



## SEQUÊNCIAS PSEUDOALEATÓRIAS USANDO CAOS PARA SISTEMAS DE ESPALHAMENTO ESPECTRAL

Fábio Siqueira Netto<sup>1</sup> e Marcio Eisencraft<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil

<sup>1</sup>Universidade de São Caetano do Sul, São Caetano do Sul, Brasil, fabio.siqueira@uscs.edu.br

<sup>2</sup>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

<sup>2</sup>Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil, marcioft@mackenzie.br

**Resumo:** O espalhamento espectral é uma técnica de modulação que emprega uma sequência pseudoaleatória para aumentar o intervalo de frequências ocupado pela informação transmitida. Convencionalmente, utilizam-se registradores de deslocamento para a geração dessas sequências, mas nos últimos anos tem-se estudado a possibilidade de geração por meio de sinais caóticos. Neste trabalho comparam-se essas alternativas utilizando-se funções de correlação e taxas de erro de bit.

**Palavras-chave:** espalhamento espectral, sequência pseudoaleatória, sinais caóticos.

**Abstract:** Spread spectrum is a modulation technique that uses a pseudo-random sequence to increase the frequency band occupied by the transmitted information. Conventionally, shift registers are employed to generate these sequences, but the generation using chaotic signals has been studied in recent years. This paper compares these alternatives using correlation functions and bit error rate.

**Keywords:** spread spectrum, pseudo-random sequence, chaotic signal.

### 1. INTRODUÇÃO

O Espalhamento Espectral (SS) é uma técnica de modulação que espalha um sinal a ser transmitido numa faixa de frequências mais larga em relação à que seria necessária, usando, para isso, uma sequência binária com características especiais, conhecida como *código de espalhamento* [1–6].

Atualmente, as diversas variedades de SS são usadas em uma série de aplicações comerciais, destacando-se o Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*) e as redes locais sem fio do padrão 802.11 do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) [7–12].

Este trabalho concentra-se no SS por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence SS*). Neste modo de SS, a mensagem binária é multiplicada pelo código de espalhamento antes da transmissão, modificando-a no domínio da frequên-

cia [13].

Os objetivos do espalhamento são prover resistência a interferências de banda estreita e ocultar o sinal transmitido fazendo-o parecer um ruído [14]. Para isso, a sequência binária usada como código de espalhamento apresenta propriedades estatísticas semelhantes às de um sinal aleatório e, por esse motivo, essa sequência é conhecida como sequência *pseudoaleatória* [5].

Convencionalmente, essa sequência é obtida por registradores de deslocamento que produzem sequências de *comprimento máximo*, ou *sequências-m* e por geradores de *sequências de Gold* [1–6, 13].

No entanto, uma alternativa que vem sendo estudada nos últimos anos é o uso de sequências geradas a partir de sinais caóticos [2, 15–17]. Esses sinais caracterizam-se por serem determinísticos e aperiódicos, propriedades interessantes para a geração de sequências pseudoaleatórias. Além disso, sequências caóticas podem ser criadas por regras simples [18–21].

O objetivo deste trabalho é rever a geração das sequências pseudoaleatórias convencionais e caóticas, comparando o desempenho dessas alternativas em sistemas DSSS. Esta comparação é feita por meio das curvas da Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) em canais com ruído aditivo branco gaussiano (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), com múltiplos percursos e com múltiplos usuários. Neste último caso, obtém-se o desempenho a partir dos valores de correlação cruzada das sequências convencionais e caóticas, pois essa análise pode orientar a escolha por uma das alternativas nesse canal de comunicação.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 são descritos os princípios básicos do DSSS e as propriedades das sequências pseudoaleatórias convencionais. Na Seção 3 são mostradas as formas de geração de sequências caóticas e as suas propriedades. Na Seção 4 são simulados sistemas DSSS usando sequências convencionais e caóticas, analisando-se os resultados em termos das curvas de BER. Por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

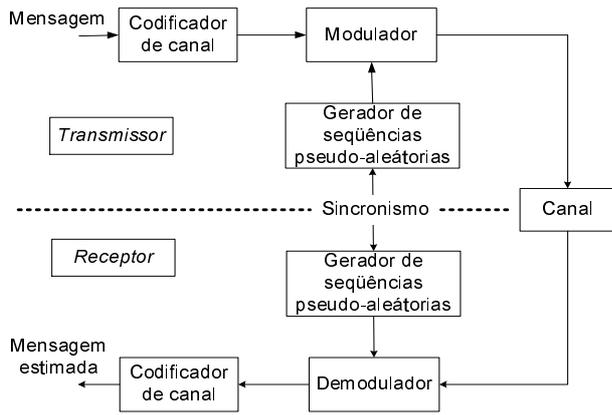


Figura 1 – Diagrama em blocos do sistema de comunicação por Espalhamento Espectral.

## 2. ESPALHAMENTO ESPECTRAL

As tecnologias de comunicação digital procuram usar eficientemente a largura de banda do canal e a energia necessária para a transmissão de sinais. Nos sistemas SS essa eficiência é relegada a segundo plano para favorecer a segurança e a confiabilidade da comunicação. Um sistema é considerado SS se possuir três características [5]:

1. A transmissão de uma mensagem numa modulação SS ocupa uma banda maior que a necessária para transmitir os dados em sua forma original.
2. O espalhamento é realizado antes da transmissão por um código que é independente da mensagem.
3. Na recepção a mensagem é recuperada por meio do mesmo código usado no momento da transmissão.

