entrada (A''), a perda associada (B) e o tráfego escoado (A'). Estabeleça a relação teórica entre A, A'', B e N.

**Solução**

a) o problema resolve-se de forma recursiva. Explicita-se o primeiro passo detalhadamente os demais são idênticos e fornecem-se apenas os resultados parciais.

A=15 er e N=20



$$\therefore \frac{1,0}{1,2} = \frac{x}{2,0} \therefore x = 1,67 \text{ e } \therefore B = 4,67\% \text{ e } \therefore A' = 14,3\text{erl}$$

a relação pedida é  $A(1 - B_N(A)) = A'$

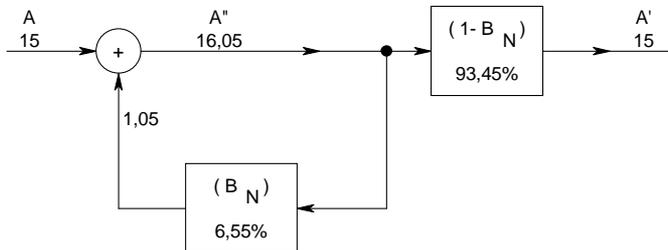
b) a partir da solução anterior calcula-se o "novo trafego" entrante por

$$A = \frac{15}{1 - 0,0467} = 15,73 \text{ erl. e este valor substitui o de 15 erl na interpolação}$$

etc. Os valores sucessivos até a convergência são:

$$A: 15,73 \Rightarrow 15,95 \Rightarrow 16,02 \Rightarrow 16,04 \Rightarrow 16,05 \Rightarrow 16,05 \text{ erl}$$

$$B: 5,96 \Rightarrow 6,36 \Rightarrow 6,49 \Rightarrow 6,53 \Rightarrow 6,55 \Rightarrow 6,55\%$$



E a equação que as relaciona é:  $A'=A=A''(1-B_N(A''))$

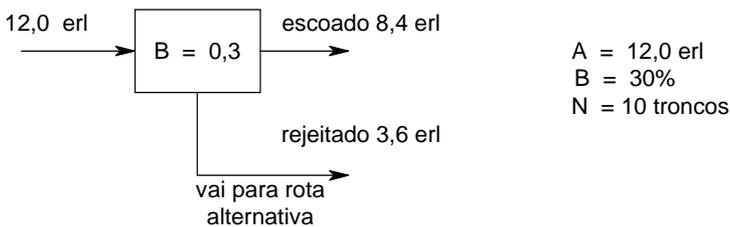
13) São oferecidas, na HMM, 180 chamadas, com um tempo médio de duração de 240s, a um grupo de troncos, numa rota de 1ª escolha. Quantos troncos serão necessários para escoar este tráfego, supondo que 30% das chamadas sejam desviadas para uma rota alternativa?

**Solução**

$$A = \frac{t_R}{t_m} = \frac{240}{\frac{3.600}{180}} = 12,0 \text{ erl. Admite-se uma perda de 30\% (não será uma}$$

perda efetiva pois se desviará esse tráfego rejeitado para rotas alternativas). Assim, B=30% e A=12 erl  $\Rightarrow$  serão necessárias (tabela de perdas) N=10 vias. Essas vias escoarão o tráfego com um aproveitamento de

$$\eta = \frac{12 \times 0,7}{10} 100 = 84\% .$$



14) Duas localidades A e B, ambas com 10.000 assinantes, tem interesse comum que gera 1.000 chamadas da A para B e 1.500 de B para A, ambos referidos à HMM. Em cada localidade tem-se uma Central de Comando Central com estágios analógicos SA e SR. O tráfego local em A é de 0,08 erl por assinante e o tempo médio de retenção das chamadas é de 3 minutos.

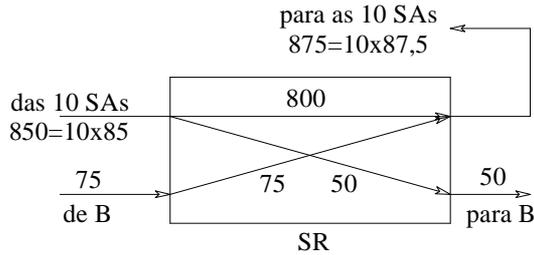
- a) Esboce o diagrama do fluxo de tráfego na matriz SR da Central A.
- b) Considerando uma perda de acesso aos feixes de 1% e uma probabilidade de ter que esperar pelo tom de discar de 2%, dimensione a matriz SR.

**Solução**

Os tráfegos são:

$$I(A \Rightarrow B) = \frac{3 \times 60 \times 1.000}{60 \times 60} = 50 \text{ erl}; I(B \Rightarrow A) = \frac{3 \times 60 \times 1.500}{60 \times 60} = 75 \text{ erl e}$$

I(local em A)=0,08×10.000=800 erl. Com esses valores o diagrama de fluxo de tráfego na matriz SR fica:



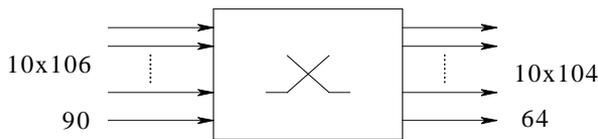
As vias calculam-se por:

85 erl  $\Rightarrow$  espera com  $P(t>0)=2\% \Rightarrow N_1=106$  vias;

75 erl  $\Rightarrow$  perdas com  $B=1\% \Rightarrow N_2=90$  vias;

50 erl  $\Rightarrow$  perdas com  $B=1\% \Rightarrow N_3=64$  vias;

87,5 erl  $\Rightarrow$  perdas com  $B=1\% \Rightarrow N_4=104$  vias;



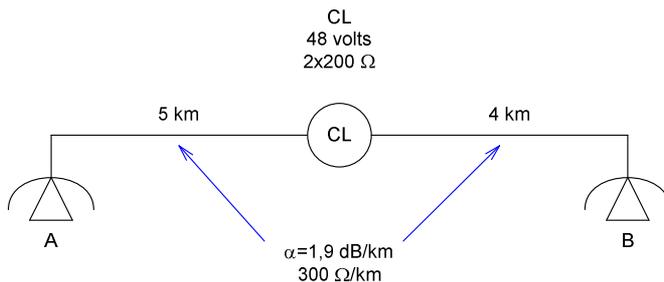
donde se conclui que a matriz SR é de  $(1.150 \times 1.104)$  pontos.

## CAPÍTULO 4

1) Dois assinantes, A e B, subordinados à mesma Central Local, estão em conversação. O assinante A dista  $\ell=5$  km da Central, enquanto B dista 4 km. A rede urbana utiliza cabos com 300 ohms/km e fator de atenuação  $\alpha=1,9$  dB/km. A Central alimenta os assinantes com uma tensão de 48 volts, através de uma ponte de  $2 \times 200$  ohms. Qual é a melhor combinação de telefones a usar, dentre as três a seguir discriminadas, para esta ligação em particular? Com esta sua solução, qual dos assinantes terá uma qualidade de comunicação melhor? De quanto?

	T1	T2	T3	
Equiv. de referência de transmissão	+1,0	-1,0	+0,5	dB
Equiv. de referência de recepção	+1,0	+1,0	+1,0	dB
Resistência	150	100	200	ohms
Alimentação Nominal	60	48	60	Volts
Ponte de Alimentação Nominal	2×500	2×200	2×500	ohms

### Solução



Calculam-se inicialmente as atenuações microfônicas para as várias combinações de telefones a se colocar em A e B.

Para A:

$$a_{m1} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 150}}{48} = 6,96 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 150 + 300 \times 5}{48}$$

$$a_{m2} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{48} = 12,04 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 100 + 300 \times 5}{48}$$

$$a_{m3} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{48} = 6,79 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 200 + 300 \times 5}{48}$$

e para a localidade B (basta mudar de 5  $\leftrightarrow$  4 km).

$$\overline{a_{m1}} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 150}}{48} = 5,58 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 150 + 300 \times 4}{48}$$

$$\overline{a_{m2}} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{48} = 10,62 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 100 + 300 \times 4}{48}$$

$$\overline{a_{m3}} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{48} = 5,46 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 200 + 300 \times 4}{48}$$

Dado que  $ER = ERT + ERR = (ERT_0) + \alpha I + a_m + (ERR_0) + \alpha I$

tem-se as seguintes combinações:

Origem A - telefones tipo T<sub>1</sub>

$$ER = 1,0 + 1,9 \times 5 + 6,96 + 1,0 + 1,9 \times 4 = 26,06 \text{ dB}$$

Origem A - telefones tipo T<sub>2</sub>

$$ER = 1,0 + 1,9 \times 5 + 12,04 + 1,0 + 1,9 \times 4 = 29,14 \text{ dB}$$

Origem A - telefones tipo T<sub>3</sub>

$$ER = 0,5 + 1,9 \times 5 + 6,79 + 1,0 + 1,9 \times 4 = 25,39 \text{ dB}$$

Origem B - telefones tipo T<sub>1</sub>

$$ER = 1,0 + 1,9 \times 4 + 5,58 + 1,0 + 1,9 \times 5 = 24,68 \text{ dB}$$

Origem B - telefones tipo T<sub>2</sub>

$$ER = 1,0 + 1,9 \times 4 + 10,62 + 1,0 + 1,9 \times 5 = 27,72 \text{ dB}$$

Origem B - telefones tipo T<sub>3</sub>

$$ER = 0,5 + 1,9 \times 4 + 5,46 + 1,0 + 1,9 \times 5 = 24,06 \text{ dB}$$

Os menores ER são obtidos com o telefone T<sub>3</sub> e a melhor situação nesse caso é com A escutando; a diferença de qualidade entre os 2 sentidos é:

$$\Delta = 25,39 - 24,06 = 1,33 \text{ dB}$$

2) Um assinante, distante  $\ell=5$  km de sua Central Local correspondente, está interligado à mesma através de cabo AWG-26 com fator de atenuação  $\alpha=1,8\text{dB/km}$  e resistência ôhmica de  $280\Omega/\text{km}$  em *loop*. A Central alimenta seus assinantes através de baterias de 48 volts e uma ponte de  $2\times 250\Omega$ .

Consideram-se duas alternativas para o seu telefone:

- alternativa A:  $ERT_0=1\text{dB}$ ;  $ERR_0=0\text{dB}$ ; resistência do telefone  $100\Omega$  e alimentação nominal de 48 Volts numa ponte de  $2\times 250\Omega$ ;

- alternativa B:  $ERT_0=1\text{dB}$ ;  $ERR_0=1\text{dB}$ ; resistência do telefone  $200\Omega$  e alimentação nominal de 60 Volts numa ponte de  $2\times 600\Omega$ .

Nas duas alternativas qual a melhor situação do ponto de vista do assinante, para a escuta e fala?

### Solução

Para o telefone A:

$$ERT=ERT_0+\alpha \ell +a_m=1+1,8\times 5+20\log \frac{\frac{48}{100+2\times 250}}{48} =20,45 \text{ dB}$$

$$\frac{48}{100+2\times 250+5\times 280}$$

$$ERR=ERR_0+\alpha \ell =9 \text{ dB.}$$

Para o telefone B:

$$ERT=ERT_0+\alpha \ell +a_m=1+1,8\times 5+20\log \frac{\frac{60}{200+2\times 600}}{48} =15,46 \text{ dB}$$

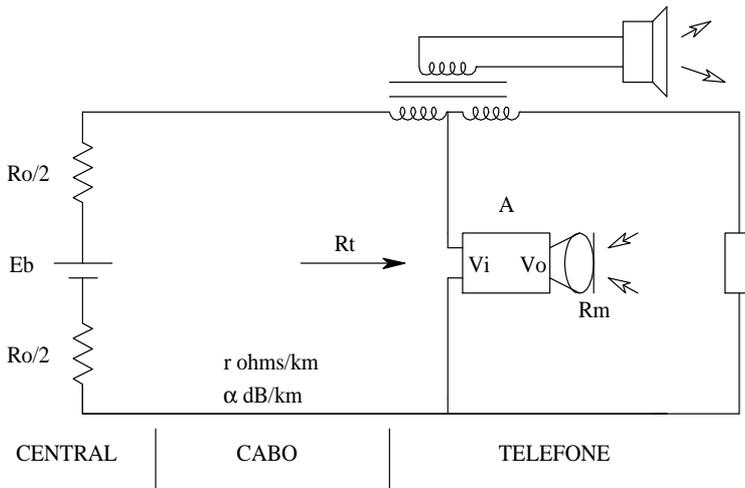
$$\frac{60}{200+2\times 250+5\times 280}$$

Logo, a fala com o telefone B é melhor ( $\Delta=5$  dB).

$$ERR=ERR_0+\alpha \ell =10 \text{ dB.}$$

Logo a escuta com o telefone A é melhor ( $\Delta=1$  dB).

3) Um telefone de resistência  $R_t$  utiliza uma cápsula microfônica de carvão com uma resistência  $R_m$  e corrente nominal  $I_m$ . Através de um quadripolo "A" pretende-se que o equivalente de referência de transmissão do telefone mais cabo seja o mesmo para qualquer comprimento  $\ell$ .



Determinar a função de transferência  $V_o = f(V_i)$ , em corrente contínua, do quadripolo, em função dos valores de  $E_b$ ,  $R_o$ ,  $r$ ,  $\alpha$ ,  $R_t$ ,  $R_m$  e  $I_m$ .

**Solução**

Na expressão de  $ERT = ERT_0 + \alpha \ell + a_m$  observa-se que apenas os dois últimos termos variam com o comprimento  $\ell$ . Para a malha pode-se escrever:

$$E_b = R_o I + r \ell I + V_i = R_o \frac{V_i}{R_t} + r \ell \frac{V_i}{R_t} + V_i = \frac{V_i}{R_t} (R_o + r \ell + R_t);$$

donde se conclui que:  $\ell = \frac{R_t}{r} \left( \frac{E_b}{V_i} - \frac{R_o}{R_t} - 1 \right)$ .

A atenuação microfônica para um comprimento  $\ell$  de cabo pode ser escrita como:

$$a_m = 20 \log \frac{I_m}{\frac{V_o}{R_m}} = 20 \log \frac{R_m I_m}{V_o} \quad (\text{note que } V_o = f(V_i)).$$

Para que o ERT independa do comprimento deve-se impor  $\alpha \ell + a_m = \lambda$  (constante) e esta constante, que é o valor da atenuação microfônica  $a_m$  para  $\ell=0$ , dependerá do casamento entre a ponte de alimentação e o telefone:

$$\lambda = 20 \log \frac{R_m I_m}{V'_o} = \frac{R_m I_m}{f(V'_i)}; \text{ onde } V'_i = \frac{E_b R_t}{R_o + R_t} \text{ é a tensão na entrada do}$$

quadripolo para  $\ell=0$ . Assim:

$$\frac{\alpha R_t}{r} \left( \frac{E_b}{V_i} - \frac{R_o}{R_t} - 1 \right) + 20 \log \frac{R_m I_m}{V_o} = \lambda; \text{ portanto:}$$

$$\lambda + 20 \log V_o = \frac{\alpha R_t}{r} \left[ \frac{E_b}{V_i} - \frac{R_o}{R_t} - 1 \right] + 20 \log R_m I_m$$

Se o telefone for alimentado com uma ponte com seus valores nominais tem-se  $\lambda=0$  e então:

$$20 \log V_o = \frac{\alpha R_t}{r} \left[ \frac{E_b}{V_i} - \frac{R_o}{R_t} - 1 \right] + 20 \log R_m I_m$$

4) Um telefone é construído em 2 variantes, para poder ser ligado a centrais que alimentam com 48V e 400Ω ou com 60V e 1.000Ω. A resistência do telefone será respectivamente 80 e 200Ω. Em ambos os casos, em relação ao NOSFER, o telefone tem  $ERT_0 = -2\text{dB}$  e  $ERR_0 = -5\text{dB}$ . Imagine-se um assinante ligado a uma central que alimenta com 48V e 400Ω através de  $\ell=6$  km de cabo 26 AWG ( $\alpha=1,8$  dB/km e  $r=286$  Ω/km). Calcular a melhoria obtida na  $a_R$  ao se substituir o telefone de 80Ω pelo de 200Ω.

### **Solução**

#### Telefone 1

48 V e 400Ω;  $R_t = 80$  Ω (nominal)

48 V e 400Ω;  $\ell = 6$  km (em uso)

#### Telefone 2

60 V e 1.000Ω;  $R_t = 200$  Ω (nominal)

48 V e 400Ω;  $\ell = 6$  km (em uso)

Os equivalentes de referência de recepção não mudam, pois dependem apenas de  $ERR_0$  e o cabo, que é o mesmo nas 2 condições. Assim a melhoria é apenas devido à variação da atenuação microfônica.

### Telefone 1

$$a_{m1} = 20 \log \frac{\frac{48}{400+80}}{400+80+6 \times 286} = 13,21 \text{ dB}$$

### Telefone 2

$$a_{m2} = 20 \log \frac{\frac{60}{1.000+200}}{400+200+6 \times 286} = 7,65 \text{ dB}$$

Assim há uma melhoria de 5,56 dB com o uso do telefone 2

5) Caso se padronizasse a atenuação relativa total entre dois assinantes internacionais como tendo o limite de 30 dB (e não 36 dB, como é feito pelo CCITT) qual seria a piora na estabilidade do sistema? Admitir que não se possa alterar a ERT e ERR do sistema de assinantes, bem como as características de equilíbrio do híbrido ( $a_H = 6 \text{ dB}$  e  $\sigma_H = 2,5 \text{ dB}$ ). Dar a

resposta em função de  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-\lambda^2 / 2) d\lambda$

### Solução

Com o enunciado do problema o único parâmetro que pode ser alterado é a atenuação entre as centrais (na norma é fixada em 0,5 dB). Assim numa ligação internacional, satisfazendo a especificação do CCITT, tem-se no pior caso:  $36 = \text{ERT} + \text{ERR} + a_R$  (onde os ERT e ERR não são alteráveis pelo enunciado). Se agora a especificação mudar para 30 dB o  $a_R$  correspondente deve mudar para  $(a_R - 6)$ . Assim, a estabilidade que antes era dada por

$Q\left(\frac{20 + n}{\sqrt{12,5 + 2n}}\right)$  onde  $a_T = 2a_R + 2a_H = 20 + n$ , agora será dada por

$Q\left(\frac{8 + n}{\sqrt{12,5 + 2n}}\right)$ , pois  $a_R$  diminui de 6 dB  $\Rightarrow$   $a_T$  diminuirá de 12 dB. Assim

a estabilidade (probabilidade de ocorrência de instabilidade) muda de  $Q(x)$

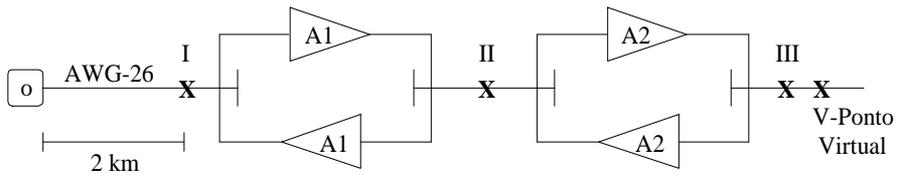
para  $Q\left(x - \frac{12}{\sqrt{12,5 + 2n}}\right)$ . É fácil verificar com exemplos numéricos que isto pode ser muito danoso para o sistema.

6) Segundo a recomendação G-111, [CCI93a], do CCITT para os equivalentes de referência em ligações internacionais entre países de médio porte, em 97% dos casos o equivalente de referência total da ligação não deve ser superior a 36dB. Além disso, esta recomendação também estipula a distribuição deste valor:

- O equivalente de referência nominal do sistema de transmissão nacional, até os pontos virtuais de comutação do primeiro centro internacional, não deve ser superior a 20,8dB;
- O equivalente de referência nominal do sistema de recepção nacional, até os pontos virtuais de comutação do primeiro centro internacional, não deve ser superior a 12,2dB;
- A perda nominal entre pontos virtuais de comutação de dois centros consecutivos da cadeia internacional deve ser de 0,5dB (o que limita, neste caso, as centrais de comutação internacionais ao longo do caminho em no máximo 6).

Um assinante está situado a 2 km de uma Central Telefônica I, à qual está ligada por um par de fios AWG-26 com fator de atenuação  $\alpha=1,8$  dB/km e resistência ôhmica de  $280\Omega/\text{km}$  em *loop*. O seu telefone tem  $80\Omega$ , corrente nominal de 100 mA e equivalentes de referência nominais:  $ERT_0=0$  dB e  $ERR_0=-5$  dB. A CT alimenta seus assinantes com 48 volts e  $2\times 200\Omega$ .

Pretende-se interconectar este assinante à rede internacional dentro dos padrões CCITT acima enunciados. Para tanto se recorre a dois trechos amplificados a 4 fios, retornando-se a 2 fios para efeito de comutação nas Centrais de Trânsito II e III. A atenuação em cada Central é de 1 dB. O ponto virtual de comutação do primeiro centro internacional é designado na figura por V.



- a) obedecendo às recomendações CCITT qual sentido, transmissão ou recepção, é o mais crítico?
- b) para  $A_1=A_2$ , qual a probabilidade de instabilidade do sistema de assinante? Admitir  $\sigma=1$  dB por trecho amplificado,  $a_H=6$  dB e  $\sigma_H=2,5$  dB para os híbridos, uma atenuação de passagem por híbrido de 2 dB e que o ganho seja tal que o sentido mais crítico ainda esteja dentro das recomendações CCITT.
- c) quais serão os ERT e ERR, até o ponto virtual V, neste caso?
- d) mudando  $A_1$  e  $A_2$ , mas mantendo  $A_1+A_2=\text{constante}$ , de que maneira variam ERT, ERR e a probabilidade de instabilidade?

### Solução

$$a) \text{ERT} = \text{ERT}_0 + \alpha \ell + a_m + A_1 + A_2 + 3 \times 1 + 4 \times 2 \leq 20,8 \text{ dB}$$

$$a_m = 20 \log \frac{100 \times 10^{-3}}{48} = 6,7 \text{ dB}$$

$$\frac{80 + 2 \times 280 + 2 \times 200}{}$$

$$\text{ERT} = 0 + 3,6 + 6,7 + A_1 + A_2 + 3 \times 1 + 4 \times 2 \leq 20,8 \text{ dB}$$

$$A_1 + A_2 \leq -0,5 \text{ dB}$$

$$\text{ERR} = \text{ERR}_0 + \alpha \ell + A_1 + A_2 + 3 \times 1 + 4 \times 2 \leq 12,2 \text{ dB}$$

$$\text{ERR} = -5 + 3,6 + A_1 + A_2 + 3 \times 1 + 4 \times 2 \leq 12,2 \text{ dB}$$

$$A_1 + A_2 \leq 2,6 \text{ dB}$$

Logo o sentido mais crítico é o de transmissão e assim, obedecendo às recomendações CCITT, faz-se  $A_1 + A_2 = -0,5$  dB levando a  $\text{ERT} = 20,8$  dB e  $\text{ERR} = 9,1$  dB.

b) Com  $A_1 = A_2 = -0,25$  dB, a instabilidade para cada malha determina-se por:

$$a_T = 2a_R + 2a_H = 2 \times (4 - 0,25) + 2 \times 6 = 19,5 \text{ dB e}$$

$$\sigma_T^2 = 2 \times \sigma_H^2 + 2 \times 1^2 = 2 \times 2,5^2 + 2 \times 1^2 = 14,5 \text{ e assim } \sigma_T = 3,81 \text{ dB.}$$

Logo  $x = a_T / \sigma_T = 5,12$  e  $Q(5,12) = 0,15 \times 10^{-6}$ .

Considerando as duas malhas em cascata  $P_{\text{inst}} = 3 \times 10^{-7}$ .

c) Mudando  $A_1$  e  $A_2$ , mas mantendo  $A_1 + A_2 = \text{constante}$ , a instabilidade individual de cada malha muda, piorando a instabilidade global. Os valores de ERT e ERR não mudam, pois dependem da soma  $A_1 + A_2$ .

7) Uma localidade está ligada à rede interurbana conforme indica a figura 1. Os troncos que a ligam à Central de Trânsito IV são a quatro fios, com uma atenuação residual  $a_R$ . Os telefones quando ligados à central através de cabos 26 AWG ( $\alpha = 1,8 \text{ dB/km}$  e  $R = 280 \Omega/\text{km}$ ) tem os ERT e ERR variáveis em função da distância à Central conforme se representa no gráfico da figura 2, adiante. Considerando-se todas as variáveis estatísticas (cápsulas, telefones, assinantes, cabos etc) os ERTs e ERRs passam a obedecer uma distribuição de Gauss, tendo 95,5% dos assinantes, equivalentes de referência entre os calculados para  $\ell = 0$  e  $\ell = 4 \text{ km}$  (com telefones e assinantes médios). Os trechos a 4 fios e a Central Local têm uma atenuação residual de 0,5 dB e 1,0 dB entre pontos virtuais, com desvios  $\sigma = 1 \text{ dB}$  e  $\sigma = 0 \text{ dB}$ , respectivamente. Considere ainda que a tensão de alimentação do telefone, provida pela Central Local, coincide com a nominal do telefone.

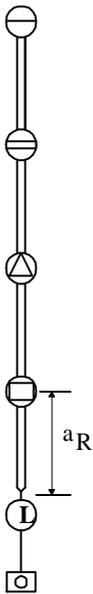


figura 1

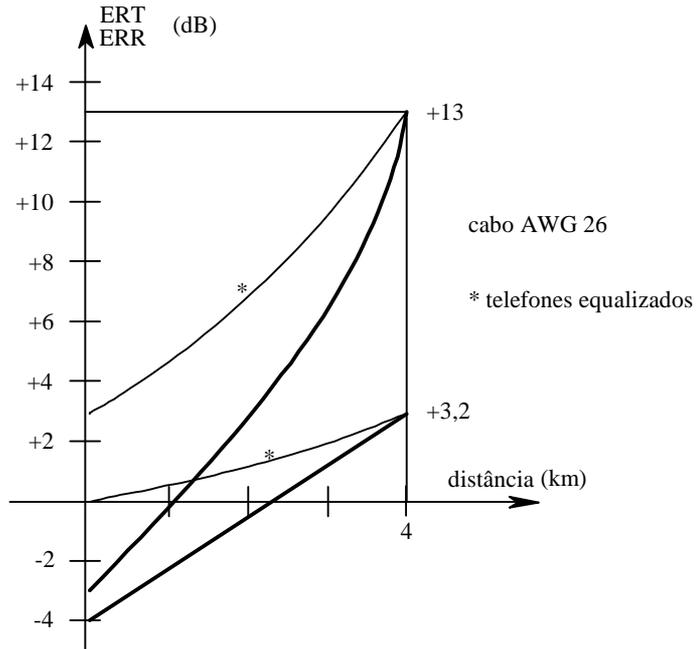


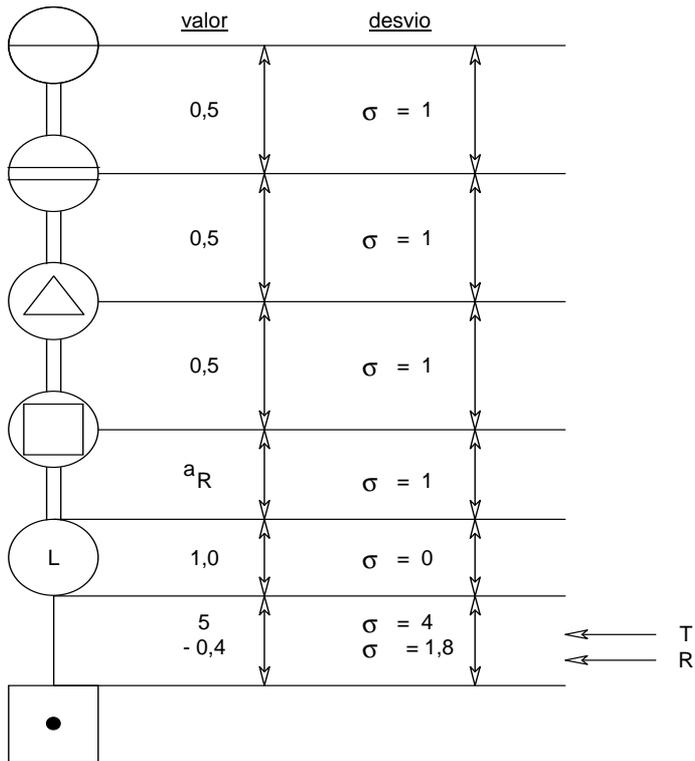
figura 2

- Caso se deseje que no máximo  $1,5 \times 10^{-3}$  dos assinantes tenham um ERT ou ERR superior ao especificado pelo plano de transmissão, qual deverá ser a atenuação residual  $a_R$ ? O plano de transmissão prevê ERT=20,8 dB e ERR=12,2 dB até os pontos virtuais da Central Trânsito classe I;
- Qual o ER médio de uma comunicação local nesta localidade?
- Que fração (ou %) destas comunicações teriam um ER superior a 30 dB?
- Qual seria a melhoria que se obteria no resultado do quesito b), se a rede local fosse feita com cabos 19 AWG ( $\alpha=0,8$  dB/km e  $R=57$   $\Omega$ /km)?
- Idem, se fossem utilizadas pilhas para alimentação local dos telefones?
- Idem, porém se fossem utilizados telefones equalizados?

### Solução

- Deve-se recordar que, numa gaussiana, no intervalo  $m \pm 2\sigma$  tem-se 95,5% da área total e em  $m \pm 3\sigma$  tem-se 99,7%. Assim:

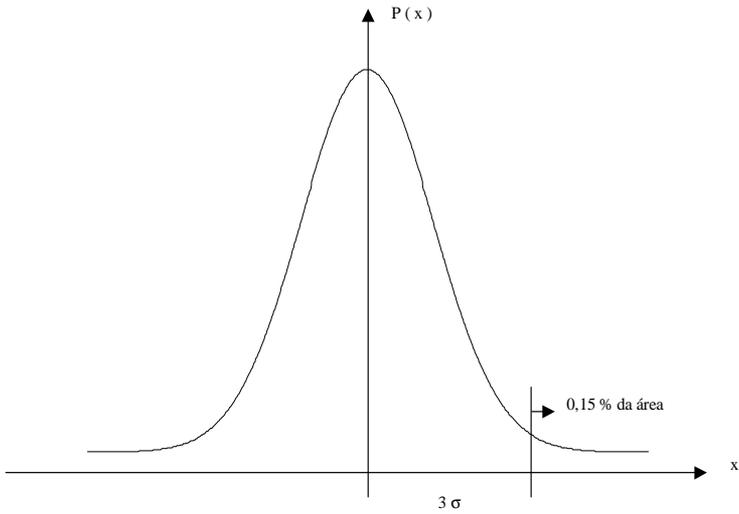




Os desvios até a central de trânsito classe I serão:

$\sigma'_T = \sqrt{4 \times 1^2 + 4^2} = 4,47 \text{ dB}$  e  $\sigma'_R = \sqrt{4 \times 1^2 + 1,8^2} = 2,69 \text{ dB}$  e assim tem-se duas imposições a considerar, separadamente: na transmissão e na recepção.

Conforme enunciado, adota-se  $3\sigma$  para que apenas 0,15% dos valores excedam a norma recomendada.

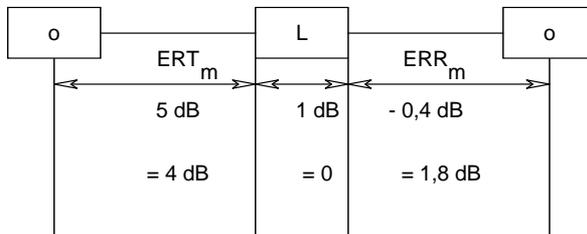


Na transmissão:  $3 \times 0,5 + a_{RT} + 1,0 + 5,0 + 3 \sigma'_T \leq 20,8$  e, portanto,  $a_{RT} \leq -0,11$  dB;

Na recepção:  $3 \times 0,5 + a_{RR} + 1,0 - 0,4 + 3 \sigma'_R \leq 12,2$  e, portanto,  $a_{RR} \leq 2,03$  dB

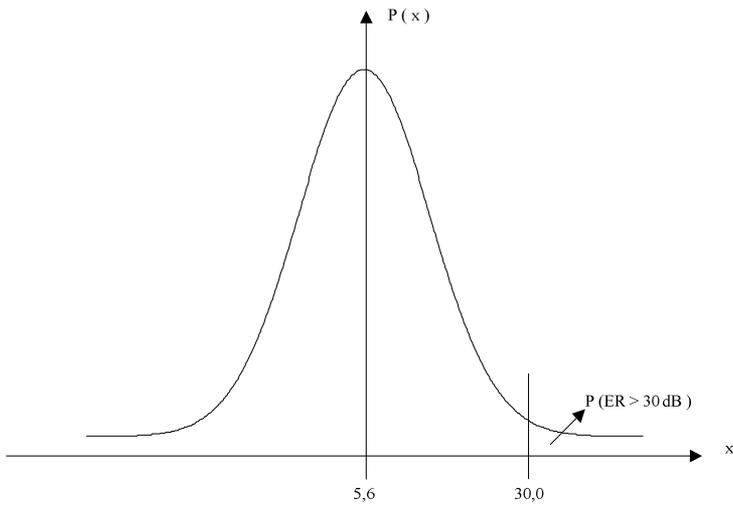
Como a transmissão é mais crítica adota-se  $a_R = -0,11$  dB.

b) Para uma ligação local tem-se apenas:



$$ER = 5 + 1 - 0,4 = 5,6 \text{ dB e } \sigma = \sqrt{4^2 + 1,8^2} = 4,39 \text{ dB}$$

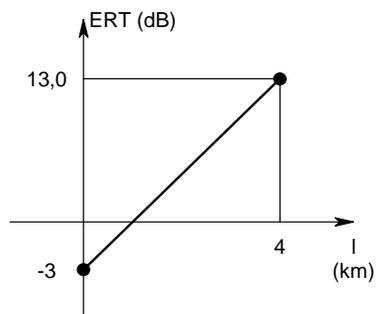
c)



$$P(ER > 30 \text{ dB}) = Q\left(\frac{30 - 5,6}{4,39}\right) = Q(5,56) = 1,3 \times 10^{-8}$$

d) para este item deve-se calcular as alterações no gráfico da figura 2 com o novo cabo.

Para a transmissão:



$$\Rightarrow -3 + 4 \times 1,8 + a_m = 13,0 \Rightarrow a_m = 8,8 \text{ dB}$$

Mas,  $a_m = 20 \log \frac{R_o + 4 \times 280 + R_T}{R_o + R_T} = 8,8 \text{ dB}$ ; onde  $R_o$  é a resistência da ponte de alimentação e  $R_T$  do telefone. Assim  $R_o + R_T \cong 640 \Omega$ .

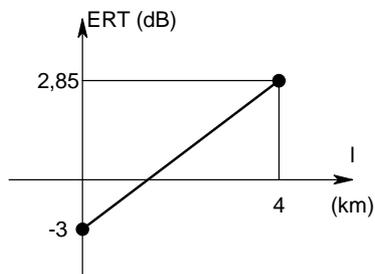
Com o novo cabo, a nova atenuação microfônica ( $a'_m$ ) será por:

$$a'_m = 20 \log \frac{640 + 4 \times 57}{640} = 2,65 \text{ dB}$$

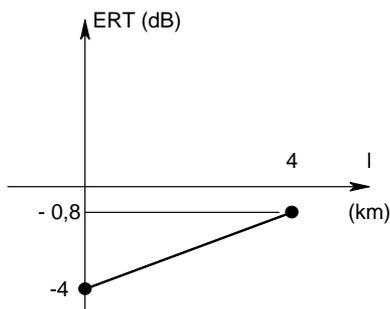
e o novo ERT para  $\ell=4 \text{ km}$  será

$$-3 + 4 \times 0,8 + 2,65 = 2,85 \text{ dB.}$$

Assim a nova curva é apresentada abaixo.



$ERT'_m = \frac{-3 + 2,85}{2} = -0,07 \text{ dB}$ . Para a recepção é imediato pois apenas a atenuação devida ao cabo muda.



Na distância de 4 km tem-se o  $ERT = -4 + 4 \times 0,8 = -0,8$  dB e portanto

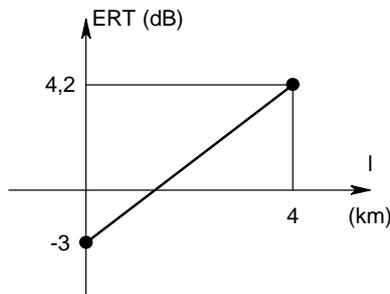
$$ERR'_m = \frac{-4 - 0,8}{2} = -2,4 \text{ dB}$$

Assim:

$$ER' = -0,07 + 1,0 - 2,4 = -1,47 \text{ dB}$$

que comparados ao 5,6 dB anteriores significa uma melhora de 7,07 dB.

e) Neste caso elimina-se  $a_m$  que antes foi calculado em 8,8 dB



ERT na distância de  $l = 4$  km é dado por  $-3 + 7,2 = 4,2$  dB. Assim:

$$ERT''_m = \frac{-3 + 4,2}{2} = 0,6 \text{ dB} \text{ e } ERR''_m = -0,4 \text{ dB (não se altera). Portanto:}$$

$$ER'' = 0,6 + 1,0 - 0,4 = 1,2 \text{ dB ;}$$

indicando uma melhora de 4,4 dB em relação aos 5,6 dB anteriores.

f) Para telefones equalizados, da figura 2 tem-se:

$$ERT_m^* = \frac{13 + 3}{2} = 8 \text{ dB}$$

$$ERR_m^* = \frac{3,2 + 0}{2} = 1,6 \text{ dB}$$

$$ER^* = 8,0 + 1,0 + 1,6 = 10,6 \text{ dB ;}$$

indicando, pois, uma piora de 5,0 dB.

8) Três telefones (A, B e C) tem equivalentes de referência de transmissão  $ERT_0 = -1; +0,5$  e  $+0,5$  dB, respectivamente. O de recepção é igual para os três e vale  $ERR_0 = 0$  dB. Os telefones foram, no entanto, projetados para sistemas de alimentação diferentes:

Telefone A: tem resistência de  $100\Omega$  e deve ser alimentado com  $48V$ , através de  $2 \times 200\Omega$

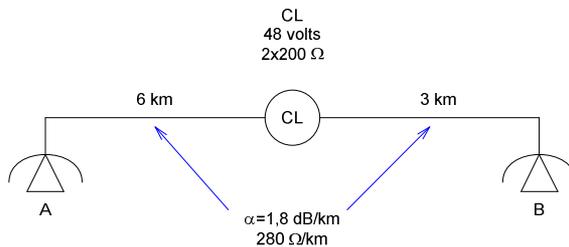
Telefone B: idem  $200\Omega$ ,  $60V$  e  $2 \times 500\Omega$ , respectivamente

Telefone C: idem  $100\Omega$ ,  $60V$  e  $2 \times 500\Omega$ , respectivamente

A rede urbana utiliza cabos  $26AWG$ , com  $r = 280 \Omega/km$  e  $\alpha = 1,8 \text{ dB/km}$ , e a Central Local alimenta seus assinantes com  $48V$  e  $2 \times 200\Omega$ . Dois assinantes, subordinados à mesma Central Local, estão em conversação. Um dista da central  $\ell = 6 \text{ km}$  e o outro  $\ell = 3 \text{ km}$ . Qual é a melhor combinação de telefones, dos três acima, para esta conversação? Refaça o problema para as distâncias de  $3$  e  $2 \text{ km}$  dos dois assinantes à central.

**Solução**

O problema é similar ao primeiro desta série.



Telefone	$ERT_0$ (dB)	$ERR_0$ (dB)	$R_t$ ( $\Omega$ )	E (V)	Ponte ( $\Omega$ )
A	-1	0	100	48	$2 \times 200$
B	0,5	0	200	60	$2 \times 500$
C	0,5	0	100	60	$2 \times 500$

Calculam-se inicialmente as atenuações microfônicas para as várias combinações de telefones a serem colocados a  $6$  e  $3 \text{ km}$ .

