

**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Geradores de Sequências Pseudoaleatórias Usando Caos em  
Sistemas de Espalhamento Espectral**

**Fábio Siqueira Netto**

**Orientador: Prof. Dr. Marcio Eisenkraft**

Texto da dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

São Paulo  
2009

# Agradecimentos

O ingresso no programa de mestrado em Engenharia Elétrica da Universidade Presbiteriana Mackenzie foi inspirado na frase de Eleanor Roosevelt “*O futuro pertence aqueles que acreditam na beleza dos seus sonhos*”. No entanto, realizar sonhos desta grandeza só é possível quando não se está sozinho. Para aqueles que me acompanharam nesta difícil jornada, seguem os meus sinceros agradecimentos.

Ao meu orientador Prof. Marcio Eisencraft, que me guiou com muita humildade, sabedoria e, principalmente, pulso firme, mostrando-me qual é a verdadeira essência de ser professor.

Aos Profs. Luiz Henrique A. Monteiro e Luiz A. Baccalá, que contribuíram com esta dissertação por meio das sugestões feitas na Qualificação.

Aos Profs. Nizan Omar, Divanilson R. S. Campelo e Pollyana N. Mustaro, pelos incentivos e por compartilhar dos seus conhecimentos.

Ao Mackpesquisa, CAPES e USCS, pelo apoio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho e a participação em eventos.

Aos meus queridos colegas e amigos do Metrô e da USCS, Ricardo Asp, Luiz Claudio H. de Siqueira, Glauco F. Lopes, Mario E. Longato, Aparecido V. de Freitas e Luiz Rosante, por me apoiar mesmo quando isso os prejudicou.

Aos amigos que tive de deixar de lado em virtude do compromisso com o Mackenzie, destacando os meus irmãos de coração Gilson Capellanno, Daniela Urbinati, Fábio Dias e Fernando Masferrer.

À minha mãe Marly, pelo amor com que sempre me recebeu e por formar o meu caráter, sendo a minha referência de responsabilidade e equilíbrio.

À minha irmã Adriana, pelo carinho e pela compreensão de não poder contar com o irmão em muitas situações importantes.

À minha cunhada Cristina, que sempre me acompanhou e que faz parte da minha história de um jeito muito especial.

À minha querida e amada esposa Patricia, por ser a luz que inspira a minha vida, além de estar sempre ao meu lado nos bons e maus momentos. Todas as minhas realizações têm a assinatura do meu amor por essa grande mulher.

Por fim, a todos que não foram citados diretamente aqui, mas que contribuíram para a realização deste trabalho. Sorte daqueles que têm pessoas como estas para ajudá-los em suas vidas.

# Resumo

O espalhamento espectral é uma técnica de modulação que usa uma sequência binária para espalhar um sinal de informação no domínio da frequência. Convencionalmente, o processo de espalhamento é realizado por sequências pseudoaleatórias geradas por registradores de deslocamento. Porém, sequências criadas a partir de sinais caóticos também podem ser usadas, pois apresentam propriedades espectrais e de autocorrelação compatíveis, podendo ser geradas de forma simples. Este trabalho compara os geradores de sequências pseudoaleatórias convencionais e baseadas em caos, ambas aplicadas em sistemas de comunicação por espalhamento espectral. Tais comparações são feitas em termos das funções de autocorrelação e correlação cruzada, de estimativas da densidade espectral de potência, da complexidade computacional dos geradores e da taxa de erro de bit. Os resultados desta dissertação ratificam que as sequências pseudoaleatórias criadas a partir de sinais caóticos podem ser usadas em sistemas de espalhamento espectral. Porém, um ponto crítico do uso de caos em sequências pseudoaleatórias é a escolha do mapa não-linear e das suas condições iniciais, pois esta escolha influencia o desempenho do sistema.

*Palavras-chave: comunicação digital, espalhamento espectral, sequências pseudoaleatórias, sinais caóticos.*

# Abstract

Spread spectrum is a modulation technique that uses a binary sequence to spread an information signal in the frequency domain. Conventionally, the process of spreading uses pseudo-random sequences created by shift-registers. However, sequences created using chaotic signals can also be employed because they have compatible spectral and autocorrelation properties and their generation is easy. This work compares the pseudo-random sequences generated conventionally and using chaotic signals, which are used in communication systems based on spread spectrum. These comparisons are made in terms of autocorrelation and cross correlation functions, power spectral density estimated, computational complexity of generators and bit error rate. Our results confirm that the pseudo-random sequences created by chaotic signals can be used in spread spectrum systems. However, there is a critical point: the choice of non-linear map and its initial conditions affect their performance.

*Keywords: digital communication, spread spectrum, pseudo-random sequences, chaotic signals.*

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>vii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Espalhamento Espectral</b>	<b>4</b>
2.1 Histórico da Comunicação por Espalhamento Espectral . . . . .	4
2.2 Princípios Básicos . . . . .	7
2.3 Sequências pseudoaleatórias . . . . .	8
2.4 Espalhamento Espectral por Sequência Direta . . . . .	18
<b>3 Sinais Caóticos de Tempo Discreto</b>	<b>28</b>
3.1 Definições e propriedades . . . . .	30
3.2 Sequências pseudoaleatórias usando caos . . . . .	34
<b>4 Simulações de Sistemas DSSS</b>	<b>41</b>
4.1 Canal AWGN . . . . .	42
4.2 Canal com múltiplos percursos . . . . .	42
4.3 Canal com múltiplos usuários . . . . .	46
4.4 Complexidade computacional dos geradores de sequências PN . . . . .	52
<b>5 Conclusões</b>	<b>56</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>60</b>

Apêndice A - Artigo publicado na ECC10	64
Apêndice B - Artigo publicado na DINCON '09	71
Apêndice C - Artigo submetido ao SBrT '09	80

# Lista de Símbolos

Resume-se aqui a simbologia empregada com maior frequência ao longo deste trabalho.

## Símbolos Gerais

$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais (inteiros não-negativos)
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$n$	Índice de tempo discreto
$R_{xx}(\ell)$	Autocorrelação do sinal $x(n)$ com passo $\ell$
$R_{xy}(\ell)$	Correlação cruzada entre os sinais $x(n)$ e $y(n)$ com passo $\ell$
$R_{max}$	Correlação cruzada máxima entre os sinais $x(n)$ e $y(n)$

## Sinais Caóticos

$U$	Domínio de definição dos mapas
$x(0)$	Condição inicial
$x(n)$	Sinal de tempo discreto
$x(n, x(0))$	Sinal com condição inicial $x(0)$
$Tx_0$	Trajetória de $x(n, x_0)$
$g_a(\cdot)$	Mapa logístico
$g_t(\cdot)$	Mapa tenda



## Espalhamento Espectral

$N$	Período de uma sequência pseudoaleatória
$s_j(n)$	Estado do $j$ -ésimo <i>flip-flop</i>
$m$	Quantidade de <i>flip-flops</i> de um registrador
$N_g$	Quantidade de sequências de Gold
$b(n)$	Mensagem binária com valores 0 ou 1
$c(n)$	Sequência pseudoaleatória com valores 0 ou 1
$b(t)$	Representação polar de $b(n)$ com valores $\pm 1$
$c(t)$	Representação polar de $c(n)$ com valores $\pm 1$
$T_b$	Tempo de bit de $b(t)$
$T_c$	Tempo de bit de $c(t)$
$m(t)$	Sinal transmitido no canal banda-base
$r(t)$	Sinal que chega ao receptor no canal banda-base
$i(t)$	Interferências em banda estreita do canal banda-base
$z(t)$	Sinal recuperado no receptor do canal banda-base
$v$	Valor amostrado no receptor
$x(t)$	Sinal transmitido no canal passa-banda
$y(t)$	Sinal recebido no canal passa-banda
$j(t)$	Interferências em banda estreita do canal passa-banda
$u(t)$	Sinal recuperado no receptor do canal passa-banda

# Capítulo 1

## Introdução

O Espalhamento Espectral (SS - *Spread Spectrum*) é uma técnica de modulação usada nas comunicações sem fio que espalha um sinal a ser transmitido numa faixa de frequências mais larga em relação à que seria necessária, usando, para isso, uma sequência binária com características especiais, conhecida como *código de espalhamento* (Proakis e Salehi-1997; Haykin-2001; Sklar-2001).

Em detrimento ao uso eficiente em banda do canal, o SS proporciona maior segurança e melhor imunidade à interferências em banda estreita, tendo sido inicialmente desenvolvido para fins militares (Proakis e Salehi-1997). Atualmente, as diversas variedades de SS são usadas em uma série de aplicações comerciais, destacando-se o Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*) e as redes locais sem fio do padrão 802.11 do Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE - *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) (Chien-2001; Fazel e Kaiser-2003; Ipatov - 2005; IEEE-2007).