O diagrama em blocos de um sistema SS básico é mostrado na Figura 1 [3]. Nessa estrutura os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos de um sistema de comunicação digital convencional. A diferença de uma arquitetura SS está na adição dos geradores de seqüências pseudoaleatórias [5].

O espalhamento da mensagem aumenta a segurança da informação transmitida, dificultando a demodulação desse sinal por receptores que não conhecem a seqüência de espalhamento utilizada [13].

### 2.1. Espalhamento Espectral por Seqüências Direta

Considerando que  $b_n$  seja a mensagem binária a ser transmitida e  $c_n$  o código de espalhamento, um sistema DSSS executa o espalhamento utilizando-se das respectivas representações polares Sem Retorno ao Zero (NRZ - *Non Return to Zero*) de  $b_n$  e  $c_n$ , obtendo-se os sinais equivalentes  $b(t)$  e  $c(t)$  com valores de  $\pm 1$ . O sinal espalhado transmitido  $m(t)$  é gerado a partir do produto

$$m(t) = b(t)c(t). \quad (1)$$

No domínio do tempo, a duração  $T_b$  de um bit da mensagem  $b(t)$  deve ser múltiplo da duração  $T_c$  de um bit do

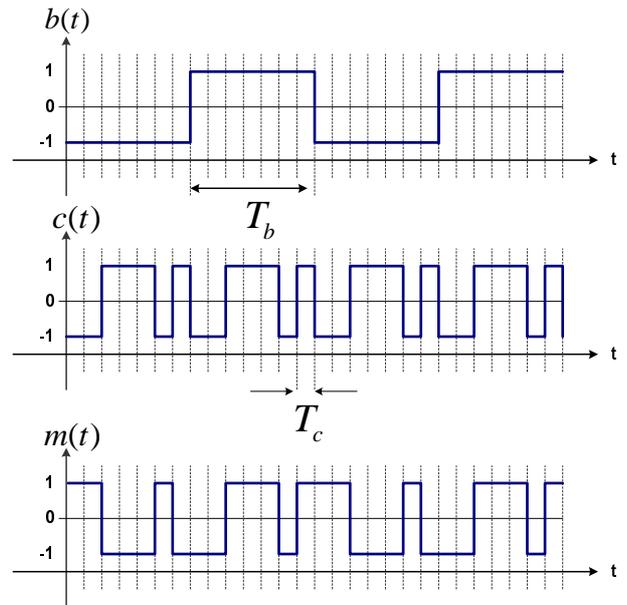


Figura 2 – Exemplo de sinal modulado por DSSS para  $N = 7$ .

código de espalhamento  $c(t)$ , ou seja  $T_b = NT_c$ . Assim, cada bit da mensagem é “fatiado”  $N$  vezes, sendo cada fatia chamada de *chip*. Este é o processo responsável pela expansão da banda no momento da transmissão. A Figura 2 apresenta um exemplo do sinal SS  $m(t)$  obtido a partir da Eq. (1) para  $N = 7$ .

Após modular e transmitir  $m(t)$  através do canal de comunicação, o sinal chega ao receptor do sistema DSSS acrescido de diferentes tipos de interferências. Sendo  $i(t)$  o conjunto de interferências em banda estreita desse canal, o sinal recebido  $r(t)$  é dado por

$$r(t) = m(t) + i(t). \quad (2)$$

Para recuperar a mensagem original  $b(t)$  a partir de  $r(t)$ , é usado no receptor um multiplicador para reverter o espalhamento, enquanto os demais componentes são responsáveis por estimar os bits provenientes da multiplicação. A Figura 3 mostra o diagrama em blocos de um receptor SS.

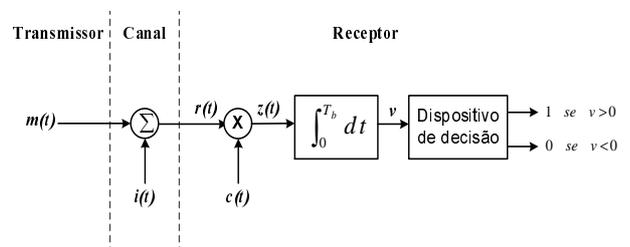
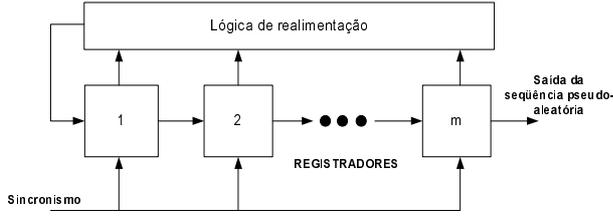


Figura 3 – Recepção do sinal  $r(t)$ .

No receptor o multiplicador utiliza a mesma seqüência PN  $c(t)$  da transmissão. Sua saída  $z(t)$  é

$$z(t) = r(t)c(t). \quad (3)$$

Usando as Eqs. (1) e (2),



**Figura 4 – Registrador de deslocamento linear realimentado com  $m$  flip-flops.**

$$z(t) = (b(t)c(t) + i(t))c(t) = c^2(t)b(t) + c(t)i(t), \quad (4)$$

em que  $c^2(t) = 1$  para qualquer  $t$ , assim

$$z(t) = b(t) + c(t)i(t). \quad (5)$$

Devido ao produto  $c(t)i(t)$ , as interferências em banda estreita  $i(t)$  ficam espalhadas em frequência em  $z(t)$ , enquanto que  $b(t)$  mantém a sua composição original. É desta forma que o DSSS proporciona a proteção contra interferências, sendo uma questão de projeto o quanto desta proteção o sistema DSSS pode fornecer.