Para o assinante mais distante (6 km):

$$a_{mA} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{2 \times 200 + 100 + 280 \times 6} = 12,79 \text{ dB}$$

$$a_{mB} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{2 \times 200 + 200 + 280 \times 6} = 7,51 \text{ dB}$$

$$a_{mC} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 100}}{2 \times 200 + 100 + 280 \times 6} = 7,88 \text{ dB}$$

Para o assinante mais próximo (3 km):

$$a'_{mA} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{2 \times 200 + 100 + 280 \times 3} = 8,56 \text{ dB}$$

$$a'_{mB} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{2 \times 200 + 200 + 280 \times 3} = 3,52 \text{ dB}$$

$$a'_{mC} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 100}}{2 \times 200 + 100 + 280 \times 3} = 3,65 \text{ dB}$$

Dado que  $ER = ERT + ERR = (ERT_0) + \alpha l_1 + a_m + (ERR_0) + \alpha l_2$ , tem-se as seguintes combinações (X-Y denota X falando e Y escutando; nas primeiras 9 entradas com o falante a 6 km e o que escuta a 3 km e nas 9 entradas seguintes inverte-se). Note a ausência do termo  $ERR_0$  que é sempre zero.

	ERT <sub>0</sub>	$\alpha l_1 + \alpha l_2$	a <sub>m</sub>	ER
A-A	-1	16,2	12,79	27,99
A-B	-1	16,2	12,79	27,99
B-A	0,5	16,2	7,51	24,21
A-C	-1	16,2	12,79	27,99
C-A	0,5	16,2	7,88	24,58
B-B	0,5	16,2	7,51	24,21
B-C	0,5	16,2	7,51	24,21
C-B	0,5	16,2	7,88	24,58
C-C	0,5	16,2	7,88	24,58
A-A	-1	16,2	8,56	23,76
A-B	-1	16,2	8,56	23,76
B-A	0,5	16,2	3,52	20,22
A-C	-1	16,2	8,56	23,76
C-A	0,5	16,2	3,65	20,35
B-B	0,5	16,2	3,52	20,22
B-C	0,5	16,2	3,52	20,22
C-B	0,5	16,2	3,65	20,35
C-C	0,5	16,2	3,65	20,35

Os menores ER são obtidos com o telefone B nos dois extremos e a diferença de qualidade entre os 2 sentidos é de  $\Delta ER = 24,21 - 20,22 = 3,99$  dB.

Repetindo o problema para as distancias de 3 e 2 km tem-se, na mesma ordem anterior.

Para o assinante mais distante (3 km):

$$a_{mA} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{2 \times 200 + 100 + 280 \times 3} = 8,56 \text{ dB}$$

$$a_{mB} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{2 \times 200 + 200 + 280 \times 3} = 3,52 \text{ dB}$$

$$a_{mC} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 100}}{48} = 3,65 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 100 + 280 \times 3}{}$$

Para o assinante mais próximo (2 km):

$$a'_{mA} = \frac{\frac{48}{2 \times 200 + 100}}{48} = 6,52 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 100 + 280 \times 2}{}$$

$$a'_{mB} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 200}}{48} = 1,64 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 200 + 280 \times 2}{}$$

$$a'_{mC} = \frac{\frac{60}{2 \times 500 + 100}}{48} = 1,62 \text{ dB}$$

$$\frac{2 \times 200 + 100 + 280 \times 2}{}$$

E agora tem-se então a tabela abaixo com as mesmas observações anteriores.

	ERT <sub>0</sub>	$\alpha l_1 + \alpha l_2$	a <sub>m</sub>	ER
A-A	-1	9	8,56	16,56
A-B	-1	9	8,56	16,56
B-A	0,5	9	3,52	13,02
A-C	-1	9	8,56	16,56
C-A	0,5	9	3,65	13,15
B-B	0,5	9	3,52	13,02
B-C	0,5	9	3,52	13,02
C-B	0,5	9	3,65	13,15
C-C	0,5	9	3,65	13,15
A-A	-1	9	6,52	14,52
A-B	-1	9	6,52	14,52
B-A	0,5	9	1,64	11,14
A-C	-1	9	6,52	14,52
C-A	0,5	9	1,62	11,12
B-B	0,5	9	1,64	11,14
B-C	0,5	9	1,64	11,14

C-B	0,5	9	1,62	11,12
C-C	0,5	9	1,62	11,12

Novamente os menores ER são obtidos com o telefone B nos dois extremos e a diferença de qualidade entre os 2 sentidos é de  $\Delta ER = 13,02 - 11,14 = 1,88$  dB.

9) No plano internacional especificado pelo CCITT, para que número de circuitos amplificados a 4 fios obtém-se a maior estabilidade? Lembrar que os híbridos utilizados são parcialmente desatenuados, mantendo-se uma atenuação de passagem de 2 dB. Sua terminação garante uma atenuação de reflexão média de 6 dB, com desvio padrão de 2,5 dB. Cada trecho amplificado mantém uma atenuação residual de 0,5 dB, com desvio padrão de 1 dB.

### Solução

A estabilidade da malha é dada por  $P_{inst} = Q\left(\frac{20+n}{\sqrt{12,5+2n}}\right)$  e sabe-se que a

função  $Q(x)$  é monotonicamente decrescente. Basta então determinar para que

$n$  (inteiro) o argumento é máximo, isto é, calcular  $\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{20+n}{\sqrt{12,5+2n}}\right) = 0$ . A

solução é  $n=7,5$  e deve-se então testar os valores dos argumentos inteiros mais próximos,  $n=7$  e  $n=8$ . Os valores numéricos dos argumentos são, respectivamente: 5,24494 e 5,24488, indicando que a máxima estabilidade é obtida com  $n=7$ .

10) Uma cidade tem o formato de um quadrado com  $L=20$  km de lado. As ruas pelas quais se desenvolvem os cabos telefônicos são paralelas aos lados do quadrado, formando um reticulado, com espaçamento de 100 m. Os centros de fios, nos quais se situarão as Centrais Locais, são os centros dos quadrados de lado  $\ell=4$  km. Os telefones utilizados têm  $ERR_0=ERT_0=-3$  dB, resistência de  $200\Omega$  e são alimentados por baterias de 60V através de uma ponte de alimentação com  $2 \times 500\Omega$ , que é o nominal dos telefones. O cabo utilizado tem  $r=300\Omega/\text{km}$ ,  $\alpha=1,6$  dB/km para as redes de assinantes e  $r=50\Omega/\text{km}$ ,  $\alpha=0,8$  dB/km para os entroncamentos entre Centrais. Para interconectar Centrais Locais distantes e para encaminhar o tráfego

interurbano existem no centro da cidade uma Central Tandem a dois fios e, no mesmo prédio, uma Central de Trânsito de Classe II, a quatro fios. O híbrido introduz uma atenuação de 2 dB. Os equivalentes de Referência, em relação ao NOSFER, até os pontos virtuais da Central de Trânsito de Classe I, não devem ultrapassar 20,8 dB na transmissão e 12,2 dB na recepção, segundo recomendações da CCITT. As Centrais Locais estão ligadas à Central Tandem por feixes diretos, que podem ser amplificados, por exemplo através de PCM, se necessário for. Os híbridos atendem às condições CCITT ( $a_H = 6$  dB e  $\sigma_H = 2,5$  dB) e o nível nos circuitos amplificados é mantido com  $\sigma = 1$  dB. Admitir que os ERT e ERR dos assinantes obedecem a uma distribuição de Gauss e que os valores calculados para os comprimentos de cabo de  $\ell = 0$  e  $\ell = 4$  km, respectivamente, correspondem a  $ER_m - 2\sigma$  e  $ER_m + 2\sigma$ , respectivamente, englobando este intervalo 95,5% dos assinantes e que entre Centrais de classe superior a II a atenuação nominal é de 0,5 dB.

- a) É possível escoar todo o tráfego local da cidade sem recorrer a circuitos amplificados nos entroncamentos e garantindo um  $ER = 36$  dB? Por quê?
- b) Qual é a atenuação residual máxima aceitável para os troncos que ligam as Centrais Locais à Tandem? Quais dos 25 feixes necessitarão amplificação?
- c) Qual é a probabilidade de instabilidade de uma ligação local?
  - c.1 Quando as duas Centrais Locais estão interligadas por feixe direto não amplificado?
  - c.2 Quando as duas Centrais Locais estão interligadas através da Central Tandem, por meio de circuitos amplificados, conforme calculado em b.
- d) Qual é o ER médio entre dois assinantes locais que se interconectam através da Central Tandem por circuitos amplificados?
- e) Nas ligações do item anterior 99,7% ( $\pm 3\sigma$ ) terão valores do ER em que intervalo?

### **Solução**

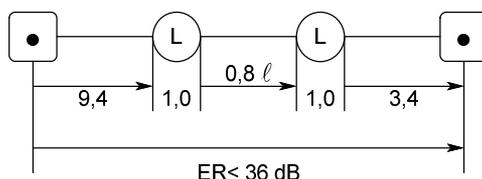
- a) no pior caso (dois assinantes afastados 4 km de suas correspondentes centrais locais)

$$a_m = 20 \log \frac{\frac{60}{200 + 2 \times 500}}{\frac{60}{200 + 2 \times 500 + 4 \times 300}} = 6 \text{ dB}$$

$$\text{ERT} = \text{ERT}_0 + \alpha \ell + a_m = -3 + 4 \times 1,6 + 6 = 9,4 \text{ dB}$$

$$\text{ERR} = \text{ERR}_0 + \alpha \ell = -3 + 4 \times 1,6 = 3,4 \text{ dB}$$

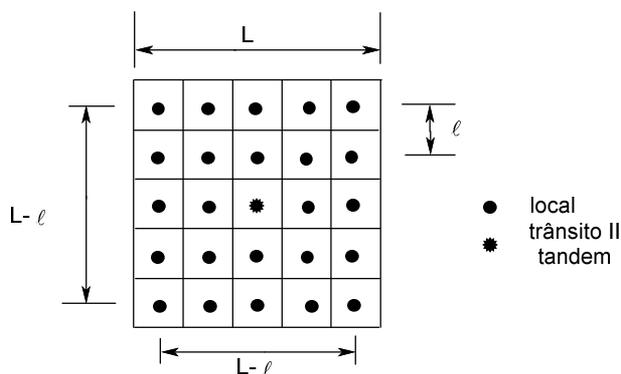
Admite-se, adicionalmente, que a Central Local, assim como a Tandem, tem uma atenuação de passagem de 1,0 dB entre pontos virtuais com um desvio de  $\sigma = 0 \text{ dB}$ , conforme recomendação do ITU (vide item 4.4.5 do livro texto).



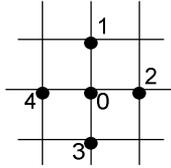
$$\text{Assim: } 9,4 + 1,0 + 0,8\ell + 1,0 + 3,4 \leq 36 \Rightarrow \ell \leq 26,5 \text{ km}$$

Portanto, todas as centrais locais (pares) que distarem menos de 26,5 km uma da outra, podem ser interligadas para escoar o tráfego entre elas.

No caso presente a maior distância é  $2(L - \ell) = 2 \times (20 - 4) = 32 \text{ km}$  e, portanto, tem que se amplificar para algumas (vide figura adiante).

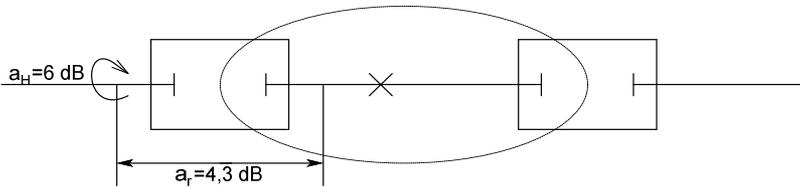






c) nesta ligação não pode ocorrer instabilidade pois não há amplificação. Assim,  $P=0$ ;

d) neste caso há duas malhas em série (lembrar que a Tandem é a 2 fios)



$$A_T = 2a_H + 2a_r = 12 + 8,6 = 20,6$$

$$\sigma_T^2 = 2\sigma_H^2 + 2\sigma_a^2 = 2 \times 2,5^2 + 2 \times 1,0^2 = 14,5$$

( $\sigma_H$  é devido à híbrida e  $\sigma_a$  à parte amplificada (valores dados))

$$Q\left(\frac{20,6}{\sqrt{14,5}}\right) = Q(5,41) \cong 7 \times 10^{-7}$$

e como são duas malhas idênticas em cascata  $P \cong 1,4 \times 10^{-6}$

e)

$$\left. \begin{array}{l} ERT_{\max} = 9,4 (\ell = 4 \text{ km}) \\ ERT_{\min} = -3,0 (\ell = 0 \text{ km}) \end{array} \right\} ERT_m = 3,2 \text{ dB}$$

Pelo dado do problema 95,5% estão na faixa  $ERT_m \pm 2\sigma_T$  assim

$$4\sigma_T = 9,4 - (-3,0) \text{ e portanto } \sigma_T = 3,1 \text{ dB}$$

$$\left. \begin{array}{l} ERR_{\max} = 3,4 \text{ dB} (\ell = 4 \text{ km}) \\ ERR_{\min} = -3,0 \text{ dB} (\ell = 0 \text{ km}) \end{array} \right\} ERR_m = 0,2 \text{ dB}$$

e, analogamente ao caso acima,  $\sigma_R = 1,6$  dB

Portanto:

$$ER_m = 3,2 (ERT_m) + 1,0 (L) + 4,3 (a_r) + 1,0 (T) + 4,3 (a_r) + 1,0 (L) + 0,2 (ERR_m) \Rightarrow ER_m = 15 \text{ dB}$$

$$\sigma_m^2 = 3,1^2 + 1,0^2 + 1,0^2 + 1,6^2 \Rightarrow \sigma_m = 3,76 \text{ dB}$$

f) no intervalo  $ER_m \pm 3 \sigma_m$  tem-se 99,7% das ligações

$$\Rightarrow 15 - 3 \times 3,76 < ER < 15 + 3 \times 3,76 \text{ e portanto } 3,72 < ER < 26,28 \text{ dB.}$$

## **CAPÍTULO 5**

1) Explique detalhadamente as diferenças entre sinalização associada ao canal e sinalização por canal comum.

### **Solução**

Na sinalização associada ao canal (CAS) a informação é enviada utilizando os próprios canais de voz. Há, portanto, um compartilhamento de recursos. A informação de sinalização, por exemplo, um dígito discado, é transformado em um par de frequências, digitalizada e transmitida. Os dígitos são transmitidos um de cada vez.

Na sinalização por canal comum (CCS) não há compartilhamento de recursos. A CCS emprega uma rede de sinalização separada e independente da rede de voz. Com a CCS se está no domínio da comunicação de dados. Um número telefônico que é discado é transformado no conteúdo de uma mensagem digital a ser enviada/recebida pelas centrais de sinalização.

2) Considere as centrais telefônicas dadas na tabela abaixo e designadas por seus prefixos.

<b>Central</b>	<b>Prefixo</b>
A	3091
B	3875
C	3085
D	5533

A tabela de rotas de cada uma das centrais é fornecida na tabela adiante.

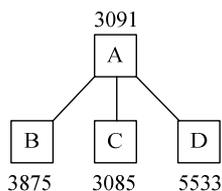
<b>Tabela de rotas da central A</b>	
<b>Número recebido</b>	<b>Próximo destino</b>
3091 - xxxx	Local
3875 - xxxx	Central B
3085 - xxxx	Central C
5533 - xxxx	Central D
<b>Tabela de rotas da central B</b>	
<b>Número recebido</b>	<b>Próximo destino</b>
3091 - xxxx	Central A
3875 - xxxx	Local
3085 - xxxx	Central A
5533 - xxxx	Central A
<b>Tabela de rotas da central C</b>	
<b>Número recebido</b>	<b>Próximo destino</b>
3091 - xxxx	Central A
3875 - xxxx	Central A
3085 - xxxx	Local
5533 - xxxx	Central A
<b>Tabela de rotas da central D</b>	
<b>Número recebido</b>	<b>Próximo destino</b>
3091 - xxxx	Central A
3875 - xxxx	Central A
3085 - xxxx	Central A
5533 - xxxx	Local

Todas as centrais utilizam sinalização associada ao canal. Um assinante A (número de A = 3875 6240) liga para um assinante B (número de B = 3085 6750).

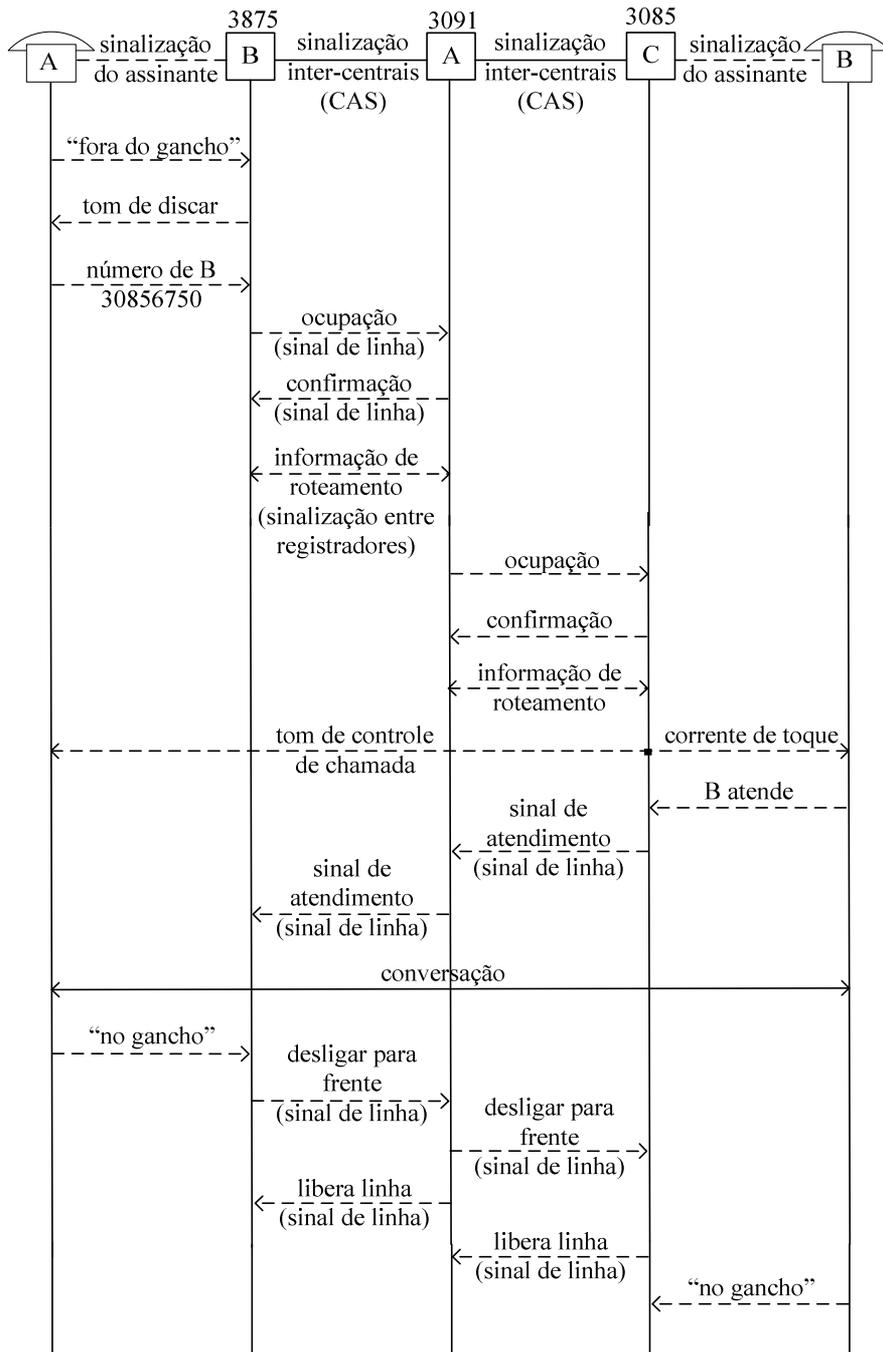
- a) Determine a rota seguida pela sinalização.
- b) Determine a rota seguida pela conversação.
- c) Faça o diagrama de troca de mensagens de sinalização entre centrais para o estabelecimento de chamada (sinalização acústica, sinalização de linha e sinalização entre registradores).

**Solução**

Com a informação fornecida na tabela de rotas pode-se deduzir a topologia da rede.



- a) rota B-A-C;
- b) rota B-A-C. No sistema CAS a sinalização e a conversação seguem o mesmo caminho;
- c)



3) Considere as centrais telefônicas dadas na tabela abaixo e designadas por seus prefixos.

Central	Prefixo
A	3091
B	3875
C	3085
D	5533

Todas as centrais utilizam sinalização por canal comum e os prefixos das centrais são utilizados como O(D)PCs.

A topologia da rede de sinalização é a seguinte: A - B; A - C; A - D.

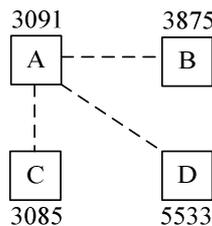
A topologia da rede de voz é *full mesh*, isto é, cada central está ligada a todas as outras.

O número do assinante A é 3875 6140 e o número do assinante B é 3085 8900.

- Esboce as MSUs trocadas para estabelecer a chamada entre A e B, usando a rota direta.
- Esboce as MSUs trocadas para estabelecer a chamada entre A e B, usando a rota alternativa B - D - C.

**Solução**

Topologia da rede de sinalização



Assinante A: 3875 6140 ligado à central B

Assinante B: 3085 8900 ligado à central C

a) estabelecimento da rota direta B-C

MSU enviada de B para A

OPC=3875    DPC=3085    CIC=x

x é um canal livre do tronco PCM entre as centrais B e C.

MSU enviada de A para C

OPC=3875    DPC=3085    CIC=x

b) estabelecimento da rota alternativa B-D-C

MSU enviada de B para D, via A

OPC=3875    DPC=5533    CIC=x    TUP: DPC=3085

x é um canal livre do tronco PCM entre as centrais B e D

MSU enviada de D para C, via A

OPC=5533    DPC=3085    CIC=y

y é um canal livre do tronco PCM entre as centrais D e C

4) No caso do exercício anterior, a central D é um SCP que pode consultar a seguinte base de dados:

Número de B = 0800 - 54 67 98

Número de A = 3091 - xxxx  $\Rightarrow$  Número de C = 3085 - 2233

Número de A = 3875 - xxxx  $\Rightarrow$  Número de C = 5533 - 6634

Número de A = 3085 - xxxx  $\Rightarrow$  Número de C = 3085 - 2233

Número de A = 5533 - xxxx  $\Rightarrow$  Número de C = 5533 - 6634

Esboce as MSUs trocadas para estabelecer a chamada entre A e B para os seguintes casos:

a) Número de A = 3091 5037; Número de B = 0800 54 67 98

b) Número de A = 3875 9021; Número de B = 0800 54 67 98

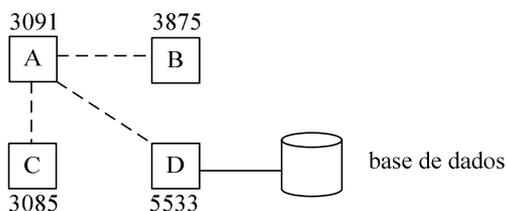
c) Número de A = 3085 7810; Número de B = 0800 54 67 98

d) Número de A = 5533 6479; Número de B = 0800 54 67 98

e) Número de A = 3091 5037; Número de B = 0800 54 67 00

### Solução

Topologia da rede de sinalização



a) A: 3091 5037 → SPC=3091 → central A

B: 0800 546798 → n° de C=3085 2233 → SPC=3085 → central C

#### MSU de A para D

OPC=3091    DPC=5533

TUP: 0800 546798

não há indicação de CIC

#### MSU de D para A

OPC=5533    DPC=3091

TUP: 3085 2233

não há indicação de CIC

#### MSU de A para C

OPC=3091    DPC=3085    CIC=x

b) A: 3875 9021 → SPC=3875 → central B

B: 0800 546798 → n° de C=5533 6634 → SPC=5533 → central D

#### MSU de B para D, via A

OPC=3875    DPC=5533

TUP: 0800-546798

não há indicação de CIC

MSU de D para B, via A

OPC=5533     DPC=3875

TUP: 5533 6634

não há indicação de CIC

MSU de B para D, via A

OPC=3875     DPC=5533     CIC=x

c) A: 3085 7810→SPC=3085→central C

B: 0800 546798→n° de C=3085 2233→SPC=3085→central C

MSU de C para D, via A

OPC=3085     DPC=5533

TUP: 0800 546798

não há indicação de CIC

MSU de D para C, via A

OPC=5533     DPC=3085

TUP: 3085 2233

não há indicação de CIC

A central C ao receber a mensagem identifica que o assinante C está ligado a ela própria e, portanto, a central C está em condições de conectá-la diretamente.

d) A: 5533 6479→SPC=5533→central D

B: 0800 546798→n° de C=5533 6634→central D

A central D faz uma consulta à sua base de dados e descobre que o assinante C está ligado a ela própria. A central D estabelece a conexão diretamente.

e) A: 3091 5037→SPC=3091→central A

B: 0800 546700→não existe uma base de dados para esse número

MSU de A para D

OPC=3091      DPC=5533

TUP: 0800-546700

não há indicação de CIC

MSU de D para A

OPC=5533      DPC=3091

TUP: erro-assinante C não encontrado

não há indicação de CIC

## **CAPÍTULO 6**

As respostas a seguir consideram as tecnologias disponíveis quando da primeira edição do livro texto e, ainda assim, as respostas às questões são apresentadas de uma forma não exaustiva, apenas com o objetivo de um melhor entendimento do problema. Evidentemente, uma explanação exaustiva/conclusiva está além do escopo pretendido neste livro. Assim, hoje (2015) as soluções apresentadas deveriam ser revistas à luz das últimas tendências tecnológicas e sistemas disponíveis!

1) Considere uma possível evolução do atual padrão PCM de 64 kbits/s para um codec com taxa de 32 kbits/s, com qualidade compatível com as necessidades telefônicas. Como as redes atuais poderiam adaptar-se a esse novo padrão? Qual seria uma estratégia adequada para sua implantação?

### **Solução**

Observe-se que a simples diminuição das taxas de codificação para a metade permitiria, com pequenas alterações de hardware e software nas centrais de comutação e nos sistemas de transmissão, dobrar a capacidade, em termos de canais de voz, da planta instalada.

A estratégia adequada dependerá, no entanto, da central em particular e de questões de compatibilidade.

Por exemplo: Como alterar uma estrutura TST, ou similar, para a comutação de amostras de 4 bits, no caso serial e paralelo? Como alterar a estrutura de um sistema PCM primário de 2,048 Mbits/s para acomodar 64 canais? Etc.

2) Considere a necessidade crescente de taxas de transmissão cada vez mais elevadas, imposta pela comunicação de dados. Quais seriam as alterações necessárias nas redes atuais para acomodar esses novos serviços?

### **Solução**

As centrais de comutação digital (CPAs temporais) são projetadas para a comutação de pacotes de 8 bits à uma taxa de 64 kbits/s.

Mudanças no encaminhamento, mas ainda mantendo a mesma estrutura de hardware, permitiriam comutar mais de um pacote por usuário o que, em princípio, permitiria oferecer taxas múltiplas de 64 kbits/s para os usuários, às custas da diminuição da capacidade de tráfego de voz.

3) As áreas rurais representam um desafio diferente no que diz respeito às transições tecnológicas. Assim, as soluções são diferentes das que são adotadas em grandes áreas urbanas. Descreva essas diferenças e uma possível abordagem alternativa para a transição.

### **Solução**

O problema básico da telefonia rural são as distâncias envolvidas, que não permitem uma interconexão cabeada, como na rede urbana, por questões não só de custos, mas também de desempenho.

Nestes casos pode-se escolher pontos geograficamente estratégicos para a implantação de concentradores remotos e estes comunicarem-se com a central correspondente por meio de rádios digitais de alta capacidade.

## **CAPÍTULO 7**

1) Responda, sucintamente, as perguntas:

a) Em um conjunto codificador/decodificador PCM, qual dos filtros (transmissão ou recepção) deve ter resposta em frequência mais abrupta em torno de 3.400 Hz? Por quê?

b) Sinais interferentes de 60 Hz devem ser eliminados antes da codificação do sinal vocal e não apenas por rejeição no filtro de recepção. Por quê?

c) Sinais vocais codificados segundo a lei A segmentada podem ter uma faixa dinâmica (variação do nível de amplitude do sinal de entrada, conservando

uma relação sinal /ruído, aproximadamente, constante na saída) de quanto? Justifique.

- d) O que acontece com o sinal demodulado para sinais de entrada que excedam esta faixa dinâmica, em termos de relação sinal/ruído?
- e) Aponte uma vantagem, e uma desvantagem, da codificação de linha HDB-3.

**Solução**

- a) o filtro de recepção, devido aos rebatimentos no entorno de  $f_a$  no sinal amostrado;
- b) caso contrário, o sinal pode ser codificado fora de seu intervalo normal, aumentando o  $R_q$ ;
- c) 36 dB, aproximadamente, ver solução do problema 4 desse capítulo;
- d) a codificação é limitada em 11111111 e 01111111; assim a  $S/R_q$  degrada rapidamente para sinais fora da faixa útil do codificador (efeito de saturação);
- e) Vantagem: ter mais transições, mesmo com longa sequência de zeros; desvantagem: complexidade e a possibilidade de introdução de erros adicionais na recepção.

2) Construa uma tabela com os códigos sucessivos, segundo a lei A, que aplicados a um decodificador produzem em sua saída uma senóide de 500 Hz e amplitude máxima. Repita para um sinal 6 dB abaixo em relação ao anterior.

**Solução**

Como a amostragem é realizada com 8.000 amostras por segundo tem-se 16 (8.000/500) amostras em um ciclo do sinal de entrada. A amplitude máxima é de 2.048  $V_0$  e os extremos dos segmentos e os passos dentro deles é evidenciado abaixo.

extremo	0	16	32	64	128	256	512	1024	2048
segmento	0	1	2	3	4	5	6	7	
passo no segmento	1	1	2	4	8	16	32	64	

Nos segmentos 6 e 7, com passos de  $32 V_0$  e  $64 V_0$  respectivamente, os valores sucessivos dos extremos das amplitudes são:

512—544—576—608—640—672—704—736—768—800—832—864—  
896—928—960—992—1024 e

1024—1088—1152—1216—1280—1344—1408—1472—1536—1600—  
1664—1728—1792—1856—1920—1984—2048

Assim, por exemplo,  $783,7 V_0$ , pertence ao intervalo nominado oito (1000) do segmento 6 (110), etc. Assim pode-se construir a tabela a seguir:

Amostra	Ângulo (°)	Senô	Amplitude ( $V_0$ )	Sinal	Segmento	Amplitude
1	0	0	0	1	000	0000
2	22,5	0,3827	783,7	1	110	1000
3	45	0,7071	1.448,1	1	111	0110
4	67,5	0,9239	1.892,1	1	111	1101
5	90	1	2.048	1	111	1111
6	112,5	0,9239	1.892,1	1	111	1101
7	135	0,7071	1.448,1	1	111	0110
8	157,5	0,3827	783,7	1	110	1000
9	180	0	0	0	000	0000
10	202,5	-0,3827	-783,7	0	110	1000
11	225	-0,7071	-1.448,1	0	111	0110
12	247,5	-0,9239	-1.892,1	0	111	1101
13	270	-1	-2.048	0	111	1111
14	292,5	-0,9239	-1.892,1	0	111	1101
15	315	-0,7071	-1.448,1	0	111	0110
16	337,5	-0,3827	-783,7	0	110	1000

Para um sinal 6 dB abaixo basta subtrair um na respectiva codificação do segmento (exceto nos segmentos 0 e 1); assim, por exemplo, a amostra 01110110 se transformará em 01100110.

3) Em um codificador PCM de 30 canais vocais, padrão de 2,048 Mb/s segundo a lei A, as amostras sucessivas de um determinado canal são dadas pela sequência binária a seguir representada:

01010001 / 01000001 / 10000000 / 11000001 / 11010001 / 11000001 /  
10000000 / 01000001 /.....;

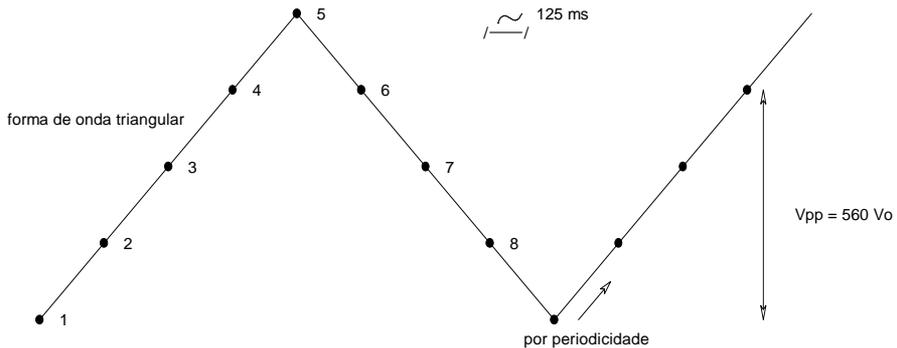
onde a notação ..... indica que a primeira amostra volta a se repetir.  
Caracterize o sinal decodificado em termos de amplitude e frequência. Qual é a codificação correspondente a um sinal idêntico ao acima representado, porém com metade da amplitude?

**Solução**

A partir do diagrama apresentado na questão anterior, para os extremos das faixas de sinal/segmento/amplitude, pode-se construir a tabela abaixo.

Amostra	Codificação	Sinal – Segmento - Amplitude	Faixa	Valor decodificado
1	0-101-0001	< 0 -5 - 1	272-288	- 280 Vo
2	0-100-0001	< 0 - 4 - 1	136-144	- 140 Vo
3	1-000-0000	> 0 - 0 - 0	0-1	+ 0,5 Vo
4	1-100-0001	> 0 - 4 - 1	136-144	+ 140 Vo
5	1-101-0001	> 0 - 5 - 1	272-288	+ 280 Vo
6	1-100-0001	> 0 - 4 - 1	136-144	+ 140 Vo
7	1-000-0000	> 0 - 0 - 0	0-1	+ 0,5 Vo
8	0-100-0001	< 0 - 4 - 1	136-144	- 140 Vo

e a partir desta tabela o correspondente sinal decodificado.



Como o sinal é periódico de período = 8 amostras sucessivas  $\Rightarrow T = 125 \text{ ms} \times 8 = 1 \text{ ms}$  e portanto  $f = 1 \text{ kHz}$  ou de outra forma: como a taxa de

amostragem é 8.000 amostras/s  $\Rightarrow f = \frac{1}{8} f_{\text{amost}} = 1 \text{ kHz}$ .

Como de um segmento a outro o sinal cai pela metade (vide passos dentro do segmento ou extremos do segmento na figura anterior) segue-se que a codificação correspondente a um sinal de amplitude  $\frac{1}{2}$  da anterior é:

0100 0001 / 0011 0001 / 10000000 / 10110001 / 11000001 / 10110001 /  
10000000 / 00110001 /.....;

(note que  $\frac{1}{2}$  de zero é zero e assim a correspondente codificação não muda!)

4) Justifique a faixa dinâmica de um codec PCM lei A e a relação sinal/ruído de quantização nesta faixa.

### Solução

Para um A/D linear  $(S/R_q) = 10 \log(3q^2 \bar{x}^2)$ , onde  $q$  indica o número de níveis de quantização e  $\bar{x}^2$  o valor médio quadrático normalizado do sinal de entrada (para um sinal senoidal  $\bar{x}^2 = 1/2$ ). Num codec PCM lei-A vai-se para a região linear ao adentrar-se os segmentos 0 e 1; esses segmentos têm níveis uniformes, em número de 64. Assim  $(S/R_q) = 10 \log[3 \times (64)^2 (1/2)] = 37,9 \text{ dB}$ . Para a faixa dinâmica (região onde a  $S/R_q$  é aproximadamente constante) basta verificar que cada segmento cobre uma variação do sinal de entrada que é o dobro do segmento anterior, exceto para os segmentos 0 e 1 que são da região linear (onde então a  $S/R_q$  cai linearmente com a amplitude). Assim a variação de entrada é dada por: 6 (número de segmentos com *range* variável)  $\times 6 \text{ dB}$  (variação em dB de um segmento para outro) = 36 dB.

5) Para um sistema PCM, com curva de compensação segundo a lei A contínua, demonstre que a relação  $S/R_q$  (potência do sinal / potência do ruído de quantização) é dada por:

$$S/R_q = \frac{3L^2}{(1 + \ln A)^2} \left\{ 1 + \frac{2}{\sigma_x^2} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx \right\}^{-1}$$

onde:

A - fator de compensação (no padrão adotado  $A=87,6$ );

$\sigma_x^2$  - indica a potência normalizada do sinal ( $\sigma_x^2 \leq 1$ );

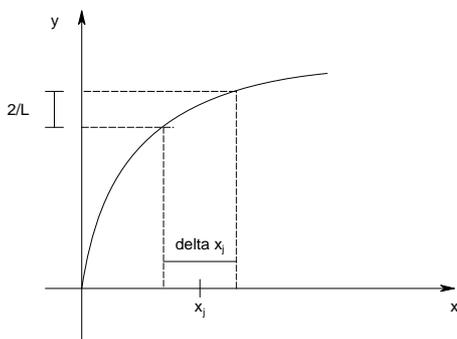
$L = 2^n$  - onde n indica o número de bits utilizados na codificação (no padrão adotado  $n=8$ ) e

$p(x)$  - função densidade de probabilidade do sinal normalizado ( $|x| \leq 1$ ).

Simplifique a expressão no caso se ter uma distribuição uniforme para o sinal de entrada e esboce a curva correspondente a esta relação, na faixa de 0 a -80 dB (0 dB indicando o valor máximo para a potência do sinal). Compare com a curva conhecida para a lei A segmentada, justificando as eventuais diferenças.

### Solução

Demonstra-se inicialmente um resultado mais geral do cálculo do ruído de quantização em sistemas PCM-compandidos. A figura adiante apresenta uma curva de compensação genérica onde nota-se que a uma subdivisão linear  $2/L$  (L é o número de subdivisões lineares do sinal normalizado de saída) corresponderá um intervalo  $\Delta_j$ , centrado em  $x_j$ .



A compensação corresponde a passar o sinal de entrada  $x$  por um bloco de compensação, como descrito na figura e codificar a saída  $y$  linearmente. Neste caso o ruído de quantização pode ser escrito como

$$\overline{q^2} = 2 \sum_{j=1}^{L/2} \int_{x_j - \Delta x_j / 2}^{x_j + \Delta x_j / 2} (x - x_j)^2 p_x(x) dx$$

O fator 2 vem do fato da somatória ser apenas para valores positivos de  $x$  (a curva de compensação é simétrica);  $p_x(x)$  corresponde à distribuição das amplitudes do sinal de entrada e  $x_j$  ao ponto médio do intervalo considerado. Supondo  $L \gg 1$ ,  $p_x(x)$  variará pouco dentro do intervalo  $\Delta_j$  centrado em  $x_j$  de forma que pode-se assumi-la constante no intervalo com um valor  $p_x(x_j)$ .

Assim:

$$\overline{q^2} = 2 \sum_{j=1}^{L/2} p_x(x_j) \int_{x_j - \Delta_j/2}^{x_j + \Delta_j/2} (x - x_j)^2 dx = 2 \sum_{j=1}^{L/2} p_x(x_j) \frac{(x - x_j)^3}{3} \Big|_{x_j - \Delta_j/2}^{x_j + \Delta_j/2}$$

$$= \sum_{j=1}^{L/2} p_x(x_j) \frac{\Delta_j^3}{6} . \text{ Com a hipótese } L \gg 1 \text{ pode-se ainda escrever}$$

$$\frac{dy(x_j)}{dx} = \frac{2/L}{\Delta_j} \Rightarrow \Delta_j^2 = \left[ \frac{2}{L \frac{dy(x_j)}{dx}} \right]^2 \text{ e portanto}$$

$$\overline{q^2} = \sum_{j=1}^{L/2} p_x(x_j) \frac{\Delta_j^3}{6} = \sum_{j=1}^{L/2} p_x(x_j) \frac{4}{L^2 \left( \frac{dy(x_j)}{dx} \right)^2} \times \frac{\Delta_j}{6} = \frac{2}{3L^2} \sum_{j=1}^{L/2} \frac{p_x(x_j)}{\left( \frac{dy(x_j)}{dx} \right)^2} \Delta_j$$

e com a hipótese adotada pode-se aproximar ainda a  $\sum$  por uma  $\int$

$$\text{resultando } \overline{q^2} = \frac{2}{3L^2} \int_0^1 \frac{p(x) dx}{\left( \frac{dy(x)}{dx} \right)^2}$$

onde  $p_x(x)$  foi substituído por  $p(x)$  por simplicidade de notação. A potência do sinal pode ser escrita como

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} = \int_{-1}^1 x^2 p(x) dx = 2 \int_0^1 x^2 p(x) dx \text{ e assim}$$

$$(S/R_q) = 3L^2 \left[ \int_0^1 x^2 p(x) dx \right] \left[ \int_0^1 \frac{p(x) dx}{\left( \frac{dy(x)}{dx} \right)^2} \right]^{-1}$$

Este é um resultado mais geral (função da compensação  $y=f(x)$  e do sinal de entrada pela sua distribuição  $p(x)$ ). Esta expressão poderia agora ser utilizada para obter uma lei de compensação ideal no sentido de maximização da relação  $(S/R_q)$  para um dado  $p(x)$ ; vide referência ao final da solução para detalhes adicionais sobre esta parte inicial do texto.