Em particular, este trabalho concentra-se no SS por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence SS*). Neste modo de SS, o sinal da mensagem é multiplicado pelo código de espalhamento antes da transmissão, modificando-o no domínio da frequência. Assim, esse código tem um papel fundamental no DSSS, pois é o responsável pelo processo de espalhamento (Torrieri-2005).

Esse processo deve prover resistência às interferências e ocultar o sinal transmitido fazendo-o parecer um ruído (Proakis-2000). Para isso, a sequência binária usada como código de espalhamento deve apresentar propriedades estatísticas semelhantes as propriedades es-

---

tatísticas de um sinal aleatório e, por este motivo, essa sequência é conhecida como *sequência pseudoaleatória* (Sklar-2001).

Convencionalmente, tal sequência é obtida por geradores de *sequências de comprimento máximo* (Proakis e Salehi-1997; Haykin-2001; Sklar-2001) e por geradores de *sequências de Gold* (Gold-1967). O espalhamento também pode ser realizado por sequências ortogonais, como, por exemplo, as sequências de Fator de Espalhamento Variável Ortogonal (OVSF - *Orthogonal Variable Spreading Factor*) (Korowajczuk et al-2004; Assaad-2007). Nesta dissertação, os geradores de sequências ortogonais não são analisados.

Uma alternativa que vem sendo estudada nos últimos anos é o uso de sequências geradas a partir de sinais caóticos. Esses sinais caracterizam-se por serem determinísticos e aperiódicos, propriedades interessantes para a geração de sequências pseudoaleatórias. Além disso, sequências obtidas a partir de caos podem ser criadas por regras simples (Heidari e McGillem-1992; Li e Haykin-1995; Cong e Shaoqian-2000; Rovatti et al-2004).

O objetivo deste trabalho é analisar as características das sequências pseudoaleatórias convencionais e das criadas por sinais caóticos, no que diz respeito às funções de autocorrelação e correlação cruzada, à estimativas da densidade espectral de potência e à complexidade computacional dos seus geradores. Por meio da Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) comparam-se os desempenhos de sistemas DSSS trabalhando com ambas as sequências.

É feita uma revisão da literatura sobre espalhamento espectral e caos, pois os resultados deste trabalho estão relacionados às Telecomunicações e à Teoria de Sistemas Dinâmicos. Esta revisão visa padronizar a notação usada nesta dissertação e torná-la acessível ao maior número de interessados.

O conteúdo deste trabalho está dividido em 5 capítulos. No Capítulo 2 são descritos os princípios básicos do DSSS e as propriedades das sequências pseudoaleatórias convencionais geradas por registradores de deslocamento. São mostrados exemplos das sequências- $m$  e de Gold, destacando-se as diferenças entre elas e em quais cenários do DSSS são aplicadas.

O Capítulo 3 mostra as definições necessárias relacionadas aos sinais caóticos, apresentando exemplos de mapas e como são geradas as sequências pseudoaleatórias criadas a partir desses mapas. O texto limita-se aos conceitos de mapas de tempo discreto unidimensionais,

---

pois são suficientes para este trabalho.

No Capítulo 4 são simulados sistemas DSSS usando sequências pseudoaleatórias convencionais e criadas por sinais caóticos, analisando-se os resultados obtidos em canais com Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), com múltiplos percursos e com múltiplos usuários. Ainda nesse capítulo, a complexidade computacional dos geradores dessas sequências é estudada de forma sucinta.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões obtidas a partir dos resultados das simulações feitas no Capítulo 4. Além disto, o Capítulo 5 cita uma série de trabalhos futuros a serem realizados.

Os resultados dos trabalhos feitos até aqui geraram dois artigos publicados em congressos internacionais. No primeiro, publicado na *10th Experimental Chaos Conference (ECC10)*, realizada na cidade de Catania na Itália, mostrou-se que as sequências pseudoaleatórias criadas por sinais caóticos têm compatibilidade com as sequências convencionais.

No segundo artigo, publicado na *8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications (DINCON'09)*, realizada na cidade de Bauru, apresentaram-se as comparações de sistemas DSSS trabalhando com sequências convencionais e caóticas nos canais AWGN, com múltiplos percursos e usuários, mostrando que sequências pseudoaleatórias criadas a partir de sinais caóticos podem ser usadas nesses ambientes.

Nesses dois congressos, o autor compareceu aos eventos e apresentou os trabalhos na forma de pôster.

Há um terceiro artigo que foi submetido ao Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'09). Neste último, é mostrado que o desempenho de um sistema DSSS trabalhando com sequências baseadas em caos depende da escolha do mapa e das suas condições iniciais. Também nesse artigo, é apresentada a complexidade computacional dos geradores de sequências convencionais e baseadas em caos.

Os três artigos encontram-se nos apêndices desta dissertação.

# Capítulo 2

## Espalhamento Espectral

O Espalhamento Espectral (SS - *Spread Spectrum*) é uma técnica de modulação que pode ser utilizada nos sistemas de comunicação digital. Em um sistema SS a mensagem é espalhada no domínio da frequência por uma sequência binária especial, chamada de código de espalhamento. Assim, a transmissão de uma mensagem ocupa uma banda maior que a necessária para transmitir os dados em seu formato original (Haykin-2001).

Esta característica pode inicialmente parecer uma desvantagem do espalhamento espectral, mas a eficiência do uso da banda é trocada pela imunidade à interferências em banda estreita e pela dificuldade de detecção do sinal espalhado (Proakis-2000).

Este capítulo apresenta o histórico do SS e aborda os seus princípios básicos, revendo como são gerados os códigos normalmente usados no processo de espalhamento do sinal. Em seguida, é mostrada a implementação do SS por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence SS*).

### 2.1 Histórico da Comunicação por Espalhamento Espectral

No início da história do SS está uma atriz austríaca, de nome Hedy Lamarr, que partiu da Europa para trabalhar nos EUA na *Metro-Goldwyn-Mayer* (MGM), pouco antes do início da Segunda Guerra Mundial. A Figura 2.1 apresenta uma foto de Lamarr e os detalhes da sua biografia podem ser vistos em (Muller-2002; Walters-2006). Alguns pontos são comentados



Figura 2.1: Foto da atriz Hedy Lamarr (Mock-2005).

a seguir.

Na Áustria, a atriz foi casada com Fritz Mandl, um grande produtor de armamentos e fornecedor do exército de Hitler. Na época, Mandl pesquisava a comunicação por radiofrequência como forma de controlar torpedos à distância, direcionando os esforços no desenvolvimento de técnicas para evitar que interferências derrubassem essa comunicação. Mandl obrigava Lamarr a permanecer com ele nas reuniões com o exército alemão e, mesmo sem ter conhecimento técnico algum, ela captava tudo que ouvia.

A ida de Lamarr para os EUA foi, na verdade, uma fuga do seu marido, em virtude do temperamento dele e da iminência da guerra. Já em Hollywood a atriz conheceu o músico George Anthei, do qual se tornou amiga. Anthei havia trabalhado na Europa, mas voltou para os EUA após a influência de Hitler para fechar os palcos europeus para os músicos considerados modernos, os quais usavam instrumentos mecânicos.

A afinidade pela antipatia nazista uniu Lamarr e Anthei e os dois estavam decididos a contribuir no combate ao exército alemão. Em uma de suas conversas, Lamarr comentou o projeto de comunicação para o controle dos torpedos, os quais seriam orientados via ondas de rádio. Ela explicou o problema da vulnerabilidade a interferências, expondo a sua idéia para resolver essa questão. Baseando-se na forma como se mudam as estações num receptor de rádio, Lamarr imaginava que se fosse possível sincronizar o transmissor e o re-

ceptor, alternando-se as frequências de comunicação em um padrão aleatório, seria difícil interferências comprometerem a comunicação com os torpedos.

A partir da idéia de Lamarr e inspirado pelo piano mecânico, Anthei pensou que poderia sincronizar o transmissor e o receptor com dois rolos de papéis perfurados com uma sequência de furos aleatória e idêntica em ambos os rolos. O objetivo era instalar um rolo no transmissor e outro no receptor, operando da mesma forma como um piano mecânico faz a leitura do rolo de papel da música.

Se a leitura dos furos começasse no mesmo momento e a rotação do motor fosse estável, então seria possível sincronizar o transmissor e o receptor e fazê-los saltar em frequência nos mesmos momentos. O projeto inicial usava oitenta e oito frequências, o mesmo número de teclas do piano mecânico. Esse foi o primeiro modelo do que atualmente se conhece como SS por Saltos de Frequência (FHSS - *Frequency Hop SS*) (Mock-2005).