Essa e outras questões estão diretamente relacionada com a escolha da sequência PN, pois quanto maior o período e a semelhança com uma sequência aleatória, mais espalha-se  $i(t)$  em  $z(t)$ . Assim, para orientar tal escolha, certas características do ambiente devem ser consideradas, tais como as particularidades do canal e a probabilidade de erro de bit.

Devido a sua importância, as propriedades e as formas de geração das sequências pseudoaleatórias são tratadas a seguir.

## 2.2. Sequências Pseudoaleatórias

As sequências pseudoaleatórias são séries temporais binárias com propriedades estatísticas semelhantes às de uma sequência binária aleatória. Numa estrutura clássica de SS, essas sequências são criadas por um registrador linear de deslocamento, constituído por flip-flops. Dentro desse arranjo as saídas de alguns flip-flops são somadas em módulo-2 e realimentam a entrada do circuito [13].

Dessa forma, as sequências geradas pelos registradores são binárias e definidas pelo número de flip-flops, pela condição inicial do circuito e pela lógica utilizada na realimentação. Sendo  $m$  a quantidade de flip-flops usados, o período máximo da sequência gerada é  $2^m$ , que representa todos os estados possíveis do arranjo de flip-flops. A estrutura genérica desse registrador é mostrada na Figura 4.

No entanto, em virtude da soma em módulo-2, não se pode considerar a combinação em que todos os flip-flops apresentam o valor “0” em suas saídas, pois, independentemente da lógica de interconexão, esta situação leva o circuito a uma sequência permanente de zeros.

Assim, o período máximo de uma sequência gerada por um registrador com  $m$  flip-flops é

$$N = 2^m - 1. \quad (6)$$

Quando o período da sequência criada é exatamente igual a  $N$ , ela recebe o nome de sequência pseudoaleatória de comprimento máximo, ou apenas sequência- $m$  [3]. Para permitir o processo de SS, os estados  $\{0, 1\}$  da saída do circuito são mapeados, respectivamente, para os valores  $\{-1, 1\}$ , criando uma nova sequência polar equivalente.

As sequências- $m$  são determinísticas e periódicas, mas o termo pseudoaleatório é usado devido a suas propriedades estatísticas semelhantes as de um ruído, sendo por isso também chamadas de *Pseudoruído* (PN - *Pseudo-noise*).

As principais propriedades das sequências- $m$  são listadas a seguir. A demonstração pode ser encontrada, por exemplo, em [22].

1. *Propriedade do equilíbrio*: para cada período da sequência de comprimento máximo o número de “1s” é sempre um a mais que o número de “0s”.
2. *Propriedade das séries*: entre as séries de “1s” e “0s” em cada sequência de comprimento máximo, metade das séries de cada tipo tem tamanho um, um quarto tem tamanho dois, um oitavo tem tamanho três e assim por diante. Em uma sequência de comprimento  $N$ , o total de séries é

$$\frac{N + 1}{2}. \quad (7)$$

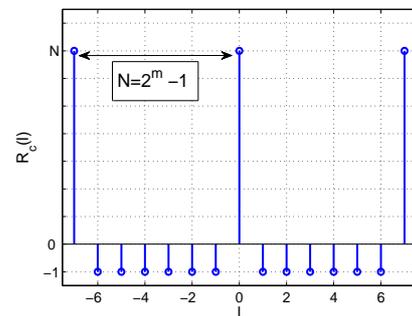
3. *Função de autocorrelação*: a autocorrelação de uma sequência de período  $N$  é definida como

$$R_c(\ell) = \sum_{n=1}^N c_n c_{n+\ell}. \quad (8)$$

Para uma sequência- $m$ ,  $R_c(\ell)$  é dada por [14]

$$R_c(\ell) = \begin{cases} N, & \ell = 0 \\ -1, & 1 \leq \ell \leq N - 1 \end{cases}, \quad (9)$$

cujo gráfico é mostrado na Figura 5, para o caso  $N = 7$ .



**Figura 5 – Gráfico da função de autocorrelação de uma sequência- $m$  com  $N = 7$ .**

Adotando como exemplo o registrador de tamanho  $m = 5$  da Figura 6 [13], obtém-se sequências- $m$  de período  $N = 31$ . No registrador da figura a soma em módulo-2 é realizada por uma função “ou exclusivo” a partir das saídas do segundo e do quinto flip-flops.

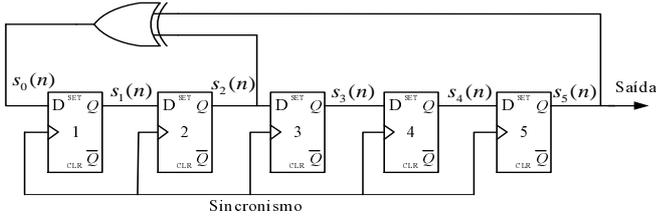


Figura 6 – Registrador com  $m = 5$  flip-flops. [13]

Nesse exemplo, se os estados iniciais são  $s_1 = 1; s_2 = 1; s_3 = 0; s_4 = 1; s_5 = 0$ , um período da sequência criada por este circuito é

$$0101110110001111100110100100001. \quad (10)$$

Considerando que existe um deslocamento circular que depende dos estados iniciais, a sequência gerada por esse circuito será sempre a mesma, a qual atende as propriedades de equilíbrio, das séries e da função de autocorrelação. Porém, são poucos os registradores de deslocamento que apresentam esquemas de realimentação que conseguem gerar sequências- $m$  [13, 14]. Essas sequências apresentam mais uma limitação: valores altos de correlação cruzada entre sequências diferentes [3].