Seja então um sinal normalizado segundo a expressão da lei A contínua de compensação

$$y = \frac{Ax}{1 + \ln(A)} \quad \text{para } |x| \leq \frac{1}{A}$$

com  $|x|, |y| \leq 1$

$$y = \frac{1 + \ln(Ax)}{1 + \ln(A)} \quad \text{para } \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1$$

Neste caso

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A}{1 + \ln(A)} \quad \text{para } |x| \leq \frac{1}{A}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \times \frac{1}{1 + \ln(A)} \quad \text{para } \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1$$

e portanto

$$\begin{aligned} \overline{q^2} &= \frac{2}{3L^2} \int_0^1 \frac{p(x) dx}{\left( \frac{dy(x)}{dx} \right)^2} = \frac{2}{3L^2} \left[ \frac{(1 + \ln A)^2}{A^2} \int_0^{1/A} p(x) dx + (1 + \ln A)^2 \int_{1/A}^1 x^2 p(x) dx \right] \\ &= \frac{2(1 + \ln A)^2}{3L^2} \left[ \frac{1}{A^2} \int_0^{1/A} p(x) dx + \int_0^1 x^2 p(x) dx - \int_0^{1/A} x^2 p(x) dx \right] \end{aligned}$$

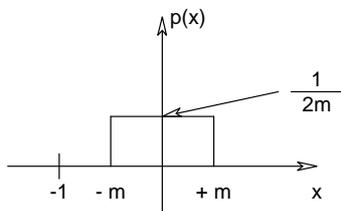
$$= \frac{2(1 + \ln A)^2}{3L^2} \left[ \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx + \int_0^1 x^2 p(x) dx \right]$$

$$= \frac{2(1 + \ln A)^2}{3L^2} \left[ \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx + \frac{\sigma_x^2}{2} \right]$$

e deste segue-se o resultado enunciado no exercício proposto

$$(S/R_q) = \frac{\sigma_x^2}{q^2} = \frac{3L^2}{(1 + \ln A)^2} \left[ 1 + \frac{2}{\sigma_x^2} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx \right]^{-1}$$

Seja então o sinal de entrada  $x$  com uma distribuição uniforme e normalizada.



$$\sigma_x^2 = \int_{-1}^1 x^2 p(x) dx = \frac{m^2}{3} \quad (\text{note que neste caso } (\sigma_x^2)_{\max} = \frac{1}{3} \text{ ou então } -4,77$$

dB). Para sinais de entrada tais que  $m < 1/A$  pode-se escrever:

$$\int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx = \frac{1}{2m} \int_0^m \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) dx$$

$$= \frac{1}{2m} \left[ \frac{x}{A^2} \Big|_0^m - \frac{x^3}{3} \Big|_0^m \right] = \frac{1}{2m} \left( \frac{m}{A^2} - \frac{m^3}{3} \right) = \frac{1}{2A^2} - \frac{m^2}{6} = \frac{1}{2A^2} - \frac{\sigma_x^2}{2}$$

E portanto

$$\left[ 1 + \frac{2}{\sigma_x^2} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{2}{\sigma_x^2} \left( \frac{1}{2A^2} - \frac{\sigma_x^2}{2} \right) \right]^{-1} = \sigma_x^2 A^2$$

$$\text{Assim } (S/R_q) = \frac{\sigma_x^2}{q^2} = 3L^2 \left( \frac{A}{1 + \ln A} \right)^2 \sigma_x^2$$

$$\text{ou então } (S/R_q)_{\text{dB}} = 77,01 + (\sigma_x^2)_{\text{dB}}.$$

Sejam agora sinais na faixa  $m > 1/A$  e a expressão anterior:

$$\begin{aligned} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx &= \frac{1}{2m} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) dx \\ &= \frac{1}{2m} \left\{ \frac{x}{A^2} \Big|_0^{1/A} - \frac{x^3}{3} \Big|_0^{1/A} \right\} = \frac{1}{2m} \left( \frac{1}{A^3} - \frac{1}{3A^3} \right) = \frac{1}{3mA^3} \end{aligned}$$

E portanto

$$\left[ 1 + \frac{2}{\sigma_x^2} \int_0^{1/A} \left( \frac{1}{A^2} - x^2 \right) p(x) dx \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{2}{m^3 A^3} \right]^{-1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{m^3 A^3}} \approx 1$$

nesta faixa de valores. E, portanto:

$$(S/R_q) = \frac{\sigma_x^2}{q^2} = \frac{3L^2}{(1 + \ln A)^2} \text{ ou então } (S/R_q)_{\text{dB}} = 38,2 \text{ dB (constante).}$$

A relação  $(S/R_q)$  cairá de 3 dB quando  $m^3 A^3 = 2$ , isto é, para

$$\sigma_x^2 = \frac{\sqrt[3]{4}}{3A^2} = 6,89 \times 10^{-5} \text{ ou então } -41,6 \text{ dB.}$$

Apresenta-se a seguir uma outra forma de abordar o mesmo problema.

Seja um sinal de entrada tal que se esteja no início da lei de compensação (

$|x| \leq \frac{1}{A}$  ou então -38,8 dB). Este sinal de entrada é ampliado pela curva de

compensação por um fator  $\frac{A}{(1 + \ln A)} = 16$ , codificado linearmente e a  $(S/R_q)$  é

calculada sobre o sinal de saída  $y$ . Se a compensação não existisse ter-se-ia uma codificação linear com o mesmo ruído de quantização, já que os intervalos de

saída não mudam (2L intervalos uniformes sobre um intervalo normalizado 2). Assim o sinal a codificar aumenta por um fator 16 sem alterar o  $R_q$ .

Portanto, vale a relação  $(S/R_q) = 3L^2 \left( \frac{A}{1 + \ln A} \right)^2 \sigma_x^2$  em contraste ao caso

linear conhecido  $(S/R_q) = 3L^2 \sigma_x^2$ . Assim a relação  $S/R_q$  melhora de

$20 \log 16 = 24,1$  dB nesta faixa. Para um codificador linear tem-se

$(S/R_q) = 10 \log(3 \times 256^2) = 52,9$  dB no ponto de máximo e portanto  $52,9 -$

$38,8 = 14,1$  dB no ponto  $(1/A)$  e, no mesmo ponto, no codificador com

compansão tem-se  $(S/R_q) = 14,1 + 24,1 = 38,2$  dB (note que, da explanação anterior,  $77,01 - 38,8 = 38,2$ ).

Já para os sinais mais altos o termo com a integral pode ser desprezado face à 1 e prevalece então uma  $(S/R_q)$  constante (provida pela compansão

logarítmica) dada por  $(S/R_q) = \frac{3L^2}{(1 + \ln A)^2}$  e no caso do PCM considerado

( $L=256$  e  $A=87,6$ ) tem-se  $(S/R_q) = 6.564,2$  ou  $38,2$  dB. Finalmente, a relação

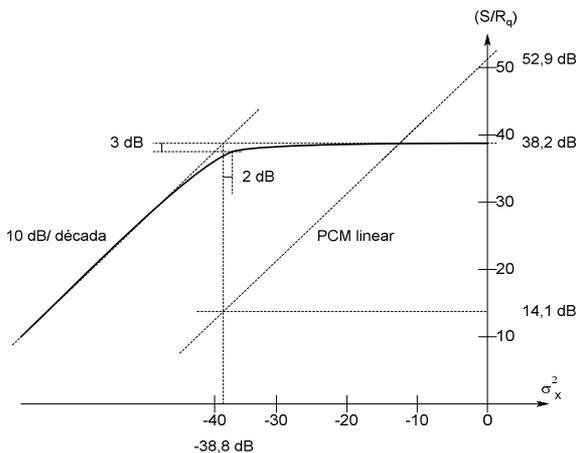
$(S/R_q) = 10 \log \left( 3L^2 \left( \frac{A}{1 + \ln A} \right)^2 \sigma_x^2 \right)$  dB, válida para pequenos sinais,

interceptará o ponto de  $38,2$  dB, constante para os sinais mais fortes, para

$\sigma_x^2 = -38,8$  dB (ponto final da parte linear da lei A). Note ainda que, pela

explanação anterior, a queda de  $3$  dB na relação  $(S/R_q)$  será no ponto  $-$

$41,6 + 4,77 = -36,8$  dB. Tem-se assim:



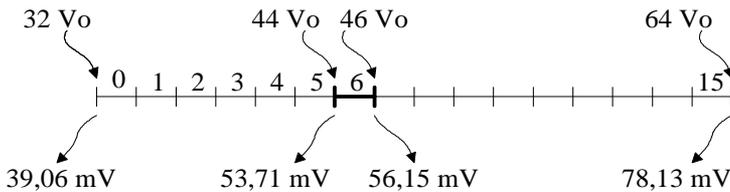
Note que a curva correspondente à lei A-segmentada cai na região assintótica no ponto -36 dB, pois existem 6 segmentos (numerados de 2 a 7) até chegar-se a região linear (segmentos 0 e 1) onde, como  $R_q$  é constante, cai com 10 dB por década (vide figura 7.25 do livro texto).

A referência [Pan65] trata, adicionalmente, do problema de otimização da curva de compensação para um dado  $p(x)$ , não abordado aqui.

6) Uma amostra de um sinal é codificado em PCM, segundo a Lei A, como (00100110) num codificador cuja entrada nominal é  $\pm 2,5$  volts. Qual é o seu valor original e como deve ser decodificado? Qual o critério adotado para esta decodificação?

**Solução**

00100110  $\Rightarrow$  sinal negativo, segmento 2 (passos de  $2V_o$ ) e amplitude 6, com  $V_o=5/4096=1,221$  mV (passo mínimo).



Assim, o sinal original tem um valor entre:  $-56,15 \text{ mV} < V_x < -53,71 \text{ mV}$  e deve ser decodificado como  $V'_x = -54,93 \text{ mV}$ , que é o valor médio da faixa de amplitudes de origem, com o objetivo de minimizar o erro de quantização (supondo que as amplitudes sejam uniformemente distribuídas).

**CAPÍTULO 8**

1) Considere um sistema PCM de 1ª ordem com uma taxa de erro média de 1 em  $10^4$  no sinal de alinhamento de quadro. Qual é o intervalo de tempo médio, conforme norma estabelecida para tal, entre duas perdas sucessivas de alinhamento de quadro?

### **Solução**

Para se considerar o alinhamento perdido, precisa-se errar três sinais consecutivos, portanto com uma probabilidade  $10^{-12}$ . Como o espaçamento entre sinais de alinhamento de quadro é de  $250 \mu\text{s}$  (quadro sim, quadro não) e a perda ocorre após um intervalo 3 falhas sucessivas, o intervalo médio solicitado será de  $2 \times 250 \times 10^{-6} \times 10^{12} = 5 \times 10^8$  segundos ou 15,85 anos.

2) No caso mais favorável, qual o tempo mínimo para recuperação do sinal de alinhamento de quadro, dentro dos critérios recomendados? E para o multiquadro?

### **Solução**

a) No melhor caso, uma palavra de sincronismo é encontrada no início imediato da busca; um quadro após, o código de sincronismo não é encontrado e, após mais um quadro, tal código é novamente encontrado caracterizando a recuperação do alinhamento. Assim, o menor tempo de recuperação corresponde aos dois quadros citados, ou seja,  $250 \mu\text{s}$ .

b) Para o alinhamento de multiquadro, o melhor caso corresponde a encontrar-se a palavra de sincronismo no primeiro canal 16 subsequente à recuperação do alinhamento de quadro, ou seja, após o intervalo de tempo de 16 canais ( $62,5 \mu\text{s}$ ) mais o tempo mínimo de recuperação do alinhamento de quadro ( $250 \mu\text{s}$ ), num total de  $312,5 \mu\text{s}$ .

## **CAPÍTULO 9**

1) Seja um repetidor digital para um sistema PCM lei A instalado sobre um cabo com uma atenuação de  $20 \text{ dB/km}$  em  $1,0 \text{ MHz}$  e com uma resistência ôhmica de  $100 \Omega/\text{km}$ , em *loop*. Sabendo-se que a atenuação máxima admitida no trecho anterior é de  $50 \text{ dB}$  na frequência principal e que este é o ponto de funcionamento dos repetidores, quantos podem ser alimentados pelas duas extremidades sabendo-se que os mesmos consomem  $20 \text{ mA}$  quando alimentados por  $6 \text{ volts}$  e que a máxima tensão disponível em cada ponta do sistema é de  $\pm 75 \text{ volts}$ ?

**Solução**

A distância entre repetidores é dada por  $(50 \text{ dB})/(20 \text{ dB/km})=2,5 \text{ km}$ .  
 Portanto:  $2 \times 75 \geq 100 \times 2,5 \times 20 \times 10^{-3} \times n + 2 \times n \times 6 \Rightarrow n \leq 8,82$ ; e assim pode-se ter 8 pontos de repetição alimentados de cada lado, o que dá uma distância máxima entre centrais interconectadas de  $(20+2,5+20)=42,5 \text{ km}$ .

2) Considere a transmissão de um sinal PCM com o emprego do código de linha HDB-3 (*High Density Bipolar-3*) e pulsos retangulares com retorno a zero. Esboce o sinal de linha para o caso da seguinte sequência de dígitos binários de informação...100100001000000100000001... Se necessário, faça hipóteses iniciais que permitam a determinação da sua solução. E, neste caso, explicite-as claramente.

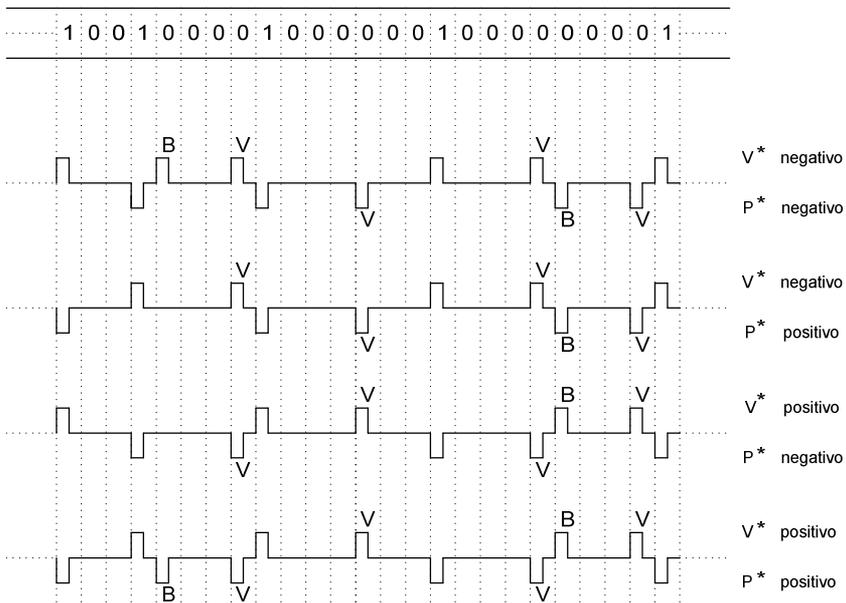
**Solução**

Para a determinação do sinal transmitido deve-se considerar:

Sentido da última violação, anterior aos dígitos fornecidos;

Sentido do último pulso 1 transmitido, anterior aos dígitos fornecidos;

Tem-se assim 4 soluções possíveis distintas representadas a seguir:



onde:

$P^*$  - indica a polaridade do pulso 1, anterior ao fornecido.

$V^*$  - indica a polaridade da última violação ocorrida

B - pulso adicional

V - pulso de violação

Qualquer uma das soluções era aceitável, desde que as condições fossem explicitadas.

3) Admitindo-se que a velocidade de propagação de um sinal PCM à taxa de 2,048 Mbits/s num par telefônico seja de 200.000 km/s, qual o atraso introduzido por um lance de 1.850 metros? Em cinco lances consecutivos quantos bits existirão em trânsito num determinado instante?

### **Solução**

Sabendo-se que  $s=v.t$  para um lance de 1.850 metros pode-se escrever:

$$1.850=200.000 \times 10^3 \times \Delta T \text{ donde sai então que } \Delta T=9,25 \mu\text{s.}$$

Para cinco lances consecutivos o atraso total será de 46,25  $\mu\text{s}$  e, portanto, ter-se-á em trânsito:

$$n=(46,25 \times 10^{-6}) / (2,048 \times 10^6)^{-1} = 94,7 \text{ bits.}$$

4) Qual o espaçamento entre repetidores que você sugeriria para um sistema PCM de 30 canais a ser instalado num cabo com as características dadas nas figuras 9.6 a 9.10, sabendo-se que a relação sinal/ruído na entrada do repetidor é igual a 12 dB? (Considerar valores de pico e atenuações em 1 MHz).

### **Solução**

Da figura 9.6 do livro texto a atenuação em 1 MHz é de 20 dB/km e, portanto, o nível do sinal, na entrada do repetidor, após  $\ell$  km é:  $-20 \times \ell$  (dB). O ruído de paradiáfonia = -105,8 dB (da Figura 9.9 do livro texto apenas 10% dos pares apresentam atenuação menor do que esse valor, ou seja, com 90% de certeza). Observe que o ruído de telediafonia não entra nesse cálculo, pois apenas um sistema opera no cabo. Assim, após um lance de  $\ell$  km a relação S/R ainda deverá atender ao especificado:

$$S/R = -20 \times \ell - (-105,8) \geq 12 \text{ dB} \Rightarrow \ell \leq 4,69 \text{ km.}$$

5) Repita o problema anterior considerando que existem mais 10 sistemas PCM operando nos mesmos grupos de pares e que o ruído de diafonia sofre um acréscimo dado por  $\Delta R = 10 \log N$ , em dB, onde N é o número de sistemas operando no mesmo grupo de pares.

**Solução**

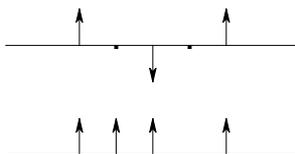
Com mais de um sistema operando no mesmo grupo de pares, o ruído predominante passa a ser de telediafonia, acrescido do fator  $\Delta R$  que exprime a multiplicidade de sistemas. Assim: nível de sinal:  $-20 \times \ell$  (dB) e nível de ruído:  $-67 + 20 \log(\ell/0,3) + \Delta R$  (o primeiro termo é obtido da Figura 9.7 do livro texto onde apenas 10% dos pares apresentam atenuação menor do que esse valor, ou seja, com 90% de certeza; o segundo é a correção do lance, pois o dado é fornecido para 300 m e o terceiro refere-se à multiplicidade de sistemas, já explanada). Assim:

$$S/R = -20 \times \ell - [-67 + 20 \log(\ell/0,3) + 10 \log(10)] \geq 12 \text{ db} \Rightarrow \ell \leq 1,54 \text{ km.}$$

6) Para a codificação de linha AMI estabeleça a relação entre a probabilidade de violação e a probabilidade de erro de bit.

**Solução**

O gráfico da figura 9.16 do livro texto foi extraído da referência [Ben76] e, de fato, representa as probabilidades de erro ( $P_e$ ) e de violação ( $P_v$ ) em um *time-slot*. Entretanto, a situação descrita,  $P_v > P_e$  para baixos valores destas probabilidades, só ocorre com surtos de erros, quando então o número de violações pode exceder o número de erros. Na figura adiante representa-se um exemplo simples em que 2 erros provocam 3 violações.



Com esta ressalva, um exame mais cuidadoso do problema revela que, em condições normais, o número de violações é sempre menor do que o de erros simples ao se considerar apenas o tempo de um canal.

Considere-se o caso de um erro simples. Adicionalmente, considere-se que os tipos de erros são equiprováveis e ocorrem apenas na forma de mudanças de  $0 \rightarrow 1$ ,  $1 \rightarrow 0$ ,  $0 \rightarrow -1$  e de  $-1 \rightarrow 0$ , mas não nas de  $1 \rightarrow -1$  ou  $-1 \rightarrow 1$ . Estas duas últimas formas são menos prováveis (requerem uma relação S/N menor) e serão, portanto, ignoradas. Seja então um canal com a ocupação abaixo indicada (em binário).

0	0	0	1	X	X	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Onde:

- X indica (podendo ocupar de 0 até seis posições) x ocupações indiferentes;
- Dois 1s são fixos e precedidos/sucedidos por zeros;
- Os 0s podem distribuir-se livremente no início (m) e/ou final (n) do canal, mantendo seu número fixo em  $m+n=6-x$ .

Nestas circunstâncias observa-se que:

- um erro simples nas posições ocupadas por 0s provoca violação em 50% dos casos;
- um erro simples nas posições ocupadas por 1s não provoca violação;
- um erro simples nas posições ocupadas por X sempre provoca violação;

Esta forma genérica de representação totaliza 247 combinações ( $x=0, 1, \dots, 6$ ;  $m=0, 1, \dots, 6-x$ ;  $n=0, 1, \dots, 6-x$ , com  $m+n=6-x$ ) às quais deve-se agregar ainda:

- a combinação com todos elementos iguais à 0, quando um erro simples não provoca violação;
- oito combinações de ocupação com um 1 e sete 0s, quando um erro simples provoca violação em 50% dos casos, exceto quando o erro simples ocorrer no próprio bit 1, quando então não haverá violação.

Esta contabilidade simples, mas completa para o caso aqui analisado de um erro simples, indica que o número médio de violações será sempre menor do que o número médio de erros simples, evidenciando assim que, nestas

circunstâncias, vale sempre  $P_v < P_e$ . É fácil demonstrar que, neste caso particular, vale a relação:

$$P_v = n_1 P_e (1 - 7P_e)$$

Onde  $n_1$  representa o número médio de violações quando da ocorrência de um erro simples ( $n_1 < 1$ , pela explanação anterior). Finalmente, note que retirando-se a restrição de examinar o intervalo de tempo de um canal apenas, um erro simples, como aqui analisado, sempre provocará uma violação e então ter-se-á  $P_v = P_e$ .

7) Duas fibras de 1 km são emendadas. Cada fibra tem 5 dB de perda e a emenda adiciona uma perda adicional de 1 dB. Se a potência de entrada é de 2 mW, quanta potência é entregue no final desta linha de transmissão combinada?

### Solução

Sejam:  $\alpha_f$  = perda na fibra;  $\alpha_e$  = perda na emenda.

$$\text{Perda total} = 2\alpha_f + \alpha_e = 11 \text{ dB}$$

$$\text{Potência na entrada} = P_i = 2 \text{ mW} \Rightarrow P_i [\text{dBm}] = 10 \log 2 = 3 \text{ dBm}$$

Potência na saída:  $P_o [\text{dBm}] = P_i [\text{dBm}] - (\text{Perda total}) = 3 - 11 = -8 \text{ dBm} = 10 \log P_o$   
e assim  $P_o = 0,16 \text{ mW}$ .

8) Um receptor necessita de uma potência de entrada de 10 nW. Se as perdas do sistema somam 50 dB, quanta potência é necessária na fonte?

### Solução

$$P_{\min} = 10 \text{ nW} \text{ e } \sum \text{perdas} = 50 \text{ dB}$$

$$(P_{\min})_{\text{dBm}} = 10 \log 10 \times 10^{-6} = -50 \text{ dBm} = (P_{\text{in}})_{\text{dBm}} - \sum \text{perdas}$$

$$(P_{\text{in}})_{\text{dBm}} = -50 + 50 = 0 \text{ dBm} \rightarrow P_{\text{in}} = 1 \text{ mW}$$

9) Compute a energia de um fóton em  $0,6 \mu\text{m}$ ,  $0,82 \mu\text{m}$ ,  $1,3 \mu\text{m}$ . Qual fóton tem mais energia, um visível ou um infravermelho?

### Solução

Energia de um fóton:  $W_p=hf$ , onde  $h$ =constante de Planck e  $f$ =frequência do fóton.

$$W_p=hf=hc/\lambda = \frac{6,626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 10^6}{\lambda[\mu\text{m}]} = \frac{1,988 \times 10^{-19}}{\lambda[\mu\text{m}]} \text{ [J]}$$

$$W_p[\text{eV}] = \frac{W_p[\text{J}]}{q[\text{C}]} = \frac{1,988 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19} \times \lambda[\mu\text{m}]} = \frac{1,242}{\lambda[\mu\text{m}]}$$

$\lambda[\mu\text{m}]$	$W_p[\text{J}]$	$W_p[\text{eV}]$
0,60	$3,313 \times 10^{-19}$	2,071
0,82	$2,424 \times 10^{-19}$	1,515
1,30	$1,529 \times 10^{-19}$	0,956

O fóton que tem mais energia é um visível pois seu comprimento de onda é menor do que de um fóton infravermelho.

10) Quantos fótons por segundo estão chegando em um receptor se a potência é de 1 nW em um comprimento de onda igual a 1,3 $\mu\text{m}$ ?

**Solução**

$$\lambda=1,3 \mu\text{m} \rightarrow W_p=1,529 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$P=1\text{nW}=10^{-9} \rightarrow \text{energia } W=P \times \Delta t=10^{-9} \times 1=10^{-9} \text{ J}$$

$$\text{O número de fótons/s é } N = \frac{W}{W_p} = \frac{10^{-9}}{1,529 \times 10^{-19}} = 6,54 \times 10^9$$

11) Quantos canais de voz podem ser modulados em uma portadora de comprimento de onda 1,06  $\mu\text{m}$ ? Assuma que a banda passante do sistema é igual a 1% da frequência portadora?

**Solução**

$$\lambda_c=1,06 \mu\text{m} \text{ e portanto } f_c=c/\lambda_c = \frac{3 \times 10^8}{1,06 \times 10^{-6}} = 2,83 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{Banda passante do sistema } \Delta f_c=0,01 \times f_c=2,83 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

Banda passante do canal de voz  $\Delta f=4$  kHz

O número de canais de voz é  $N = \frac{2,83 \times 10^{12}}{4 \times 10^3} = 7,08 \times 10^8$ .

12) Assuma que há um telefone em cada casa da Terra. Se eles tivessem que transmitir simultaneamente sobre uma única linha de transmissão utilizando *frequency division multiplexing* qual seria a mínima banda passante necessária? Poderia um único feixe óptico transportar o sinal multiplexado? (Assuma que 10 bilhões de casas precisam transmitir).

### Solução

10 bilhões de casas transmitindo simultaneamente indica a necessidade de  $10^{10}$  canais de voz o que implica em uma banda de  $B = 4 \times 10^3 \times 10^{10} = 4 \times 10^{13}$  Hz; assim, com os dados do exercício anterior, precisa-se de um número de fibras

dado por  $N = \left\lceil \frac{4 \times 10^{13}}{2,83 \times 10^{12}} \right\rceil = 15$  onde a notação  $\lceil x \rceil$  indica o menor inteiro

maior que x.

Note que se fosse possível utilizar uma banda de 15% da frequência da portadora (ao invés de 1% como proposto no exercício anterior) uma única fibra conseguiria transportar o sinal multiplexado.

13) No problema anterior assuma modulação digital, *time division multiplexing* e 64 kbps para cada mensagem de voz. Qual a taxa de dados é necessária para transmitir o sinal multiplexado? Poderia um único feixe óptico transportar o sinal multiplexado?

### Solução

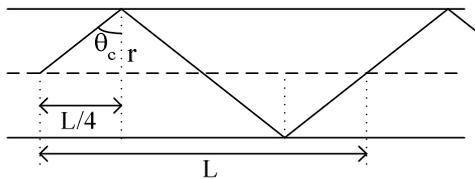
A ocupação espectral de um canal digital de 64 kbps depende da qualidade desejada do sinal. Teoricamente a ocupação é infinita. Assumindo para fins de se obter apenas uma ordem de grandeza, que uma banda numericamente igual à taxa de transmissão é suficiente tem-se  $\Delta f = 64$  kHz e com um número de canais de  $10^{10}$  a banda mínima necessária é de  $B = 64 \times 10^3 \times 10^{10} = 6,4 \times 10^{14}$ , portanto uma única portadora luminosa não conseguiria transportar o sinal

multiplexado. Usando agora os dados do problema 11 o número de portadoras necessárias é dado por  $N = \left\lceil \frac{6,4 \times 10^{14}}{2,83 \times 10^{12}} \right\rceil = 227$  portadoras.

14) Uma fibra óptica de índice degrau tem  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,49$  e o diâmetro do núcleo é de  $50 \mu\text{m}$ . Considere o raio guiado se propagando segundo o ângulo crítico. Quantas reflexões por metro sofre este raio?

**Solução**

Dados  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,49$  e  $2r=50 \mu\text{m}$



$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,49}{1,50} = 0,993 \rightarrow \theta_c = 83,38^\circ$$

$$\tan \theta_c = 8,617 = \frac{L/4}{r} \rightarrow L = 861,7 \mu\text{m}. \text{ Assim, como ocorrem duas reflexões a}$$

$$\text{cada } L, \text{ o número de reflexões é dado por } N = 2 \times \frac{10^6}{861,7} = 2.321$$

15) Para um alcance de 10 km qual a máxima dispersão permitida para uma fibra óptica para que seja possível a transmissão a uma taxa de 50 Mbps (NRZ ON-OFF)? Considere o transmissor e o receptor óptico com banda passante infinita. É possível garantir o funcionamento deste sistema com uma fibra de raio  $50 \mu\text{m}$ , número  $V = 10$ , para  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ? Justifique.

**Solução**

Para a solução deve-se notar que taxa máxima de transmissão, quando se usa uma codificação ON-OFF-NRZ, é limitada à 70% do alargamento máximo do pulso.

Assim com  $L=10$  km;  $R_{NRZ}=50$  Mbits/s  $= \frac{0,7}{(\Delta\tau)_{\max}} \Rightarrow$

$$(\Delta\tau)_{\max} = \frac{0,7}{50 \times 10^6} = 14,0 \text{ ns}$$

Agora com os dados  $V=10$ ;  $\lambda=\mu\text{m}$ ;  $a=50 \mu\text{m}$  tem-se

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} n_1 \sqrt{2\Delta} \Rightarrow n_1 \sqrt{2\Delta} = 3,18 \times 10^{-2} \text{ e admitindo } n_1=1,5 \Rightarrow \Delta = 2,252 \times 10^{-4}$$

$$\Delta(\tau/L)_{\max} = \frac{n_1 \Delta}{c} = 1,126 \times 10^{-9} \text{ s/km}$$

Com  $L=10$  km a dispersão máxima dessa fibra é de  $1,126 \times 10^{-8} = 11,26$  ns, inferior ao máximo admitido para a taxa de transmissão desejada  $\Rightarrow$  funcionamento do sistema pode ser garantido.

16) Quais as funções do cabeamento da fibra óptica e que mudanças de desempenho pode provocar?

### **Solução**

Os cabos ópticos têm como funções básicas prover as fibras de proteção e facilitar seu manuseio. O cabeamento procura proteger a fibra (ou fibras) contra adversidades mecânicas ou ambientais durante a instalação ou operação do suporte de transmissão. Características das fibras que podem ser afetadas pelo cabeamento:

- fibras multi-modo: dispersão modal, diâmetro efetivo do núcleo e abertura numérica.
- Fibras mono-modo: perdas causadas por micro curvaturas e comprimento de corte.

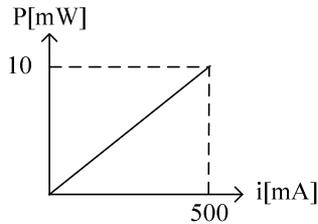
17) A relação entre potência óptica *versus* corrente para um LED é dada por  $P = 0,02 \times i$ . A máxima potência permitida é 10 mW. O LED tem uma corrente DC de polarização e uma corrente AC de sinal de 1 MHz aplicadas.

a) esboce a curva característica do LED;

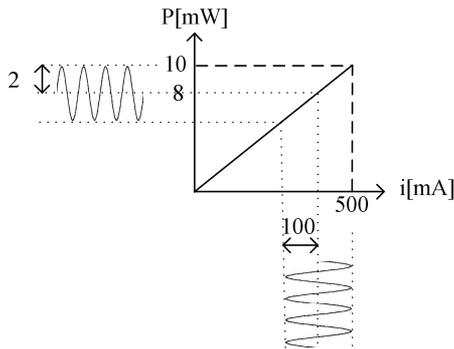
b) se a potência de pico do sinal é 2 mW e a potência total é 10 mW, calcule a corrente total de pico, a corrente DC de polarização, a potência óptica média e o índice de modulação  $m = (\text{potência de pico de sinal})/(\text{potência média})$ ;

**Solução**

a) Dados que  $P=0,02 \times i$  e  $P_{\max}=10 \text{ mW}$  tem-se a curva característica abaixo.



b) Com uma potência de pico de sinal de 2 mW e potência total máxima de 10 mW tem-se



Assim:

- corrente total de pico  $I_{\text{pico}}= 500 \text{ mA}$ ;
- corrente de polarização  $I_{\text{DC}}=400 \text{ mA}$ ;
- potência óptica média  $P_{\text{opt}}=8 \text{ mW}$ ;
- índice de modulação  $m=2/8=0,25$ .

18) Quando um LED tem 2 V aplicados aos seus terminais, ele consome uma corrente de 100 mA e produz 2 mW de potência óptica. Qual é a eficiência de conversão do LED da potência elétrica para potência óptica?

**Solução**

$$P_{el}=V \times I=2 \times 100=200 \text{ mW}$$

$$\eta=P_{opt}/P_{el}=2/200=0,01 \text{ ou } 1\%.$$

19) Qual é a fotocorrente produzida por um fotodetector cuja responsividade é 0,5 A/W se o nível de potência incidente é de -43 dBm?

**Solução**

$$R_{\phi}=0,5 \text{ A/W}=0,5 \times 10^{-3} \text{ A/mW}$$

$$P_{in}=-43 \text{ dBm} \rightarrow P_{in}[\text{mW}]=5 \times 10^{-5} \text{ mW}$$

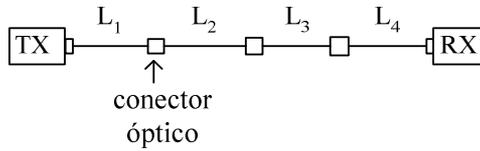
$$I=R_{\phi} \times P_{in}=0,5 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-5}=2,5 \times 10^{-8} \text{ A}$$

$$I=25 \text{ nA}$$

20) Considere um sistema de comunicação de dados ponto-a-ponto. O enlace é composto por 4 segmentos de fibra. Os segmentos adjacentes são ligados por um conector ponto-a-ponto. Os segmentos têm os seguintes comprimentos:  $L_1 = 400 \text{ m}$ ;  $L_2 = 200 \text{ m}$ ;  $L_3 = 200 \text{ m}$ ;  $L_4 = 400 \text{ m}$ .

- a aplicação exige uma taxa de transmissão de 20 Mbps, codificação Manchester, com uma taxa de erro inferior a  $BER = 10^{-9}$ .
- o receptor é um fotodiodo PIN com  $S_0=-36 \text{ dBm}@10 \text{ Mbps}$ ,  $BER = 10^{-9}$ ,  $\lambda = 850 \text{ nm}$ .
- a fibra óptica é multi-modo com atenuação  $\alpha_f = 3 \text{ dB/km}@850 \text{ nm}$ .
- cada conector ponto-a-ponto introduz uma perda de inserção de 0,8 dB.
- especifique o transmissor óptico de tal maneira que a margem de segurança do sistema seja igual a 3 dB. Despreze as penalidades de dispersão.

## Solução



Dados:  $L_1=L_4=400$  m e  $L_2=L_3=200$  m;  $S_0 = -36$  dBm @ 10Mbps/s,  $BER=10^{-9}$ ,  $\lambda=850$  nm.

Se a taxa=20 Mbps com codificação Manchester  $\rightarrow B_{ef}=2 \times 20 = 40$  Mbps

### Correção da sensibilidade do receptor óptico

$$S_0(40 \text{ Mbps}) = S_0(10 \text{ Mbps}) + 10 \log(40/10) = -36 + 6 = -30 \text{ dBm}$$

### Cálculo das perdas

$$\sum \text{Perdas} = 5\alpha_c + \alpha_f(L_1 + L_2 + L_3 + L_4) = 5 \times 0,8 + 3 \times 1,2 = 7,6 \text{ dB}$$

onde  $\alpha_c$  representa a perda de inserção do conector ponto-a-ponto.

### Balço de potência

$$BP = \sum \text{Perdas} + MS + P_d$$

Foram fornecidos:  $MS=3$  dB e  $P_d=0 \Rightarrow BP=10,6$  dB.

Mas  $BP=P_i-S_0 \Rightarrow$

$P_i=BP+S_0=10,6-30=-19,4$  dBm, isto é, a potência média injetada na fibra deverá ser maior ou igual a  $-19,4$  dBm.

### Especificações

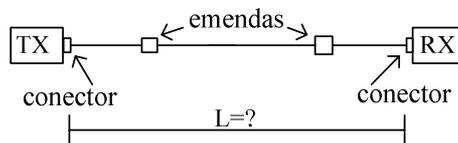
- LED com potência média injetada ( $P_m$ )  $\geq -19,4$  dBm @  $\lambda=850$  nm;
- Fotodetector: PIN  $S_0=-36$  @ 10 Mbps;  $\lambda=850$  nm;
- Fibra óptica multi-modo com  $\alpha_f= 3$  dB/km @  $\lambda=850$  nm;
- Conector óptico com  $\alpha_c= 0,8$  dB.

21) Considere um sistema de comunicação ponto-a-ponto de longa distância.

Calcule o alcance limitado por atenuação sabendo que:

- sistema: taxa de transmissão = 140 Mbps; codificação NRZ; BER =  $10^{-9}$ ; MS = 3 dB;
- transmissor óptico: Laser;  $\lambda = 1300$  nm;  $P_{i_{max}} = -3$  dBm;
- fibra óptica: Mono-modo ID;  $\alpha_f = 0,3$  dB/km @ 1300 nm;
- fotodiodo: APD;  $S_0 = -30$  dBm @ 565 Mbps, BER =  $10^{-9}$ ;  $P_d = 0$ ;
- conectores ponto-a-ponto:  $\alpha_c = 0,5$  dB;
- emendas por fusão:  $\alpha_e = 0,25$  dB;
- comprimento médio do cabo óptico:  $L_{médio} = 4$  km.

### Solução



$$BP = P_i - S_0$$

$$(P_i)_{max} = -3 \text{ dBm} \rightarrow P_i = -3 - 3 = -6 \text{ dBm}$$

$$S_0 = -30 \text{ dBm @ } 565 \text{ Mbps}$$

$$B = 140 \text{ Mbps codificação ON-OFF NRZ} \rightarrow B_{ef} = 140 \text{ Mbps}$$

$$S_0 (140 \text{ Mbps}) = S_0 (565 \text{ Mbps}) + 10 \log (140/565) = -30 - 6 = -36 \text{ dBm}$$

$$BP = P_i - S_0 = -6 - (-36) = 30 \text{ dB}$$

$$BP = \Sigma \text{Perdas} + MS(3) + P_d(0)$$

$$\Sigma \text{Perdas} = 2\alpha_c + \alpha_f L + \Sigma \alpha_e$$

Contribuição das emendas para as perdas

$$A_e = \alpha_e / L_{médio} = 0,25 / 4 = 0,0625 \text{ dB/km}$$

$$\Sigma \text{Perdas} = 2 \times 0,5 + (\alpha_f + A_e)L = 1 + (0,3 + 0,0625)L = 1 + 0,3625L$$

$$BP = \Sigma \text{Perdas} + MS(3) + P_d(0)$$

$$30=1+0,3625L+3+0 \rightarrow L=26/0,3625=71,7 \text{ km}$$

22) Repita o exercício anterior para  $L_{\text{médio}} = 1 \text{ km}$ .

**Solução**

$$A_e=\alpha_e/L_{\text{médio}}=0,25/1=0,25 \text{ dB/km}$$

$$\Sigma\text{Perdas}=1+(0,3+0,25)L=1+0,55L$$

$$30=1+0,55L+3+0 \rightarrow L= 26/0,55=47,3 \text{ km}$$

23) Para o sistema especificado no problema 20, considere os seguintes dados adicionais.