Lamarr e Anthei patentearam esse projeto e o submeteram às forças armadas. Porém os militares não aceitaram a idéia de deixar o comando de um armamento bélico por conta de um mecanismo de piano. Lamarr usou seu prestígio para influenciar os cientistas e arrecadar fundos para a pesquisa desta tecnologia, mas ela não foi usada na guerra.

No entanto, o projeto de Lamarr e Anthei não foi esquecido. Com a evolução da eletrônica e a expiração da patente, na década de 1960 as forças armadas norte-americanas começaram a usar a comunicação por SS, pois esse tipo de modulação era eficaz na imunidade a interferências de banda estreita, podia ocultar os sinais transmitidos fazendo-os parecer com ruído e permitia a comunicação por múltiplos usuários (Proakis e Salehi-1997).

No início da década de 1980 os militares liberaram o SS para uso público, fazendo surgir diversas tecnologias comerciais. Dentre essas tecnologias está o padrão de Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*), usado em telefonia móvel celular (Walters-2006). Outro exemplo atual do uso de SS são as redes locais sem fio, especificadas por meio do padrão 802.11 do IEEE (IEEE-2007).

As características e os atributos das comunicações por espalhamento espectral são os elementos que motivaram o seu desenvolvimento, desde a sua origem até os dias de hoje. Essas propriedades são descritas nas seções a seguir a partir de revisões bibliográficas.

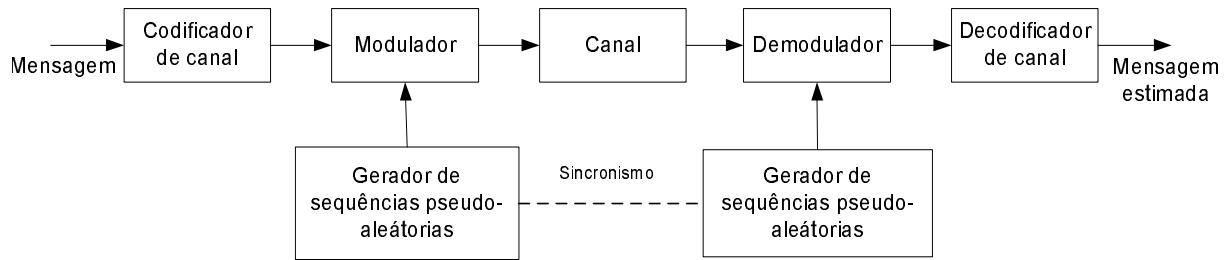


Figura 2.2: Sistema de Comunicação por Espalhamento Espectral.

## 2.2 Princípios Básicos

Um sistema é considerado SS se possuir três características (Sklar-2001):

1. A transmissão de uma mensagem numa modulação SS ocupa uma banda maior que a necessária para transmitir os dados em sua forma original.
2. O espalhamento é realizado antes da transmissão por um código que é independente da mensagem.
3. Na recepção a mensagem é recuperada a partir da correlação entre o sinal recebido e o mesmo código usado no momento da transmissão.

Outras modulações, como Frequência Modulada (FM) e a Modulação por Código de Pulso (PCM - *Pulse Code Modulation*), também ocupam uma banda maior que a necessária nos seus processos de modulação, mas não são SS, pois não utilizam um código independente da mensagem para espalhá-la no domínio da frequência (Haykin-2001). O diagrama em blocos de um sistema SS básico é mostrado na Figura 2.2 (Proakis e Salehi-1997).

Nesse sistema os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos de um sistema de comunicação digital convencional. A diferença de uma arquitetura SS está na adição dos geradores de sequências pseudoaleatórias, as quais têm a função de espalhar a mensagem no domínio da frequência (Sklar-2001).

O espalhamento da mensagem aumenta a segurança da informação transmitida, dificultando a demodulação desse sinal por receptores que não conhecem a sequência de espalhamento utilizada. No processo de espalhamento, o SS distribui a potência do sinal em um conjunto maior de frequências, fazendo com que esse sinal tenha baixa densidade de potência e, conseqüentemente, possa ser confundido com o ruído do canal (Simon et al-2002).



Essa propriedade do SS faz com que ele possa ser usado em sistemas de Baixa Probabilidade de Interceptação (LPI - *Low Probability of Intercept*), nos quais a densidade de potência do sinal transmitido deve ser baixa o suficiente para que receptores não autorizados não consigam detectá-lo (Chien-2001).

Além de prover este tipo de segurança, o espalhamento espectral pode diminuir a taxa de erro do sistema ao fornecer imunidade às interferências de banda estreita, ou *jamming*, devido a expansão da banda no momento da transmissão (Sklar-2001).

Como é analisada na Seção 2.4, esta imunidade ao *jamming* é obtida na recepção, pois uma interferência em banda estreita adicionada ao canal é vista no receptor como um sinal SS e, desta forma, diminui-se a potência do *jamming* na banda do sinal quando reverte-se o processo de espalhamento.

As duas implementações mais comuns de SS são o Espalhamento Espectral por Saltos de Frequência (FHSS - *Frequency Hop Spread Spectrum*) e o Espalhamento Espectral por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence Spread Spectrum*) (Ziemer-2007).

O FHSS foi a primeira concepção de um sistema SS, como relatado na Seção 2.1. Nesta forma de SS a sequência pseudoaleatória é usada para definir os saltos ao longo de várias portadoras. O período dos pulsos dessa sequência define a velocidade e a ordem dos saltos que são executados (Fazel e Kaiser-2003).

Diferentemente do FHSS, no DSSS a sequência pseudoaleatória não tem a função de comutar as portadoras. Por meio de uma operação de multiplicação, a sequência é aplicada sobre os pulsos da mensagem antes da transmissão, modificando-a no domínio da frequência (Torrieri-2005). O DSSS é a implementação de SS usada no CDMA e nos padrões 802.11 atuais do IEEE (IEEE-2007). Este trabalho concentra-se nesta modalidade de SS.

Em ambas as técnicas de SS citadas, as sequências pseudoaleatórias têm um papel importante. Por este motivo, as propriedades e as formas de geração dessas sequências são tratadas a seguir.

## 2.3 Sequências pseudoaleatórias

As sequências pseudoaleatórias usadas em SS são séries temporais com propriedades estatísticas semelhantes às de uma sequência aleatória que possui símbolos equiprováveis.

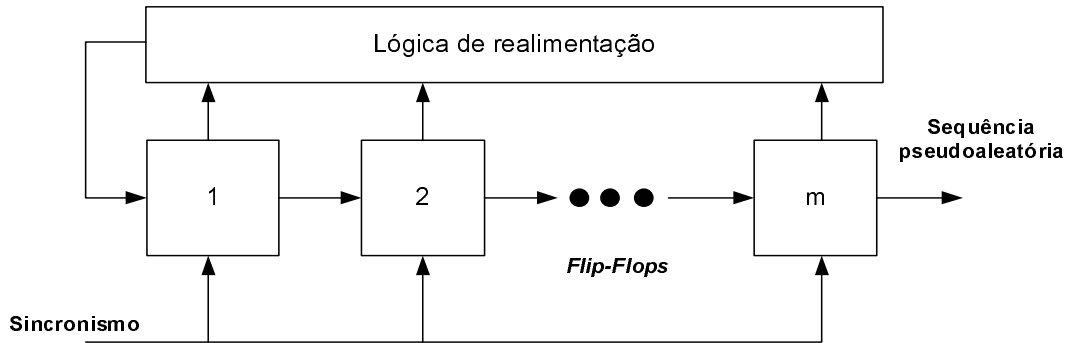


Figura 2.3: Registrador de deslocamento linear realimentado com  $m$  *flip-flops*.

Elas são as responsáveis por espalhar a mensagem no domínio da frequência em um sistema de espalhamento espectral (Haykin-2001).

Numa estrutura clássica de SS, essas sequências são criadas por registradores lineares de deslocamento, constituído por arranjos de *flip-flops* sincronizados. São ditos lineares porque realimentam as suas entradas com o resultado de uma operação de soma de módulo-2, a qual é realizada entre as saídas de determinados *flip-flops* dos arranjos (Haykin-2001). A estrutura genérica do registrador de deslocamento é mostrada na Figura 2.3.

O *flip-flop* é um tipo de memória capaz de armazenar temporariamente uma única informação binária, operando com um sinal de relógio. Esse tipo de memória pode assumir os estados “0” ou “1”, dependendo da combinação das suas entradas e do pulso de relógio. Um registrador linear de deslocamento é uma das possíveis estruturas montadas a partir de *flip-flops* (Tocci et al-2003).

Desta forma, as sequências geradas por esses registradores são binárias e definidas pelo número de *flip-flops*, pela condição inicial do circuito e pela lógica utilizada na realimentação.