Estes problemas fazem com que as sequências- $m$  não sejam adequadas em certas aplicações, como, por exemplo, o CDMA. Nessa tecnologia cada usuário possui uma sequência pseudoaleatória única para modular o seu sinal em SS, permitindo que o canal seja compartilhado por vários usuários.

Assim, como o número de sequências- $m$  diferentes é baixo, menos usuários podem compartilhar o canal de comunicação. Além disso, valores altos de correlação cruzada fazem com que o sinal SS de um usuário interfira no sinal SS de outro usuário.

Desta forma, outros tipos de sequências pseudoaleatórias devem ser usadas no canal com múltiplos usuários. A alternativa convencional para esse ambiente é o uso das sequências de Gold, as quais usam um par de sequências- $m$  ditas preferenciais para gerar novas sequências pseudoaleatórias com valores baixos de correlação cruzada [13]. No entanto, outras alternativas têm sido estudadas nos últimos anos, sendo uma delas apresentada a seguir.

### 3. SEQUÊNCIAS PSEUDOALEATÓRIAS USANDO CAOS

Um sinal caótico é limitado, determinístico, aperiódico e apresenta Dependência Sensível com as Condições Iniciais (DSCI) [23]. Estas propriedades são interessantes para as Telecomunicações, pois em termos espectrais podem ocupar uma larga faixa de frequências e, devido a aperiodicidade, apresentam valores baixos para a correlação cruzada [18, 21].

A motivação de se usar sinais caóticos apóia-se na simplicidade para a sua geração, pois podem ser criados por regras simples [2, 16, 17]. Isso fez com que surgissem vários trabalhos sobre a sua aplicação em sistemas de espalhamento espectral, cuja idéia básica é a substituição das sequências PN convencionais por sequências caóticas geradas por ma-

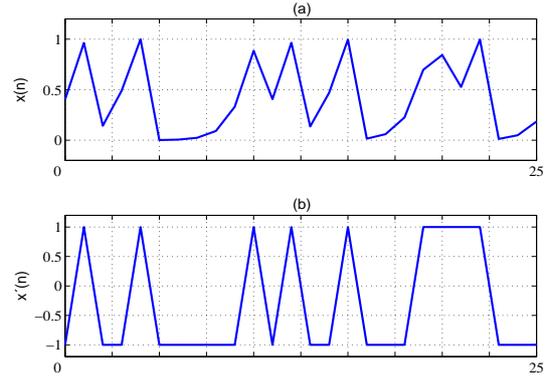


Figura 7 – Sinal caótico: (a)  $x(n)$  com condição inicial  $x(0) = 0.2323$ ; (b) representação digitalizada  $x'(n)$ .

pas não-lineares [2, 15–21, 24].

O primeiro trabalho que discute o uso de caos como sequência PN em DSSS encontra-se em [17]. Nesse trabalho o autor descreve que, para manter a compatibilidade com o DSSS, os sinais caóticos precisam ser digitalizados e mapeados para os valores de  $\pm 1$ .

A partir desse requisito, um gerador de sequências caóticas pode ser implementado usando mapas que produzem órbitas caóticas, bastando-se variar a condição inicial desse mapa para se obter sequências diferentes. Para exemplificar, a Figura 7(a) apresenta uma sequência caótica,  $x(n)$ , gerada a partir do mapa logístico [23]

$$x(n+1) = g_a(x(n)) = ax(n)(1-x(n)) \quad (11)$$

com  $a = 4$ .

Na Figura 7(b) é mostrada a sequência  $x'(n)$ , criada pela digitalização das órbitas de  $x(n)$ . Essa nova sequência obedece o mapeamento

$$x'(n) = \begin{cases} 1, & 0.5 \leq x(n) \leq 1 \\ -1, & 0 \leq x(n) < 0.5 \end{cases} \quad (12)$$

Desta forma,  $x'(n)$  pode ser usada como código de espalhamento. Os pontos dessa nova sequência correspondem aos chips da sequência PN convencional, conforme explicado na Seção 2.1.

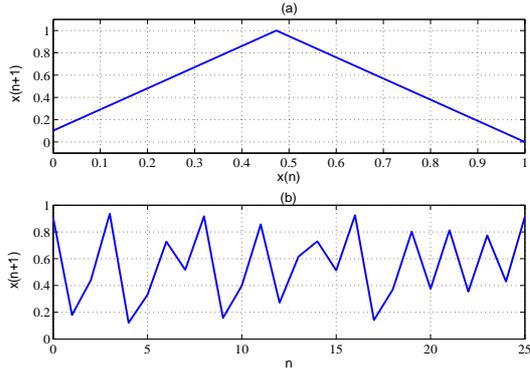
Outro mapa que apresenta comportamento caótico e pode ser usado no DSSS é o mapa tenda inclinada, apresentado na Figura 8 e definido em [25] como

$$x(n+1) = g_t(x(n)) = \begin{cases} m_t x(n) + p, & x(n) < X^t \\ m_t(1-x(n)), & x(n) \geq X^t \end{cases} \quad (13)$$

com  $m_t = 1,9$ ,  $p = 0,1$ ,  $X^t = 9/19$  e  $0 \leq x(0) \leq 1$ .