- transmissor óptico: largura espectral rms =  $\sigma_\lambda = 30 \text{ nm}$ ; banda passante elétrica =  $B_{el} = 100 \text{ MHz}$ ;
- fibra óptica: dispersão cromática @  $850 \text{ nm} = m = 110 \text{ ps/nm.km}$ ; banda passante óptica =  $B_{opt} = 100 \text{ MHz.km}$ ;\_coeficiente de acoplamento entre modos =  $q = 0,8$ ;
- receptor óptico: banda passante elétrica =  $B_{el} = 100 \text{ MHz}$ .
- calcule a penalidade por interferência intersimbólica.

**Solução**

- Alargamento de pulso rms do transmissor

$$\text{TX: } B_{el}=100 \text{ MHz} \rightarrow \sigma_{\text{TX}} = \frac{0,159}{\underbrace{100 \times 10^6}_{\substack{\text{resposta} \\ \text{impulsiva} \\ \text{exp onencial}}}} = 1,59 \text{ ns}$$

- Alargamento de pulso rms do receptor

$$\text{RX: } B_{el}=100 \text{ MHz} \rightarrow \sigma_{\text{RX}}=1,59 \text{ ns}$$

**Fibra Óptica**

- Alargamento de pulso rms devido à distorção nodal

$$B_{op}=100 \text{ MHz.km} \rightarrow \sigma_{\text{modal}}/L = \frac{0,188}{\underbrace{100 \times 10^6}_{\substack{\text{resposta} \\ \text{impulsiva} \\ \text{gaussiana}}}} = 1,88 \text{ ns/km}$$

$$\sigma_{\text{modal}} = (\sigma_{\text{modal}}/L) \times L^q = 1,88 \times 1,2^{08} = 2,17 \text{ ns}$$

- Alargamento de pulso rms devido à dispersão cromática

$$\sigma_{\text{crom}} = m \times \Delta\lambda \times L = 110 \times 30 \times 1,2 = 3960 \text{ ps} = 3,96 \text{ ns}$$

- Alargamento de pulso rms total do sistema

$$\sigma_{\text{sist}} = \sqrt{\sigma_{\text{TX}}^2 + \sigma_{\text{modal}}^2 + \sigma_{\text{crom}}^2 + \sigma_{\text{RX}}^2} = \sqrt{1,59^2 + 2,17^2 + 3,96^2 + 1,59^2} = 5,04 \text{ ns}$$

- Penalidade por interferência intersimbólica

$$P_d = -10 \log \left[ 1 - \frac{1}{2} (\pi B_{ef} \sigma_{\text{sist}})^2 \right]$$

$$B_{ef} = 40 \text{ Mbps} \rightarrow B_{ef} \times \sigma_{\text{sist}} = 40 \times 10^6 \times 5,04 \times 10^{-9} = 0,2016$$

$$P_d = -10 \log(1 - 0,5 \times (\pi \times 0,2016)^2) = 0,97 \text{ dB}$$

24) Para o sistema especificado no problema 20 (com os parâmetros adicionais do exercício 23) calcule o alcance limitado por dispersão para uma penalidade por interferência intersimbólica máxima de 2 dB.

### Solução

$$P_d = -10 \log \left[ 1 - \frac{1}{2} (\pi B_{ef} \sigma_{\text{sist}})^2 \right] = 2 \text{ dB que resolvido fornece}$$

$$B_{ef} \times \sigma_{\text{sist}} = 0,2735 \rightarrow \sigma_{\text{sist}} = 6,84 \text{ ns; agora}$$

$$\sigma_{\text{sist}} = \sqrt{\sigma_{\text{TX}}^2 + \sigma_{\text{modal}}^2 + \sigma_{\text{crom}}^2 + \sigma_{\text{RX}}^2}$$

$$6,84^2 = 1,59^2 + (1,88L^q)^2 + (3,3L)^2 + 1,59^2 \rightarrow 11,808 = L^{1,6} + 3,081 L^2$$

que resolvido numericamente fornece  $L \approx 1,74 \text{ km}$ .

## **CAPÍTULO 10**

1) Indique a alternativa correta:

- a) Na transmissão assíncrona o transmissor e o receptor trabalham em frequências diferentes.
- b) A transmissão assíncrona é a mais apropriada para os sistemas de alta capacidade, como mostra o ATM (Modo de Transferência Assíncrono) a 622 Mbps.
- c) Na transmissão assíncrona, o sincronismo é indicado por um *flag* delimitador de quadro.
- d) Na transmissão assíncrona, o sincronismo é mantido por um curto intervalo de tempo, suficiente para a transmissão de um caractere.
- e) Na transmissão assíncrona o transmissor e o receptor compartilham o mesmo sinal de relógio.

### **Solução**

d) Na transmissão assíncrona a especificação define a frequência do sinal de relógio a ser usada no transmissor e receptor. No entanto, durante o funcionamento nenhuma informação de sincronismo é trocada entre eles. Dessa forma, devido à imprecisão dos valores dos componentes, variações de temperatura, oscilações da tensão de alimentação etc, ocorre a deriva do sinal de relógio e o sincronismo só consegue ser mantido por intervalos curtos, como o da transmissão de um caractere.

As outras alternativas não estão corretas pois:

- a) O transmissor e o receptor devem trabalhar na mesma frequência para possuírem a mesma referência de relógio. Teoricamente, portanto, trabalham na mesma frequência nominal, e, na prática, constata-se uma pequena diferença decorrente da precisão dos relógios;
- b) O termo assíncrono do ATM indica apenas a possibilidade de cada aplicação gerar informação sem nenhuma restrição de tempo. Usualmente, o transporte de células A é feito pela rede HDS, que possui, um sistema de sincronismo bastante sofisticado;
- c) Na transmissão assíncrona, quando não há nada a ser transmitido, o sinal é mantido em um nível de repouso, por exemplo, 0 V. Quando um lado deseja transmitir, ele produz em transição no sinal, de 0 para 5V. Esta transição faz com que o receptor acione seu próprio relógio, de frequência nominalmente

igual à do transmissor. A partir desse ponto o receptor está apto a ler os bits transmitidos. Assim, na transmissão assíncrona não é utilizado nenhum *flag* delimitador de quadro;

e) Isto até pode ocorrer para casos bastante específicos de transmissão a uma distância muito curta como, por exemplo, a transmissão de um computador para uma impressora. No caso mais geral, o ideal é transmitir a informação de sincronismo junto com os dados, por meio de uma codificação de linha apropriada.

2) Indique a alternativa errada:

a) Na transmissão síncrona, um bloco de bits é transmitido em fluxo contínuo, sem códigos de *start* ou *stop*.

b) Na transmissão síncrona, o campo de informação do usuário deve ter comprimento fixo.

c) Na transmissão síncrona, os relógios do transmissor e do receptor podem ser sincronizados por meio de uma linha de relógio separada da linha de dados.

d) Na transmissão síncrona, os caracteres de sincronismo podem também atuar como delimitadores de início e fim do quadro síncrono.

e) Na transmissão síncrona, os relógios do transmissor e do receptor podem ser sincronizados por meio de uma codificação de linha apropriada.

### **Solução**

b) O sincronismo não tem nenhuma relação com o conteúdo a ser transmitido. Assim, o campo de informação do usuário pode ter comprimento fixo ou variável.

3) Indique a alternativa errada:

a) As redes HDP são limitadas ao transporte de sinais de voz.

b) As redes HDP apresentam capacidade de gerenciamento limitada pois não há capacidade extra de sinal disponível.

c) As redes HDP são baseadas no multiplex passo-a-passo assíncrono.

d) Nas redes HDP, a multiplexação é feita bit-a-bit.

e) As redes HDP apresentam hierarquias diferentes no Brasil, nos E.U.A e no Japão

### **Solução**

a) As redes HDP foram criadas no contexto da digitalização da planta telefônica, mas não estão limitadas ao transporte do sinal de voz. Podem ser usadas para comunicação de dados, limitadas apenas pela sua capacidade de transporte.

4) Indique a alternativa correta:

- a) Uma rede HDS é essencialmente um sistema de comutação digital.
- b) Em uma rede HDS o meio de transmissão é sempre a fibra óptica.
- c) HDS e SONET são duas siglas diferentes que representam o mesmo sistema de transmissão.
- d) As aplicações das redes HDS são restritas aos sistemas de transmissão de longa distância.
- e) As redes HDS podem multiplexar sinais de taxas diferentes.

### **Solução**

e) ver seção 10.2.2. Sugestão: Apesar de uma rede HDS também realizar comutação, pelo emprego de *cross-connects*, a sua função principal é o transporte da informação de um ponto ao outro. É importante sempre lembrar que o sistema HDS foi proposto alguns anos posteriores ao lançamento dos sistemas SONET. Os sistemas HDS e SONET são compatíveis, mas não são idênticos. O sistema HDS foi originalmente, especificado para utilizar a fibra óptica como meio transmissão. A grande aceitação do HDS pelo mercado fez com que surgissem, e fossem padronizados, os sistemas HDS tendo como infra-estrutura meios de transmissão diferentes: cabo coaxial, ar (transmissão *wireless*).

5) Indique a alternativa correta:

- a) Todo nó de uma rede HDS deve implementar as funções de *add-drop* e *crossconnect*.

- b) Os sistemas HDS foram projetados para transportar apenas os sinais da hierarquia HDP de uma maneira mais econômica e flexível.
- c) Em uma rede HDS o transporte das informações de usuário e de gerência e manutenção utilizam meios de transmissão físicos distintos.
- d) No sistema HDS a unidade básica de informação é o *byte*.
- e) Uma rede HDS é normalmente cliente de uma rede ATM

### **Solução**

d) ver seção 10.2.3

6) Indique a alternativa correta:

- a) Em uma rede HDS toda informação de usuário deve ser montada em um *container* virtual de capacidade apropriada ao seu transporte.
- b) Em relação aos *containers* virtuais VC-12 e VC-4 pode-se afirmar que a capacidade de transporte do VC-12 é maior do que a do VC-4 pois  $12 > 4$ .
- c) Um *container* virtual é montado e desmontado por todos os nós de uma rede HDS.
- d) A capacidade de *overhead* de seção depende da capacidade do *container* virtual que será transportado pelo módulo de transporte síncrono.
- e) Um *container* virtual é montado e desmontado por todos os *add-drop multiplexers* utilizados em uma conexão de uma rede HDS.

### **Solução**

a) ver seção 10.2.3

7) Considere um módulo de transporte síncrono (STM-X) hipotético constituído por 27 colunas e 5 linhas. Sabe-se que o intervalo de repetição de quadro é de 125  $\mu$ s. Indique a alternativa correta:

- a) Cada *byte* do STM-X representa um canal de 16 kbps.
- b) A taxa de transmissão do STM-X é de 8,64 Mbps.
- c) A taxa de transmissão do STM-X é de 864 kbps.
- d) Não é possível calcular a taxa de transmissão do STM-X.

e) Cada *byte* do STM-X representa um canal de 8,64 kbps.

### **Solução**

b) Módulo de transporte síncrono (STM-X). O quadro HDS possui (27 colunas) $\times$ (5 linhas)=135 bytes. Taxa de repetição de quadro=125 $\mu$ s  $\Rightarrow$  taxa de 8000 bytes/s. Cada byte do STM-X representa um canal de: 8000 bytes/s $\times$ 8 bits/s=64 kbits/s. A taxa de transmissão do STM-X é: 135 $\times$ 64 kbits/s=8,64 Mbits/s.

8) Indique a alternativa correta:

- a) Uma subrede é um conjunto de pontos na mesma camada de rede conectados através de enlaces.
- b) Um enlace é uma expressão da relação entre um conjunto de pontos de uma subrede.
- c) Um enlace é uma conexão fixa entre duas subredes adjacentes.
- d) Um enlace utiliza sempre a fibra óptica como meio de transmissão.
- e) Um enlace lógico sempre corresponde a um único enlace físico

### **Solução**

c) A arquitetura funcional das redes de transporte define uma subrede como um conjunto de pontos (ou nós) em que todas as conexões compartilham a mesma capacidade para a transferência da informação. As conexões podem ser flexíveis do ponto de vista do processo de gerenciamento: são pontos de entrada e saída de uma função abstrata definida como uma subrede. Por sua vez, a conexão do tipo inflexível é chamada de enlace. Um conjunto de conexões de enlace entre duas subredes topologicamente adjacentes também é chamada de enlace. Referência [Sex92].

9) Indique a alternativa errada:

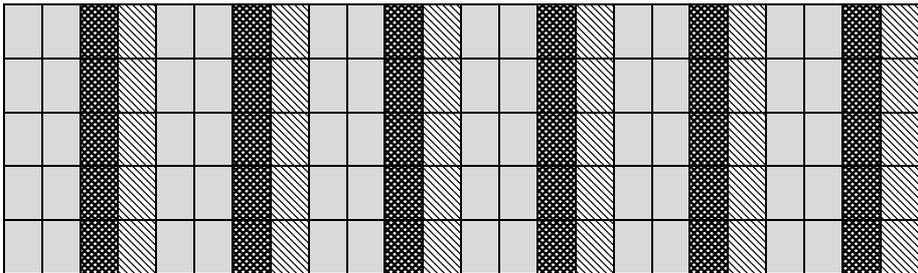
- a) Nos pontos de terminação de *trail* pode-se obter informações a respeito da qualidade de transmissão.
- b) Nos pontos de terminação de *trail* pode-se obter informações a respeito da validade da conexão.

- c) A todo ponto de terminação de *trail* está associado um grupo de acesso à rede HDS.
- d) Nos pontos de terminação de *trail* os *bytes* de *overhead* podem ser modificados.
- e) A todo grupo de acesso à rede HDS está associado um ponto de terminação de *trail*.

### Solução

c) Um ponto de terminação de *trail* é um ponto em que informações sobre uma conexão podem ser inseridas ou lidas, mas não implica necessariamente que nova informação de usuário seja adicionada para transporte, que é o que acontece nos pontos ou grupos de acesso. Referência [Sex92].

10) No quadro abaixo (*payload* do STM-X, totalmente equipado) cada padrão de cor/hachura representa um tributário diferente.



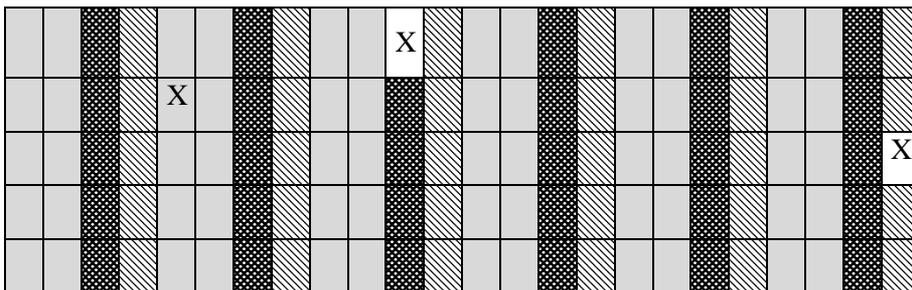
Indique a alternativa correta:

- a) Neste STM-X estão multiplexados três tributários de mesma taxa.
- b) Não é possível saber quantos tributários estão multiplexados.
- c) Neste STM-X estão multiplexados dois tributários com taxa igual a 30 *bytes* por quadro e um tributário com taxa igual a 60 *bytes* por quadro.
- d) Neste STM-X estão multiplexados dois tributários com taxa igual a 60 *bytes* por quadro e um tributário com taxa igual a 30 *bytes* por quadro.
- e) Neste STM-X todos os tributários têm a mesma taxa.

**Solução**

c) Por observação direta da figura.

11) O quadro abaixo representa o *payload* do STM-X, a partir da linha 3, que é a linha de referência para a medida de diferença de fase entre os VCs e o STM. Os *bytes* marcados com “X” representam o primeiro *byte* de cada tributário.



O conteúdo dos ponteiros H1a, H1b e H1c, em notação decimal, é:

- a) H1a = 2, H1b = 7, H1c = 17.
- b) H1a = 7, H1b = 17, H1c = 2.
- c) H1a = 17, H1b = 7, H1c = 2.
- d) H1a = 7, H1b = 2, H1c = 17.
- e) H1a = 17, H1b = 2, H1c = 7

**Solução**

Sugestão: o X que aparece na primeira linha da figura indica o primeiro byte do tributário cujo ponteiro é H1b.

Todas as alternativas estão erradas. O correto é: H1a = 9, H1b = 3 e H1c = 23

12) Para sistemas PCM de 3ª ordem, o CCITT (*Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique*), atual ITU (*International Telecommunications Union*), recomenda a estrutura abaixo representada:

$$12CT/372I/4D_1/380I/4D_2/380I/4D_3/4SD/376I$$

onde:

CT : bits alocados para o código de trama (sincronismo de quadro);

I : bits de informação dos 4 PCMs de ordem inferior;

$D_i$  : bits de controle de *stuffing*;

SD : bits de recheio (*Stuffing Digits*).

Verifique que o sistema proposto acomoda as possíveis variações de frequência dos 4 PCMs plesiócronicos de ordem inferior, cuja taxa nominal e tolerância são de 8,448 Mbits/s $\pm$ 30ppm, e da taxa nominal e tolerância da saída, que é de 34,368 Mbits/s $\pm$ 20ppm. Qual o *frame rate* neste caso (taxa de repetição de quadro) e qual é a interpretação física deste parâmetro?

### Solução

Os extremos a serem examinados correspondem a:

8,448 M bits/s + 30 ppm com 34,368 M bits/s - 20 ppm e

8,448 M bits/s - 30 ppm com 34,368 M bits/s + 20 ppm e

observe que não é simétrico; assim, em princípio, os dois extremos devem ser examinados.

Nos dois casos existem

12 bits para CT

12 bits para D: (i = 1, 2, 3)

4 bits para SD

1508 bits para I

E, portanto, 1536 bits no quadro inteiro. Desta forma num quadro podem ser transmitidos

1508 a 1512 bits I dependendo de como se usa os bits de *stuffing*.

### Caso A

8,448-30 ppm  $\Rightarrow$   $f_a=8.447.746,56$  Hz  $\Rightarrow$  tempo de duração por bit é de  
 $T_a=118,375$  ns

34,368+20 ppm  $\Rightarrow$   $f'_a=34.369.031,04$  Hz  $\Rightarrow$  tempo de duração por bit é de  
 $T'_a=29,096$  ns  $\Rightarrow$  1 quadro durará  $1536T'_a=44,691$  ns e neste período ter-se á

$\frac{44,691}{118,375} = \text{bits por PCM de ordem inferior} = 377,54 \Rightarrow$  num enlace a cada quadro haverá 377 ou 378 bits.

Como são 4 PCM's de ordem inferior, serão  $4 \times 377$  até no máximo  $4 \times 378$  bits por quadro, isto é

1.508 até 1.512 e, portanto, o sistema acomoda.

### Caso B

Seguindo o mesmo raciocínio

$$\left( \frac{1536 \times \frac{1}{34,368 \times 10^6 - 20 \text{ ppm}}}{\frac{1}{8,448 \times 10^6 + 30 \text{ ppm}}} \right) = \frac{44,6936 \text{ ns}}{118,368 \text{ ns}} = 377,58 \text{ bits}$$

e recai-se no caso anterior.

O frame rate nominal é de  $\left( 1536 \times \frac{1}{34,368 \times 10^6} \right)^{-1} = 22,375 \text{ kHz}$  e

corresponde a taxa de quadros; indicando, por exemplo, o *timing* de sincronismo necessário em CT.

13) Repita o problema anterior para a estrutura de 4ª ordem abaixo representada:

$$16\text{CT}/472\text{I}/4\text{D}_1/484\text{I}/4\text{D}_2/484\text{I}/4\text{D}_3/484\text{I}/4\text{D}_4/484\text{I}/4\text{D}_5/4\text{SD}/480\text{I}$$

onde agora a taxa nominal e tolerância dos formantes são de 34,368 Mb/s/ $\pm 20$ ppm; e a taxa nominal e tolerância da saída é de 139,264 Mb/s/ $\pm 15$ ppm.

### Solução

A estrutura acomoda  $472 + 4 \times 484 + 480 = 2.888$  bits de informação (tipo I) e 4 bits adicionais de *stuffing* (tipo SD), num total de 2.928 bits. As verificações, nos pontos extremos de funcionamento, são:

$$\frac{2.928 \times \frac{1}{139,264 \times 10^6 + 15 \times 139,26}}{\frac{1}{34,368 \times 10^6 - 20 \times 34,368}} = 722,555;$$

e no outro extremo:

$$\frac{2.928 \times \frac{1}{139,264 \times 10^6 - 15 \times 139,26}}{\frac{1}{34,368 \times 10^6 + 20 \times 34,368}} = 722,606$$

o que indica que, nos dois casos extremos, cada enlace formante, no intervalo de tempo da estrutura descrita, colaborará com 722 ou 723 bits. Assim, o sistema deve acomodar de  $722 \times 4 = 2.888$  bits (que é de fato a totalidade dos bits tipo I) até  $723 \times 4 = 2.892$  bits (valor anterior, acrescido dos 4 bits tipo SD).

14) Na Hierarquia Digital Síncrona (SDH) a estrutura de primeira ordem (STM-1) acomoda 63 enlaces PCM básicos de 2,048 Mbits/s, de forma transparente, com uma taxa de transmissão de 155,52 Mbits/s. Já o STM-4 é construído a partir da multiplexação de 4 destes levando à uma taxa de 622,08 Mbits/s. Este sistema (STM-4) mantém a transparência? Explique.

### **Solução**

Sim, pois seus formantes são transparentes e a multiplexação é síncrona.

15) Para PCMs de 2ª ordem a tolerância permitida na taxa de transmissão é de  $\pm 30$  ppm. A estrutura proposta, conforme recomendação do CCITT, atende a 4 sistemas de 1ª ordem com que tolerância mínima? (isto é: nominalmente as " $\pm 50$  ppm" poderiam desviar-se até que valor?)

### **Solução**

A estrutura proposta pela ITU (*International Telecommunication Union*, antigo CCITT) na Recomendação G.742 neste caso é:

$$12CT/200I/4D1/208I/4D2/208I/4D3/4SD/204I$$

onde:

- CT : bits alocados para o código de trama (sincronismo de quadro);  
 I : bits de informação dos 4 PCMs de ordem inferior;  
 D<sub>i</sub> : bits de controle de *stuffing*;  
 SD : bits de recheio (*Stuffing Digits*).

A estrutura acomoda então  $200+2\times 208+204=820$  bits de informação (tipo I) e 4 bits adicionais de *stuffing* (tipo SD), de um total de 848 bits do quadro. As verificações, nos pontos extremos de funcionamento, considerando que cada um dos 4 formantes deverá gerar 205 (totalizando os 820 da estrutura) ou 206 (os 820 anteriores acrescidos de 4 de SD) bits no intervalo de um quadro, são:

$$\frac{848 \times \frac{1}{8,448 \times 10^6 + 30 \times 8,448}}{\frac{1}{2,048 \times 10^6 - x}} \geq 205$$

e, portanto,  $x \leq 5.674,6$  Hz ou 2.770 ppm; e no outro extremo:

$$\frac{848 \times \frac{1}{8,448 \times 10^6 - 30 \times 8,448}}{\frac{1}{2,048 \times 10^6 + x'}} \leq 206$$

e, portanto,  $x' \leq 4.164,8$  Hz ou 2.033 ppm.

Assim, para uma excursão simétrica prevalecerá o menor valor e, portanto, poder-se-ia ter, aproximadamente, 2 partes por mil.

Este valor elevado para a tolerância reforça a robustez da estrutura proposta.

16) Na Hierarquia Digital Síncrona (SDH) a estrutura de primeira ordem (STM-1) pode acomodar 63 enlaces PCM básicos de 2,048 Mbits/s, de forma transparente, com uma taxa de transmissão final de 155,52 Mbits/s. Pode, por outro lado, acomodar também sistemas PCM plesiócronicos de 34,368 Mbits/s e de 139,264 Mbits/s, de forma combinada ou isolada. Liste estas várias alternativas e verifique qual delas é a mais eficiente, em termos de canais transmitidos. Aponte as vantagens, e desvantagens, de cada alternativa.

## **Solução**

As possibilidades de canalização do STM-1, já em ordem decrescente de capacidade, são: 1) 1 sistema de 139,264 Mbits/s  $\Rightarrow$  1.920 canais vocais; 2) 63 sistemas de 2,048 Mbits/s  $\Rightarrow 3 \times 7 \times 3 \times 30 = 1.890$  canais vocais; 3) 1 sistema de 34,368 Mbits/s com 42 sistemas de 2,048 Mbits/s  $\Rightarrow 480 + 42 \times 30 = 1.740$  canais vocais; 4) 2 sistemas de 34,368 Mbits/s com 21 sistemas de 2,048 Mbits/s  $\Rightarrow 2 \times 480 + 21 \times 30 = 1.590$  canais vocais; 5) 3 sistemas de 34,368 Mbits/s  $\Rightarrow 3 \times 480 = 1.440$  canais vocais.

Apenas o segundo (63 sistemas de 2,048 Mbits/s) é transparente, o que pode ser importante para a simplificação de equipamentos/procedimentos. Todas as demais combinações não são transparentes, pois envolvem formantes que não são. Esse fato exige a demodulação completa nos terminais para retirada de informação.

## **CAPÍTULO 11**

1) Em relação às especificações do ATM pode-se afirmar que:

- a) o ATM descreve somente o formato de células de 53 *bytes* sem se preocupar com taxas de transmissão, formato de quadros para transporte e meios de transmissão.
- b) o ATM descreve o formato de células de 53 *bytes* e o meio de transmissão deve ser a fibra óptica.
- c) o ATM descreve o formato de células de 53 *bytes* e as taxas de transmissão são restritas às das redes HDS/SONET.
- d) o ATM descreve o formato de células de 53 *bytes* que devem necessariamente ser transportadas por quadros HDS/SONET.
- e) o ATM descreve um único formato de 53 *bytes* a ser utilizado tanto na UNI quanto na NNI.

## **Resposta**

- a) Ver seção 11.3

2) Assinale a alternativa correta:

- a) no ATM a banda passante oferecida ao usuário é fixa e determinada pela taxa de transmissão da linha física que o conecta ao comutador ATM.
- b) o ATM é orientado a conexões criando circuitos virtuais.
- c) o ATM é uma tecnologia de multiplexação de posição, também chamada de multiplexação determinística.
- d) o ATM é uma tecnologia de comutação de circuito.
- e) o ATM só pode ser utilizado como tecnologia de implementação de serviços B-ISDN.

**Resposta**

- b) Ver seção 11.4.3

3) Assinale a alternativa correta:

- a) no ATM um canal lógico é identificado somente pelo número do enlace físico.
- b) no ATM um canal lógico é identificado somente pela sua identidade composta do par (VPI, VCI).
- c) a identidade de um canal lógico é necessariamente constante ao longo de toda a conexão na rede ATM.
- d) cada usuário ao se registrar na rede ATM recebe um par (VPI, VCI) que é utilizado para identificar todas as suas conexões.
- e) no ATM um canal lógico é identificado pelo número do enlace físico e por sua identidade.

**Resposta**

- b) Ver seção 11.4.2

Sugestão: um canal lógico é definido na fase de estabelecimento da conexão. Uma conexão só é estabelecida se todos os comutadores ATM, que fazem parte do circuito virtual, aceitarem o pedido de conexão e, nesse caso, atribuem um identificador ao canal lógico, cuja validade é local.

- 4) Em relação à arquitetura de referência RDSI-FL pode-se afirmar que:
- a) ela é composta apenas por dois planos: plano de controle e plano de usuário. O plano de gerenciamento não faz parte da arquitetura de referência.
  - b) no plano de gerenciamento encontram-se: gerenciamento de camadas e gerenciamento de planos.
  - c) a camada de adaptação ao ATM está presente apenas no plano de usuário.
  - d) os planos de controle e de usuário empregam exatamente os mesmos protocolos.
  - e) a camada ATM corresponde à camada 3 do modelo de referência de 7 camadas ISO/OSI.

**Resposta**

- b) Ver seção 11.4.1

5) Em relação aos comutadores que constituem uma rede ATM, pode-se afirmar que:

- a) há comutadores que realizam apenas a comutação de VPs.
- b) há comutadores que realizam apenas a comutação de VCs.
- c) os comutadores sempre realizam a comutação de VPs e de VCs.
- d) os comutadores sempre realizam a comutação de VCs.
- e) os comutadores que realizam a comutação de VPs devem poder realizar a comutação de VCs.

**Resposta**

- c) Ver seção 11.4.4

6) Em relação ao *byte* HEC do cabeçalho de uma rede ATM pode-se afirmar que:

- a) ele tem a capacidade de detectar erros ocorridos tanto no cabeçalho quanto no *payload* da célula.
- b) a única função do HEC é a de detectar erros no cabeçalho da célula.

- c) o HEC detecta erros no cabeçalho da célula, pode corrigir erros de 1 bit no cabeçalho e também é utilizado para realizar o delineamento de célula.
- d) o HEC tem a mesma função que a de um *flag* de um quadro LAPB.
- e) o HEC tem a função de detectar erros múltiplos no *payload* da célula.

**Resposta**

c) Ver seções 11.4.2 e 11.4.2.5. Sugestão: o HEC tem mais de uma função e atua somente sobre o cabeçalho da célula ATM.

7) Assinale a alternativa correta:

- a) a camada ATM é a responsável por agregar informações que garantam a qualidade de serviço exigida pelo usuário.
- b) o VC constitui a conexão elementar em ATM, provendo conexões bidirecionais simétricas ou assimétricas.
- c) a camada ATM não implementa nenhum controle de erro pois tal funcionalidade é responsabilidade das AALs.
- d) o VC constitui a conexão elementar em ATM provendo apenas serviços do tipo ponto-a-ponto.
- e) um VC não preserva o sequenciamento de células.

**Resposta**

b) Ver seção 11.4.2.2

8) Assinale a alternativa correta:

- a) células com o bit CLP = 1 devem ser descartadas pela rede.
- b) células com o bit CLP = 0 devem ser descartadas pela rede.
- c) células com o bit CLP = 0 podem ter este bit alterado para 1, por um comutador ATM, somente em caso de congestionamento da rede.
- d) células com o bit CLP = 1 são prioritárias e devem ser transmitidas antes das células com o bit CLP = 0.

e) células com o bit CLP = 0 são prioritárias, mas podem ser rebaixadas (CLP = 1) em caso de violação do contrato de tráfego estabelecido entre o usuário e a rede.

### **Resposta**

e) Ver seção 11.4.2.4. Sugestão: o bit CLP (*Cell Loss Priority*) indica a prioridade de uma célula, para se decidir qual célula descartar, quando ocorre um congestionamento na rede. As células que violam os parâmetros definidos no momento do estabelecimento da conexão passam a ser consideradas células de menor prioridade.

9) Assinale a alternativa correta:

a) as camadas AAL são constituídas por protocolos que visam atender às diferentes classes de serviço especificadas pelo ATM fórum.

b) a camada AAL1 é específica para a transmissão de vídeo comprimido.

c) as camadas AAL3/4 e AAL5 possuem exatamente a mesma funcionalidade diferenciando-se apenas pela eficiência de implementação.

d) as camadas AAL não implementam controle de erro pois tal funcionalidade é provida pela camada ATM.

e) não existe a AAL2.

### **Resposta**

a) Ver seção 11.4.3. Sugestão: as camadas de adaptação ATM estão associadas a capacidades de transferência. Assim, a AAL1 está associada à capacidade CBR, a AAL3/4 está associada à capacidade VBR etc.

10) Assinale a alternativa correta:

a) qualquer que seja a capacidade de transferência desejada de uma rede ATM, todos os parâmetros de tráfego e de QoS devem ser especificados.

b) para uma capacidade de transferência do tipo UBR o *peak cell rate* deve ser especificado.

c) para uma capacidade de transferência do tipo rt-VBR o *cell loss rate* deve ser especificado.

d) os parâmetros especificados para as capacidades de transferência UBR e ABR são os mesmos.

e) os parâmetros especificados para as capacidades de transferência rt-VBR e nrt-VBR são os mesmos.

**Resposta**

c) Ver seção 11.4.5

**CAPÍTULO 12**

1) Para um "assinante digital", na variante de transmissão por surtos, derivou-se uma fórmula para o cálculo da distância máxima à CL (Central Local) correspondente, impondo uma limitação no tempo total disponível para a repetição cíclica do processo e levando em conta ser a transmissão por surtos intervalada de T, os atrasos  $\tau$  de transmissão e recepção etc. Nessa arquitetura por divisão temporal pode-se aumentar o alcance do sistema por acumulação de amostras sucessivas e transmissão das mesmas em pacotes mais espaçados no tempo. Considerando-se ser necessário um bit para sincronismo e um para sinalização, escreva uma expressão para a melhoria assim obtida (faça hipóteses adicionais, se necessário, para os demais termos). Qual a limitação desta estratégia?

**Solução**

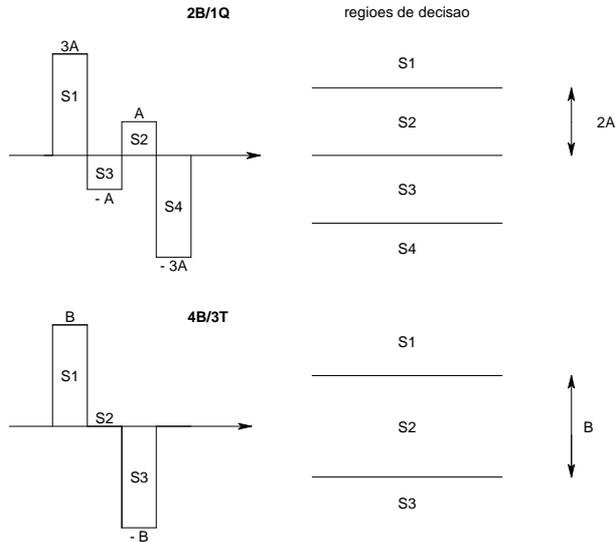
Nesse caso  $l'_{\max} = \frac{NT - 2(n'/f_1)}{2\tau_2}$  onde  $n' = 2 + 8N$ ; supondo o mesmo  $f_1$ , a

distância pode ser aumentada por, aproximadamente, N vezes. A limitação advém do atraso introduzido (NT) pelo processo.

2) Na arquitetura de assinante digital (RDSI) por transmissão simultânea (*full duplex*) e separação por híbrido e cancelador de eco, é usual trabalhar-se com códigos de linha que diminuem a banda necessária. Compare, em termos de banda e potência necessárias, as alternativas 4B/3T e 2B/1Q dentro da hipótese de se ter (64+64+16+16) kbits/s em cada sentido de transmissão (usualmente denominado 2B+2D). O que se pode afirmar em relação ao alcance?

### Solução

Em relação ao 4B/3T a banda no 2B/1Q é menor por um fator  $(f_0/2)/(3f_0/4)=2/3$ ; exige uma potência maior (vide adiante) para um mesmo desempenho (BER) assintótico e tem alcance maior (pela atenuação menor).



Admitindo-se símbolos equiprováveis, a potência média no caso 2B/1Q calcula-se por

$$P_1 = \overline{E_s} \times \frac{f_0}{2} = \frac{[2 \times 9A^2 + 2 \times A^2] \times \left[\frac{f_0}{2}\right]^{-1}}{4} \times \frac{f_0}{2} = 5A^2$$

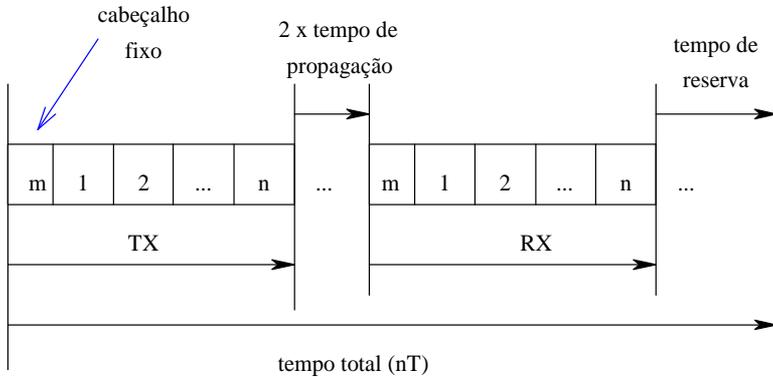
E no caso 4B/3T por

$$P_2 = \overline{E_s} \times \frac{3f_0}{4} = \frac{[2 \times B^2 + 0] \times \left[\frac{3f_0}{4}\right]^{-1}}{3} \times \frac{3f_0}{4} = \frac{2B^2}{3}$$

Impondo-se o mesmo desempenho (BER) assintótico deve-se ter  $2A=B$  e

assim  $P_1 = 5A^2 = 5\left[\frac{B}{2}\right]^2 = 1,25B^2$  que é maior do que  $P_2$ .

3) Para um assinante digital (RDSI) considere a solução de transmissão por *burst* (surto ou rajada), para a separação dos dois sentidos de comunicação, com a estrutura adiante indicada:

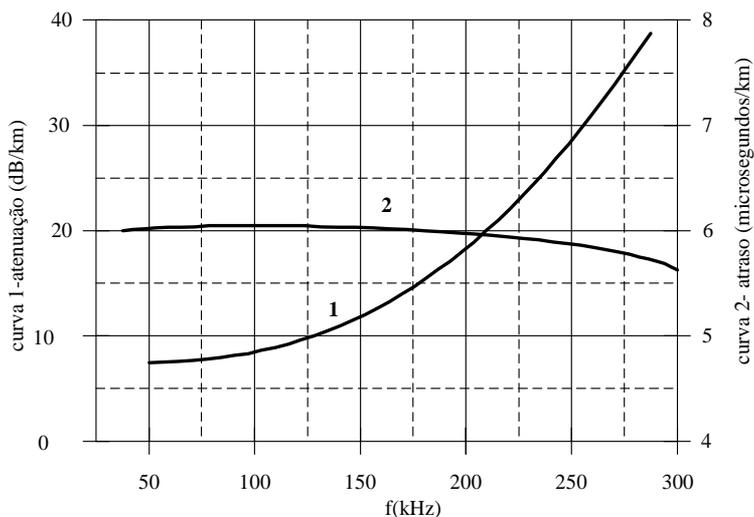


nos casos:

$$(B + D) \rightarrow (64 + 16) \text{ kbits/s} = 80 \text{ kbits/s} \quad \text{caso I}$$

$$(B + B + D) \rightarrow (64 + 64 + 16) \text{ kbits/s} = 144 \text{ kbits/s} \quad \text{caso II}$$

Complete a tabela a seguir dado ainda que: o atraso na linha do assinante, dado na figura a seguir, pode ser considerado, aproximadamente, constante na faixa de frequências utilizada; a máxima atenuação permitida (sem repetidor) é de 50 dB, na frequência central do sinal transmitido; o código de linha utilizado na transmissão é o HDB-3 (*High Density Bipolar-3*) e a curva de atenuação do par telefônico é a especificada.



parâmetro caso	m (bits)	n	n° de bits por bloco TX	taxa na linha (kbits/s)	tempo de reserva ( $\mu$ s)	alcance do assinante (km)
I	1	2		256		
II	8	8		360		

### Solução

#### Determinação da limitação pela atenuação

Com as taxas de 256/360 kbits/s e o uso do código de linha HDB-3 os picos da DEP do sinal de linha estarão em 128/180 kHz, nos casos I e II, respectivamente. Nestes pontos as atenuações de linha são de 10/15 dB/km, respectivamente. Como a atenuação máxima de linha permitida é de 50 dB isso implica num alcance máximo (limitado por atenuação) de  $\ell' = 5,0/3,33$  km, nos casos I e II, respectivamente.

#### Determinação da limitação pelo atraso

No caso convencional a limitação por atraso impõe  $\ell \leq \frac{T - \frac{2n'}{f_1}}{2\tau}$ . Adequando

esta desigualdade para n blocos  $\ell' \leq \frac{nT - \frac{2n'}{f_1}}{2\tau}$ , onde:

T : período de amostragem para um PCM convencional (125 μs);

n : número de blocos transmitidos por surto (2 e 8, nos casos I e II, respectivamente);

nT : tempo máximo disponível para transmissão/recepção;

τ : atraso da linha, por unidade de comprimento (pelo gráfico, nos dois casos 6 μs/km);

f<sub>1</sub> : taxa de transmissão do surto de dados (256/360 kbits/s, nos casos I e II, respectivamente);

n' : número de bits transmitidos em cada surto (1(m)+2(n)x(8(B)+2(D))=21 e 8(m)+8(n)x(8(B)+8(B)+2(D))=152, nos casos I e II, respectivamente).