Sendo  $m$  a quantidade de *flip-flops* usados, o período máximo da sequência gerada é  $2^m$ , que representa todos os estados possíveis do arranjo de *flip-flops*. No entanto, por se tratar de um registrador linear, não se pode considerar a combinação em que todos os *flip-flops* apresentam o valor “0” em suas saídas, porque, independentemente da lógica de realimentação, esta situação leva o circuito a uma sequência permanente de zeros.

Assim, o período máximo de uma sequência gerada por um registrador com  $m$  *flip-flops* é

$$N = 2^m - 1. \quad (2.1)$$

Quando o período da sequência criada é exatamente igual a  $N$ , ela recebe o nome de *sequência pseudoaleatória de comprimento máximo*, ou apenas *sequência- $m$*  (Proakis e Salehi-1997).

Se  $s_j(n) \in \{0, 1\}$  é o estado do  $j$ -ésimo *flip-flop*, o conjunto de estados do registrador no instante  $n$  é representado por  $\{s_1(n), s_2(n), \dots, s_m(n)\}$ ,  $n \geq 0$ . O estado de cada *flip-flop* do registrador genérico da Figura 2.3 obedece

$$s_j(n+1) = s_{j-1}(n) \begin{cases} n \geq 0, \\ 1 \leq j \leq m \end{cases}, \quad (2.2)$$

em que  $s_0(n)$  é a entrada do primeiro *flip-flop*.

A cada pulso de sincronismo, o circuito é realimentado aplicando-se à entrada  $s_0$  do primeiro *flip-flop* o resultado da soma em módulo-2. Para uma sequência- $m$ , os sucessivos estados de  $s_m(n)$ ,  $0 \leq n \leq N-1$ , são colocados na saída do circuito e representam um período dessa sequência.

Para permitir o processo de SS, os estados  $\{0, 1\}$  de  $s_m(n)$  são mapeados, respectivamente, para os valores  $\{-1, 1\}$ , criando uma nova sequência equivalente  $c(n)$ ,  $0 \leq n \leq N-1$ , chamada de *sequência polar* (Haykin-2001). Os detalhes da técnica DSSS são apresentados na Seção 2.4.

As sequências- $m$  são determinísticas e periódicas. No entanto, o termo pseudoaleatório é usado devido as suas propriedades estatísticas semelhantes as propriedades estatísticas de um sinal aleatório, sendo por isto também chamadas de Pseudoruído (PN - *Pseudo-noise*).

As principais propriedades das sequências- $m$  são listadas a seguir. A demonstração pode ser encontrada, por exemplo, em (Torrieri-2005).

1. *Propriedade do equilíbrio*: para cada período da sequência de comprimento máximo o número de “1s” é sempre um a mais que o número de “0s”.
2. *Propriedade das séries*: dentre as séries de “1s” e “0s” em cada sequência de comprimento máximo, metade das séries de cada tipo tem tamanho um, um quarto tem tamanho dois, um oitavo tem tamanho três e assim por diante. Em uma sequência de comprimento  $N$ , o total de séries é

$$\frac{N+1}{2}. \quad (2.3)$$

3. *Função de autocorrelação*: a autocorrelação circular de uma sequência de período  $N$  é definida como

$$R_{cc}(\ell) = \sum_{n=1}^N c(n)c(n + \ell), \quad (2.4)$$

sendo o passo  $\ell$  um inteiro. Para uma sequência- $m$ ,  $R_{cc}(\ell)$  é dada por (Proakis-2000)

$$R_{cc}(\ell) = \begin{cases} N, & \ell = 0 \\ -1, & 1 \leq \ell \leq N - 1 \end{cases}, \quad (2.5)$$

sendo também periódica de período  $N$ . Um gráfico genérico de  $R_{cc}(\ell)$  é mostrado na Figura 2.4.

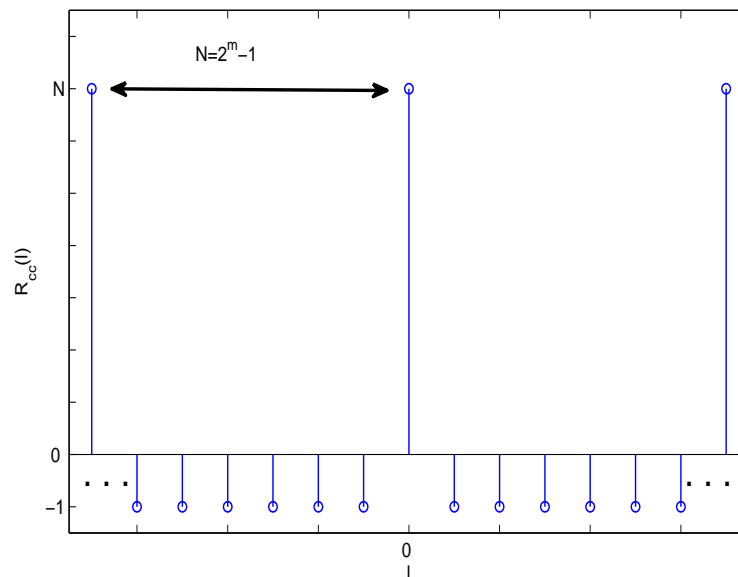


Figura 2.4: Gráfico da função de autocorrelação circular de uma sequência- $m$ .

Em termos comparativos, se um sinal  $p(n)$  é uma função amostra de um processo ruído branco gaussiano discreto de média nula, pode ser criada uma sequência binária de comprimento  $N$  a partir da digitalização deste sinal pelo mapeamento

$$\begin{cases} 1, & p(n) > 0 \\ -1, & p(n) \leq 0 \end{cases}, \quad (2.6)$$

que teria, em média, o número de “1s” igual ao número de “0s”. Além disto, também em média, as séries apresentariam um comportamento aleatório e, na autocorrelação, haveria um único impulso em  $\ell = 0$ , ou seja

$$R_{pp}(\ell) = \begin{cases} N, & \ell = 0 \\ 0, & 1 \leq \ell \leq N - 1 \end{cases} . \quad (2.7)$$

Comparando-se as Equações (2.5) e (2.7), constata-se que em termos de autocorrelação as propriedades das sequências- $m$  estão muito próximas às propriedades de um sinal aleatório, quando  $N$  é suficientemente grande.

Para registradores de tamanhos  $m = 2$  até  $m = 8$ , a Tabela 2.1 apresenta os possíveis esquemas de realimentação para a geração de sequências- $m$  (Haykin-2001). As interligações apresentadas nessa tabela mostram quais *flip-flops* devem ser usados na soma de módulo-2 do processo de realimentação da Figura 2.3.

Tabela 2.1: Sequências de comprimento máximo para registradores com  $m = 2$  até  $m = 8$  *flip-flops* (Haykin-2001).

$m$	Interligação dos <i>flip-flops</i>	Número de sequências diferentes
2	[2,1]	2
3	[3,1]	2
4	[4,1]	2
5	[5,2]; [5,4,3,2]; [5,4,2,1]	6
6	[6,1]; [6,5,2,1]; [6,5,3,2]	6
7	[7,1]; [7,3]; [7,3,2,1]; [7,4,3,2]; [7,6,4,2]; [7,6,3,1]; [7,6,5,2]; [7,6,5,4,2,1]; [7,5,4,3,2,1]	18
8	[8,4,3,2]; [8,6,5,3]; [8,6,5,2]; [8,5,3,1]; [8,6,5,1]; [8,7,6,1]; [8,7,6,5,2,1]; [8,6,4,3,2,1]	16

Cada um desses esquemas de interligação pode produzir uma única sequência- $m$ , porém o número de sequências possíveis é o dobro, pois também se consideram as sequências criadas a partir do espelhamento de uma determinada sequência- $m$ . A Tabela 2.1 também mostra o número de sequências- $m$  diferentes para cada  $m$ , mas não são consideradas as sequências diferentes geradas a partir do deslocamento circular de uma determinada sequência.