Para os sinais caóticos serem utilizados em sistemas práticos, independentemente do mapa, deve-se escolher para cada usuário uma condição inicial que apresente valor baixo de correlação cruzada em relação aos demais usuários.

Com objetivo de se identificar boas condições iniciais para este fim, são feitos cálculos de correlação cruzada en-



**Figura 8 – (a) Mapa tenda definido em (13); (b) Trecho de sinal caótico gerado a partir do mapa tenda  $g_t(x(n))$  com condição inicial  $x(0) = \sqrt{2} - 1$ .**

tre duas seqüências caóticas diferentes, iniciadas no intervalo entre 0 e 1 para  $N = 31$ .

Nestes cálculos, a escolha das condições iniciais considera a possibilidade de serem usadas em circuitos eletrônicos reais, ou seja, são  $N$  números entre 0 e 1 que podem ser obtidos por representações binárias. O conjunto utilizado de 31 condições iniciais é

$$x_1(0) = x_2(0) = \{0.0312; 0.0625; \dots; 0.9688; 1\}. \quad (14)$$

A partir dessas condições iniciais, são criados dois grupos com 31 seqüências caóticas diferentes em cada grupo. Depois disso, calcula-se a correlação cruzada de todas as seqüências do primeiro grupo com todas as seqüências do segundo grupo. Sendo  $x_1(n)$  as seqüências caóticas do primeiro agrupamento e  $x_2(n)$  as seqüências do segundo, a função de correlação cruzada utilizada é

$$R_{cz}(\ell) = \sum_{n=1}^N x_1(n)x_2(n + \ell). \quad (15)$$

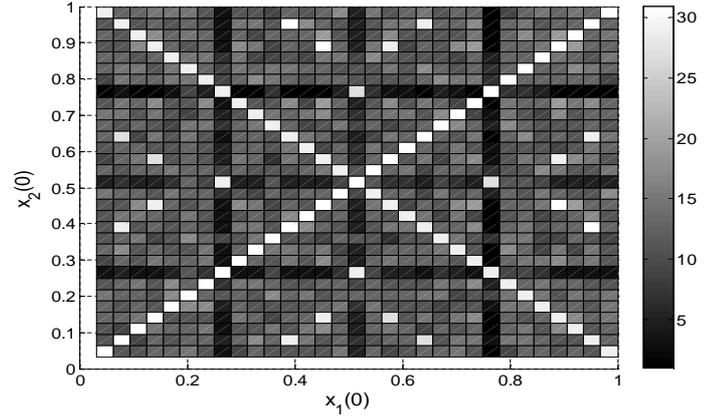
A Figura 9 apresenta os resultados desses cálculos para as seqüências criadas a partir do mapa logístico com o parâmetro  $a = 4$ . Por essa figura percebe-se que, quando as seqüências têm a mesma condição inicial, o valor obtido na correlação é  $N$ , formando uma diagonal com esse valor. Isso acontece porque, neste caso, é como se calculasse a autocorrelação de uma seqüência.

Percebe-se, também, que existem outras combinações que também resultam em  $N$ , mostrando que não são boas escolhas para esta finalidade. No entanto, existem condições iniciais mais favoráveis, pois apresentam valores baixos de correlação cruzada. Por exemplo, as condições iniciais

$$x_1(0) = 0.875 \quad x_2(0) = 0.4375, \quad (16)$$

resultam em correlação cruzada máxima igual a 31, o maior valor possível. Já,

$$x_1(0) = 0.750 \quad x_2(0) = 0.3125, \quad (17)$$



**Figura 9 – Correlação cruzada entre duas seqüências caóticas diferentes,  $x_1(0)$  e  $x_2(0)$  para  $N = 31$ .**

resultam em correlação cruzada máxima igual a 1, o menor valor possível.

Em continuidade a este trabalho, a Figura 9 e os seus resultados deverão ser explorados mais profundamente.

Pelas características das seqüências caóticas apresentadas até este ponto, elas podem ser usadas como código de espalhamento em DSSS, pois possuem propriedades compatíveis com os mecanismos convencionais desse tipo de modulação.

#### 4. ESPALHAMENTO ESPECTRAL USANDO CAOS: SIMULAÇÕES

Nesta seção são apresentados sistemas DSSS operando com seqüências caóticas. São simulados canais com ruído branco AWGN, com múltiplos percursos e com múltiplos usuários, considerando que os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos para o DSSS caótico e convencional. A estrutura usada em todas as simulações é a do sistema apresentado na Figura 3.

Para cada canal simulado a mensagem  $b(t)$  é transmitida por quatro sistemas diferentes. No primeiro a mensagem é transmitida sem espalhamento. No segundo, aplica-se uma seqüência- $m$  com  $m = 5$ , cujo período é  $N = 31$ .

Nos dois sistemas restantes, a mensagem é espalhada por sinais caóticos com o mesmo período da seqüência- $m$ . Estes sinais são gerados pelo mapa logístico da Eq. (11) e pelo mapa tenda da Eq. (13). Os parâmetros destes mapas são os mesmos apresentados na Seção 3, mudando-se apenas as condições iniciais em cada simulação.