(note que o canal D corresponde a um canal de dados com uma taxa ¼ da de B; assim 8 bits de B (uma amostra PCM) correspondem à 2 de D)

Assim tem-se no caso I

$$\ell' \leq \frac{2 \times 125 \times 10^{-6} - \frac{2 \times 21}{256 \times 10^3}}{2 \times 6 \times 10^{-6}} = 7,16 \text{ km que ultrapassa o fator limitante}$$

anterior, da atenuação; assim prevalece a distância de 5 km.

E no caso II

$$\ell' \leq \frac{8 \times 125 \times 10^{-6} - \frac{2 \times 152}{360 \times 10^3}}{2 \times 6 \times 10^{-6}} = 12,96 \text{ km e, novamente, a limitação é imposta}$$

pela atenuação de 50 dB na linha, isto é, 3,33 km.

Os tempos de reserva podem ser determinados por:

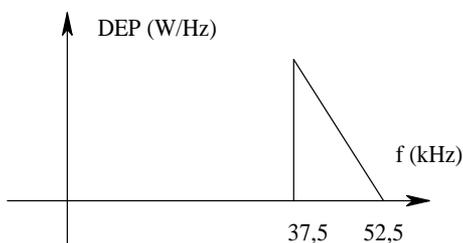
$$\text{no caso I: } 2 \times 125 \times 10^{-6} - \left( 5 \times 2 \times 6 \times 10^{-6} + \frac{2 \times 21}{256 \times 10^3} \right) = 25,9 \times 10^{-6}$$

no caso II:  $8 \times 125 \times 10^{-6} - \left( 3,33 \times 2 \times 6 \times 10^{-6} + \frac{2 \times 152}{360 \times 10^3} \right) = 115,6 \times 10^{-6}$

E assim pode-se completar a tabela:

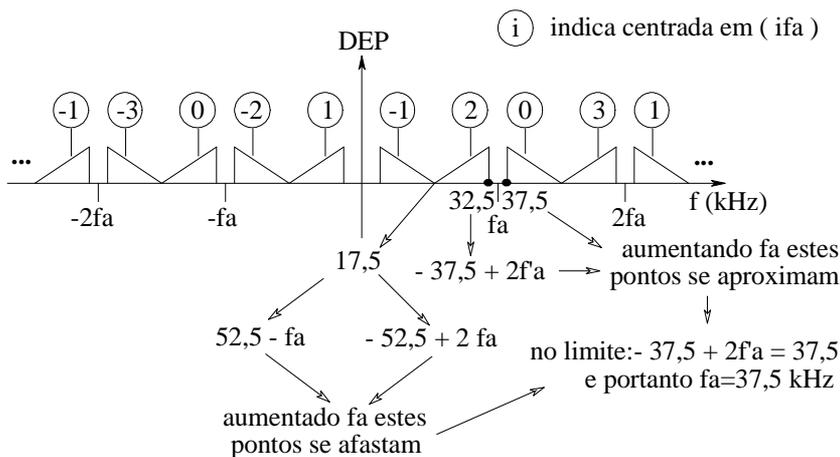
parâmetro	Cabeçalho (m)	(n)	n° de bits por bloco TX (n')	taxa na linha (kbits/s)	tempo de reserva (µs)	alcance do assinante (km)
Caso I	1 bit	2	21	256	25,9	5,0
Caso II	8 bits	8	152	360	115,6	3,33

4) Qual a frequência de amostragem mínima para um sinal cuja DEP (Densidade Espectral de Potência) é a adiante representada? Esboce o espectro do sinal amostrado nestas condições e mostre como dele pode-se recuperar o sinal original. Qual a taxa de amostragem máxima, a partir deste mínimo e ainda inferior à de Nyquist, para este sinal? Explique. Se este sinal for codificado com um A/D (conversor Analógico/Digital) linear de 16 bits, qual será a taxa de transmissão correspondente?



### Solução

A DEP do sinal amostrado é:



e assim,  $35 \leq f_{a_{\min}} \leq 37,5$  kamostras/s; para  $f_a = 35$  kamostras/s e amostras codificadas com 16 bits,  $f_T = 560$  kbits/s; para recuperação basta um filtro passa faixas centrado na faixa do sinal original (37,5/52,5 kHz, indicado por  $i=0$  na figura).

5) Para um "assinante digital", na variante de transmissão por surtos, derive uma fórmula para o cálculo da distância máxima à Central Local correspondente, impondo uma limitação no tempo total disponível para a repetição cíclica do processo e levando em conta ser a transmissão por surtos intervalada de  $T$ , os atrasos  $\tau$  de transmissão e recepção etc. Evidentemente, uma outra limitação advém do fato de o mesmo ter que ser telealimentado pela Central, por razões de confiabilidade. Assuma que o telefone digital do assinante tenha uma tensão de alimentação mínima necessária de  $V_1$  volts e uma potência dissipada de  $P_1$  watts. Sendo a tensão disponível na Central  $V_0$  ( $\geq V_1$ ) volts e a linha do assinante de  $R_1$  ohms/km, em *loop*, qual é a distância máxima deste assinante,  $l_{\max}$ , até a sua Central Local, levando em conta as duas limitações?

### Solução

A corrente consumida pelo sistema será  $P_1/V_1$  o que provoca uma perda na linha de  $(P_1/V_1) \times \ell \times R_1$  e assim deve-se impor:  $V_1 + (P_1/V_1) \times \ell \times R_1 \leq V_0$  e assim  $\ell \leq (V_0 - V_1) / (P_1 \times R_1 / V_1)$ ;

Por outro lado sabe-se que  $\ell \leq \frac{T - \frac{2n'}{f_1}}{2\tau}$  (veja problemas 1 e 3 deste capítulo).

Portanto, prevalecerá o menor dos dois valores assim obtidos.

6) Considere o teorema da amostragem para sinais passa-banda. Verifique que para  $M'=1$  recai-se na taxa de Nyquist. Verifique também que para

$(\frac{B_0}{B}+1) \gg 1$  resulta  $f_0 \cong 2B$ . Interprete esse último resultado.

### **Solução**

No caso  $M'=1$  da relação  $(B_0+B)/B=B_0/B+1=1+K \Rightarrow K=B_0/B$ . Assim  $f_{\min}=2B(1+K/M')=2B(1+B_0/B)=2(B+B_0)$ , que corresponde ao Teorema da Amostragem convencional (taxa de Nyquist). No caso limite de se ter  $M' \rightarrow \infty$   $f_{\min}=2B(1+K/M')=2B$ , pois  $K$  é limitado.

## **CAPÍTULO 13**

1) Em uma Central Tandem com comutação digital, os enlaces PCM de entrada, e saída, são à taxa nominal de 2,048 Mb/s e síncronos. A matriz de comutação é do tipo TST, com blocos T de entrada, e saída, de 512 posições de 8 bits. Esta Central Tandem é utilizada para interconectar 32 Centrais Locais, que se comunicam com esta Tandem através de um enlace PCM em 8 delas e 5 enlaces para as demais.

a) esboce, e dimensione, a estrutura da matriz de comutação, inclusive memórias de controle associadas, em duas situações distintas: número de canais internos igual ao número de canais externos (doravante denominado caso 1) e número de canais internos igual ao dobro do número de canais externos (idem, caso 2);

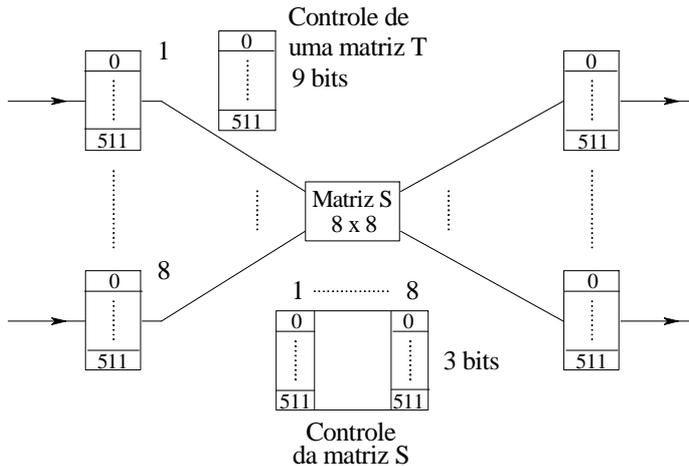
b) para confirmar a forte influência das ocupações de canal ( $p$ ) sobre a probabilidade de bloqueio, trace a curva da probabilidade de bloqueio em função de  $p$ , no caso 1 acima (escalas lineares e com  $p$  variando em passos de 0,1);

c) calcule a velocidade requerida no estágio espacial, para os casos 1 e 2 acima, nas duas hipóteses: transferência de dados de forma serial e paralela;

d) nos casos 1 e 2 acima, para um canal fixo na entrada e um outro na saída, quantas são as formas possíveis, e distintas, de se interconnectá-los? Explique.

**Solução**

a) total de enlaces:  $8+(32-8)\times 5=128 \Rightarrow 128\times 32=4.096$  canais no total. Como os blocos T são para 512 canais serão necessários 8 blocos T. Para o caso 1:



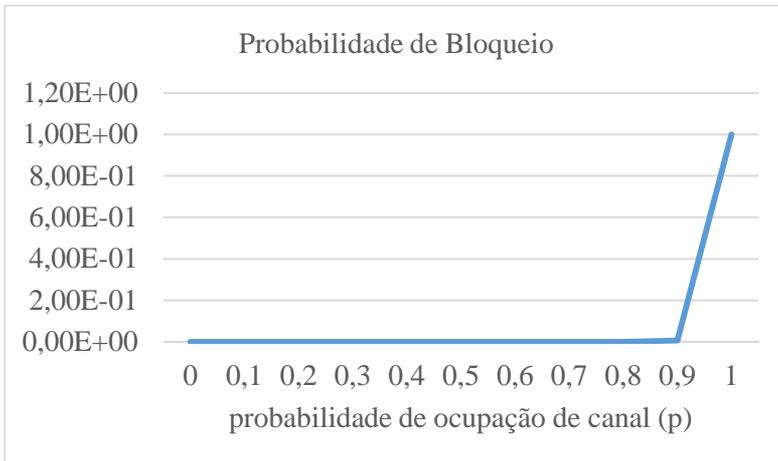
Memórias de controle:  $512\times 9\times 8\times 2+512\times 3\times 8=86.016$  bits; memórias de dados:  $512\times 8\times 8\times 2=65.536$  bits.

Para o caso 2 deve-se ter 1.024 canais internos (2 leituras para cada escrita, na entrada). Assim, em relação à figura anterior, a alteração ocorre apenas nas matrizes de controle que passam a ter 1.024 posições; portanto:

Memórias de controle:  $1.024\times 9\times 8\times 2+1.024\times 3\times 8=172.032$  bits; memórias de dados: idêntico ao anterior= $65.536$  bits.

b) O bloqueio é dado por:  $B=[p(2-p)]^{512}$ . Observa-se que para valores de  $p<0,8$  o bloqueio é sempre  $B<10^{-10}$ , evidenciando que o bloqueio ocorre apenas para valores muito altos de carga; por exemplo, resolvendo a equação  $B=0,1$  obtém-se  $p=0,93$ .

<b>p</b>	<b>B</b>
0,0	0,0
0,1	0,00E+00
0,2	6,71E-228
0,3	1,89E-150
0,4	5,81E-100
0,5	1,07E-64
0,6	1,70E-39
0,7	1,07E-21
0,8	8,37E-10
0,9	5,82E-03
1	1,00E+00



c) Caso 1, serial:  $(512 \times 2 \times 8) / (125 \times 10^{-6}) = 65,536$  Mbits/s; no paralelo será 8× mais lento: 8,192 Mbits/s; caso 2, serial:  $(512 \times 3 \times 8) / (125 \times 10^{-6}) = 98,304$  Mbits/s e no paralelo: 12,288 Mbits/s.

d) O caminho físico é sempre único, entretanto, no caso 1 tem-se 512 oportunidades no tempo (*slots*) para a comutação e no caso 2, 1.024.

2) Dado que se deseja comutar 2.048 enlaces PCM síncronos de 2,048 Mbits/s, considere as seguintes alternativas possíveis:

A- estrutura TST, com blocos T de 128 canais, transferência serial no estágio S e idênticos ciclos para escrita e leitura;

B- como no caso acima, apenas modificando os blocos T de entrada, e saída, para 256 canais.

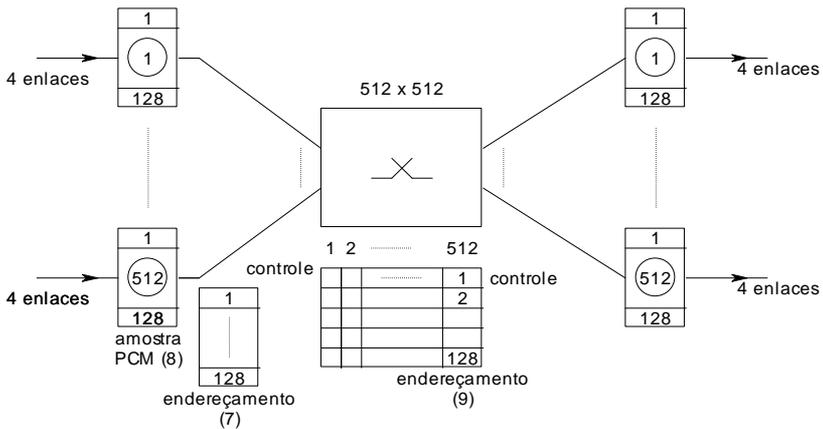
Esboce as duas estruturas correspondentes e compare as soluções em termos de: memória de controle necessária, velocidade requerida no estágio espacial e probabilidade de bloqueio (para esta última comparação considere uma probabilidade de ocupação de canal de  $p=0,7$ ).

**Solução**

Caso A:

Bloco T de 128 canais  $\Rightarrow$  cada bloco T aceita  $\frac{128}{32}=4$  enlaces de 2,048 M

bits/s  $\Rightarrow$  deve-se ter  $\frac{2.048}{4}=512$  blocos T de entrada (e saída) no total.



Memória de dados:  $128 \times 8 \times 512 \times 2 = 1,048$  M bits

Memória de controle:  $128 \times 7 \times 512 \times 2 + 512 \times 128 \times 9 = 1,507$  M bits

Pontos de cruzamento:  $512 \times 512 = 262$  K pontos

$$\text{Velocidade: } \left( \frac{125 \times 10^{-6}}{2 \times 128 \times 8} \right)^{-1} = 16,384 \text{ M bits/s}$$

$$\text{Probabilidade de bloqueio: } B = [p(2-p)]^n = (0,7 \times 1,3)^{128} = 5,7 \times 10^{-6}$$

### Caso B:

Com blocos T de 256 canais acomodam-se 8 enlaces por bloco T  $\left( \frac{256}{32} = 8 \right)$

e portanto serão necessários  $\frac{2.048}{8} = 256$  blocos T de entrada (e saída). A matriz S resultará em  $256 \times 256$  e os quesitos solicitados serão:

Memória de dados:  $256 \times 8 \times 256 \times 2 = 1,048 \text{ M bits}$ ; idêntico ao caso anterior já que o número de canais a armazenar não muda.

Memória de controle:  $256 \times 8 \times 256 \times 2 + 256 \times 256 \times 8 = 1,573 \text{ M bits}$ ; apenas 4% superior ao caso anterior.

Pontos de cruzamento:  $256 \times 256 = 65,5 \text{ K pontos}$ ; 4 vezes inferior ao caso anterior.

$$\text{Velocidade } \left( \frac{125 \times 10^{-6}}{2 \times 256 \times 8} \right)^{-1} = 32,768 \text{ M bits/s; dobro do caso anterior.}$$

$B = [0,7 \times 1,3]^{256} = 3,27 \times 10^{-11}$ ; bem inferior ao caso anterior, pois agora há mais opções para uma determinada conexão no tempo.

3) Considere uma estrutura de comutação digital TST com blocos T de entrada de 128 canais vocais e igual número de canais internos. Qual a probabilidade de bloqueio considerando-se uma taxa de ocupação média dos canais de  $p=0,7$ ?

### Solução

$$B = [p(2-p)]^{128} = 5,71 \times 10^{-6}$$

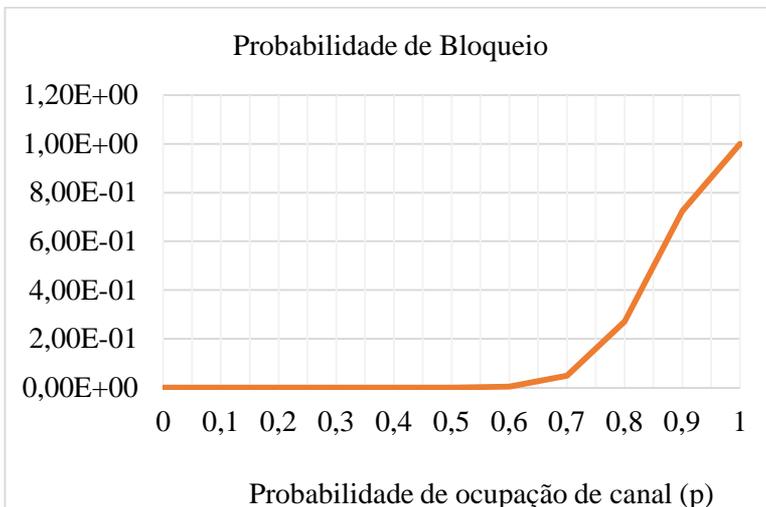
4) Considere uma estrutura de comutação digital TST com 32 canais por bloco T de entrada e número de canais internos igual aos externos. Para confirmar a forte influência da ocupação de canal sobre a probabilidade de

bloqueio, trace a curva correspondente em função de p, neste caso. Interprete o resultado e observe (explique) que este cálculo independe do número de canais da estrutura.

**Solução**

Quando o número de canais internos=número de canais externos, a probabilidade de bloqueio calcula-se por:  $B = [p(2 - p)]^{32}$ . Mostra-se a seguir esta função por meio de uma tabela e um gráfico.

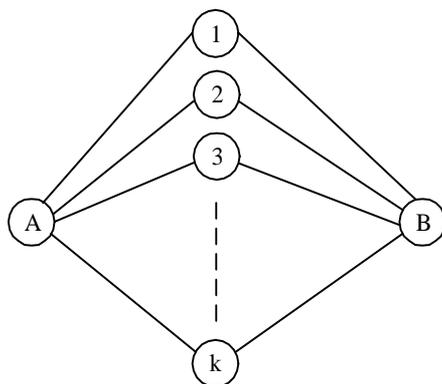
p	B
0,0	0,0
0,1	8,32E-24
0,2	6,33E-15
0,3	4,39E-10
0,4	6,28E-07
0,5	1,00E-04
0,6	3,78E-03
0,7	4,89E-02
0,8	2,71E-01
0,9	7,25E-01
1	1,00E+00



Observe pela tabela (e gráfico) que a probabilidade de bloqueio cresce muito rapidamente a partir de um ponto de ocupação que pode ser considerado normal para um tronco, indicando que uma rede de comutação quando em sobrecarga pode ter uma probabilidade de bloqueio muito superior ao projetado.

A independência em relação ao número total de canais deve-se ao fato de que o que importa é o número de oportunidades que se tem em um bloco T de entrada, num período fixo e isso independe de quantos são os blocos, pois a observação vale para todos, em paralelo no tempo.

5) A fórmula de bloqueio devida a Jacobaeus (1950) foi simplificada por Lee (1955) com o seguinte modelo. Seja a figura adiante para o estabelecimento de uma conexão entre os acessos A e B.



Sejam  $q$ : a probabilidade de um dado link estar livre;  $p$ : a probabilidade de ocupação da cada entrada;  $n$ : o número de entradas ou saídas por bloco e, finalmente,  $k$ : o número de blocos do estágio intermediário.

Nessas circunstâncias demonstre que a probabilidade de bloqueio B pode ser

aproximada por: 
$$B = \left[1 - \left(1 - \frac{n \times p}{k}\right)^2\right]^k .$$

- Quais as hipóteses simplificadoras adotadas por Lee para obter esse resultado?

- Verifique que as expressões de Jacobaeus e de Lee convergem para o mesmo resultado quando  $k \rightarrow n$ .

### **Solução**

Ver Figura 13.7, no capítulo 13 e o modelo de Lee, no enunciado do problema.

Seja um bloco  $n \times k$  de entrada. Se  $p$  é a ocupação média nas  $n$  entradas então nas  $k$  saídas será  $pn/k$ . Dessa forma, a probabilidade de um dado *link* de entrada estar livre será  $(1-pn/k)$  e analogamente para o lado da saída. Assim, um dos  $k$  *links* possíveis para a conexão estará livre com probabilidade  $(1-pn/k)^2$ . A probabilidade de estar ocupado será dada então por  $[1-(1-pn/k)^2]$ . O bloqueio ocorre quando todos os  $k$  possíveis *links* estiverem ocupados e isso ocorre com probabilidade  $B = \{[1-(1-pn/k)^2]\}^k$ , que é a fórmula de Lee.

Essa fórmula e a de Jacobaeus coincidem quando  $n=k$  (caso usual) como se pode verificar facilmente. A hipótese simplificadora dessa demonstração é a independência que foi admitida para as probabilidades de entrada e saída que, num caso mais geral, não é válida.

## **CAPÍTULO 14**

1) Dada uma memória elástica de 128 posições (RAM de  $128 \times 8$  bits), qual a estabilidade necessária dos relógios para garantir uma taxa de escapes (também denominado de *slip*) inferior a 1 escape (ou *slip*) a cada 10 horas?

### **Solução**

Ocorrerá um *slip* quando a defasagem entre os dois relógios chegar a  $128 \times 8 = 1.024$  bits, o que deve ocorrer após 10 horas. Sendo  $T$  o intervalo de tempo para o *slip* de um ciclo vem  $T = 1/\Delta f$  e  $1.024T = 10 \times 60 \times 60$ , logo:  
 $\Delta f = 28,44 \times 10^{-3}$  Hz.

Esse  $\Delta f$  é a diferença entre as frequências dos dois relógios que, no pior caso, será igual ao dobro do desvio nominal de cada um deles. Assim a estabilidade será:

$$\Delta f / 2f_0 = (28,44 \times 10^{-3}) / (2 \times 2,048 \times 10^6) = 6,94 \times 10^{-9}, \text{ ou então } 6,94 \times 10^{-3} \text{ ppm.}$$

2) Supondo que a recepção do sinal PCM seja feita segundo um relógio local não sincronizado com o de transmissão (relógio não recuperado) e admitindo-

se que a estabilidade de cada relógio (transmissão e recepção) seja de 50 ppm, em quanto tempo, a partir do estado de sincronismo, perder-se-ia o alinhamento?

### **Solução**

O pior caso ocorre quando as frequências de transmissão e recepção se desviam, do valor nominal ( $f_o$ ), em sentidos contrários. Para cada relógio:

$$\frac{[\Delta f]}{f_o} = 50 \times 10^{-6} \Rightarrow [\Delta f] = 102,4 \text{ Hz. Partindo do sincronismo perfeito, após um}$$

intervalo de tempo igual a  $T = \frac{1}{2[\Delta f]} = 4,88 \text{ ms}$  os dois relógios estarão

defasados de 1 ciclo, ou seja, ocorre a perda ou duplicação de 1 bit e a consequente perda de sincronismo. O alinhamento de quadro, entretanto, só será considerado perdido após 4 quadros na melhor das hipóteses (vide Figura 8.2 do livro texto: o sincronismo é perdido imediatamente antes da detecção da palavra A), ou 6 quadros na pior (o sincronismo é perdido imediatamente após a detecção da palavra A). Assim sendo, a perda de alinhamento será detectada entre 5,38 ms e 5,63 ms aproximadamente.

## **CAPÍTULO 15**

Para as questões numeradas de 1 a 6 assinale V (verdadeiro) ou F (falso), justificando sua resposta.

SDL é uma linguagem:

- 1) formal, orientada a objeto e padronizada.
- 2) adequada para descrever sistemas em tempo real e sistemas de comunicação distribuídos.
- 3) que contém protocolos especiais de comunicação.
- 4) confinada à indústria de telecomunicações.
- 5) onde procedimentos fora da SDL não podem ser implementadas em outra linguagem que não a SDL.
- 6) em que as notações textual e gráfica são equivalentes.

### **Respostas**

- 1) V;

- 2) V;
- 3) F;
- 4) F;
- 5) F;
- 6) V.

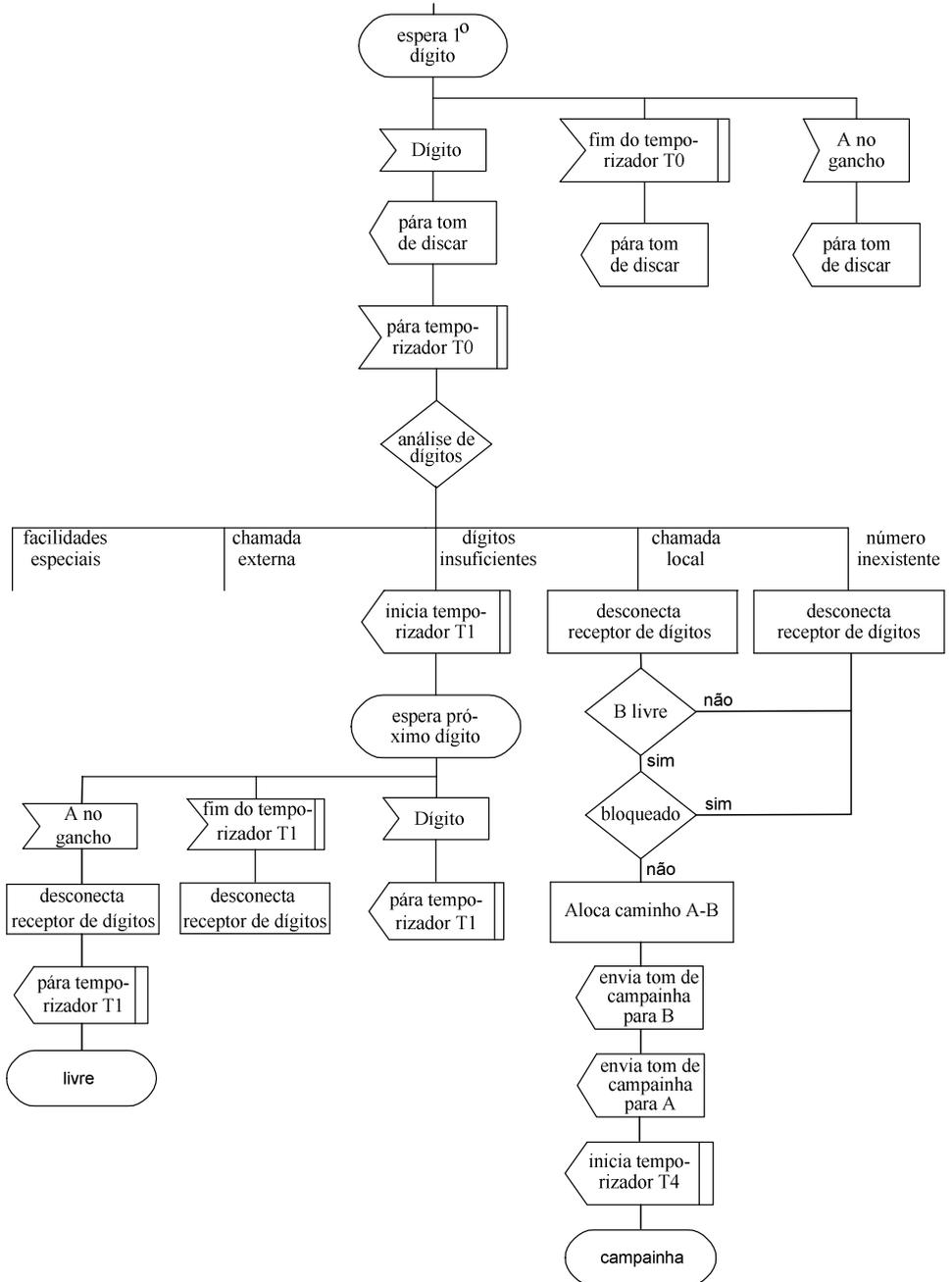
Para as correspondentes justificativas vide livro-texto

7) Considere a Figura 15.5 - Representação SDL para primeira etapa do processamento de uma chamada originada. Complete essa representação no caso mais geral.

### **Solução**

Representa-se na figura adiante, mais uma parte do processamento de uma chamada, em continuidade ao apresentado na Figura 15.5 do livro texto.  
Detalhes adicionais em: Anders Rockström, Roberto Saracco, SDL-CCITT Specification and Description Language, IEEE Transactions on Communications, VOL. COM-30, N° 6, June 1982.

Em continuação da figura 15-5 do livro-texto



8) Por que é desejável particionar um sistema em subsistemas interligados menores?

- a) Porque os subsistemas podem ter *timers* diferentes.
- b) Porque os subsistemas podem rodar em computadores menores.
- c) Porque torna mais fácil o desenvolvimento de grandes sistemas.
- d) Porque os subsistemas podem ter diferentes tamanhos.

**Resposta**

c)

9) Em que conceito a SDL orientada a objeto se distingue de outras linguagens orientadas a objeto?

- a) a SDL introduz o conceito de polimorfismo.
- b) a SDL introduz o conceito de orientação a objeto para objetos ativos.
- c) a SDL introduz o conceito de classe de dados orientados a objeto.
- d) a SDL introduz o conceito de testabilidade.

**Resposta**

b)

10) O ambiente dinâmico num sistema SDL é descrito em termos de:

- a) hierarquia do sistema/blocos.
- b) canais.
- c) *timers*.
- d) processos.

**Resposta**

d)

## **CAPÍTULO 16**

1) Para se implantar um serviço de VoIP dois componentes são essenciais, a saber: o *gateway* e o *gatekeeper*. Assinale a alternativa correta:

- a) a funcionalidade desses dois componentes são idênticas.
- b) o *gatekeeper* é o responsável pela transcodificação de mídias.
- c) o *gateway* deve ser instalado na fronteira entre duas redes distintas.
- d) o *gateway* é o responsável pela implementação de funções administrativas como tarifação de uma conferência.
- e) o *gatekeeper* é responsável por receber todos os dados de uma conferência e retransmití-los em *multicast* para todos os participantes.

### **Resposta**

c) Ver seção 16.2. Sugestão: por analogia, um *gateway* pode ser considerado um tradutor.

2) Assinale a alternativa correta:

- a) um *IP phone* é sempre um dispositivo de *hardware* que encaminha sinais de voz devidamente codificados.
- b) um *IP phone* é sempre um dispositivo de *software* que encaminha sinais de voz devidamente codificados.
- c) um *IP phone* pode ser implementado tanto em *software* quanto em *hardware* e pode ser capaz de transmitir informação multimídia.
- d) um *IP phone* necessariamente deverá estar fisicamente conectado a um *gateway*.
- e) um *IP phone* é o responsável pela garantia da QoS fim-a-fim em uma comunicação de voz sobre uma rede IP.

### **Resposta**

c) Consultar, por exemplo:

[https://en.wikipedia.org/wiki/VoIP\\_phone](https://en.wikipedia.org/wiki/VoIP_phone)

3) Assinale a alternativa correta:

- a) H.323 é um protocolo definido pelo ITU-T para transporte em tempo real de informação multimídia em redes locais.
- b) H.323 é um protocolo definido pelo IETF para transporte em tempo real de informação multimídia em redes locais.
- c) H.323 é um dispositivo para distribuição do conteúdo multimídia de uma conferência.
- d) H.323 é uma estrutura funcional para implantação de serviços de conferência sem QoS assegurada, em redes locais.
- e) H.323 é uma estrutura funcional para implantação de serviços de conferência com QoS assegurada, em redes locais.

**Resposta**

d) Ver seção 16.2.2. Sugestão: o H.323 assume que a infraestrutura de rede oferece QoS e que ele não precisa definir nenhum mecanismo para isso.

4) Assinale a alternativa correta:

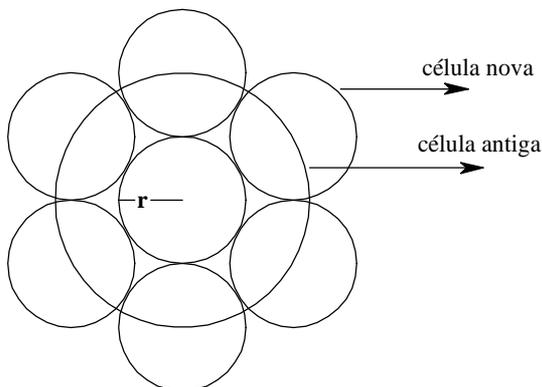
- a) segundo o padrão H.323, o estabelecimento de uma chamada é feito em uma única etapa usando o protocolo H.245 sobre UDP.
- b) segundo o padrão H.323, o estabelecimento de uma chamada é feito em duas etapas usando os protocolos H.225.0 e H.245 sobre TCP.
- c) segundo o padrão H.323, o estabelecimento de uma chamada é feito em duas etapas usando os protocolos SIP e SDP sobre TCP.
- d) segundo o padrão H.323, o transporte de dados em tempo real é feito usando o protocolo RTP/RTCP sobre SIP.
- e) segundo o padrão H.323, o estabelecimento de uma chamada é feito usando RSVP.

**Resposta**

b) Ver seção 16.2.2

## CAPÍTULO 17

1) Em um sistema analógico de Telefonia Celular, como o AMPS, considera-se uma subdivisão das células como indicado a seguir, para aumentar-se a capacidade do sistema.



Nesta situação estime:

- a) a variação de potência necessária, em dB, para os elementos do sistema na nova célula
- b) o aumento na capacidade do sistema.

### Solução

- Admitindo-se uma propagação como em regiões urbanas, com a potência diminuindo na razão de  $r^{-4}$ , como as distâncias caíram para a metade, tem-se uma variação de  $10\log[(0,5)^4] = -12$  dB na potência necessária na nova configuração de células.
- Examinando a figura verifica-se que o raio da nova célula é a metade da original, e assim a área da célula cai por um fator 4. Como a área diminui por esse fator e os canais disponíveis na célula não variam, a capacidade do sistema aumenta por esse mesmo fator, em termos de assinantes por  $\text{km}^2$ .

2) Em sistemas de telefonia móvel celular a interferência co-canal é um dos fatores limitantes do sistema. Os rádio-transceptores devem ser

critériosamente projetados para tolerar esta interferência, proveniente de células distantes, que usam o mesmo conjunto de frequências (reuso). O resultado aproximado  $C/I \geq 18$  dB, foi determinado sob condições de propagação encontráveis, tipicamente, em zonas urbanas. Como se altera este resultado para uma propagação em espaço livre, com as demais condições mantidas fixas?

### **Solução**

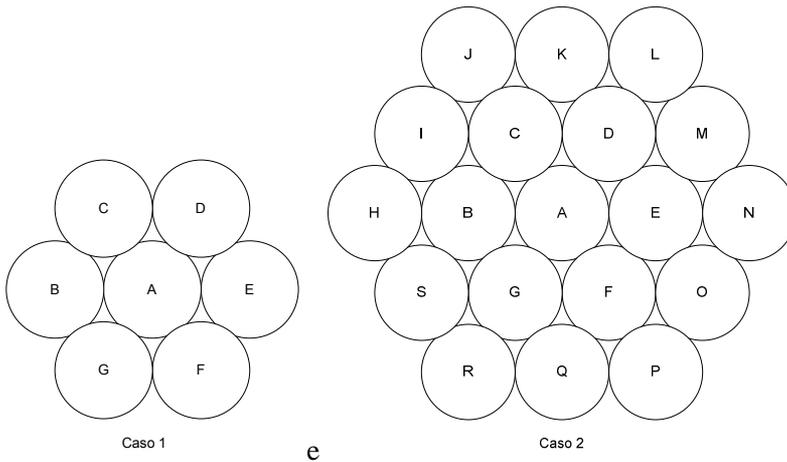
A relação  $C/I$  é dada por  $C/I = 10 \log \frac{(1/R)^\gamma}{6/[(D/R - 1)R]^\gamma}$  onde  $D$  é a distância entre os centros das células co-canal (isto é, que utilizam a mesma frequência) dada por  $D/R = \sqrt{28}$  e assim com  $\gamma=2$  tem-se  $C/I = 10 \log(4,29^2 / 6) = 4,87$  dB.

3) Considere-se a possibilidade de divisão dos canais disponíveis para comunicação em telefonia móvel, não em grupos de 7 frequências mas sim 19, ainda dentro de uma divisão celular hexagonal. Considerando-se uma banda alocada de 15 MHz para cada sentido de comunicação; uma largura de banda de canal de 30 kHz e três canais reservadas para controle em cada sentido de comunicação, pergunta-se:

- a) Como se comparam as duas soluções em termos de densidade de assinantes por unidade de área, com as demais condições mantidas idênticas?
- b) Idem para as potências de transmissão necessárias.
- c) Com o reuso das frequências a que níveis chegam no centro da próxima célula os sinais de uma célula que utilizam as mesmas frequências, nas duas soluções e considerando-se o pior caso?
- d) Como se comparam as duas soluções, do ponto de vista de complexidade dos equipamentos fixos e móveis?

### **Solução**

Quer se comparar as soluções dos casos 1 e 2 representados a seguir:



No caso 1 há  $\frac{15 \times 10^6}{30 \times 10^3} - 3 \times 7 = 479$  canais a disposição para conversação  
 $\Rightarrow \frac{479}{7} \cong 68$  canais por célula, em cada direção e

No caso 2 há  $\frac{15 \times 10^6}{30 \times 10^3} - 3 \times 19 = 443$  canais a disposição para conversação  
 $\Rightarrow \frac{443}{19} \cong 23$  canais por célula, em cada direção.

a) supondo-se uma mesma área abrangida pelos sistemas

$7\pi r_1^2 = 19\pi r_2^2 \Rightarrow r_2^2 / r_1^2 = 7/19$ ; a densidade (usuários/km<sup>2</sup>) determina-se por:

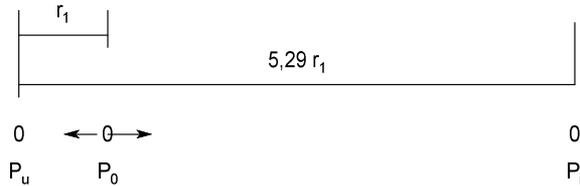
$d_1 = \frac{K \times 68}{\pi r_1^2}$  e  $d_2 = \frac{K \times 23}{\pi r_2^2}$  onde K designa o número de usuários por canal,

pressuposto igual nos dois casos. Assim,  $d_1 = \frac{68}{23} \times \frac{r_2^2}{r_1^2} \times d_2$  e portanto

$d_1 = 1,09 d_2$ ; e esta piora com a subdivisão maior é exclusivamente devida ao maior número de canais de controle reservados.

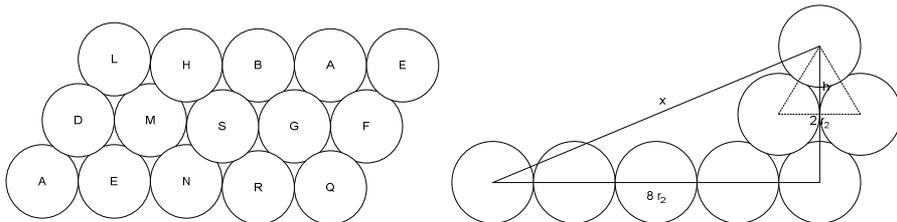
b) no caso 1 a célula é de raio  $r_1$  e no caso 2 de  $r_2 = r_1 \sqrt{7/19} = 0,607 \times r_1$   
 assim a potência de transmissão (admitindo-se um fator de propagação  $\gamma=4$ )  
 pode diminuir por um fator  $F = -10 \log(0,607)^4 = 8,67$  dB, vantagem advinda apenas do fato da célula ser menor;

c) No caso 1 sabe-se que a distância entre células co-canal é de  $\sqrt{28} r_1 = 5,29 r_1$ ; assim, para o pior caso, com a unidade móvel no contorno de uma célula tem-se:

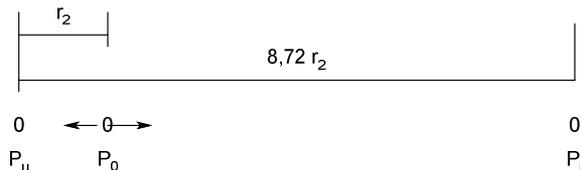


$C/I = P_u/6P_i = (4,29)^4 / 6 = 56,45 \Rightarrow 17,5 \text{ dB}$  acima da interferência dos usuários localizados em células distantes no pior caso (6 células co-canal).