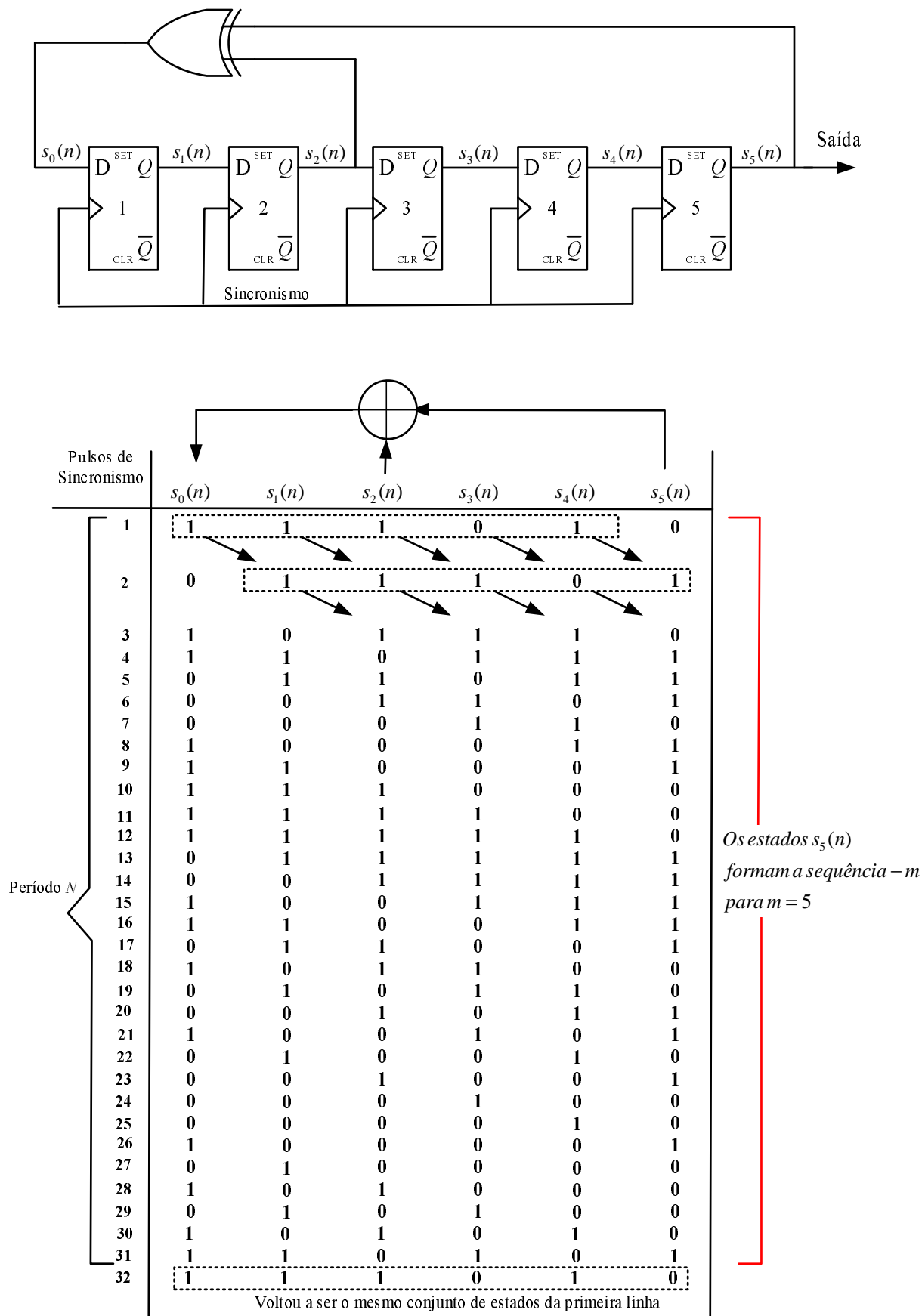


Figura 2.5: Registrador com  $m = 5$  flip-flops.

Adotando, por exemplo, um registrador com  $m = 5$  e usando o primeiro esquema de interligação da Tabela 2.1 para esse registrador (mostrado em negrito), obtém-se o circuito apresentado na Figura 2.5, o qual gera sequências- $m$  de período  $N = 31$ . De acordo com essa figura, e a partir dos estados iniciais  $s_1 = 1; s_2 = 1; s_3 = 0; s_4 = 1; s_5 = 0$ , a sequência criada pelo circuito é

$$0101110110001111100110100100001. \quad (2.8)$$

Se pelo menos um estado inicial for não-nulo, a sequência gerada por esse circuito será sempre a mesma, a menos de deslocamentos circulares, a qual atende todas as propriedades das sequências- $m$ . Ao se verificar o conjunto mostrado em (2.8), constata-se a propriedade do equilíbrio, pois o número de “1s” é 16, enquanto o número de “0s” é 15, ou seja, apresenta um “1” a mais.

Além disso, ele atende também a propriedade das séries, pois apresenta 16 séries diferentes, sendo 8 séries de “1s” e 8 séries de “0s”. A Tabela 2.2 apresenta as séries da sequência em análise.

Por fim, o gráfico da autocorrelação circular para esta sequência é apresentado na Figura 2.6, por meio da qual pode-se constatar a aderência com a propriedade de autocorrelação da Equação (2.5).

Tabela 2.2: Séries da sequência- $m$  mostrada em (2.8).

Série	Quantidade da série dentro de um período da sequência- $m$
0	4
00	2
000	1
0000	1
1	4
11	2
111	1
11111	1

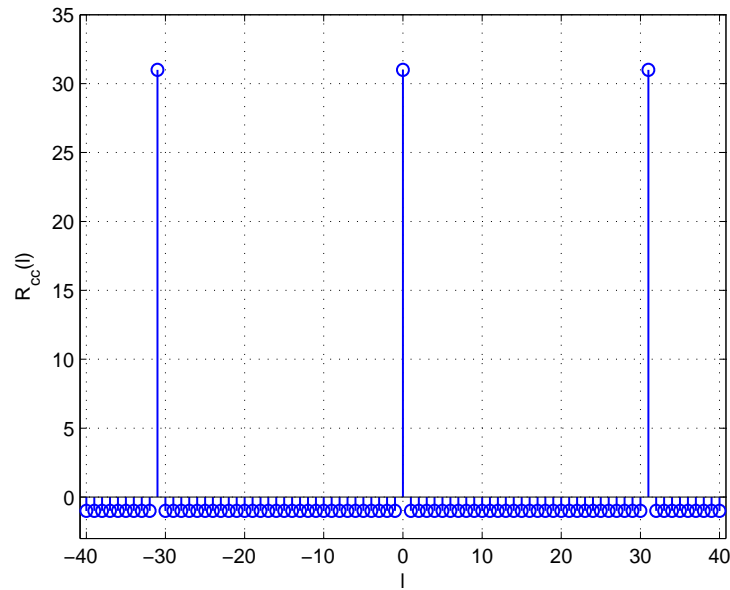


Figura 2.6: Autocorrelação circular para a sequência- $m$  com  $m = 5$ .

Cabe ressaltar que as sequências- $m$  apresentam restrições. Tomando-se como exemplo os registradores de  $m = 5$  que estão na Tabela 2.1, somente seis sequências- $m$  diferentes podem ser criadas a partir das interligações lá descritas.

Esta pouca variabilidade faz com que estas sequências não apresentem bom desempenho em certos canais com múltiplos usuários, pois nesses ambientes cada usuário deve possuir uma sequência PN única, permitindo que o canal seja compartilhado por vários usuários. Assim, quanto mais sequências diferentes, maior o número possível de usuários.

A propriedade de correlação cruzada é outra limitação das sequências- $m$  nesse tipo de canal. Idealmente, as sequências usadas pelos diferentes usuários deveriam ser mutuamente ortogonais, implicando correlação cruzada igual a zero, tornando nula a interferência de um usuário sobre o outro. No entanto, as sequências- $m$  apresentam valores elevados de correlação cruzada (Proakis e Salehi-1997), definida por

$$R_{m_1 m_2}(\ell) = \sum_{n=1}^N m_1(n) m_2(n + \ell), \quad (2.9)$$

em que  $m_1(n)$  e  $m_2(n)$  são duas sequências- $m$  diferentes com mesmo  $N$ .

Estas restrições fazem com que as sequências- $m$  não sejam adequadas em certas aplicações reais. Assim, outros tipos de sequências PN devem ser usadas nessas aplicações.



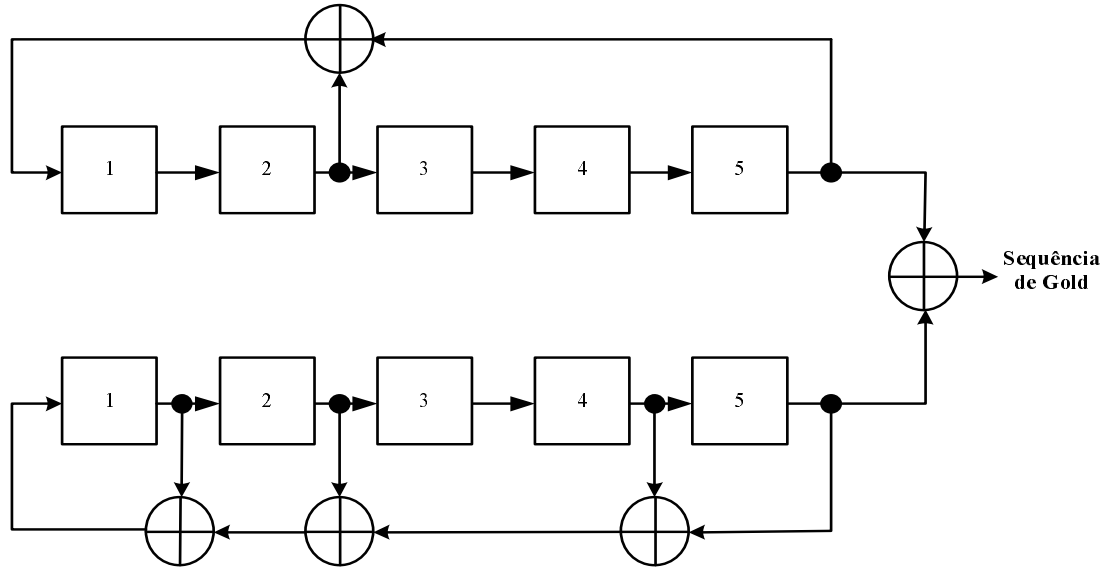


Figura 2.7: Gerador de sequências de Gold usando registradores com  $m = 5$ .