Por meio da curva de BER e do número de usuários, os sistemas DSSS caóticos são comparados com o modelo convencional de DSSS. Como cada canal possui ruídos e interferências específicas, as curvas de BER são calculadas com base na Relação Sinal Ruído (SNR - *Signal Noise Rate*), dada por [13]

$$SNR = \left( \frac{E_b}{N_0} \right), \quad (18)$$

em que  $E_b$  é a energia de cada bit transmitido e  $N_0$  é a densidade espectral de potência do ruído.

Em cada simulação também é traçada a curva teórica de

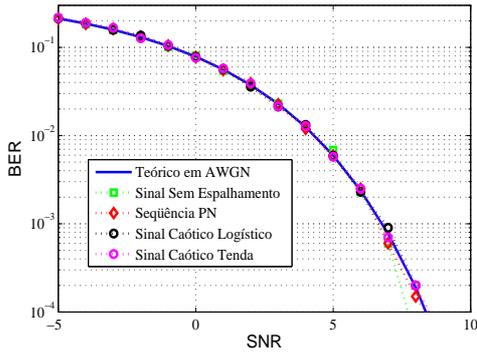


Figura 10 – Sistemas DSSS em canais AWGN.

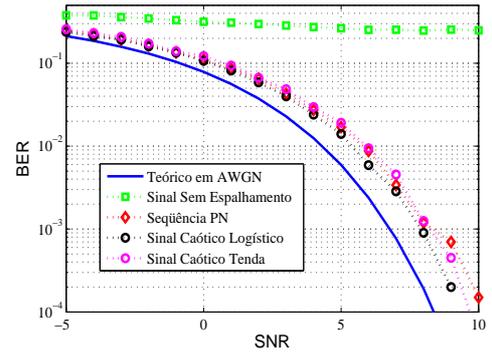


Figura 11 – Sistemas DSSS em canais com múltiplos percursos.

referência, a qual representa a probabilidade de erro teórica do sistema no canal AWGN, ou seja, é o melhor desempenho que pode ser conseguido em termos de BER. Essa curva é dada por [1]

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right), \quad (19)$$

sendo  $Q(y)$  [1]

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^\infty e^{-x^2/2} dx. \quad (20)$$

Os valores das curvas são apresentados em potências negativas de base 10. Por exemplo, um sistema que apresenta uma taxa de erro de  $10^{-5}$ , erra um bit a cada 100.000 bits estimados. Apesar de parecer uma taxa de erro muito boa, em sistemas reais, como o padrão 802.11g do IEEE, ela corresponde ao mínimo necessário [9].

#### 4.1. Canal AWGN

A primeira simulação em termos de BER é feita em um canal AWGN, sendo o resultado apresentado na Figura 10.

Nesses sistemas constata-se que o espalhamento espectral não apresenta ganho em termos de BER quando o canal só possui AWGN. Isso ocorre porque o ruído branco é banda larga e, dessa forma, não tem a sua potência distribuída nos sinais  $r(t)$  dos receptores DSSS. Sendo assim, o SS para este cenário têm apenas a função de ocultar os sinais fazendo-os parecer com ruído.

#### 4.2. Canal com Múltiplos Percursos

O SS expande as suas vantagens quando canais mais críticos são usados na comunicação. Nesta seção o canal aplicado é com múltiplos percursos, no qual o sinal transmitido sofre reflexões em obstáculos inerentes ao ambiente da comunicação.

Essas reflexões fazem com que parcelas atrasadas do sinal  $m(t)$  cheguem ao receptor com potências diferentes, as quais podem amplificar ou atenuar porções do  $m(t)$  dependendo da defasagem de tempo.

Para simular o sinal  $r(t)$  neste canal, aplica-se ao sinal transmitido  $m(t)$  um filtro que adiciona a  $m(t)$  uma parcela atrasada dele mesmo, gerando assim o sinal  $r(t)$

$$r(t) = m(t) + sm(t - t_0), \quad (21)$$

em que  $s$  é uma constante;  $m(t - t_0) = i(t)$  é o sinal atrasado de  $t_0$  em relação ao sinal original  $m(t)$ . Isso implica que  $r(t)$  é obtido por meio de uma convolução entre  $m(t)$  e a resposta impulsiva desse filtro. O sinal da constante  $s$  define a fase da resposta em frequência do filtro.

A Figura 11 apresenta os resultados das simulações para este canal. Nesta simulação foram usados os parâmetros  $t_0 = 5$  e  $s = -0.5$ .

Como pode ser visto na figura, o espalhamento de  $b(t)$  fornece ganho em termos de BER no canal com múltiplos percursos. A razão para esse ganho é que os atrasos gerados pelos múltiplos percursos são vistos no receptor como interferências em banda estreita, tendo então a potência distribuída na banda de  $r(t)$ .

No entanto, não são percebidas diferenças entre as seqüências caóticas e convencionais, mostrando que seqüências caóticas podem ser usadas neste ambiente.

#### 4.3. Canal com Múltiplos Usuários

Em sistemas como o CDMA, por exemplo, além do ruído AWGN mais uma interferência está presente no canal de comunicação, a qual é decorrente do compartilhamento desse canal por diversos usuários. Para um usuário em particular, o sinal de outro usuário é uma interferência, pois cada usuário é visto como um sistema DSSS independente.