No 2º caso deve-se inicialmente determinar a distância entre os centros das células co-canal. Examinando as figuras abaixo obtém-se:



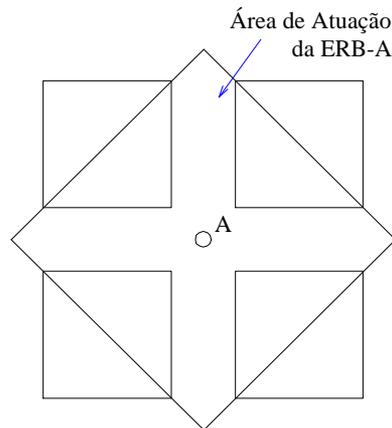
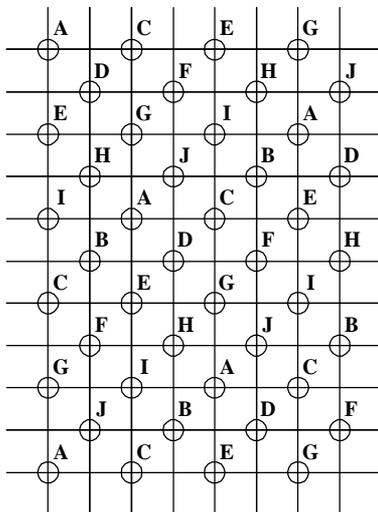
$h = r_2 \sqrt{3}$  e portanto  $x = \sqrt{76} r_2 = 8,72 r_2$ ; assim:



$C/I = P_u/6P_i = (7,72)^4 / 6 = 592,1 \Rightarrow 27,7 \text{ dB}$  acima da interferência dos usuários localizados em células distantes no pior caso (6 células co-canal).

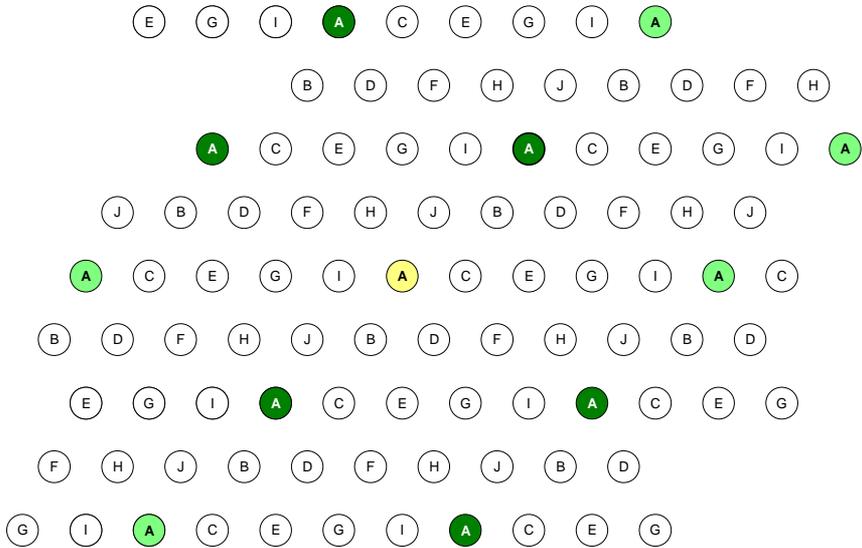
d) As UM são praticamente idênticas já que funcionam com as mesmas frequências, nos dois casos (apenas há mais canais para controle no caso 2); ainda neste caso, as ERB's trabalham em cada célula com menos canais (mais simples) porém são em maior número para uma mesma área de atuação; o controle da rede no caso 2 é mais complexo, pois haverá mais comutações em fronteiras de células (*hand-off* mais frequente); etc.

4) Na tendência à redução cada vez maior das áreas atendidas por uma ERB (com o objetivo de aumentar a capacidade do sistema de telefonia móvel celular em termos de assinantes por unidade de área) uma das propostas considera reticulados quadrados (ERB esquina sim, esquina não) conforme representação parcial abaixo. Para um padrão de reuso de frequências de 1:10, conforme abaixo evidenciado, calcule o pior caso de interferência co-canal C/I (potência da portadora para potência total da interferência) para cada sentido de transmissão, considerando uma perda de propagação proporcional a  $r^{-4}$  e apenas com os interferentes mais próximos, isto é, no primeiro anel (evidentemente num cenário real existirão obstruções devidas à obstáculos, não considerados aqui). Repita seus cálculos para perdas proporcionais a  $r^{-2}$ , lembrando que esta é uma "aproximação boa" para regiões próximas à uma ERB. Critique a proposta descrita.

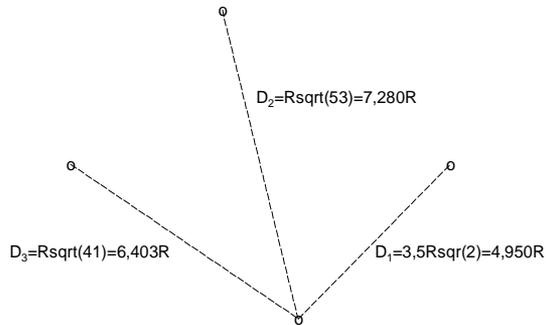
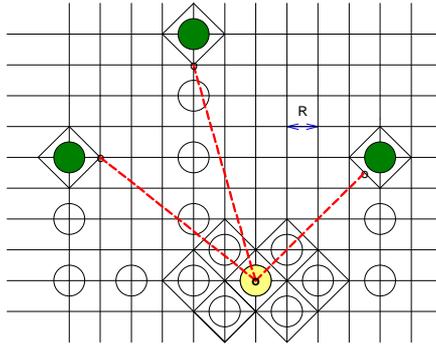


**Solução**

Redesenha-se abaixo a distribuição das células para melhor visualização da lei de formação da distribuição proposta, destacando-se as células tipo A (a mais central em amarelo e seus co-canais em verde).



Observa-se então que se pode denominar de “primeiro anel” às 6 células verdes mais destacadas e que estão à uma distância variável da célula central (amarela). Admite-se que o interferente (UM) co-canal mais próximo (pior caso) dista do interferido (ERB) de uma distância  $D_i$ . A figura a seguir permite determinar estas distâncias  $D_i$  (a metade não representada na figura sai por simetria). Seja então R o lado de um quadrado.



(note que a largura das ruas foi desprezada)

A interferência co-canal (na ERB) calcula-se neste caso por

$$C/I = 10 \log \frac{(1/R)^\gamma}{\frac{2}{[D_1/R]^\gamma} + \frac{2}{[D_2/R]^\gamma} + \frac{2}{[D_3/R]^\gamma}}$$

e assim pode-se determiná-las para os dois casos solicitados:

$$\text{para } \gamma=4: C/I = 10 \log \frac{1}{\frac{2}{[4,950]^4} + \frac{2}{[7,280]^4} + \frac{2}{[6,403]^4}} = 22,81 \text{ dB}$$

$$\text{para } \gamma=2: C/I = 10 \log \frac{1}{\frac{2}{[4,950]^2} + \frac{2}{[7,280]^2} + \frac{2}{[6,403]^2}} = 7,74 \text{ dB}$$

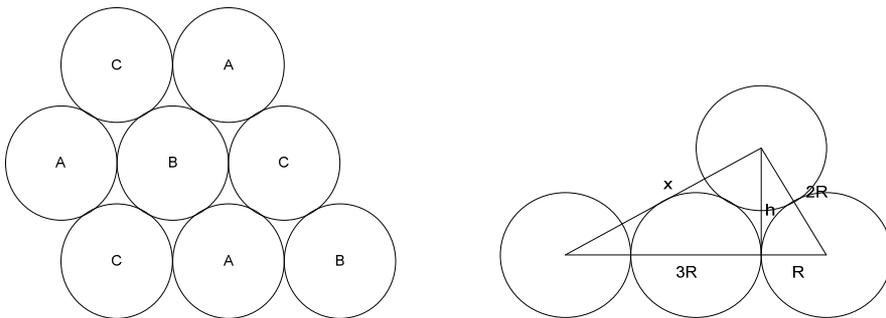
Este último valor seria inaceitável para o sistema AMPS, por exemplo. Note, no entanto, que em zonas urbanas, a hipótese  $\gamma=2$  ainda que possa ser válida para o usuário da célula, não é razoável para o usuário interferente.

O outro sentido, isto é, interferência co-canal na unidade móvel é obtido de forma similar.

5) Qual seria o nível de interferência co-canal em um sistema de telefonia móvel celular, se o padrão de reuso de frequências fosse 1:3 e não 1:7 (como é em sistemas analógicos convencionais)? A capacidade do sistema (número de usuários/km<sup>2</sup>) varia com apenas esta alteração? e o mecanismo de *hand-off*?

**Solução**

A figura ilustra a distribuição dos canais na célula e permite determinar a distância entre células co-canal.



Assim, distância entre células co-canal pode ser calculada determinando-se  $h = R\sqrt{3}$  e deste  $x = R\sqrt{12} = 2R\sqrt{3}$ ; e então a relação C/I calcula-se da

forma convencional 
$$\frac{C}{I} = 10 \log \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{6 \times \left(\frac{1}{(2\sqrt{3}-1)R}\right)^4} = 7,88 \text{ dB.}$$

- A capacidade em termos do número de canais por célula aumenta na proporção 7/3; assim tem-se 2,33x mais canais na mesma área (em termos de usuários/km<sup>2</sup> precisa-se caracterizar o tráfego).

- O mecanismo de *hand-off* não se altera

6) O modelo empírico de Hata para predição das perdas de propagação, em regiões urbanas de grandes cidades, é dado por:

$$L = 74,52 + 26,16 \log f - 13,82 \log H - 3,2 \log^2(11,75h) + (44,9 - 6,55 \log H) \log d$$

onde, com a notação dos limites de validade de uma variável indicados por (X/Y), tem-se: H (30/200), em metros, altura da antena transmissora; h (1/10), em metros, altura da antena receptora; d (1/20), em quilômetros, distância entre o transmissor e receptor; f (400/1.000), em MHz, frequência utilizada. Segundo este modelo evidencia, a interferência de co-canal C/I é influenciada pela altura da antena na ERB. Considere então uma célula com raio de 1.000 metros, h=2 metros, f=850 MHz e um padrão de reuso de frequências de 1:7. Nestas circunstâncias, calcule os valores limites da relação C/I, dentro dos limites de validade do modelo. Vide referência [Hat80].

### Solução

Note que a fórmula de L é dada em dB. Precisa-se apenas determinar o termo variável com d; seja então  $L_x$  o termo correspondente. Nos limites de validade do modelo, para as alturas das antenas transmissoras, isto é, H (30/200) tem-se:

a) para H=30 m

$L_x = (44,9 - 6,55 \log H) \log d = (44,9 - 9,7) \log d = 35,2 \log d$ ; como a atenuação com a distância é da forma  $10 \log (d^{-\gamma})$  tem-se  $\gamma = 3,52$

b) para H=200 m

$L_x = (44,9 - 6,55 \log H) \log d = (44,9 - 15,1) \log d = 29,8 \log d$  e assim  $\gamma = 2,98$

A relação C/I é dada por  $C/I = 10 \log \frac{(1/R)^\gamma}{6/[(D/R - 1)R]^\gamma}$  onde D é a distância

entre os centros das células co-canal (isto é, que utilizam a mesma frequência) dada por  $D/R = \sqrt{28}$  e assim  $C/I = 10 \log [(4,29)^\gamma / 6]$  que com os valores de determinados resulta em: 14,47 / 11,07 dB, respectivamente.

7) Compare a capacidade dos sistemas TDMA (*Time Division Multiple Access*) de telefonia móvel celular digital europeu GSM (*Global System for Mobile communications*) e americano IS-54 (*Interim Standard-54*), levando em conta que o fator de reuso de frequências no GSM é de 1:4 enquanto no IS-54 é de 1:7 (por razões de compatibilidade com o sistema analógico AMPS). Faça hipóteses adicionais, se julgar necessário.

### Solução

A comparação pode ser realizada de várias formas. Calcula-se, por exemplo, o número de canais disponíveis por célula.

#### GSM

Banda disponível: 25MHz; banda necessária por portadora: 200 kHz  $\Rightarrow$   
número de portadoras disponíveis  $\frac{25 \times 10^6}{200 \times 10^3} = 125$  portadoras; com um fator de reuso 1:4  $\Rightarrow$  31 portadoras / célula e como cada portadora permite estabelecer 8 conversações (canais de voz)  $\Rightarrow$  248 canais voz por célula.

#### IS-54

Para uma comparação equânime deve-se considerar aqui também B = 25 MHz (banda A + banda B); assim o número de portadoras disponíveis é de

$$\frac{25 \times 10^6}{30 \times 10^3} = 833; \text{ com um fator de reuso 1:7 } \Rightarrow 119 \text{ portadoras por célula;}$$

como cada portadora permite estabelecer 3 conversações (canais de voz)  $\Rightarrow$  357 canais de voz por célula.

Portanto, supondo células de mesma área, o número de canais no IS-54 é 44% superior ao disponível no GSM.

8) Considere o sistema CDMA de telefonia móvel celular digital definido na norma IS-95. Os vários códigos utilizados para se efetuar o espalhamento espectral são combinados e definem uma sequência equivalente, para cada usuário do sistema, de que período?

### Solução

O período será dado por  $T \approx 2^{15} \times 2^{42} \times \frac{1}{1,2288 \times 10^6} = 1,1728 \times 10^{11}$  s, isto é,

3.718 anos (37,2 séculos).

Esta operação corresponde ao produto entre o comprimento do código espalhamento, o comprimento do código longo mascarado e o tempo de bit, dado que os dois comprimentos são primos.

9) A diminuição do raio das células aumenta a capacidade dos sistemas de telefonia móvel celular. Ao diminuir-se este raio por um fator  $K$ , qual é o aumento de capacidade do sistema? De quanto deve-se diminuir, correspondentemente, as potências irradiadas na célula?

### **Solução**

Como diminuindo o raio da célula por um fator  $K$  a sua área cai com  $K^2$  e a capacidade na célula (agora menor) permanece a mesma, em termos de canais por unidade de área a capacidade aumenta por um fator  $K^2$ ; quanto à potência pode-se inferir que ela poderá diminuir por um fator  $K^4$ , para uma mesma sensibilidade do receptor da ERB, dado que o móvel estará  $K$  vezes mais próximo (pior caso da UM estar na fronteira da célula).

10) Considere o sistema CDMA (*Code Division Multiple Access*) de telefonia móvel celular digital definido no padrão IS-95. Como varia a capacidade do sistema se o controle de potência não for perfeito. Suponha que a potência recebida varie uniformemente num intervalo nominal  $P_{nom} \pm \Delta P$ .

### **Solução**

A solução do problema proposto exige conhecimentos além dos fornecidos no livro texto. Assim, apresenta-se um problema mais geral, que engloba o enunciado.

10-A) Considere-se o problema da determinação das perdas oriundas de um controle imperfeito de potência no link reverso de um sistema CDMA, como definido na IS-95. Sabe-se que no caso unicolor e com controle de potência perfeito a probabilidade de erro de bit pode ser calculada por:

$$P_e = Q\left[\left(\frac{U-1}{3N}\right)^{-1/2}\right]$$

onde  $U$  é o número de usuários,  $N$  o ganho de processamento e o ruído térmico foi desprezado. Assim impondo-se um desempenho desejado pode-se determinar  $U$ . Quando o controle de potência não é perfeito, essa imperfeição pode ser expressa por uma variável auxiliar,  $v_j = \sqrt{P_j/P}$ , onde  $v_j$  indica o desvio em relação à potência  $P$  (ideal) que deveria ser recebida do usuário  $j$ . Nestas circunstâncias demonstra-se, referência [Rol00], que o desempenho do sistema pode ser avaliado por:

$$P_e = Q \left[ \frac{E[v_j]}{\sqrt{\text{var}[v_j] + \frac{U-1}{3N} E[v_j^2]}} \right]$$

que depende, evidentemente, das propriedades estatísticas da variável aleatória  $v_j$ .

- a) verifique que essa expressão se reduz ao caso anterior para um controle ideal de potência.
- b) calcule a perda de capacidade do sistema, para um mesmo desempenho, advinda de uma sistemática de controle de potência como a imposta pela IS-95, isto é, a potência recebida na ERB é mantida dentro de uma faixa de  $\pm 0,5$  dB, no entorno de seu valor ideal, com uma distribuição uniforme.

**Solução**

a) no caso de um controle ideal de potência tem-se  $V_j = 1$  (constante) donde segue que  $E[v_j] = 1$ ;  $\text{var}[v_j] = 0$  e  $E[v_j^2] = 1$  e assim a expressão

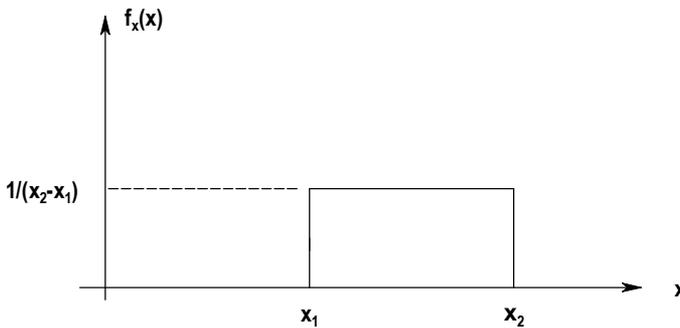
$$P_e = Q \left[ \frac{E[v_j]}{\sqrt{\text{var}[v_j] + \frac{U-1}{3N} E[v_j^2]}} \right] \text{ reduz-se à } P_e = Q \left[ \left( \frac{U-1}{3N} \right)^{-1/2} \right].$$

b) neste caso as potências recebidas estarão no intervalo  $[x_1; x_2] = [0,8912; 1,1220]$  em relação à potência de referência ( $P$ ) e com uma distribuição uniforme. Esta distribuição é para a variável  $v_j^2 = P_j/P$ . Seja então  $x = v_j^2$

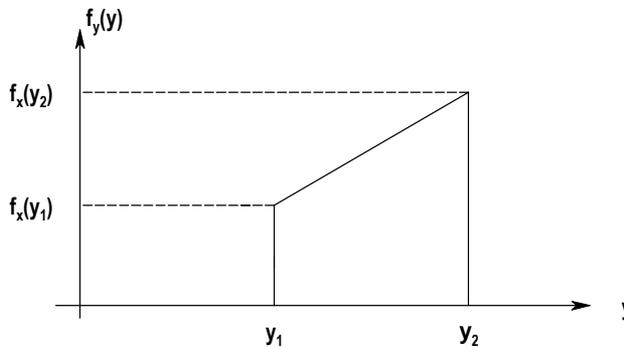
(com distribuição uniforme) e  $y = v_j = \sqrt{x}$ . Trata-se então de determinar a densidade de probabilidade de  $y$  e desta determinar  $E[v_j]$ ;  $E[v_j^2]$  e  $\text{var}[v_j]$ .

A solução de  $y = \sqrt{x}$  é  $x = y^2$  para todo  $y$  e  $y'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ; portanto  $f_y(y) = 2y f_x(y^2)$ .

No caso  $f_x(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} = 4,3327$  no intervalo  $x_1 < x < x_2$  e zero c.c.



Portanto, para o intervalo  $[y_1; y_2] = [0,9440; 1,0592]$  tem-se:



onde:

$$f_x(y_1) = 2 \times 0,9440 \times 4,3327 = 8,1801$$

$$f_x(y_2) = 2 \times 1,0592 \times 4,3327 = 9,1784$$

$$y_2 - y_1 = 0,1152$$

(Conferindo pela área total

$$A_T = (y_2 - y_1) \times f_x(y_1) + (y_2 - y_1) \times [f_x(y_2) - f_x(y_1)] / 2 = 0,1152 \times 8,1801 + 0,1152 \times (9,1784 - 8,1801) / 2 = 0,9423 + 0,0575 = 0,9998 \approx 1$$

Agora  $f_y(y)$  pode ser escrita como  $f_y(y) = Ay + B$ , no intervalo  $[y_1; y_2]$  e zero c.c. com:

$$A = [f_x(y_2) - f_x(y_1)] / [y_2 - y_1] = (9,1784 - 8,1801) / 0,1152 = 8,6658 \text{ e}$$

$$B = f_x(y_1) - Ay_1 = 8,1801 - 8,6658 \times 0,9440 = -0,0004$$

A partir daí pode-se determinar  $E[v_j] = \int y f_y(y) dy$ ,  $E[v^2_j] = \int y^2 f_y(y) dy$  e

destes  $\text{var}(v_j) = E[v^2_j] - E^2[v_j]$  resultando:

$$E[v_j] = \int y(Ay + B) dy = A \frac{y^3}{3} + B \frac{y^2}{2} \Big|_{y_1}^{y_2}$$

$$= [8,6658(1,0592)^3 / 3 - 0,0004(1,0592)^2 / 2] - [8,6658(0,9440)^3 / 3 - 0,0004(0,9440)^2 / 2] = 3,4324 - 2,4298 = 1,0026$$

$$E[v^2_j] = \int y^2(Ay + B) dy = A \frac{y^4}{4} + B \frac{y^3}{3} \Big|_{y_1}^{y_2}$$

$$= [8,6658(1,0592)^4 / 4 - 0,0004(1,0592)^3 / 3] - [8,6658(0,9440)^4 / 4 - 0,0004(0,9440)^3 / 3] = 2,7267 - 1,7203 = 1,0064$$

$$\text{var}(v_j) = 1,0064 - 1,0026^2 = 0,0012$$

A função  $P_e$  com esses valores é dada por  $P_e = Q \left( \frac{1,0026}{\sqrt{0,0012 + \frac{U-1}{3N} \times 1,0064}} \right)$  e

agora deve-se compará-la com o caso ideal  $P_e = Q \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{U-1}{3N}}} \right)$ .

Assim, impondo-se um mesmo desempenho, pode-se escrever:

$$\left( \frac{1,0026}{\sqrt{0,0012 + \frac{U-1}{3N} \times 1,0064}} \right) = \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{U'-1}{3N}}} \right)$$

e portanto  $1,0052 \times \frac{U'-1}{3N} = 0,0012 + \frac{U-1}{3N} \times 1,0064$

No cenário IS-95 tem-se  $N=128$  quando então, com o desempenho especificado, resultou  $U'=121$  (vide livro texto) e assim desta última expressão obtém-se  $U=120$ , o que mostra que dentro da margem de controle de potência especificada ( $\pm 0,5$  dB) a perda de capacidade é muito pequena.

Repita agora o problema para um desvio de  $\pm 3$  dB.

11) Considere-se o problema da setorização num sistema de telefonia celular analógico AMPS. Enquanto a interferência é diminuída pela setorização, a capacidade do sistema diminui por efeito do entroncamento. Seja então um sistema típico com fator de reuso 1:7 e 57 canais disponíveis por célula. Os usuários geram uma chamada por hora e, em média, ela dura 2 minutos. Compare a capacidade, em termos chamadas por hora, para uma célula não setorizada com uma outra setorizada em  $120^\circ$ , para uma probabilidade de bloqueio de 1%. Calcule também a melhoria obtida na interferência co-canal quando se setoriza a célula.

**Solução**

Com  $t_r=2$  minutos e  $t_m= 1$  hora o tráfego gerado por usuário é de

$$I = \frac{2}{60} = 0,033 \text{ erl.}$$

No caso não setorizado, com  $N=57$  e uma probabilidade de bloqueio de 1% obtém-se em uma tabela de perdas  $I_T=44,2$  erl como tráfego total, o que permite atender então:

$$U = 44,2/0,033 = 44,2 \times 30 = 1.326 \text{ usuários.}$$

No caso setorizado tem-se 3 células de  $120^\circ$  cada uma com 19 canais. Então com  $N=19$  e uma probabilidade de bloqueio de 1% obtém-se em tabela  $I_T=11,2$  erl como tráfego total no setor, o que permite atender então:

$U = (11,2 \times 3) / 0,033 = 33,6 \times 30 = 1.008$  usuários (nota-se, pois, uma “diminuição de 318 usuários” devido ao entroncamento).

Lembrando que a distância entre centros de célula co-canal, num sistema com fator de reuso 1:7, é dada por  $\sqrt{28} R$  pode-se determinar a interferência co-canal (na ERB) na célula omni por:

$$\frac{C}{I} = \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{6 \left(\frac{1}{(\sqrt{28}-1)R}\right)^4} = 56,53 \Rightarrow \left(\frac{C}{I}\right)_{\text{dB}} = 17,52 \text{ dB}.$$

Por outro lado, a interferência co-canal melhora com a setorização e esse desempenho é calculável por (lembrando que a interferência diminui por um fator 3):

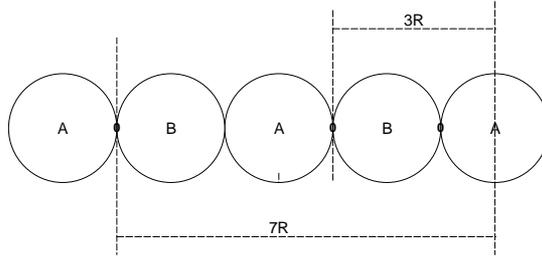
$$\frac{C}{I} = \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{2 \times \left(\frac{1}{(\sqrt{28}-1)R}\right)^4} = 169,59 \Rightarrow \left(\frac{C}{I}\right)_{\text{dB}} = 22,29 \text{ dB}$$

Assim, a melhoria obtida com a setorização na razão C/I é de  $\Delta = 22,29 - 17,52 = 4,77$  dB, que é  $10 \log(3)$  evidentemente.

12) Seja um sistema de telefonia celular analógico AMPS atendendo a uma auto-estrada retilínea. Nesse caso o fator de reuso poderia ser diferente, dado que interessa apenas o atendimento ao longo da via. Mais ainda, a setorização mais conveniente não é a de  $120^\circ$ , como adotado num sistema urbano convencional. Admitindo a necessidade de um canal de controle por setor e impondo uma interferência co-canal  $\leq 18$  dB, qual é o ganho, em termos de tráfego (erlangs) que se pode escoar numa célula, considerando um sistema com probabilidade de bloqueio de 1%, ao se adotar um fator de reuso e uma setorização mais adequados para esse caso?

### **Solução**

a) admitindo-se inicialmente um fator de reuso 1:2 e sem setorização (neste caso (omni), a UM de pior caso estará na fronteira de sua célula à menor distância da ERB interferida) tem-se:

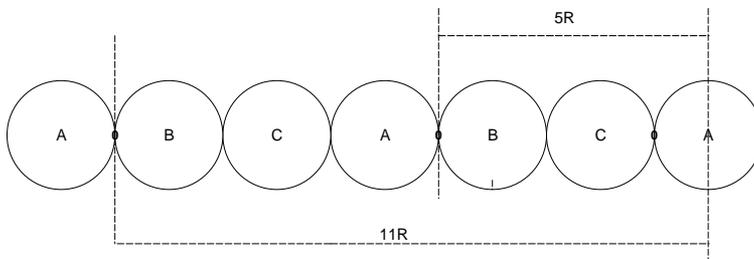


A interferência co-canal determina-se por (o fator 2 advém do outro lado da estrada, não representado na figura):

$$\left(\frac{C}{I}\right)_{dB} = 10 \log \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{2 \times \left(\frac{1}{3R}\right)^4 + 2 \times \left(\frac{1}{7R}\right)^4 + 2 \times \left(\frac{1}{11R}\right)^4 + \dots} =$$

$$\frac{1}{2 \times \left(\frac{1}{3^4} + \frac{1}{7^4} + \frac{1}{11^4} + \dots\right)}$$

= 15,91 dB, que não satisfaz. Nestas condições (omni) deve-se aumentar o fator para 1:3.

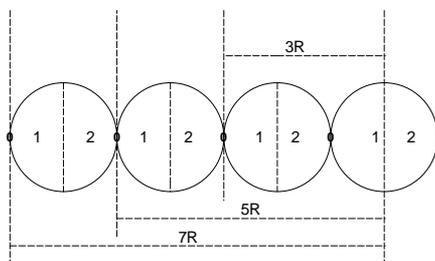


$$\text{E agora: } \left(\frac{C}{I}\right)_{\text{dB}} = 10 \log \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{2 \times \left(\frac{1}{5R}\right)^4 + 2 \times \left(\frac{1}{11R}\right)^4 + 2 \times \left(\frac{1}{17R}\right)^4 + \dots} =$$

$$\frac{1}{2 \times \left(\frac{1}{5^4} + \frac{1}{11^4} + \frac{1}{17^4} + \dots\right)}$$

= 24,74 dB, valor que satisfaz o enunciado.

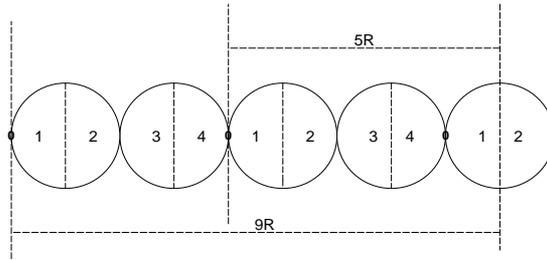
b) poder-se-ia, alternativamente, adotar uma setorização de 180° (portanto, sem o fator 2 do cálculo anterior). Neste caso precisa-se determinar o fator de reuso para atender à condição  $(C/I)_{\text{dB}} \geq 18$ . Se for adotado um fator 1:1 (de uma célula para as suas vizinhas; mas, de fato, 1:2 com a setorização) e uma relação frente-costas ideal para as antenas, a interferência co-canal determina-se por (note que neste caso está-se considerando a existência de um mecanismo de controle de potência que faz com que, independentemente de sua posição na horizontal que une os centros de células, a potência do sinal da UM que chega à sua respectiva ERB é constante. Assim, para que a mesma potência de transmissão seja utilizada pelo usuário interferido na ERB e o interferente, para efeito de cálculo, posicionou-se este último na posição abaixo indicada):



$$\left(\frac{C}{I}\right)_{\text{dB}} = 10 \log \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{\left(\frac{1}{3R}\right)^4 + \left(\frac{1}{5R}\right)^4 + \left(\frac{1}{7R}\right)^4 + \dots} = \frac{1}{\frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots}$$

= 18,43 dB que satisfaz o enunciado.

c) dado que o valor anterior é muito próximo da especificação mínima desejada, e apenas para completar a análise, considera-se ainda um fator de reuso 1:2 nas células. Neste caso, com as mesmas considerações anteriores, tem-se:



$$\left(\frac{C}{I}\right)_{dB} = 10 \log \frac{\left(\frac{1}{R}\right)^4}{\left(\frac{1}{5R}\right)^4 + \left(\frac{1}{9R}\right)^4 + \left(\frac{1}{13R}\right)^4 + \dots} = \frac{1}{\frac{1}{5^4} + \frac{1}{9^4} + \frac{1}{13^4} + \dots}$$

=27,48 dB que, evidentemente, satisfaz o enunciado.

d) o número de canais disponíveis é de 416 canais ( $12,5 \times 10^6 / 30 \times 10^3$ ). Assim, pode-se ter (considerando apenas a parte inteira das razões indicadas):

d<sub>1</sub>)  $416/7-1=58$  canais vocais por célula no caso AMPS (sem setorização); capaz de cursar, com uma perda de 1%, um tráfego de 45,1 erl;

d<sub>2</sub>)  $[(416)/7]/3-1=18$  canais vocais por setor no caso AMPS (com setorização de 120°); capaz de cursar, com uma perda de 1%, um tráfego de 10,4 erl por setor e, portanto, 31,2 erl numa célula;

d<sub>3</sub>)  $416/3-1=137$  canais vocais por célula no caso a); capaz de cursar, com uma perda de 1%, um tráfego de 119,1 erl;

d<sub>4</sub>)  $416/2-1=207$  canais vocais por setor no caso b); capaz de cursar, com uma perda de 1%, um tráfego de 186,5 erl por setor e, portanto, 373,0 erl numa célula;

d<sub>5</sub>)  $416/4-1=103$  canais vocais por setor no caso b); capaz de cursar, com uma perda de 1%, um tráfego de 86,8 erl por setor e, portanto, 173,6 erl numa célula.

Assim pode-se preencher a tabela abaixo para as diversas soluções e o AMPS.

Sistema	C/I (dB)	Tráfego/célula (erl)
AMPS, omni, 1:7	17,52	45,1
AMPS, setores de 120°, 1:7	22,29	31,2
estrada, omni, 1:3	24,74	119,1
estrada, setores de 180°, 1:1	18,43	373,0
estrada, setores de 180°, 1:2	27,48	173,6

Observação: note que as soluções apresentadas para a auto-estrada não são realistas/práticas, pois numa área equivalente de estrada (célula) não é razoável cursar mais tráfego do que numa célula em área urbana. Assim, a diminuição do número de canais é a alternativa indicada nestas condições.

13) Uma área urbana tem uma população de 2 milhões de habitantes. Três empresas, com sistemas aqui denominados de A, B e C, oferecem serviço de telefonia móvel celular para a área. O sistema A tem 394 células com 19 canais cada, o sistema B tem 98 células com 57 canais cada e o sistema C tem 49 células com 100 canais cada.

- Calcule o número de usuários suportados em cada um dos sistemas considerando uma probabilidade de bloqueio de 2% e sabendo que, na média, cada usuário realiza 2 chamadas por hora com uma duração total de 3 minutos.

- Assumindo-se que cada sistema esteja operando na sua capacidade máxima calcule a penetração (em % da população total) de cada empresa.

### **Solução**

Para todos os usuários, independentemente do sistema considerado, vale  $t_r=3$  minutos (tempo de retenção das chamadas) e  $t_m= 60/2=30$  minutos (intervalo médio entre chamadas sucessivas); assim o tráfego gerado por assinante é de  $i=3/30=0,1$  erl. Assim tem-se:

- Sistema A: 394 células com 19 canais cada; 19 canais com uma perda de  $B = 2\%$  permitem cursar  $I=12,3$  erl; assim o tráfego total no Sistema A é de  $E_T^A = 394 \times 12,3 = 4.846,2$  erl  $\rightarrow$  N° usuários do Sistema A

$$N_A = \frac{4.846,2}{0,1} = 48.462 \text{ usuários (2,42\% da população).}$$

- Sistema B: 98 células com 57 canais cada; 57 canais com uma perda de  $B = 2\%$  permitem cursar  $I=46,8$  erl; assim o tráfego total no Sistema B é de  $E_T^B = 98 \times 46,8 = 4.586,4$  erl  $\rightarrow$  N° usuários do Sistema B

$$N_B = \frac{4.586,4}{0,1} = 45.864 \text{ usuários (2,29\% da população).}$$

- Sistema C: 49 células com 100 canais cada; 100 canais com uma perda de  $B = 2\%$  permitem cursar  $I=88$  erl; assim o tráfego total no Sistema C é de  $E_T^C = 49 \times 88 = 4.312$  erl  $\rightarrow$  N° usuários do Sistema C

$$N_C = \frac{4.312}{0,1} = 43.120 \text{ usuários (2,16\% da população).}$$

14) Um sistema móvel de comunicação digital utiliza a banda de 810-826 MHz no sentido direto e a de 940-956 MHz no sentido reverso. Assume-se que 90% da banda disponível é dedicada ao tráfego de voz e que seja necessário, ao menos, suportar 1.150 chamadas simultâneas, utilizando a técnica FDMA (*Frequency Division Multiple Access*). O sistema de modulação adotado tem uma eficiência espectral de 1,68 bits/s/Hz. Assumindo-se que, dadas as características do canal, seja necessária uma codificação do tipo convolucional com  $r=1/2$ , qual o limite superior da taxa de transmissão que o codificador vocal usado no sistema deve prover?

### **Solução**

Para a solução a seguir admite-se que a comunicação seja num cluster isolado.

A banda disponível é de 16 MHz para cada sentido de transmissão, dos quais 14,4 MHz (90%) é dedicado ao tráfego de voz. Com 1.150 chamadas simultâneas no cluster tem-se então  $14,4 \times 10^6 / 1.150 = 12.521,7$  Hz utilizados em cada canal. Dada a eficiência espectral de 1,68 bits/s/Hz isso permite a transmissão de dados à uma taxa de  $12.521,7 \times 1,68 = 21.036$  kbits/s para cada

canal. Considerando-se agora que seja utilizado um codificador convolucional com  $r=1/2$ , a taxa do vocoder poderá ser de até  $21,036/2=10,51$  kbits/s.

15) Uma cidade tem uma área de  $2.000 \text{ km}^2$  e é coberta por um sistema celular com células no padrão de reuso 1:7. Cada célula tem um raio de 3 km e foi alocada uma banda de 40 MHz para o sistema, com separação de canais de 50 kHz. Se a carga oferecida por usuário de 0,03 erl e deseja-se que a probabilidade de perda de chamada seja sempre  $\leq 2\%$ , calcule:

a) o número de canais na área de serviço; b) o número de canais por célula; c) a intensidade de tráfego possível de se cursar por célula; d) o máximo tráfego cursado no sistema; e) o número máximo de usuários que se pode acomodar no sistema; f) o número de móveis por canal.

### Solução

Cada célula tem área  $\Delta = \pi \times 3^2 = 28,27 \text{ km}^2$  e assim serão necessárias

$$N = \frac{2.000}{28,27} \cong 71 \text{ células.}$$

a) com uma banda de 40 MHz (20 MHz para cada sentido) e  $\Delta=50\text{kHz}$  por canal  $\Rightarrow$  dispõe-se de  $n = \frac{20 \times 10^6}{50 \times 10^3} = 400$  canais para cada sentido de transmissão;

b) como o fator de reuso é 1:7  $\Rightarrow$  tem-se  $\frac{400}{7} = 57$  canais/célula;

c) reservando-se um canal de controle por célula tem-se com  $N=56$  e com uma perda de  $B=2\%$  obtém-se  $I= 45,9$  erl;

d) com tráfego possível de cursar por célula e o número de células calculado  $I_T=45,9 \times 71=3.258,9$  erl;

e) com tráfego total no sistema determinado e um tráfego gerado por usuário de 0,03 erl  $\Rightarrow$  sistema pode acomodar  $\frac{3.258,9}{0,03} = 108.630$  usuários;

f) o número de móveis por canal fica determinado por  $\frac{108.630}{400} = 271$  móveis/canal.

16) Seja o sistema Globalstar de telefonia móvel via satélite. Considere que são utilizados 48 satélites no sistema; que o mesmo é similar ao definido no padrão IS-95, porém com 128 códigos Walsh por canal, com 3 desses sempre reservados para sincronismo e sinalização; que cada satélite é capaz de transmitir em até 16 *beams* distintos (por simplicidade admita-os sem sobreposição) e que o raio da Terra é de, aproximadamente, 6.370 km. Nessas condições, confronte a capacidade desse sistema com a do definido no padrão IS-95, em termos de número de canais/unidade de área. Para o IS-95 considere as células setorizadas em 120° e com um raio médio de 1 km. Faça hipóteses adicionais, se julgar serem necessárias.

### **Solução**

A área da superfície terrestre é dada por  $A=4\pi r^2=4\pi(6.370)^2=5,1\times 10^8$  km<sup>2</sup>. Cada satélite pode prover 16 *spots* distintos e como há 48 satélites  $\Rightarrow$  área por *spot* será de  $\frac{5,1\times 10^8}{48\times 16} = 6,64\times 10^5$  km<sup>2</sup> (resultado aproximado supondo que não haja áreas sobrepostas ou descobertas). Nesta área pode-se ter até (128-3) canais lógicos  $\Rightarrow$  número de canais lógicos por unidade de área (km<sup>2</sup>) é de  $C = \frac{125}{6,64\times 10^5} = 1,88\times 10^{-4}$  canais lógicos/km<sup>2</sup>.

Já para o IS-95 cada célula tem uma área de  $A'=\pi r^2=\pi(1)^2=3,14$  km<sup>2</sup>. Nesta célula tem-se 3 setores de 120° onde em cada setor pode-se ter até (64-3) canais lógicos. Assim, tem-se  $C' = \frac{61}{3,14/3} = 58,25$  canais lógicos/km<sup>2</sup>.

Observe, pois, que a relação entre o sistema IS-95 e o Globalstar, em termos de número de canais lógicos por unidade de área, é de  $3,1\times 10^5$ . Esse resultado mostra que sistemas via satélite são, de fato, complementares (e não competitivos) aos sistemas terrestres.