Uma das alternativas convencionais para os canais com múltiplos usuários é a sequência *de Gold* (Gold-1967), a qual usa um par de sequências- $m$  ditas preferenciais para gerar novas sequências com baixos valores de correlação cruzada (Assaad-2007).

A Figura 2.7 apresenta um arranjo para a geração de sequências de Gold de comprimento  $N = 31$ . Neste arranjo, a saída dos registradores das sequências- $m$  são somadas em módulo-2, sendo o resultado dessa soma a sequência de Gold criada pelo circuito.

Nessa figura são mostrados dois registradores com  $m = 5$ . Isoladamente, cada um desses registradores tem a capacidade de gerar uma única sequência- $m$  de período  $N = 31$ , cujas autocorrelações circulares são dadas pela Equação (2.5) e a correlação cruzada máxima entre elas apresenta um valor relativamente alto (Proakis e Salehi-1997).

Porém, quando as suas saídas são somadas em módulo-2, cria-se uma sequência de Gold de mesmo período  $N = 31$ , mas com  $N_g = 2^m - 1$  possíveis combinações diferentes. O número  $N_g$  de combinações é obtido ao somar sucessivamente a sequência- $m$  de um registrador a  $N$  deslocamentos da sequência- $m$  do outro registrador.

Por exemplo, se  $m_1(n)$  é a sequência- $m$  criada pelo registrador superior da Figura 2.7 e  $m_2(n)$  é sequência- $m$  criada pelo registrador inferior dessa figura, com a condição inicial  $s_1 = 1; s_2 = 0; s_3 = 0; s_4 = 0; s_5 = 0$  em ambos registradores, após  $N$  pulsos de relógio

$$m_1(n) = 0000101011101100011111001101001, \quad (2.10)$$

$$m_2(n) = 0000110101001000101111101100111. \quad (2.11)$$

A soma em módulo-2 entre essas sequências leva a uma primeira sequência de Gold

$$g_1(n) = 0000011110100100110000100001110. \quad (2.12)$$

Ao deslocar  $m_2(n)$  uma casa à direita, obtém-se

$$m'_2(n) = 1000011010100100010111110110011 \quad (2.13)$$

e ao somá-la novamente a  $m_1(n)$ , cria-se uma segunda sequência de Gold, dada por

$$g_2(n) = 1000110001001000001000111011010. \quad (2.14)$$

Da mesma forma podem ser criadas  $N_g$  sequências de Gold repetindo-se este processo  $N$  vezes.

Nestes exemplos, a correlação cruzada das sequências- $m$  é  $R_{m_1 m_2}(\ell) = 10$ , enquanto que para as sequências de Gold é  $R_{g_1 g_2}(\ell) = 4$ , números compatíveis com os apresentados nas Tabelas 2.3 e 2.4 (Proakis e Salehi-1997). Além disto, com mais sequências diferentes para um mesmo circuito, o uso de sequências de Gold expande o número de usuários que podem usar o mesmo canal.

Estas diferenças mostram que as sequências de Gold realmente são mais adequadas que as sequências- $m$  em canais com múltiplos usuários, pois menores valores de correlação cruzada implicam menos interferência de um usuário sobre o outro, conforme já relatado.

No entanto, as sequências de Gold não apresentam as propriedades das séries, do equilíbrio e de autocorrelação das sequências- $m$ , mas isto não prejudica o desempenho dos sistemas SS que utilizam as sequências de Gold, pois nesses sistemas o baixo valor de correlação cruzada é a propriedade mais importante (Lee e Short-2003).

Por exemplo, na tecnologia CDMA em banda larga (WCDMA - *Wideband CDMA*), as sequências de Gold são usadas na transmissão para modificar a mensagem de cada usuário do sistema, de forma que os sinais desses usuários não interfiram uns nos outros e seja possível

Tabela 2.3: Valores máximos  $R_{max}$  de correlação cruzada das sequências- $m$  (Proakis e Salehi-1997)

$m$	período $N$	Número de sequências- $m$	$R_{max}$	$\frac{R_{max}}{R_{cc}(0)}$
3	7	2	5	0.71
4	15	2	9	0.60
5	31	6	11	0.35
6	63	6	23	0.36
7	127	18	41	0.32
8	255	16	95	0.37
9	511	48	113	0.22
10	1023	10	383	0.37
11	2047	176	287	0.14
12	4095	144	1407	0.34

recuperar a mensagem no momento da recepção. Nessa tecnologia, o período das sequências de Gold pode chegar a  $N = 2^{18} - 1$  (Richardson-2005).

Existem outras alternativas de sequências pseudoaleatórias (Heidari e McGillem-1992; Faleiros et al-2007), mas independentemente da sequência usada em um sistema SS, elas são o principal componente no processo de espalhamento, tornando o sistema imune ao *jamming* e definindo o número de usuários suportados por um canal.

Na próxima seção é analisada a aplicação das sequências pseudoaleatórias no DSSS.

## 2.4 Espalhamento Espectral por Sequência Direta

Um sistema DSSS de comunicação digital executa o espalhamento espectral por meio de um processo de modulação, o qual envolve uma mensagem binária  $b(n)$  e a uma sequência PN  $c(n)$  como código de espalhamento.

Nesse processo utilizam-se as respectivas representações polares Sem Retorno ao Zero (NRZ - *Non Return to Zero*) de  $b(n)$  e  $c(n)$ , obtendo-se os sinais equivalentes  $b(t)$  e  $c(t)$

Tabela 2.4: Valores máximos  $R_{max}$  de correlação cruzada das sequências de Gold (Proakis e Salehi-1997)

$m$	período $N$	Número de sequências de Gold	$R_{max}$	$\frac{R_{max}}{R_{cc}(0)}$
3	7	7	5	0.71
4	15	15	9	0.60
5	31	31	9	0.29
6	63	63	17	0.27
7	127	127	17	0.13
8	255	255	33	0.13
9	511	511	33	0.06
10	1023	1023	65	0.06
11	2047	2047	65	0.03
12	4095	4095	129	0.03

com valores de  $\pm 1\forall t$ . O sinal espalhado transmitido  $m(t)$  é gerado a partir do produto (Haykin-2001)

$$m(t) = b(t)c(t), \quad (2.15)$$

sendo o diagrama em blocos deste sistema mostrado na Figura 2.8.

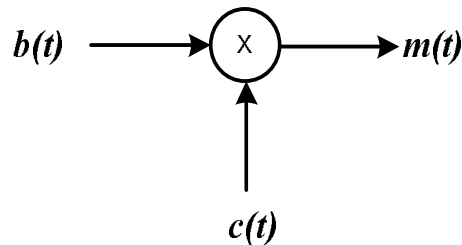


Figura 2.8: Sinal modulado  $m(t)$ .