Para a simulação deste canal, considera-se que cada sistema DSSS possui dois usuários, sendo o sinal  $r_1(t)$  do primeiro usuário o objeto de análise das curvas BER e o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário representa uma interferência para o primeiro. Desta forma, nesta seção o conjunto de interferências  $i(t)$  é o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário.

Para diminuir a interferência entre usuários diferentes, as seqüências de espalhamento devem apresentar baixos valores de correlação cruzada, tal como já discutido anteriormente.

Assim, nas simulações deste canal as seqüências- $m$  são substituídas pelas seqüências de Gold. Para as seqüências caóticas, os dois usuários são simulados iniciando-se os mapas caóticos com duas condições diferentes,  $x_1(0) = 0.75$  e  $x_2(0) = 0.3125$ , conforme mostrado na Equação (17).

Na Figura 12 é apresentada a curva BER dessa simulação.

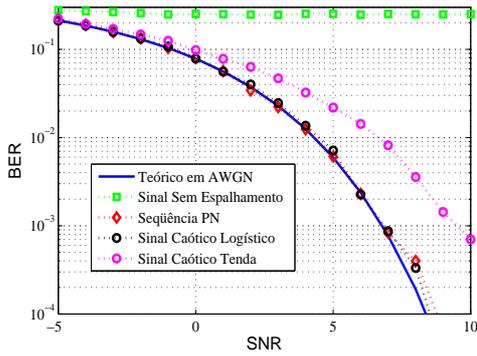


Figura 12 – Curvas BER dos sistemas DSSS em canais com múltiplos usuários.

Por essa figura percebe-se que o espalhamento realizado pela seqüência de Gold e pela seqüência caótica do mapa logístico apresentam resultados semelhantes de um canal AWGN puro. Já o mapa tenda apresenta uma taxa de erro de bit maior, porém ainda melhor se comparada a um sistema sem SS.

Os resultados mostrados na Figura 12 estão associados aos valores de correlação cruzada de cada tipo de seqüência, mas a correlação cruzada não é o único fator que afeta os resultados das curvas BER deste canal.

Outra característica importante é a potência das interferências, as quais aumentam conforme cresce o número de usuários, fazendo com que a potência do sinal SS seja atenuada conforme a relação [13]

$$\frac{P_s}{P_i} = \frac{1}{N_u - 1} \quad (22)$$

em que  $P_s$  é a potência do sinal,  $P_i$  é a potência das interferências e  $N_u$  é a quantidade de usuários do canal.

O gráfico da Equação (22) é apresentado na Figura 13, na qual o sinal  $m(t)$  foi espalhado por uma seqüência- $m$  com  $m = 5$ . Esta figura mostra uma simulação diferente das anteriores, pois nela a curva de BER é obtida variando-se  $P_i$  para  $N_u \in \{1, 5, 10, 50, 100\}$ .

Esta nova simulação estabelece um valor inicial para a relação  $P_s/P_i$ , o qual vai sendo decrementado conforme o  $N_u$  cresce. Percebe-se que o crescimento de usuários, simulado pelo  $N_u$ , afeta de forma significativa o sinal  $r(t)$ , levando o sistema a apresentar uma alta taxa de erro.

Na Figura 14 é simulado o mesmo sistema da Figura 13, mas a seqüência- $m$  é substituída por uma seqüência caótica gerada a partir do mapa logístico, com as condições iniciais da Equação (17).

Pela figura percebe-se que o sistema trabalhando com a seqüência caótica apresenta melhores resultados em termos de BER. Porém, mais simulações são necessárias antes de se afirmar que as seqüências caóticas são melhores neste canal.

A partir dos resultados obtidos até este ponto, conclui-se que as seqüências pseudoaleatórias convencionais e as seqüências caóticas apresentam comportamentos semelhantes nos sistemas DSSS simulados.

Entretanto, algumas análises permanecem pendentes, tal

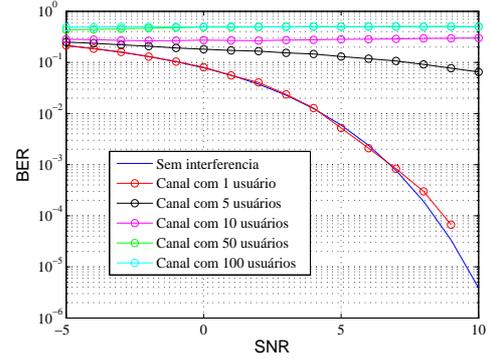


Figura 13 – Curvas BER do sistema DSSS trabalhando com seqüência- $m$  - canal com múltiplos usuários.

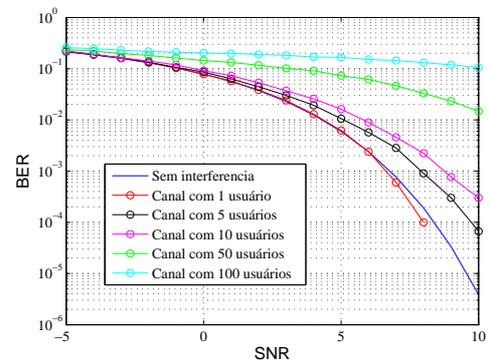


Figura 14 – Curvas BER do sistema DSSS trabalhando com seqüência caótica gerada pelo mapa logístico - canal com múltiplos usuários.

como identificar a causa da diferença entre os mapas logístico e tenda no canal com múltiplos usuários. Outro ponto para análise é a associação da correlação cruzada com o desempenho de cada tipo de seqüência neste mesmo canal de comunicação.