17) Seja um sistema CDMA com banda de  $W=2,5$  MHz, taxa de informação  $R=14,4$  kbits/s e uma relação  $E_b/N_0$  mínima aceitável de 10 dB. Determine o número máximo de usuários que pode ser suportado por esse sistema numa célula isolada usando antenas omnidirecionais na ERB e sem detecção de atividade vocal. Repita o problema para antenas setorizadas em 120° na ERB

e um fator de atividade vocal de 3/8. Assuma que o sistema é limitado por interferência.

### Solução

Sabe-se que :  $N \cong \frac{W}{R} \times \left( \frac{E_b}{N_0} \right)^{-1} \times \frac{1}{d} \times F \times G$  e para os dois casos vale

$$10 \log(E_b/N_0) = 10 \rightarrow (E_b/N_0) = 10.$$

1º caso:  $d=1$  (sem atividade vocal);  $G=1$  (antenas omni) e  $F=1$  (célula isolada); portanto:

$$N = \frac{2,5 \times 10^6}{14,4 \times 10^3} \times (10)^{-1} \cong 17 \text{ canais/célula (ou usuários simultâneos na célula);}$$

2º caso:  $d=3/8$  (atividade vocal);  $G=2,55$  (setores de 120°; com antenas reais) e  $F=1$  (célula isolada); assim:

$$N' = \frac{2,5 \times 10^6}{14,4 \times 10^3} \times (10)^{-1} \times \frac{8}{3} \times 2,55 \cong 118 \text{ canais/célula (ou usuários simultâneos na célula).}$$

---

# ANEXO 9 – PROBLEMAS ADICIONAIS

## RESOLVIDOS

---

### CAPÍTULO 1

1) Em sistemas telefônicos a transformação de 2 para 4 fios, realizada através de híbridas, pode ter várias formas para a sua implementação. Explique o funcionamento dos dois circuitos abaixo representados.

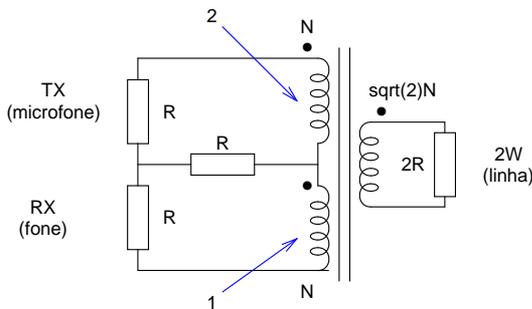


Figura 1

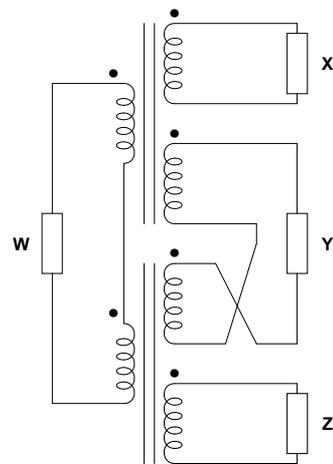


Figura 2

### Solução

#### Figura 1

O resistor de R (que se liga à interconexão dos enrolamentos 1 e 2) é de balanceamento.

A entrada TX representa o sinal de voz que o assinante A transmite para o assinante B. A saída RX representa o sinal de voz que o assinante A deve receber do assinante B.

Para a transmissão de voz do telefone para a linha a 2 fios.

A impedância de  $2R$  do secundário se transforma em  $R$  tanto no enrolamento 1 como no enrolamento 2. Injetando-se a tensão  $2V_1$  em TX tem-se as seguintes transferências de tensões:

- A tensão  $2V_1$  é dividida em duas partes iguais de valor  $V_1$ . Uma fica entre os terminais do enrolamento 1 outra fica sobre o resistor de balanceamento  $R$ ;
- Como o enrolamento 2 possui o mesmo número de espiras que o enrolamento 1, a tensão entre seus terminais é também  $V_1$ ;
- A tensão transferida para a carga de saída tem o valor  $\sqrt{2}V_1$ ;
- A tensão  $V_2$  fica então  $V_2 = -V_1 + V_1 = 0$ .

E assim, o sinal de voz TX é transmitido para a linha, mas não volta para o ouvido do assinante.

Para o outro sentido, seja um sinal aplicado na linha de valor  $\sqrt{2}V_1$ ; ele é transferido para os enrolamentos 1 e 2 com o valor  $V_1$ . Isto provoca duas correntes de malha de sentidos opostos que anulam a tensão sobre o resistor de balanceamento. Portanto, a tensão sobre a impedância do fone auricular fica  $V_1$ .

Desta maneira, o assinante B ouve a conversa proveniente do assinante A.

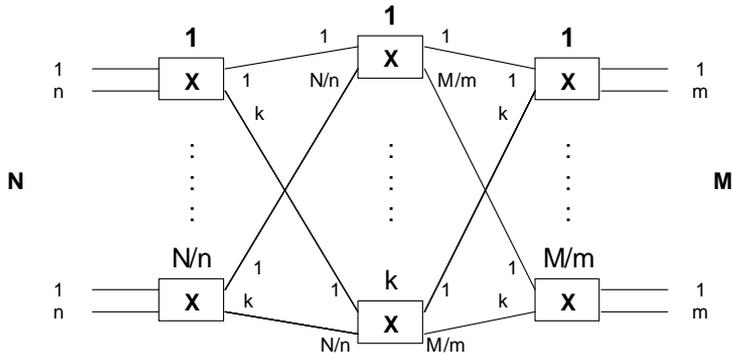
### Figura 2

Um sinal na entrada  $W$  divide-se entre  $X$  e  $Z$ , mas devido à conexão revertida nos enrolamentos cancelará em  $Y$ . Por outro lado, um sinal em  $X$  vai para  $W$  e  $Y$ , mas devido à conexão revertida nos enrolamentos  $W$  e  $Y$ ,  $Z$  não terá nenhum sinal.

## **CAPÍTULO 2**

1) Considere uma comutação analógica de três estágios, para interconexão de  $N$  entradas com  $M$  saídas, conforme indicado na figura (observe que cada saída de um bloco de um estágio é conectada ao estágio seguinte por uma e apenas uma ligação).

- a) Determine a condição de não bloqueio desta configuração;
- b) Nestas condições (isto é, sem bloqueio) determine o número total de pontos de interconexão.



**Solução**

a) A condição de bloqueio determina-se da mesma forma que no caso da configuração simétrica já vista, isto é, seja uma entrada e uma saída específicas, deste modo  $(n-1)$  saídas do primeiro estágio podem estar ocupados pela entrada e analogamente  $(m-1)$  pela saída; assim deve-se ter um estágio intermediário a mais para ser possível efetuar a ligação. Deste modo deve-se ter  $k=n-1+m-1+1=n+m-1$  estágios intermediários.

b) Nestas condições o número de pontos de cruzamento é dado por

$$C=(N/n)nk+k(N/n)(M/m)+(M/m)mk=(n+m-1)(N+M+NM/nm).$$

**CAPÍTULO 3**

1) A um grupo de 5 troncos é oferecido um tráfego de 2 erlangs. Determine:

- a) a probabilidade de bloqueio;
- b) a probabilidade de um único tronco estar ocupado;
- c) a probabilidade de um único tronco estar livre e
- d) a probabilidade de ao menos um tronco estar livre.

Se a ocupação dos troncos ocorrer de forma sequencial qual será tráfego cursado pelo:

- e) primeiro tronco?

e) último tronco?

### Solução

Deve-se lembrar que a probabilidade de ocupação de  $j$  vias é dada pela

distribuição de Erlang: 
$$P_j = \frac{\frac{A^j}{j!}}{\sum_{k=0}^N \frac{A^k}{k!}}$$

a)  $A = 2$  e  $j = N = 5 \rightarrow P_5 = E_{1,5}(2) = \frac{\frac{32}{120}}{1 + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24} + \frac{32}{120}} = 3,67 \%$ ;

b)  $A=2$  e  $j=1$ ,  $\rightarrow P_1 = \frac{\frac{2}{1}}{1 + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24} + \frac{32}{120}} = 27,52 \%$ ;

c)  $A=2$  e  $j=4$ ,  $\rightarrow P_4 = \frac{\frac{16}{24}}{1 + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24} + \frac{32}{120}} = 9,17 \%$ ;

d) A probabilidade de ao menos um tronco estar livre é dada por

$$(1-P_5) = 96,33 \%$$

e) O tráfego escoado é dado por  $Y=A(1-B)$  e considerando que a ocupação é sequencial tem-se:

$$E_{1,1}(2) = \frac{\frac{2}{1}}{1 + \frac{2}{1}} = 66,7 \%$$
 e, portanto, um único tronco (primeiro) escoar:

$$Y = 2(1 - 0,667) = 0,667 \text{ erl};$$

f) O tráfego total escoado com 5 troncos é  $Y' = 2(1 - 0,0367) = 1,928$  erl; mas se fossem apenas 4 troncos a perda seria dada por:

$$E_{1,4}(2) = \frac{\frac{16}{24}}{1 + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24}} = 9,52\% \text{ e o tráfego escoado seria}$$

$$Y'' = 2(1 - 0,0952) = 1,809 \text{ erl.}$$

Assim o último tronco escoará  $Y = Y' - Y'' = 1,928 - 1,809 = 0,119 \text{ erl.}$

2) As necessidades de comunicação, em milhares de ligações por dia, entre 4 localidades estão indicadas na tabela abaixo. A HMM é coincidente nas 4 localidades e o fator de concentração é  $f_c = 0,15$ . O tempo médio de retenção das ligações é de 2 minutos.

para de	A	B	C	D
A	-	32	42	20
B	16	-	24	60
C	32	24	-	30
D	24	32	24	-

- Calcular a intensidade de tráfego entre as várias localidades na HMM;
- Se o tráfego é todo comutado numa Central Tandem, qual é o número de chamadas tratadas na HMM?

### Solução

a) Note que o tráfego calcula-se diretamente da tabela por (n é o número de chamadas diárias):

$$I = \frac{t_r}{t_m} = \frac{2 \times 60}{\frac{3600}{0,15 \times n}} = 0,005 n \text{ erl.}$$

para de	A	B	C	D
A	-	160	210	100
B	80	-	120	300
C	160	120	-	150
D	120	160	120	-

b) O número de chamadas na HMM obtém-se também da tabela levando em conta o fator de concentração ( $f_c$ )

para de	A	B	C	D
A	-	4.800	6.300	3.000
B	2.400	-	3.600	9.000
C	4.800	3.600	-	4.500
D	3.600	4.800	3.600	-

Portanto, basta somar todas as entradas da tabela obtendo-se  $C = 54.000$  chamadas na HMM.

3) Medidas de tráfego realizadas no grupo de troncos que interliga um PABX com sua Central Local (CL) mostram que os troncos de interligação têm uma ocupação de 80% na HMM.

a) se existem 5 troncos no grupo qual a probabilidade de bloqueio assumindo que as chamadas perdidas não retornam ao sistema?

b) quantos troncos precisam ser adicionados (ou retirados) do grupo para que essa probabilidade de bloqueio seja 1,5 %?

**Solução**

a) como a ocupação média de um tronco é a medida do tráfego naquele tronco, se são 5 troncos o tráfego total será  $A=5 \times 0,8=4,0$  erl e com uma tabela de perdas sai que neste caso a probabilidade de bloqueio é de  $B=20\%$ ;

b) com o tráfego de  $A=4,0$  erl e uma probabilidade de bloqueio de  $B=1,5\%$ , novamente consultando as tabelas de perdas sai que  $N=9$  troncos, portanto precisa-se adicionar 4 troncos ao grupo para a redução de bloqueio pretendida.

4) Demonstre a segunda expressão recursiva da fórmula de perdas de Erlang (a primeira expressão foi resolvida na primeira questão proposta do capítulo 3) e depois use ambas na solução do problema proposto, isto é, não use tabelas de perdas, ou espera, para a solução desta questão!

$$E_{1,N}(A) = \frac{AE_{1,N-1}(A)}{N + AE_{1,N-1}(A)} \qquad E_{2,N}(A) = \frac{NE_{1,N}(A)}{N - A + AE_{1,N}(A)}$$

Num grupo de 20 troncos a probabilidade de bloqueio é de 0,03 quando lhe é oferecido um tráfego de 14 erl.

- qual seria a probabilidade de espera se esses mesmos troncos fossem ocupados segundo uma fila de espera?
- qual é a melhoria obtida nessa probabilidade de espera adicionando-se um tronco ao grupo?
- como se deteriora o desempenho se um tronco for retirado do grupo?

**Solução**

$$E_{1,N-1}(A) = \frac{A^{N-1}}{\sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!}} \text{ e portanto}$$

$$\frac{AE_{1,N-1}(A)}{N + AE_{1,N-1}(A)} = \frac{A}{\frac{N}{E_{1,N-1}(A)} + A} = \frac{A}{\frac{N}{\frac{(N-1)!}{\sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!}} + A}} = \frac{A}{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!} + \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}}$$

$$= \frac{A \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}}{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!} + A \frac{A^{N-1}}{(N-1)!}} = \frac{N \frac{A^N}{N!}}{N \sum_{K=0}^{N-1} \frac{A^K}{K!} + N \frac{A^N}{N!}} = \frac{A^N}{\sum_{K=0}^N \frac{A^K}{K!}} = E_{1,N}(A)$$

a)  $E_{2,20}(14) = \frac{20 \times 0,03}{20 - 14 + 14 \times 0,03} = 0,093$

b) adicionando-se um tronco

$$E_{1,21}(14) = \frac{14 \times 0,03}{21 + 14 \times 0,03} = 0,0196 \text{ e portanto}$$

$$E_{2,21}(14) = \frac{21 \times 0,0196}{21 - 14 + 14 \times 0,0196} = 0,0565$$

e assim há uma melhora de 3,6%

c) retirando-se um tronco

$$E_{1,20}(14) = \frac{14 \times E_{1,19}(14)}{20 + 14 \times E_{1,19}(14)} = 0,03$$

isto é,  $14 \times E_{1,19}(14) = 0,03 \times [20 + 14 \times E_{1,19}(14)]$  e assim  $E_{1,19}(14) = 0,04418$ ;

$$\text{portanto } E_{2,19}(14) = \frac{19 \times 0,04418}{19 - 14 + 14 \times 0,04418} = 0,1437$$

e assim piora de 5 %.

5) Um banco tem uma fila única para seus caixas que são em número de 4. Em média, os usuários são atendidos em 2 minutos e chegam ao banco 100 usuários/hora. Considerando esse número como representativo da HMM (**H**ora de **M**aior **M**ovimento), quanto tempo, em média, os usuários permanecem na fila? Como muda esta resposta com um caixa adicional?

### Solução

Trata-se de um sistema de espera, com atendimento em ordem cronológica (fila) e, portanto, aplica-se a fórmula de Erlang de segunda espécie. O tráfego calcula-se por  $I = t_r / t_m$  onde:

$$t_m = \text{taxa de ocupação} = \frac{3600}{100} = \frac{\text{número de segundos em 1 hora}}{\text{número de usuários chegando em 1 hora}} = 36 \text{ s}$$

$$t_r = \text{tempo de retenção} = 120 \text{ s (dado) e portanto } I = \frac{120}{36} = 3,333 \text{ erl ;}$$

No problema ainda  $N=4$  (número de vias de saída) e, portanto, usa-se uma tabela, ou um gráfico, ou então calcula-se:

$$P(>0) = \frac{\frac{N}{N-A} \times \frac{A^N}{N!}}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{N}{N-A} \times \frac{A^N}{N!}} =$$

$$\frac{\frac{4}{4-3,333} \times \frac{3,333^4}{4!}}{1 + 3,333 + \frac{3,333^2}{2!} + \frac{3,333^3}{3!} + \frac{4}{4-3,333} \times \frac{3,333^4}{4!}} =$$

$$= \frac{30,863}{16,01 + 30,863} = 0,6577 \rightarrow 65,77\% \text{ dos usuários vão ter que esperar. O}$$

tempo médio de espera é dado por:  $q = \frac{t_r}{N-A} \times P(>0)$ ; no caso

$$q = \frac{120}{4-3,3333} \times 0,6577 = 118,4 \text{ s. Com um caixa adicional (N = 5) tem-se:}$$

$$P(>0) = \frac{\frac{5}{5-3,333} \times \frac{3,333^5}{5!}}{1 + 3,333 + \frac{3,333^2}{2!} + \frac{3,333^3}{3!} + \frac{3,333^4}{4!} + \frac{5}{5-3,333} \times \frac{3,333^5}{5!}} =$$

$$\frac{10,288}{21,206 + 10,288} = 0,3266 \text{ e agora apenas 32,66\% dos usuários vão ter que}$$

esperar, com um tempo médio de espera dado por:  $q = \frac{120}{5-3,3333} \times 0,3266$   
 $= 23,5 \text{ s.}$

6) Demonstre as expressões 3.26 à 3.28 do livro texto

### Solução

Conforme determinado no capítulo 3 em um intervalo de tempo  $\Delta t$  tem-se:

- probabilidade de chegar uma nova chamada =  $\Delta t / t_m$

- probabilidade de terminar uma chamada com j em andamento =  $j\Delta t / t_r$

Deduziu-se ainda que  $P_j = \frac{A^j}{j!} P_0$  e a partir desta expressão, impondo-se a

restrição  $j=N$ , determinou-se a constante  $P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^N \frac{A^j}{j!}}$  e assim a distribuição

$$P_j = \frac{\frac{A^j}{j!}}{\sum_{k=0}^N \frac{A^k}{k!}}$$

Nesta expressão (conhecida como primeira distribuição de Erlang) fazendo-se  $j=N$  (condição de bloqueio, caracterizando a perda de uma chamada) tem-se

$$E_{1,N}(A) = B = \frac{\frac{A^N}{N!}}{\sum_{k=0}^N \frac{A^k}{k!}}$$

que é a fórmula de perdas de Erlang (ou ainda fórmula de Erlang de primeira espécie).

a) Considere-se agora o caso  $j \geq N$ ; neste caso pode-se escrever

$$P(j-1 \rightarrow j) = P(j-1) \times \Delta t / t_m$$

e como na condição  $j \geq N$  todas as vias estão ocupadas

$$P(j \rightarrow j-1) = P(j) \times N \Delta t / t_r$$

No equilíbrio estatístico  $P(j-1 \rightarrow j) = P(j \rightarrow j-1)$ ; portanto

$$P(j) \times N \Delta t / t_r = P(j-1) \times \Delta t / t_m \text{ e desta vem então que } P(j) = \frac{A}{N} P(j-1) \text{ com}$$

$A = t_r / t_m$ . Mas sabe-se que

$$P(N) = \frac{A^N}{N!} P(0) \text{ e, portanto, pode-se escrever}$$

$$P(N+1) = \frac{A}{N} \times \frac{A^N}{N!} P(0) = \frac{A^{N+1}}{N \times N!} P(0)$$

$$P(N+2) = \frac{A}{N} \times P(N+1) = \frac{A^{N+2}}{N^2 \times N!} P(0) \text{ e genericamente}$$

$$P(j) = \frac{A^j}{N^{j-N} \times N!} P(0) = \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} P(0)$$

Se não há restrição para a fila de espera  $j$  pode assumir qualquer valor inteiro e portanto

$$\sum_{j=0}^{\infty} P_j = \sum_{j=0}^N \frac{A^j}{j!} P(0) + \sum_{j=N+1}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} P(0) = 1 \text{ e desta então tem-se}$$

$$\frac{1}{P(0)} = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{A^j}{j!} + \sum_{j=N}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{A^j}{j!} + \frac{A^N}{N!} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^j$$

Agora com  $A < N$ , tem-se ainda (deve-se ter  $A < N$  para o equilíbrio; caso contrário a fila crescerá indefinidamente)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^k = \frac{1}{1 - \frac{A}{N}} = \frac{N}{N - A}$$

$$\text{Assim } P(0) = \left[ \sum_{j=0}^{N-1} \frac{A^j}{j!} + \frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N - A} \right]^{-1}$$

Com este valor de  $P(0)$  determinado retorna-se à expressão de  $P(j)$

$$P(j) = \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} P(0) = \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} \left[ \sum_{j=0}^{N-1} \frac{A^j}{j!} + \frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N - A} \right]^{-1}$$

conhecida como a segunda distribuição de Erlang. Ocorrerá espera para  $j \geq N$  e isso ocorre com probabilidade

$$\begin{aligned} P(t > 0) &= \sum_{j=N}^{\infty} P(j) = \sum_{j=N}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^j \times \frac{N^N}{N!} \times P(0) = P(0) \times \left(\frac{A}{N}\right)^N \times \frac{N^N}{N!} \times \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{A}{N}\right)^k \\ &= P(0) \times \frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N - A} \end{aligned}$$

$$\text{E portanto } P(t > 0) = \frac{\frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N-A}}{\sum_{j=0}^{N-1} \frac{A^j}{j!} + \frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N-A}} = E_{2,N}(A)$$

Esta expressão é conhecida como fórmula de espera de Erlang (ou ainda fórmula de Erlang de segunda espécie) e representa a probabilidade de uma chamada ter de esperar.

b) Para o cálculo do número médio de chamadas em espera (L) pode-se escrever

$$L = 1 \times P(N+1) + 2 \times P(N+2) + \dots + k \times P(N+k) + \dots \text{ onde}$$

$k \times P(N+k)$  denota que há  $k$  usuários na fila e  $(N+k)$  usuários no sistema.

$$L = P(0) \times \left(\frac{A}{N}\right)^{N+1} \times \frac{N^N}{N!} \left\{ 1 + 2 \frac{A}{N} + 3 \left(\frac{A}{N}\right)^2 + \dots + k \left(\frac{A}{N}\right)^{k-1} + \dots \right\}$$

O termo entre parênteses pode ser determinado observando que

$$1 + 2 \frac{A}{N} + 3 \left(\frac{A}{N}\right)^2 + \dots + k \left(\frac{A}{N}\right)^{k-1} + \dots =$$

$$1 + \frac{A}{N} + \left(\frac{A}{N}\right)^2 + \dots + \left(\frac{A}{N}\right)^{k-1} + \dots = \frac{N}{N-A}$$

$$\frac{A}{N} + \left(\frac{A}{N}\right)^2 + \dots + \left(\frac{A}{N}\right)^{k-1} + \dots = \frac{N}{N-A} \times \frac{A}{N}$$

$$\left(\frac{A}{N}\right)^2 + \dots + \left(\frac{A}{N}\right)^{k-1} + \dots = \frac{N}{N-A} \times \left(\frac{A}{N}\right)^2$$

.....

$$= \frac{N}{N-A} \left( \frac{1}{1 - \frac{A}{N}} \right) = \left( \frac{N}{N-A} \right)^2$$

E assim

$$L = P(0) \times \left(\frac{A}{N}\right)^{N+1} \times \frac{N^N}{N!} \times \left(\frac{N}{N-A}\right)^2 = P(0) \times \frac{A^N}{N!} \times \frac{N}{N-A} \times \frac{A}{N} \times \frac{N}{N-A}$$

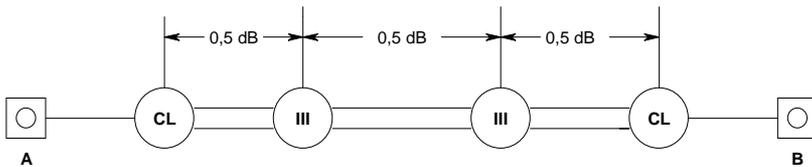
$$= E_{2,N}(A) \times \frac{A}{N-A}$$

c) A determinação do tempo médio de espera ( $T_m$ ) é obtida de forma análoga

$$T_m = E_{2,N}(A) \times \frac{t_r}{N-A}$$

## CAPÍTULO 4

1) Dois assinantes A e B são interligados através de uma rota evidenciada na figura a seguir. Os telefones utilizados nos dois pontos têm resistência de  $200 \Omega$ , são ligados à CL - Central Local correspondente através de um cabo com  $r=300 \Omega/\text{km}$  e  $\alpha=1,8 \text{ dB/km}$  e são alimentados com  $48\text{V}$  através de uma ponte de  $2 \times 300 \Omega$  que coincide com os valores nominais requeridos. Os telefones têm um  $ERT_o=1\text{dB}$  e  $ERR_o=0\text{dB}$ . As Centrais de classe III e as Locais, com comutação a 4 fios, são tais que apresentam uma atenuação de  $a=0,5\text{dB}$  com desvio padrão  $\sigma=1\text{dB}$ , entre pontos virtuais. A conversão de 2 para 4 fios é realizado imediatamente na entrada da CL (unidades de assinantes multiplexadas digitalmente na entrada da CL). Consegue-se dessa forma um valor menor para a perda de inserção, assim como para a dispersão. Assim a perda de passagem (ou de inserção) das híbridas é de  $1 \text{ dB}$ , com reflexão caracterizada por  $a_H=10\text{dB}$  e  $\sigma_H=1,0 \text{ dB}$ .



Pergunta-se então:

a) Entre que valores extremos estarão situados os equivalentes de referência (ER), para uma ligação entre dois assinantes A e B quaisquer, admitindo-se que os assinantes possam distar até  $5 \text{ km}$  de sua correspondente CL?

b) Qual a probabilidade de instabilidade para uma ligação entre dois assinantes dessas duas CLs?

**Solução**

a) Nas distâncias extremas:

$$ERT_{\max} = ERT_0 + \alpha L_A + a_m =$$

$$1 + 1,8 \times 5 + 20 \log \{ [48 / (200 + 600)] / [48 / (200 + 1.500 + 600)] \} = 19,17 \text{ dB (para } L_A = 5 \text{ km)}$$

$$ERT_{\min} = 1 \text{ dB (para } L_A = 0 \text{ km)}$$

$$ERR_{\max} = ERR_0 + \alpha L_B = 0 + 1,8 \times 5 = 9,0 \text{ dB (para } L_B = 5 \text{ km)}$$

$$ERR_{\min} = 0 \text{ dB (para } L_B = 0 \text{ km)}$$

Assim:

$$ER_{\max} = ERT_{\max} + 1 + 1 + 3 \times 0,5 + ERR_{\max} = 31,67 \text{ dB (para } L_A = L_B = 5 \text{ km)}$$

$$ER_{\min} = ERT_{\min} + 1 + 1 + 3 \times 0,5 + ERR_{\min} = 4,5 \text{ dB (para } L_A = L_B = 0 \text{ km)}$$

b) Para o cálculo da instabilidade determinam-se a média e desvio padrão da atenuação total da malha:

$$a_T = 2a_R + 2a_H = 2 \times (1 + 3 \times 0,5 + 1) + 2 \times 10 = 27 \text{ dB e}$$

$$\sigma_T^2 = 2 \times 1^2 + 2 \times 3 \times 1^2 = 8 \Rightarrow \sigma_T = 2,82 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow P_{\text{inst}} = Q(27/2,82) = Q(9,54) = 7,1 \times 10^{-22}.$$

2) Dois assinantes, A e B, subordinados à mesma CL (Central Local), estão em conversação. O assinante A dista *a* km da CL, enquanto B dista *b* km. Ambos utilizam o mesmo tipo de telefone e são interligados à CL pelo mesmo tipo de cabo. Qual dos assinantes terá uma qualidade de comunicação melhor? Como se avalia essa diferença de qualidade?

**Solução**

Para a ligação de A para B (i.e., B na escuta):

$$ER_{A \rightarrow B} = ERT + ERR = ERT_0 + \alpha a + a_m + ERR_0 + \alpha b = ERT_0 + ERR_0 + \alpha(a+b) + a_m$$

com  $a_m = 20 \log(I_{\text{nom}}/I_{\text{real}})$  e  $I_{\text{real}} = V / (R_t + R_{\text{bob}} + ar)$

onde a corrente nominal do telefone  $I_{nom}$ , a tensão de alimentação  $V$ , a resistência da ponte de alimentação  $R_{bob}$ , do telefone  $R_t$  e da linha em loop  $r$ , são termos comuns (independe da direção considerada, pelos dados do problema).

Para a ligação de B para A (i.e., A na escuta):

$$ER_{B \rightarrow A} = ERT + ERR = ERT_0 + \alpha b + a'_m + ERR_0 + \alpha a = ERT_0 + ERR_0 + \alpha(a+b) + a'_m$$

com  $a'_m = 20 \log(I_{nom}/I_{real})$  e  $I_{real} = V/(R_t + R_{bob} + br)$

A diferença está assim apenas na atenuação microfônica:

$$\Delta = ER_{A \rightarrow B} - ER_{B \rightarrow A} = a_m - a'_m = 20 \log[(R_t + R_{bob} + ar)/(R_t + R_{bob} + br)] \text{ que será:}$$

$\Delta > 0$  se  $a > b$ , indicando que A escuta melhor e

$\Delta < 0$  se  $a < b$  indicando que B escuta melhor.

## CAPÍTULO 7

1) Seja um sistema PCM com uma taxa de amostragem de  $f_0 = 8.000$  amostras/s. Na saída do decodificador, onde adotou-se  $\tau = T_0 = (f_0)^{-1}$  com  $\tau$  sendo a duração de uma amostra, tem-se um FPF (**F**iltro **P**assa **F**aixa) ideal de 300 a 3.400 Hz, seguido de um filtro de equalização tipo sinc ( $\text{sinc}x = \text{sen}\pi x / \pi x$ ) denotado por  $H(f)$ . Determine  $H(f)$  e a razão  $H(300)/H(3.400)$ , em dB.

### Solução

Sabe-se que o filtro de equalização é proporcional a  $[\text{sinc}(f\tau)]^{-1}$ . Assim pode-se escrever:

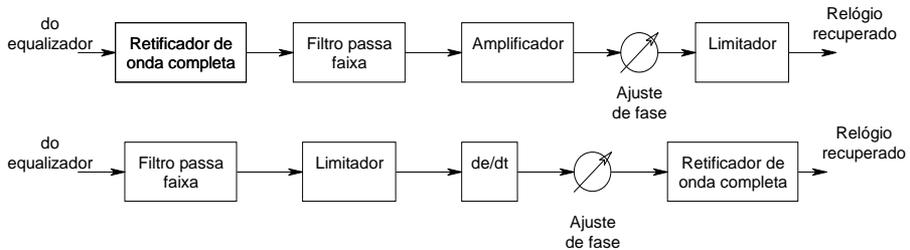
$H(f) = K/\text{sinc}(f\tau)$ ; com K representando o ganho em  $f=0$ . Portanto:

$$\frac{H(300)}{H(3.400)} = \frac{\text{sinc}(3.400 \times 125 \times 10^{-6})}{\text{sinc}(300 \times 125 \times 10^{-6})} = \frac{\text{sinc}(0,425)}{\text{sinc}(0,0375)}$$

$$\frac{0,0375}{0,425} \times \frac{\text{sen}(1,3352)}{\text{sen}(0,1178)} = 0,730 \text{ e portanto } 20 \log [H(300)/H(3.400)] = -2,73 \text{ dB.}$$

## CAPÍTULO 9

1) Nas duas figuras abaixo representam-se alternativas para a extração de relógio num repetidor PCM. Explique brevemente o princípio de funcionamento dos dois circuitos (ilustre com formas de onda em cada ponto)



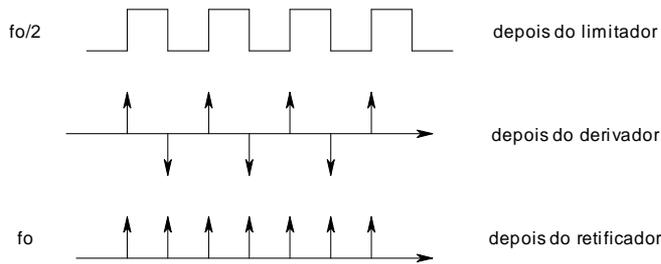
### Solução

Vide figura 9.19 do livro texto, para a forma de onda na saída do equalizador (frequência fundamental em  $f_0/2$ ).

a) no primeiro circuito, após o retificador de onda completa, tem-se um filtro passa faixa, com índice de mérito (Q) elevado, que deve estar centrado em  $f_0$  (2.048 kHz). Após um amplificador e o ajuste de fase, a saída do limitador, que é uma onda quadrada com frequência fundamental  $f_0$ , será utilizada para leitura em suas bordas de subida.



b) no segundo circuito, após o filtro passa faixa centrado em  $f_0/2$  (1.024 kHz), com um índice de mérito (Q) alto, tem-se um limitador que fornece em sua saída uma onda quadrada de frequência fundamental  $f_0/2$ . A derivada deste sinal, após passar por um ajuste da fase e um retificador de onda completa, fornecerá os instantes para a leitura na frequência fundamental  $f_0$ .



## CAPÍTULO 12

1) No item 12.5 foi apresentado o "Teorema da Amostragem para Sinais Passa-banda". Deve-se observar, no entanto, que o valor obtido para a taxa mínima ( $f_0$ ) não pode ser arbitrariamente aumentado (efeito *aliasing*). Esse fato aliás foi explorado no problema 4, proposto ao final do capítulo.

Estabeleça então a faixa de valores admissíveis para essa taxa mínima.

### Solução

Note inicialmente que  $2B \left(1 + \frac{K}{M'}\right) = \frac{2(B_0 + B)}{M'}$  e assim o resultado

solicitado será dado por:  $\frac{2(B_0 + B)}{M'} \leq f_0 \leq \frac{2B_0}{M' - 1}$

onde se  $M'=1$  o último termo deve ser interpretado como infinito, resultando na taxa correspondente ao teorema da amostragem convencional (taxa de Nyquist). Outras faixas de valores podem ser obtidas trocando-se  $M'$  por  $M$  na última expressão e considerando  $M$  um inteiro tal que  $1 \leq M \leq M'$ .

Vide referências 1) R. B. Vaughan, N. L. Scott, and D. R. White, "The Theory of Bandpass Sampling", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 39, pp.1973-1984, September 1991 e 2) R. Pазsitka, L. Toma, D. Stoiciu, and A. De Sabata, "New Proof of the Sampling Theorem for Bandpass Signals", Buletinul Științific al Universității Politehnica din Timișoara, România, Seria ELECTRONICĂ și TELECOMUNICAȚII, Tomul 48(62), Fascicula 2, pp.14-15, 2003.

Por exemplo, para o transmultiplexador detalhado no item 12.5 sabe-se que  $B_0=312$  kHz e  $B=240$  kHz; assim  $M'=2$  e resulta que a taxa mínima deve estar na faixa de:  $552 \leq f_0 \leq 624$  kamostras/s (no texto foi adotado o valor de 576 kamostras/s).

Note-se ainda que nesse caso só existe uma faixa adicional de possíveis valores para a taxa de amostragem (obtida com  $M=1$ ) e que é dada por:  $f_0 \geq 1.104$  kamostras/s, correspondente à taxa de Nyquist.

Já para o problema 4, proposto ao final do capítulo 12, as faixas de valores possíveis para a taxa são:  $35 \leq f_0 \leq 37,5$  kamostras/s (com  $M'=3$ , como apresentado);  $52,5 \leq f_0 \leq 75$  kamostras/s (com  $M=2$ ) e  $f_0 \geq 105$  kamostras/s (com  $M=1$ , correspondente à taxa de Nyquist).

## **CAPÍTULO 13**

1) Uma estrutura de comutação é constituída de um único bloco T. Admitindo memórias com um tempo de acesso máximo de 40 ns, quantos canais a estrutura pode comutar. Admita que a multiplexação de entrada, e saída, para os PCMs não apresente nenhuma restrição tecnológica. Essa estrutura é bloqueante?

### **Solução**

A máxima taxa de acesso ao bloco T corresponde a  $(40 \times 10^{-9})^{-1} = 25$  Mbits/s. A restrição imposta é de ser múltiplo de 2,048 Mbits/s (um enlace PCM de 32 canais) e iguais ciclos de leitura e escrita, o que possibilita então até 6 enlaces PCM de entrada (e saída), ou 192 canais.

A estrutura é não bloqueante por ser constituída de um único bloco T.

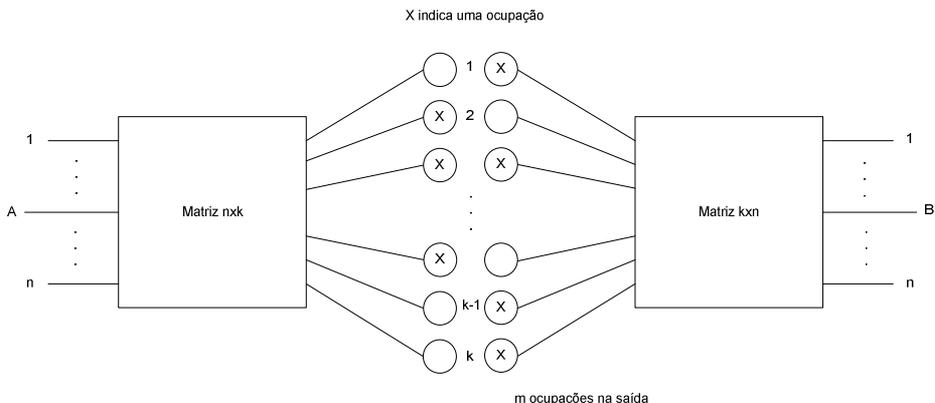
2) Demonstre a expressão 13.1 do livro texto.

### **Solução**

Inicialmente demonstra-se uma expressão de bloqueio diferente, mas que, segundo este autor, é mais precisa do que a de Jacobaeus (vide observações ao final da solução).

Considere a figura abaixo que representa as diversas formas possíveis de se interconectar A com B, por meio de k enlaces intermediários (veja também a figura 13.7 do livro texto).

Considere então que A e B estão livres e que se deseja conectá-los.



Ocorrerá bloqueio se os  $(k-m)$  “livres da entrada” (condição imposta pela ocupação da saída) estiverem ocupados. Seja  $H(k-m)$  esta probabilidade e  $p$  a probabilidade de ocupação das entradas individuais.

Seja ainda  $G(m)$  a probabilidade de  $m$  ocupações na saída, isto é,

$$G(m) = \binom{n-1}{m} p^m (1-p)^{n-1-m}$$

(note que ao usar-se um total de  $n-1$  exclui-se o que se deseja comutar).

Assumindo a independência entre as colunas, a probabilidade de bloqueio será, com  $m$  ocupações na saída, dada por  $G(m)H(k-m)$  (resultado aproximado pela hipótese de independência).

Observando que  $k-m \leq n-1$  e  $m \leq n-1$  tem-se  $k-n+1 \leq m \leq n-1$  e portanto

$$B = \sum_{m=k-n+1}^{n-1} G(m)H(k-m)$$

Seja  $Q(j) = \binom{n-1}{j} p^j (1-p)^{n-1-j}$  a probabilidade de  $j$  entradas ocupadas. A probabilidade de  $(k-m)$  determinadas (pela saída) estarem ocupadas é dada por:

$\binom{k}{m}$  formas de se ter as saídas ocupadas (à direita) e que acabam determinando as  $(k-m)$  eventualmente disponíveis na entrada;

$\binom{j}{k-m}$  formas de  $(k-m)$  estarem ocupadas dentre as  $j$  especificadas.