No espalhamento, o tempo de bit,  $T_b$ , da mensagem  $b(t)$  é  $N$  vezes maior que o tempo de bit  $T_c$  da sequência PN  $c(t)$ . Assim, para cada  $T_b$  existirão  $N$  bits  $T_c$  associados, expandindo a banda mínima necessária em  $N$  vezes, conforme a relação

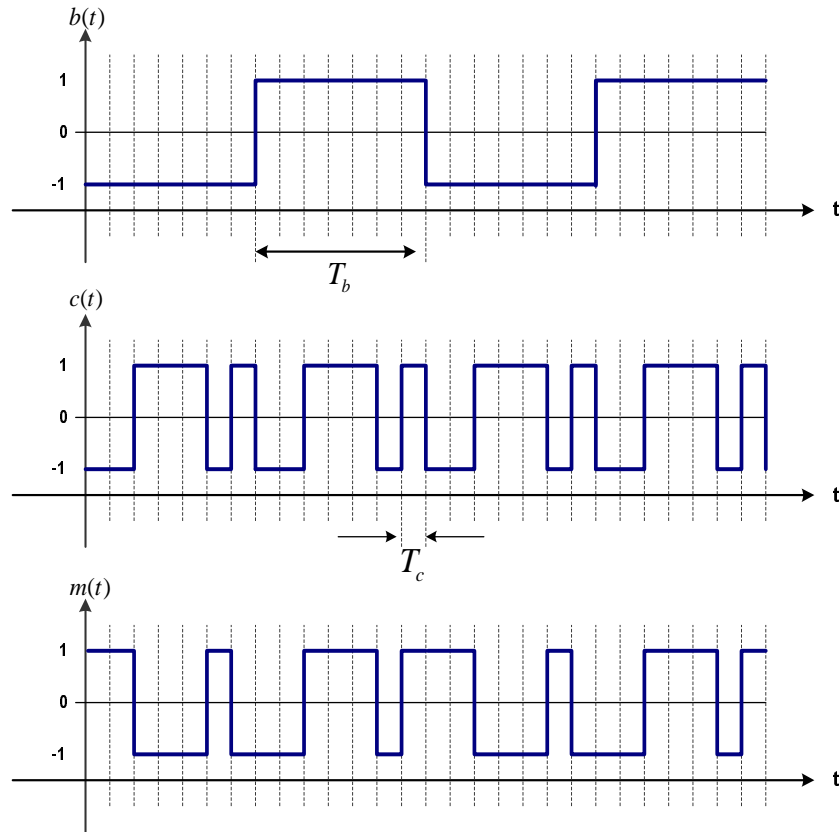


Figura 2.9: Exemplo de sinal modulado por DSSS para  $N = 7$ .

$$N = \frac{T_b}{T_c}. \quad (2.16)$$

Desta forma, quando um sistema DSSS modula  $b(t)$  por meio da sequência PN  $c(t)$ , cada bit de  $b(t)$  é segmentado pelos bits de  $c(t)$ . Estes segmentos são denominados *chips* e a Figura 2.9 apresenta o sinal  $m(t)$ , que é um exemplo de sinal SS obtido a partir da relação definida em (2.15) para  $N = 7$ .

O espectro de um sinal gerado a partir da multiplicação de dois sinais é igual a convolução entre os espectros desses sinais (Lathi-1998). Sendo assim, se  $b(t)$  é um sinal em banda estreita e  $c(t)$  é um sinal em banda larga, o sinal modulado  $m(t)$  apresenta um espectro próximo ao espectro de  $c(t)$ , mostrando que a sequência PN define a banda do sinal transmitido. Na Figura 2.10 está um exemplo do espectro  $M(f)$  de  $m(t)$  obtido pela convolução dos espectros  $B(f)$  e  $C(f)$ , de  $b(t)$  e  $c(t)$ , respectivamente. Nessa figura, por simplicidade, consideram-se que os espectros são retangulares.

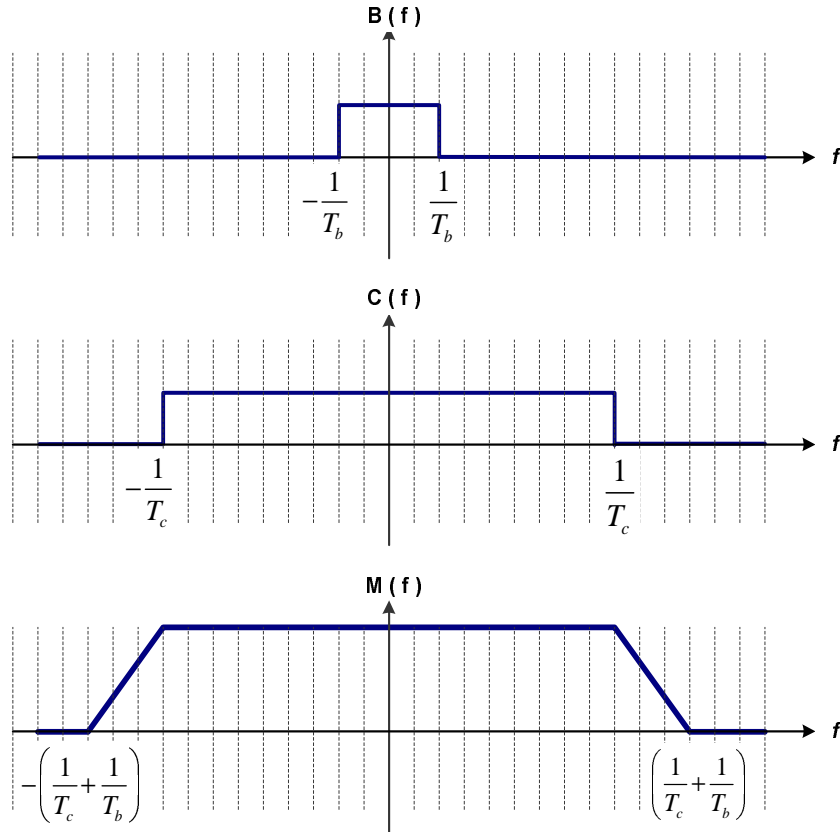


Figura 2.10: Exemplo de convolução entre os espectros de  $b(t)$  e  $c(t)$ .

Após modular e transmitir  $m(t)$  através do canal, o sinal chega ao receptor do sistema DSSS acrescido dos diferentes tipos de interferências inerentes a esse canal de comunicação. Sendo  $i(t)$  o conjunto de interferências em banda estreita (*jamming*) desse canal banda-base, o sinal recebido  $r(t)$  é dado por

$$r(t) = m(t) + i(t). \quad (2.17)$$

Para recuperar a mensagem original  $b(t)$  a partir de  $r(t)$ , o receptor usa um demodulador composto por um multiplicador seguido de um integrador e um dispositivo de decisão, como pode ser visto na Figura 2.11.

No receptor, o multiplicador utiliza a mesma sequência PN  $c(t)$  da transmissão. Sua saída  $z(t)$  é

$$z(t) = r(t)c(t). \quad (2.18)$$

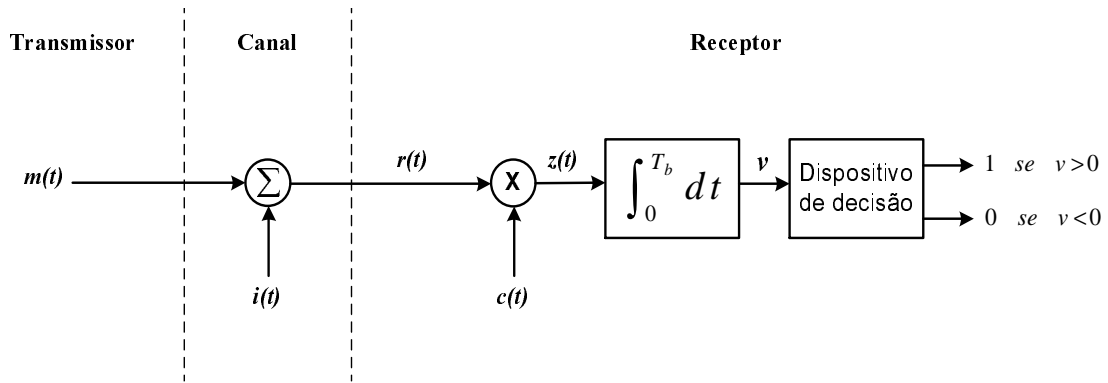


Figura 2.11: Recepção do sinal  $r(t)$ .