## 5. CONCLUSÕES

A partir da revisão dos conceitos de espalhamento espectral e da geração de seqüências pseudoaleatórias convencionais e caóticas, são realizadas simulações mostrando que o espalhamento espectral não agrega vantagens quando o canal de comunicação é AWGN. Entretanto, quando os canais têm múltiplos percursos e múltiplos usuários, o uso do espalhamento espectral diminui a taxa de erro do bit.

Nas simulações feitas neste artigo as seqüências caóticas apresentaram desempenho superior no canal com múltiplos usuários. Nos demais canais não são percebidas diferenças entre os dois tipos de seqüências analisadas.

Em continuidade a este trabalho, pretende-se expandir os resultados obtidos no canal com múltiplos usuários e identificar um conjunto de condições iniciais que produzam sinais caóticos com baixos valores de correlação cruzada. Além disso, espera-se comparar o custo computacional gasto na geração das seqüências convencionais e caóticas.

Se após o término dos estudos for possível chegar-se a conclusão de que uma seqüência caótica possui propriedades semelhantes as propriedades das seqüências PN convencionais, mas podendo ser geradas de forma mais simples, então será factível propor um modelo caótico para um sistema DSSS de comunicação.

## AGRADECIMENTOS

Fábio Siqueira Netto agradece o apoio financeiro recebido do Mackpesquisa e da CAPES.

## Referências

- [1] Lathi, B. P. *Modern Digital and Analog Communications Systems*. 3rd Edition. New York: Oxford University Press, 1998.
- [2] Li, B. X.; Haykin, S. *A new Pseudo-Noise Generator for Spread Spectrum Communications*. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 5, n. 9-12, p. 3603-3606.
- [3] Proakis, J.G.; Salehi, M. *Contemporary Communication System Using Matlab*. First Edition. Boston: PWS Publishing Company, 2002.
- [4] Simon, M. K.; Omura, J. K.; Scholtz, R. A. Levitt, B. K. *Spread Spectrum Communication Handbook*. Eletronic Edition. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [5] Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.
- [6] Ziemer, R. E. *Fundamentals of Spread Spectrum Modulation*. 1st Edition. United States: Morgan and Claypool, 2007.
- [7] Chien, C. *Digital Radio Systems on a Chip: A Systems Approach*. 1st Edition. New York: Springer, 2001.
- [8] Fazel, L.; Kaiser, S. *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2003.
- [9] IEEE Computer Society *IEEE Standard for Information technology Ú Telecommunications and information exchange between systems Ú Local and metropolitan area networks Ú Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [10] Ipatov, V. P. *Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2005.
- [11] Mock, D. *The Qualcomm Equation: How a Fledgling Telecom Company Forged a New Path to Big Profits and Market Dominance*. 1st Edition. San Diego: AMACOM Div American Mgmt Assn, 2005.
- [12] Muller, N. J. *Desktop Encyclopedia of Telecommunications*. 3th Edition. New York: McGraw-Hill Professional, 2002.
- [13] Haykin, S. *Communication Systems*. 4th Edition. New York : John Wiley and Sons, 2001.
- [14] Proakis, J. G. *Digital Communications*. 4th Edition. United States: McGraw-Hill, 2000.
- [15] Cong, L.; Shaoqian, L. *Chaotic Spreading Sequences with Multiple Access Performance Better Than Random Sequences*. IEEE Transactions On Circuits And Systems: Fundamental Theory And Applications, v. 47, n. 3, p. 394-397.
- [16] Faleiros, A.C.; et al. *Chaotic Signal Generation and Transmission*, in Chaos Applications in Telecommunications. First Edition. Nova York: Taylor and Francis, p. 11-59.
- [17] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *Chaotic Sequences for Spread-Spectrum: An Alternative to PN-Sequences*. IEEE International Conference on Selected Topics in Wireless Communications 25-26, p. 437-440.
- [18] Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Chaos-Based Digital Communication System*. Springer, 2003.
- [19] Mandal, S.; Banerjee, S. *A Chaos-based Spread Spectrum Communication System*. National Conference On Nonlinear Systems and Dynamics.
- [20] Rovatti, R.; Mazzini, G.; Setti, G. *On the Ultimate Limits of Chaos-Based Asynchronous DS-CDMA-I: Basic Definitions and Results*. IEEE Transactions On Circuits And Systems-I: Regular Papers, v. 51, n. 7, p. 1336-1347.
- [21] Tam, W. M.; Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Digital Communication with Chaos*. Elsevier, 2007.
- [22] Torrieri, D. *Principles of Spread Spedtrum Communications Systems*. 1st Edition. Boston: Springer Science, 2005.
- [23] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. *Chaos - an introduction to dynamical systems*. Springer, 1996.
- [24] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *A Chaotic Direct-Sequence Spread-Spectrum Communication System*. IEEE Transactions on Communications, v. 42, n. 2-42, p. 1524-1527.
- [25] Kolumban, G.; Vizvari, B.; Mogel, A.; Schwartz, W. *Chaotic Systems: a Challenge for Measurement and Analysis*. IEEE Instrumentation and Measurement. Technology Conference, v. 2, p. 1396-1401.