Portanto a probabilidade de que particulares  $(k-m)$  links (que correspondem aos livres de saída) estarem ocupados é dada por

$$Q(j) \frac{\binom{j}{k-m}}{\binom{k}{m}} \text{ e assim } H(k-m) = \sum_{j=k-m}^{n-1} Q(j) \frac{\binom{j}{k-m}}{\binom{k}{m}}; \text{ portanto}$$

$$B = \sum_{m=k-n+1}^{n-1} \binom{n-1}{m} p^m (1-p)^{n-1-m} \sum_{j=k-m}^{n-1} \binom{n-1}{j} p^j (1-p)^{n-1-j} \frac{\binom{j}{k-m}}{\binom{k}{m}}$$

expandindo

$$B = \sum_{m=k-n+1}^{n-1} \frac{(n-1)!}{m!(n-1-m)!} p^m (1-p)^{n-1-m} \sum_{j=k-m}^{n-1} \frac{(n-1)!}{j!(n-1-j)!} p^j (1-p)^{n-1-j} \\ \times \frac{j!}{(k-m)!(j-k+m)!} \times \frac{m!(k-m)!}{k!}$$

que após as simplificações diretas fornece

$$B = \frac{[(n-1)!]^2}{k!} \sum_{m=k-n+1}^{n-1} \frac{p^m (1-p)^{n-1-m}}{(n-1-m)!} \sum_{j=k-m}^{n-1} \frac{p^j (1-p)^{n-1-j}}{(n-1-j)!(j-k+m)!}$$

Na segunda somatória seja agora  $i=j-k+m$

$$\sum_{j=k-m}^{n-1} \frac{p^j (1-p)^{n-1-j}}{(n-1-j)!(j-k+m)!} = \sum_{i=0}^{n-1-k+m} \frac{p^{i+k-m} (1-p)^{n-1-i-k+m}}{(n-1-i-k+m)!i!} \times \frac{(n-1-k+m)!}{(n-1-k+m)!} \\ = \frac{p^{k-m}}{(n-1-k+m)!} \sum_{i=0}^{n-1-k+m} \binom{n-1-k+m}{i} \frac{p^i (1-p)^{n-1-i-k+m}}{(n-1-k+m-i)!i!}$$

$$= \frac{p^{k-m}}{(n-1-k+m)!} \times (p+1-p)^{n-1-k+m} = \frac{p^{k-m}}{(n-1-k+m)!}$$

Substituindo na expressão de B

$$B = \frac{[(n-1)!]^2}{k!} \sum_{m=k-n+1}^{n-1} \frac{p^m (1-p)^{n-1-m}}{(n-1-m)!} \times \frac{p^{k-m}}{(n-1-k+m)!}$$

Seja agora  $q=m-k+n-1$

$$B = \frac{[(n-1)!]^2}{k!} \sum_{q=0}^{2n-k-2} \frac{p^k (1-p)^{2n-k-2-q}}{q!(2n-k-2-q)!}$$

$$= \frac{[(n-1)!]^2 p^k}{k!(2n-k-2)!} \sum_{q=0}^{2n-k-2} \binom{2n-k-2}{q} (1-p)^{2n-k-2-q}$$

observando que a somatória indicada corresponde ao desenvolvimento de  $(1+1-p)^{2n-k-2}$  tem-se finalmente

$$B = \frac{[(n-1)!]^2}{k!(2n-k-2)!} p^k (2-p)^{2n-k-2}.$$

Expressão válida para  $k \leq 2n-2$ , pois, para  $k \geq 2n-1$  tem-se  $B=0$ .

### Observação 1

A expressão 13.1 do livro texto

$$B = \frac{(n!)^2}{k!(2n-k)!} p^k (2-p)^{2n-k},$$

conhecida como fórmula de bloqueio de Jacobaeus e muito difundida na literatura, é obtida de forma análoga à descrita mas com  $k-m \leq n$  e  $m \leq n$  e portanto  $k-n \leq m \leq n$  nas duas somatórias iniciais

$$B = \sum_{m=k-n}^n G(m)H(k-m) \text{ e } G(m) = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m}.$$

Nota-se que a expressão original de Jacobaeus falha para  $k=2n-1$  (condição de não bloqueio de Clos) quando deveria se ter  $B=0$  (vide observação 3 adiante).

O desenvolvimento aqui apresentado corresponde, pois, a uma demonstração com a hipótese de se ter uma linha livre na entrada e outra livre na saída desejando se comutar e as DEMAIS com ocupação média  $p$ .

O desenvolvimento apresentado em [Col73] é uma demonstração clássica com a hipótese de ocupação média  $p$  para TODAS as entradas e saídas.

No entanto, pode-se adotar o resultado de [Col73], que é de fato o resultado mais conhecido na literatura, e usar a demonstração aqui apresentada apenas para facilitar o entendimento do que ali foi denominado de *after considerable manipulation...*

### Observação 2

O problema proposto n° 5 do capítulo 13 do livro texto trata de uma simplificação deste cálculo devida à Lee, também bastante usual na prática. O método de Lee tem a grande vantagem de ser facilmente estendido para sistemas de comutação com qualquer número de estágios e geralmente superestima o valor da probabilidade de bloqueio.

### Observação 3

Posteriormente, uma nova correção foi apresentada por Claude Rigault em seu artigo “*Clos Networks: A correction of the Jacobaeus result*”, publicado nos *Annales Des Télécommunications, Novembre/Decembre 2002, Volume 57, Issue 11-12, pp 1244-1252.*

No entanto, segundo este autor, o processo é melhor descrito pela dedução exposta a seguir, em analogia com o artigo de Rigault.

Sejam  $x$  e  $y$  as ocupações na entrada do primeiro estágio e na saída do último estágio, respectivamente, e denote-se por  $B_{x,y}$  a probabilidade de bloqueio interna no estado  $\{x,y\}$ .

Quando  $x$  entradas no primeiro estágio estiverem ocupadas,  $x$  matrizes do segundo estágio não poderão ser mais usados pelas saídas da matriz do primeiro estágio. E, quando  $y$  saídas do terceiro estágio estiverem ocupadas apenas  $k-y$  matrizes do segundo estágio poderão acessar terceiro estágio.

Bloqueio interno ocorre quando  $k-y$  das matrizes do segundo estágio que podem ser utilizadas pelo terceiro estágio são tais que pertencem ao conjunto de  $x$  matrizes do segundo estágio que não são utilizáveis pelo primeiro estágio.

Assim não ocorrerá bloqueio se  $k-y > x$  ou  $x+y < k$ ; portanto  $B_{x,y}=0$  nestas condições. Quando  $x+y \geq k$  o bloqueio interno  $B_{x,y}$  será dado por

$$B_{x,y} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de maneiras de se ter } (k-y) \text{ matrizes no } 2^\circ \text{ estágio com os } x \text{ já ocupados}}{\text{n}^\circ \text{ de maneiras de se ter } (k-y) \text{ matrizes no } 2^\circ \text{ estágio de um total de } k}$$

$$B_{x,y} = \frac{\binom{x}{k-y}}{\binom{k}{k-y}} = \frac{x!}{(k-y)!(x+y-k)!} \times \frac{y!(k-y)!}{k!} = \frac{x!y!}{k!(x+y-k)!} \text{ para } x+y \geq k$$

e  $B_{x,y}=0$  para  $x+y < k$  (cálculo similar ao empregado no desenvolvimento do método de Jacobaeus).

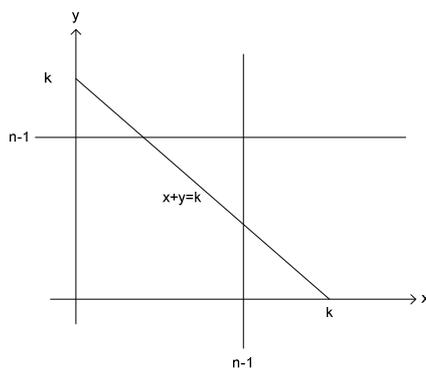
Agora para a determinação da probabilidade de bloqueio global determina-se

$$B = \sum_{x,y} P(x,y) B_{x,y}$$

para todo  $\{x,y\}$  válido, com  $P_{x,y}$  denotando a probabilidade deste evento.

Analisando os possíveis valores para  $\{x,y\}$  nota-se que tanto  $x$  como  $y$  podem variar de 0 à  $(n-1)$ , descontados pois os que se deseja conectar. Porém, todos os casos em que  $x+y < k$  (condição de Clos) não apresentarão bloqueio e não devem ser considerados neste cálculo (na demonstração original de Jacobaeus, tanto  $x$  como  $y$  poderiam variar de 0 a  $n$  (ou  $n-1$ , conforme alternativa apresentada) e essa é a diferença fundamental na abordagem de Rigault).

Assim, com estas observações,  $x$  e  $y$  poderão assumir valores nos vértices ou dentro do triângulo determinado pelas retas:  $y=n-1$ ;  $x=n-1$  e  $x+y=k$  (pontos do plano tais que  $0 \leq x \leq n-1$ ;  $0 \leq y \leq n-1$  e  $x+y \geq k$ ).



Assim como na demonstração original admite-se que as ocupações de entrada e saída são independentes o que, apesar de não ser rigorosamente correto, é

válido na prática com o emprego de matrizes maiores e com os troncos de entrada e saída devidamente distribuídos. Neste caso

$$P(x, y) = P(x)P(y) \text{ e assim } B = \sum_{x,y} P(x, y)B_{x,y} \text{ reescreve-se como}$$

$$B = \sum_{\substack{x,y \\ \text{bloqueantes}}} P(x)P(y)B_{x,y} = \sum_{\substack{x,y \\ \text{bloqueantes}}} P(x)P(y) \frac{x!y!}{k!(x+y-k)!}$$

A somatória pode ser realizada fazendo-se x variar de k-n+1 até n-1 e depois, para um dado valor de x, y variará de k-x até n-1.

$$B = \sum_{x=k-n+1}^{n-1} P(x) \sum_{y=k-x}^{n-1} P(y) \frac{x!y!}{k!(x+y-k)!}$$

P(x) representa a probabilidade de x ocupações de um conjunto de n-1 vias (e aqui está a DIFERENÇA em relação à demonstração original de Rigault que considera n) com probabilidade de ocupação p. Assim:

$$P(x) = \binom{n-1}{x} p^x (1-p)^{n-1-x} \text{ e analogamente } P(y) = \binom{n-1}{y} p^y (1-p)^{n-1-y}$$

$$B = \sum_{x=k-n+1}^{n-1} \binom{n-1}{x} p^x (1-p)^{n-1-x} \sum_{y=k-x}^{n-1} \binom{n-1}{y} p^y (1-p)^{n-1-y} \frac{x!y!}{k!(x+y-k)!}$$

$$B = \sum_{x=k-n+1}^{n-1} \frac{(n-1)!p^x(1-p)^{n-1-x}}{x!(n-1-x)!} \sum_{y=k-x}^{n-1} \frac{(n-1)!p^y(1-p)^{n-1-y}}{y!(n-1-y)!} \times \frac{x!y!}{k!(x+y-k)!}$$

$$B = \frac{[(n-1)!]^2}{k!} \sum_{x=k-n+1}^{n-1} \frac{p^x(1-p)^{n-1-x}}{(n-1-x)!} \sum_{y=k-x}^{n-1} \frac{p^y(1-p)^{n-1-y}}{(x+y-k)!(n-1-y)!}$$

Seja agora q=y-k+x; assim, para um dado valor de x, a segunda somatória fica:

$$\begin{aligned}
& \sum_{q=0}^{n-1-k+x} \frac{1}{(n-1-q-k+x)!} p^{q+k-x} (1-p)^{n-1-q-k+x} \times \frac{1}{q!} = \\
& \left( \frac{p}{1-p} \right)^{k-x} (1-p)^{n-1} \sum_{q=0}^{n-1-k+x} \frac{1}{q!(n-1-q-k+x)!} \left( \frac{p}{1-p} \right)^q = \\
& \left( \frac{p}{1-p} \right)^{k-x} \frac{(1-p)^{n-1}}{(n-1-k+x)!} \sum_{q=0}^{n-1-k+x} \binom{n-1-k+x}{q} \times \left( \frac{p}{1-p} \right)^q = \\
& \left( \frac{p}{1-p} \right)^{k-x} \frac{(1-p)^{n-1}}{(n-1-k+x)!} \times \left( 1 + \frac{p}{1-p} \right)^{n-1-k+x} = \\
& \left( \frac{p}{1-p} \right)^{k-x} \frac{(1-p)^{n-1}}{(n-1-k+x)!} \times (1-p)^{-n+1+k-x} = \frac{p^{k-x}}{(n-1-k+x)!}
\end{aligned}$$

Introduzindo este resultado intermediário na expressão de B tem-se

$$\frac{p^k (n-1)!^2}{k!} \sum_{x=k-n+1}^{n-1} \frac{(1-p)^{n-1-x}}{(n-1-k+x)!(n-1-x)!}$$

Seja agora  $j=x-k+n$

$$B = \frac{p^k (n-1)!^2}{(2n-k-1)!k!} \sum_{j=1}^{2n-k-1} \binom{2n-k-1}{j} (1-p)^{2n-j-k-1}$$

e assim finalmente tem-se

$$B = \frac{(n-1)!^2}{(2n-k-1)!k!} p^k \left[ (2-p)^{2n-k-1} - (1-p)^{2n-k-1} \right] \text{ válido para } k \leq 2n-1.$$

Note que este resultado fornece  $B=0$  na condição não bloqueante de Clos ( $k=2n-1$ ) e, pela exposição,  $B=0$  para  $k > 2n-2$ .

O resultado original de Rigault, aplicado para a configuração aqui descrita, é dado por

$$B = \frac{(n)!^2}{(2n-k)!k!} p^k \left[ (2-p)^{2n-k} - 2 + p^{2n-k} \right] \text{ válido para } k \leq 2n-1.$$

Note que este resultado fornece  $B=0$  na condição não bloqueante de Clos ( $k=2n-1$ ) e, pela exposição,  $B=0$  para  $k > 2n-2$ .

## CAPÍTULO 14

1) Seja uma memória elástica de 256 posições (correspondente a um quadro PCM) utilizada com relógios de escrita e leitura (serial) com uma estabilidade garantida de uma parte em  $10^7$ .

a) Considerando um sistema PCM à taxa nominal de  $f_0 = 2,048$  Mbits/s e que o valor médio do número de *slips* efetivos é a metade do valor correspondente ao de pior caso, mostre que se pode garantir uma taxa de escapes inferior a 20 *slips*/dia numa ligação com 7 *links* em série.

b) No caso anterior qual a taxa de erro de bit de ponta a ponta na cadeia?

c) Admitindo-se que apenas um *slip* a cada 25 seja perceptível para o usuário, numa conversa de 3 minutos qual a porcentagem do tempo que haverá uma perturbação audível?

### Solução

a) A precisão fornecida indica que cada PCM tem um desvio de frequência máximo de 0,2048 Hz e, portanto, o desvio entre dois (leitura e escrita) será de  $\Delta f = 0,4096$  Hz. Assim ocorrerá um escorregamento de bit a cada intervalo de  $T = (\Delta f)^{-1} = 2,4414$  s. Para o frame inteiro isso ocorrerá com um intervalo de  $256T = 625$  s. Ou seja, a cada 625 s ocorrerá uma perda de um quadro ou então uma releitura de dados anteriores se inicia. Assim em uma hora ocorrerão  $(60 \times 60) / 625 = 5,76$  *slips* e, portanto, numa cascata de 7 *links* serão 40,2 *slips*/hora. Considerando o valor médio como metade do pior caso (acima calculado) ocorrerão 20,1 *slips*/hora. Portanto o sistema atende ao enunciado em uma hora e não um dia.

Outra forma de verificação possível para esse primeiro item seria calcular-se a estabilidade necessária para se ter 20 *slips*/dia em 7 *links* em cascata, verificando se a estabilidade fornecida é suficiente ou não. Em primeiro lugar, 20 *slips*/dia significarão 40 *slips*/dia no cenário de pior caso (desvios extremos dos relógios). Assim o intervalo médio entre *slips* será de  $(24 \times 60 \times 60) / 40 = 2.160$  s. Em cada link o intervalo de tempo deverá ser  $7 \times$  maior, isto é,  $256T = 15.120$ s. Portanto  $\Delta f = T^{-1} = 0,01693$  Hz. Esse desvio corresponde a uma estabilidade de relógios calculável por  $\alpha = (0,01693) / (2 \times 2,048 \times 10^6) = 4,133 \times 10^{-9}$ ; e, portanto, não atende ao especificado, isto é, o relógio precisa ser mais preciso do que a estabilidade fornecida.

b) Cada *slip* corresponderá a  $256/2=128$  bits errados (o fator 2 vem do fato que uma atribuição aleatória de 1s ou 0s aos bits implicará em um erro de, em média, 50%).

$$\text{BER} = \frac{128 \times 20,1}{2,048 \times 10^6 \times 60 \times 60} = 3,49 \times 10^{-7}$$

c) Em 3 minutos ocorrerão  $8.000 \times 60 \times 3 = 1,44 \times 10^6$  amostras para um usuário. Com 20 *slips*/hora, em 3 minutos ter-se-á 1 *slip* (e, portanto, uma amostra errada) e considerando que apenas 1 em cada 25 é audível a fração audível

$$(\text{FA}) \text{ será de } \text{FA} = 100 \times \frac{1}{25} \times \frac{1}{1,44 \times 10^6} = 2,77 \times 10^{-8} \text{ que é desprezível.}$$

2) Dimensione a memória elástica necessária ( $n \times 8$  com  $n$  na forma  $2^m$ ) para que com relógios de escrita e leitura à taxa nominal de 2,048 Mbits/s e precisão de  $\pm 10$  ppm a taxa de escapes (*slip*) seja inferior a 1 escape (ou *slip*) a 10 minutos.

### Solução

É dado que o desvio máximo entre os dois relógios é  $\Delta f = 40,96$  Hz e sabe-se que  $\Delta f = 1/T$ , onde  $T$  denota o intervalo entre *slips* sucessivos de bit. Ocorrerá um escape quando a defasagem entre os dois relógios atingir  $n \times 8$  bits, o que deve ocorrer em, no máximo, 10 minutos.

Assim  $T \times n \times 8 = 10 \times 60$  de onde sai então que  $n = 3,072$  e como se pede que este seja da forma  $2^m$  segue-se que  $m = 12$  e, portanto,  $n = 4,096$ , isto é, a memória elástica deve ser de  $4,096 \times 8$  bits, acomodando assim 128 quadros de um enlace PCM.

## CAPÍTULO 17

1) A Eficiência Espectral Geográfica (EEG) é um índice de mérito medido em canais por MHz por  $\text{km}^2$  e definida por:

$$\text{EEG} = \frac{N W_T}{2R(B/C)A}$$

$= [(\text{número de células}) \times (\text{canais por célula})] / (\text{área total de cobertura})$ ; onde  $N$  representa o número de células,  $W_T$  a banda total disponível,  $R$  o fator de reuso,  $B$  a banda por portadora,  $C$  o número de canais por portadora e  $A$  a área

total de cobertura (o fator 2 leva em conta que se tem metade da banda para cada sentido de transmissão).

Seja uma área metropolitana com 30.000 km<sup>2</sup> e células com um raio de 10 km. Assuma R=7 para o AMPS, R=4 para o GSM e R=1 para o CDMA. Faça hipóteses adicionais, se necessário, e determine a EEG para os três sistemas.

**Solução**

O número de células é dado  $N=30.000/(\pi \times 10^2)=95$  e vale para os três sistemas. Assim pode-se preencher a tabela.

	N (células)	W <sub>T</sub> (Hz)	R	B/C (Hz/canal)	A (km <sup>2</sup> )	EEG (canais/km <sup>2</sup> )
AMPS	95	50×10 <sup>6</sup>	7	30×10 <sup>3</sup> /1	30×10 <sup>3</sup>	0,377
GSM	95	50×10 <sup>6</sup>	4	200×10 <sup>3</sup> /8	30×10 <sup>3</sup>	0,792
CDMA	95	50×10 <sup>6</sup>	1	1,25×10 <sup>6</sup> /64	30×10 <sup>3</sup>	4,053

Observe um ganho de 10,7 vezes, em termos de EEG, do CDMA sobre o AMPS.

2) Admita que 10 dB seja um valor aceitável para a relação entre a potência de sinal e a interferência co-canal, num sistema celular analógico no seu canal reverso. Que fator de reuso poderia ser utilizado se o expoente de perdas de propagação é  $\gamma=4$ ? Repita para  $\gamma=3$ . Assuma que existam 6 interferentes co-canal no primeiro anel (despreze os efeitos devidos aos anéis de ordem superior) e todas estão a mesma distância da ERB. Adicionalmente assuma que os fatores de reuso possíveis são apenas do tipo 1:N com  $N=i^2+i \times j+j^2$  para i e j inteiros  $i \geq 0$  e  $j \geq 0$  e valores de N restritos a  $N \leq 7$  (consulte a referência [Bel79] do livro texto para maiores detalhes).

**Solução**

Os casos possíveis são os da tabela adiante, onde estão indicadas também as distâncias centro a centro das células co-canal do primeiro anel (o caso 1:7 já foi determinado anteriormente, os demais saem pelo mesmo raciocínio). Note que estas distâncias foram determinadas com células circulares.

i	j	N	D/R
1	0	1	2
1	1	3	$\sqrt{12}$
2	0	4	4
2	1	7	$\sqrt{28}$

A relação C/I é dada por  $C/I = 10 \log \frac{(1/R)^\gamma}{6/[(D/R - 1)R]^\gamma}$  e assim pode-se calcular:

Para um fator de reuso 1:7 tem-se C/I=17,5 dB e 11,2 dB para  $\gamma=4$  e  $\gamma=3$ , respectivamente;

Para um fator de reuso 1:4 tem-se C/I=11,3 dB e 6,5 dB para  $\gamma=4$  e  $\gamma=3$ , respectivamente;

Para um fator de reuso 1:3 tem-se C/I=7,9 dB e 4,0 dB para  $\gamma=4$  e  $\gamma=3$ , respectivamente;

Assim para  $\gamma=4$  pode-se adotar um fator de reuso 1:4 enquanto para  $\gamma=3$  o fator de reuso deve ser 1:7.

3) Um total de 100 usuários com a mesma potência no receptor compartilham um canal de comunicação na técnica CDMA. Cada usuário transmite a uma taxa de 10 kbits/s via SS-DS e modulação BPSK. Determine a taxa mínima de chips para se obter uma probabilidade de erro de bit mínima de  $P_e=10^{-6}$ . Ignore o AWGN presente na recepção, i. e., assuma que a potência do ruído de multiacesso é muito maior que a do ruído térmico.

### **Solução**

$P_e=10^{-6}=Q(x) \rightarrow x=4,75 \rightarrow$  como a modulação é BPSK impõe-se  $\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}} = 4,75$

e agora deve-se calcular W. Filtrando-se o sinal de saída para que a banda

ocupada seja  $W=1/T_c=f_c$  tem-se:  $U = \frac{W}{R} \times \frac{1}{\frac{E_b}{N_o}}$  e portanto:

$$f_c = U \times R \times \frac{E_b}{N_o} = 100 \times 10^4 \times 11,28 = 11,28 \text{ Mchips/s}$$

4) Considere  $N=11$  usuários compartilhando a mesma banda de transmissão de um sistema DS-CDMA com controle perfeito de potência. Cada terminal transmite sua informação numa taxa de 1 kbits/s, com uma taxa de *chips* de 100 kbits/s e modulação BPSK.

a) se o ruído térmico do receptor puder ser considerado desprezível qual é a relação  $(E_b/I_0)$  entre a energia de bit e a densidade espectral de potência do sinal interferente para cada usuário?

b) se todos os usuários dobrarem a potência transmitida como varia essa relação?

c) Se for desejável expandir esse serviço para  $N^*=101$  usuários, ainda com controle perfeito das potências recebidas, o que se deve fazer com a taxa de *chips* para manter o mesmo desempenho anterior?

### **Solução**

$$a) \left( \frac{E_b}{I_0} \right) = \frac{W/R}{N-1} = 100/10=10;$$

b) A relação não varia pois  $E_b$  e  $I_0$  aumentam pelo mesmo fator;

c) Com o mesmo desempenho anterior a taxa de chips dos usuários deve ser aumentada pelo fator  $(N^*-1)/(N-1)$ , e consequentemente a banda utilizada, neste caso  $(101-1)/(11-1)=10$ .

5) Seja um sistema SS/DS/BPSK. Se o sinal útil à entrada do receptor tem potência  $P_s=2,0 \mu W$  a probabilidade de erro de bit,  $P_e$ , é de  $10^{-4}$ . Calcule o ganho de processamento  $(G_p)$  mínimo necessário para que a  $P_e$  não seja maior que  $10^{-3}$ , quando esse sinal estiver na presença de um *jammer* (interferência) equivalente à um tom centrado na frequência central da portadora DS e com potência  $P_j=100 \mu W$ .

### **Solução**

Sabe-se que na ausência de interferência  $P_e = Q(\sqrt{2\lambda})$  com  $\lambda = \frac{E_b}{N_0}$ , portanto

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{f_0 E_b}{f_0 N_0} = \frac{P_s}{f_0 N_0} = 1/2 \times (3,71)^2 = 6,88. \text{ Para um sinal na presença de jammer}$$

$$\text{centrado pode-se escrever: } P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{J_0 + N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2f_0 E_b}{f_0 \frac{P_J}{W} + f_0 N_0}}\right) =$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2P_s}{\frac{P_J}{G_p} + f_0 N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{P_J}{2P_s G_p} + \frac{f_0 N_0}{2P_s}}}\right) \text{ e portanto:}$$

$$(3,09)^2 = \frac{1}{\frac{P_J}{2P_s G_p} + \frac{f_0 N_0}{2P_s}} = \frac{1}{\frac{100 \times 10^{-6}}{2 \times 2 \times 10^{-6} G_p} + \frac{1}{2 \times 6,88}} = \frac{1}{\frac{25}{G_p} + \frac{1}{13,76}}$$

que fornece então  $G_p = 780$ .

## ANEXO 1

1) Uma fonte de informação binária emite dados à taxa de 256 kbits/s. Considere sistemas MASK (*M-ary Amplitude-Shift Keying*) com  $M=2; 4$  e  $8$ . Em cada caso determine a potência de sinal requerida na entrada de um receptor ótimo coerente, se neste ponto tiver-se um AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) com densidade espectral de potência bilateral dada por:

$G_n(f) = N_0/2 = 2 \times 10^{-12} \text{ V}^2/\text{Hz}$  e a probabilidade de erro de bit requerida for  $P_e \leq 10^{-6}$ . A codificação Gray é aplicável neste caso? Se for, considere-a na solução do problema.

### Solução

Para o MASK coerente sabe-se que a probabilidade de erro de símbolo é dada

$$\text{por } P_{eM} = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6\lambda}{M^2-1}}\right) \text{ onde } \lambda = \frac{S_i}{N_0 f_0} \text{ com } f_0 = \frac{f_i}{\log_2 M}, \text{ sendo } f_i$$

=256 kbits/s (taxa de informação) e  $f_o$  a taxa de símbolos transmitidos (função de M). A codificação Gray é aplicável nesse caso (os erros ocorrem com maior probabilidade entre símbolos vizinhos da constelação) e, portanto,

pode-se escrever para a probabilidade de erro de bit:  $P_e = \frac{P_{eM}}{\log_2^M}$  e desta

$$Q\left(\sqrt{\frac{6\lambda}{M^2 - 1}}\right) = \frac{M \log_2^M}{2(M-1)} P_e$$

O lado direito dessa expressão pode ser calculado obtendo-se

$$Q\left(\sqrt{\frac{6\lambda}{M^2 - 1}}\right) = \begin{cases} 10^{-6} & \text{para } M = 2 \\ \frac{4}{3} \times 10^{-6} & \text{para } M = 4 \\ \frac{12}{7} \times 10^{-6} & \text{para } M = 8 \end{cases}$$

Consultando uma tabela com valores de Q(x) obtém-se

$$\sqrt{\frac{6\lambda}{M^2 - 1}} = \begin{cases} 4,750 & \text{para } M = 2 \\ 4,695 & \text{para } M = 4 \\ 4,645 & \text{para } M = 8 \end{cases}$$

com o que pode-se determinar o valor de  $\lambda$  e da expressão  $\lambda = \frac{S_i}{N_o f_o}$ ,

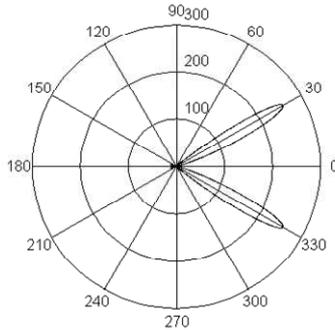
lembrando a relação  $f_o = \frac{f_i}{\log_2^M}$ , têm-se finalmente:

$$S_i = \begin{cases} 11,5 \text{ } \mu\text{W} & \text{para } M = 2 \\ 28,2 \text{ } \mu\text{W} & \text{para } M = 4 \\ 77,3 \text{ } \mu\text{W} & \text{para } M = 8 \end{cases}$$

### **ANEXO 3**

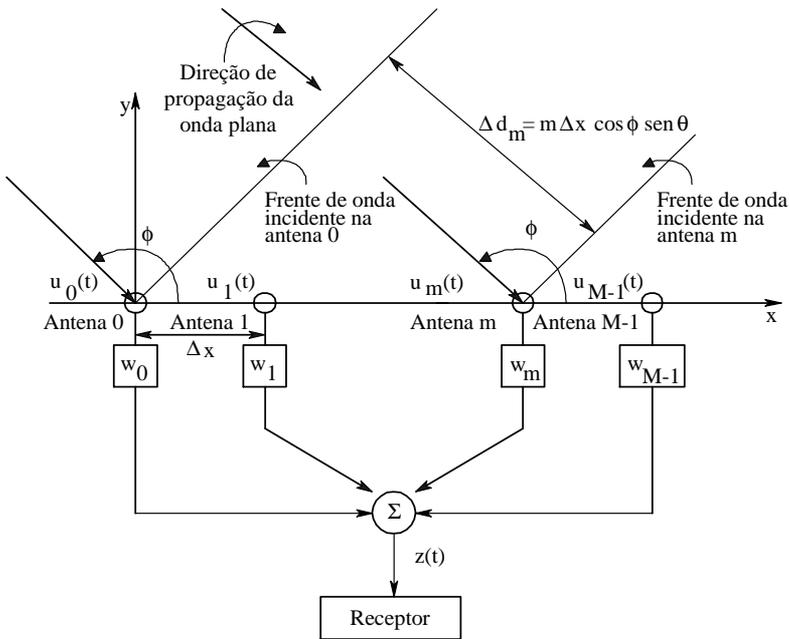
1) Seja a figura A3.3 do anexo 3, reproduzida a seguir. Explique física e matematicamente o motivo para este diagrama ter dois lóbulos principais de

radiação.



**Solução**

Considere a figura A3.2 do livro texto, reproduzida a seguir.



Note que para o sistema de antenas é impossível distinguir entre uma onda plana que se desloca com um ângulo de incidência  $\phi$  no plano das mesmas de uma outra que se desloca com um ângulo incidência  $(360^\circ - \phi)$ , o que explica a

existência dos dois lóbulos principais de radiação.

Por outro lado, observando a equação (A3.14), abaixo reproduzida, que define o diagrama de radiação do sistema de antenas, nota-se que  $\cos \phi = \cos (360^\circ - \phi)$  e, portanto, não há distinção para as duas direções de incidência.

$$|f(\pi/2, \phi)|^2 = \left[ \frac{\text{sen}(8\pi(\cos \phi - \cos \phi_0))}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}(\cos \phi - \cos \phi_0)\right)} \right]^2$$

#### **ANEXO 4**

1) Num sistema de detecção multiusuário SIC (*Successive Interference Cancellation*) ideal deseja-se um desempenho mínimo de  $P_e = 10^{-2}$  para todos os usuários transmitindo em BPSK. Se o sinal mais fraco é recebido com potência de  $1 \mu$  watts e o sistema pode acomodar até 6 usuários, com o desempenho mínimo especificado, qual a potência recebida do usuário mais forte? Comente seu resultado.

#### **Solução**

Um desempenho desejado de que  $P_e = 10^{-2}$  implica em  $P_e = Q(\sqrt{2\gamma})$  para o usuário mais fraco, admitindo-se que toda MAI (*Multiple Access Interference*) foi removida ao se detectar este sinal. Assim de uma tabela de valores de  $Q(x)$

tira-se que  $Q(2,32) = 10^{-2}$  e portanto  $\gamma = \frac{S_i}{N_o f_o} = \frac{S_i}{I_o} = 2,32^2 / 2 = 2,69$ ; como

$S_i = 10^{-6}$  foi dado obtém-se  $I_o = 3,72 \times 10^{-7}$ . No caso o número de usuários é  $K=6$  e da expressão (A4.10) do livro texto, que impõe um mesmo desempenho para todos os usuários, tem-se  $P_i = \gamma(\gamma+1)^{K-i} I_o$ ; portanto

$$P_0 = 2,69(2,69+1)^6 \times 3,72 \times 10^{-7} = 2,5 \text{ mW.}$$

Nota-se uma discrepância muito grande entre o maior e o menor valor das potências, no presente caso de  $(\gamma+1)^6 = 2.524$  vezes, o que não é prático.

#### **ANEXO 5**

1) Dois novos esquemas de modulação foram propostos para o sistema UWC-136HS de terceira geração, denominados Q-O-QAM (*Quaternary Offset Quadrature Amplitude Modulation*) e B-O-QAM (*Binary Offset Quadrature Amplitude Modulation*). O Q-O-QAM transmite 2 bits/símbolo enquanto o B-O-QAM transmite 1 bit/símbolo. O mapeamento dos bits ( $a_{2k}$ ,  $a_{2k+1}$ ) para símbolos no Q-O-QAM é dado abaixo:

$(a_{2k}, a_{2k+1})$	$b_k$
0,0	+3
0,1	+1
1,0	-3
1,1	-1

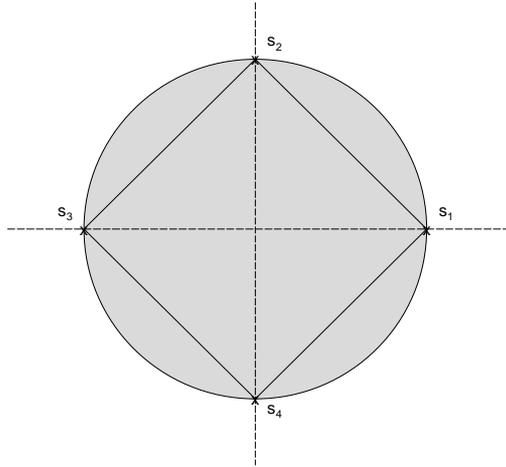
e utilizado para gerar os símbolos  $x_k = b_k e^{jk\frac{\pi}{2}}$ . Para o B-O-QAM o mapeamento do bit  $a_k$  para o símbolo  $b_k$  é dado por:

$a_k$	$b_k$
0	+3
1	-3

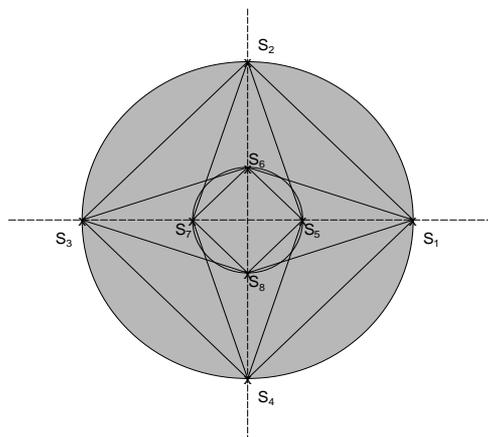
e utilizado para gerar os símbolos  $x_k = b_k e^{jk\frac{\pi}{2}}$ . Esboce a constelação correspondente no espaço de sinais e mostre quais são as transições permitidas entre os pontos. Por que esse esquema de modulação é útil para rádios transmissores que usam amplificadores não lineares?

### **Solução**

Em primeiro lugar observa-se que para valores sucessivos de  $k$  (símbolos) a expressão  $x_k = b_k e^{jk\frac{\pi}{2}}$  rotaciona o sinal de saída em  $90^\circ$  e com uma amplitude proporcional à informação ( $b_k$ ). No caso da modulação B-O-QAM a constelação correspondente é a seguir representada, onde se nota (com símbolos sucessivos ( $k$ )) que a única transição possível é de  $\pm\pi/2$ , em relação à posição anterior, dependendo da informação e sempre sobre um círculo de mesmo raio (3, no exemplo). Note ainda que se trata de um sistema binário apesar do símbolo de saída poder ocupar 4 posições possíveis na constelação.



Já no caso da modulação Q-O-QAM a constelação correspondente é a abaixo representada, onde se nota (com símbolos sucessivos ( $k$ ), agora representando dois bits de informação) que as transições possíveis são também de  $\pm\pi/2$  na fase e, adicionalmente, de 1 para 3, ou vice-versa, na amplitude em relação à posição anterior dependendo da informação (*dibit*). Note ainda que se trata de um sistema quaternário apesar do símbolo de saída poder ocupar 8 posições possíveis na constelação.



Nos dois casos o objetivo desta forma de modulação é o de evitar-se cruzamentos por zero pois, como se sabe, isso causaria variações mais abruptas na fase (180°) aumentando, conseqüentemente, o PAPR (*Peak to Average Power Ratio*), assim como a banda ocupada.

## **ANEXO 6**

1) A probabilidade de erro de bit média ( $P_{e/\alpha}$ ), condicionada à atenuação do canal, no caso de um sistema BFSK com detecção não coerente, na presença de um AWGN, é dada por  $P_{e/\alpha} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\alpha^2 E_b}{2N_0}}$ , onde  $\alpha$  é o fator de atenuação.

Tirando a média desta probabilidade sobre a variável aleatória  $\alpha$ , admitida com uma distribuição de Rayleigh, calcule a probabilidade de erro de bit incondicional. Comente seu resultado.

### **Solução**

A distribuição de Rayleigh, que representa a atenuação do canal, é

caracterizada por  $p(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_\alpha^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}}$  com  $\alpha > 0$  e onde  $\sigma_\alpha^2 = E(\alpha^2)/2 > 0$ .

Assim basta calcular a integral

$$P_e = \int_0^\infty P_{e/\alpha} p(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty \frac{1}{2} e^{-\frac{\alpha^2 E_b}{2N_0}} \frac{\alpha}{\sigma_\alpha^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}} d\alpha = \frac{1}{2\sigma_\alpha^2} \int_0^\infty \alpha e^{-\alpha^2 \left( \frac{E_b}{2N_0} + \frac{1}{2\sigma_\alpha^2} \right)} d\alpha$$

$$P_e = \frac{1}{2\sigma_\alpha^2} \times \frac{-1}{\frac{E_b}{N_0} + \frac{1}{\sigma_\alpha^2}} \times e^{-\alpha^2 \left( \frac{E_b}{2N_0} + \frac{1}{2\sigma_\alpha^2} \right)} \Bigg|_0^\infty = \frac{1}{\frac{2E_b \sigma_\alpha^2}{N_0} + 2} = \frac{1}{2 + \rho_b}$$

com  $\rho_b = \frac{E_b}{N_0} E(\alpha^2)$ .

Note que de um resultado que era exponencialmente dependente de  $E_b$  (para um canal sem desvanecimento) passa-se para um inversamente dependente de  $E_b$ , o que pode ser muito danoso para o sistema. Combate-se esse efeito com codificação de canal.

2) Repita agora o problema para um sistema BPSK onde, com a mesma notação anterior, sabe-se que  $P_{e/\alpha} = Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha^2 E_b}{N_0}}\right)$ .

### **Solução**

Com o mesmo desenvolvimento anterior obtém-se  $P_e = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\rho_b}{1 + \rho_b}} \right]$ .

---

# ERRATAS

---

## ERRATA da 1ª edição (2004)

Página, localização	Onde se lê	Leia-se
30, equação (2.14)	$M = \sqrt{N / 2}$	$m = \sqrt{N / 2}$
51, equação (3.14), último termo	$\frac{j+t}{t_r} P_{j+1}(t)$	$\frac{j+1}{t_r} P_{j+1}(t)$
51, equação (3.15), primeiro termo	$AP_{j+1}$	$AP_{j-1}$
196, primeira linha após Figura 9.14	..., a partir do NRZ	..., a partir do RZ
326, quarta linha antes da Figura 12.13	... tem-se 120 bits...	... tem-se 120 símbolos...
364, Tabela 14.3, últimas linha e coluna	28 minutos	22 minutos
448, última linha	1,35 kbits/s/Hz	1,35 bits/s/Hz
449, última linha	$20 \times 20^{-3}$	$20 \times 10^{-3}$
459, primeira linha de 17.6.1	[TI93]	[TIA93]
489, quinta linha da Introdução	$(2W)-1$	$(2W)^{-1}$
544, equação (A2.1)	$x[n]x=[nT]$	$x[n]=x[nT]$
555, Equação (A3.13)	$ f(\pi/2, \phi) $	$ f(\pi/2, \phi) ^2$
564, após equação (A4.9)	...a densidade espectral de potência do AWGN.	... a potência do AWGN.
587, Figura A5.10	<i>Wash Cover</i>	<i>Walsh Cover</i>

Nesta Errata nada foi destacado para a parte final do livro texto intitulada: Soluções/Respostas para Problemas Seleccionados (páginas 619/633), pois o texto atual, com seu anexo 8, substitui e amplia o original.

## ERRATA da 1ª reimpressão (2007)

<b>Página, localização</b>	<b>Onde se lê</b>	<b>Leia-se</b>
326, quarta linha antes da Figura 12.13	... tem-se 120 bits...	... tem-se 120 símbolos...
364, Tabela 14.3, últimas linha e coluna	28 minutos	22 minutos
449, última linha	$20 \times 20^{-3}$	$20 \times 10^{-3}$
564, após equação (A4.9)	...a densidade espectral de potência do AWGN.	... a potência do AWGN.

Nesta Errata nada foi destacado para a parte final do livro texto intitulada: Soluções/Respostas para Problemas Seleccionados (páginas 619/638), pois o texto atual, com seu anexo 8, substitui e amplia o original.