Substituindo-se as Equações (2.15) e (2.17), obtém-se

$$z(t) = (b(t)c(t) + i(t))c(t) = c^2(t)b(t) + c(t)i(t), \quad (2.19)$$

em que  $c^2(t) = 1$  para qualquer  $t$  e assim

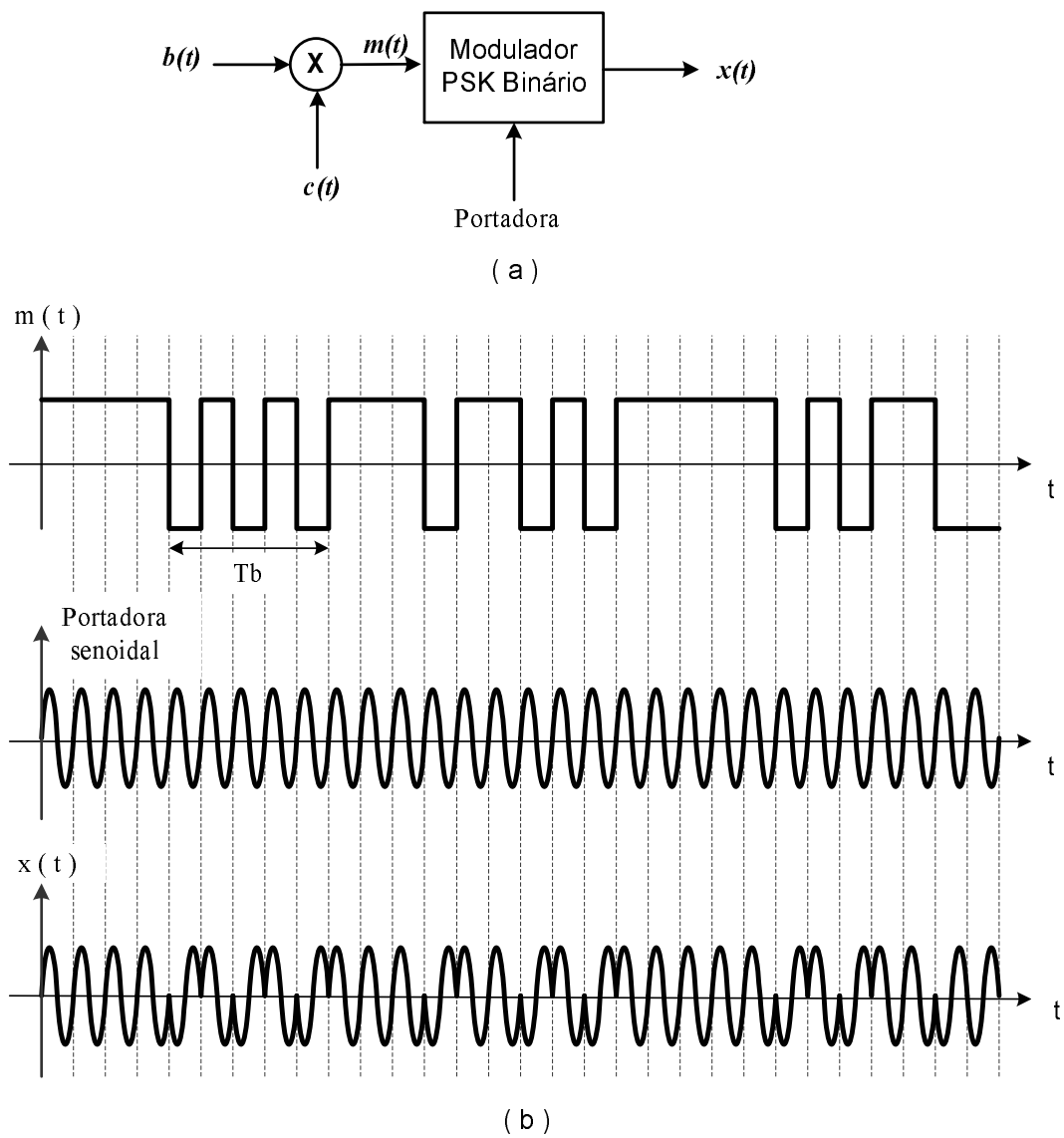
$$z(t) = b(t) + c(t)i(t). \quad (2.20)$$

Devido ao produto  $c(t)i(t)$ , as interferências em banda estreita  $i(t)$  ficam espalhadas em frequência, tendo baixa densidade de potência na banda de  $b(t)$ .

No entanto, para que seja possível recuperar corretamente  $b(t)$ , o transmissor e o receptor devem estar sincronizados, pois somente assim pode-se gerar as sequências PN na mesma referência de tempo. Esta sincronização pode ser obtida inserindo-se no sinal transmitido um preâmbulo fixo de pulsos pseudoaleatórios, definido de forma que o receptor possa detectá-lo com alta probabilidade.

Após estabelecido o sincronismo, o sistema mantém o gerador de sequência PN em fase com o sinal recebido (Proakis e Salehi-1997). Neste trabalho, assume-se que o sincronismo entre transmissor e receptor é sempre mantido.

Em sistemas práticos, o DSSS utiliza uma segunda modulação para tornar possível a transmissão em canais passa-banda. Essa segunda modulação geralmente é realizada por meio da Comutação por Deslocamento de Fase (PSK - *Phase Shift Keying*) coerente (Sklar-2001). A Figura 2.12(a) apresenta um transmissor PSK Binário espalhado por Sequência Direta (DS-BPSK - *Direct Sequence Binary PSK*).

Figura 2.12: (a) Transmissor DS-BPSK; (b) Sinal DS-BPSK  $x(t)$ .



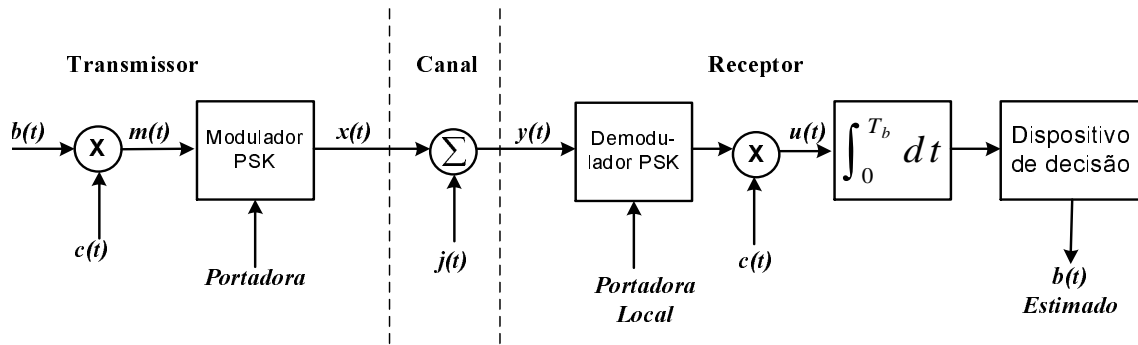


Figura 2.13: Sistema DS-BPSK.

No transmissor, a geração do sinal  $m(t)$  é idêntica ao que já foi visto na Figura 2.8, a diferença está na adição do modulador PSK que recebe o sinal  $m(t)$  como entrada e produz o sinal DS-BPSK  $x(t)$  a partir de uma portadora. A variação da fase  $\theta(t)$  de  $x(t)$  possui dois valores, “0” quando o bit associado a  $m(t)$  é positivo, ou “ $\pi$ ”, quando o bit associado a  $m(t)$  é negativo, conforme mostrado na Figura 2.12(b) (Haykin-2001).

Após ser transmitido pelo canal de comunicação, o sinal DS-BPSK chega ao receptor acrescido de interferências e ruídos. Sendo  $j(t)$  o conjunto dos ruídos e interferências em banda estreita do canal passa-banda, o sinal recebido  $y(t)$  é

$$y(t) = x(t) + j(t), \quad (2.21)$$

reforçando que  $i(t)$  corresponde as interferências do canal banda-base e  $j(t)$  são as interferências do canal passa-banda.

No receptor o sinal  $y(t)$  é aplicado a dois estágios consecutivos de demodulação. O primeiro estágio reverte o processo da modulação PSK da transmissão utilizando um modulador e um filtro. Este modulador está associado a uma portadora local e o filtro é sintonizado na mesma largura de banda do sinal original  $m(t)$ . O segundo estágio reverte o processo de espalhamento, da mesma forma como mostrado para o sinal  $r(t)$  na Figura 2.11. Um sistema completo de comunicação DS-BPSK é apresentado na Figura 2.13.

Esse sistema DS-BPSK proporciona imunidade às interferências em banda estreita ao espalhar  $j(t)$  na banda de  $y(t)$ . Uma questão clássica em sistemas SS é o quanto de proteção contra tais interferências o processo de espalhamento pode conseguir.

Neste contexto, o Ganho de Processamento (PG - *Processing Gain*) pode quantificar

esta proteção avaliando o ganho na Relação Sinal-Ruído (SNR - *Signal to Noise Ratio*) proporcionado pelo uso do espalhamento espectral, tomando-se como referência um sistema que trabalha nas mesmas condições, mas sem espalhamento (Sklar-2001).

A medida comparativa é a diferença entre a SNR da entrada com a da saída do integrador da Figura 2.11 (Proakis e Salehi-1997). Para demonstrar esta diferença, considera-se que a potência média de  $j(t)$  é (Haykin-2001)

$$P_j = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} j^2(t) dt. \quad (2.22)$$

A partir desta equação, a SNR da entrada do integrador pode ser representada por

$$SNR_{entrada} = \frac{E_b/T_b}{P_j}, \quad (2.23)$$

em que  $E_b$  é a energia de cada bit transmitido. A SNR de saída é

$$SNR_{saida} = \frac{2E_b}{P_j T_c}, \quad (2.24)$$

mas eliminando-se  $E_b/P_j$  das Equações (2.24) e (2.23), a relação entre as SNR de entrada e de saída pode ser representada por

$$SNR_{saida} = \frac{2T_b}{T_c} SNR_{entrada}. \quad (2.25)$$

Considerando que em um sistema sem espalhamento não há  $T_c$ , ou seja, comporta-se como se  $T_b = T_c$ , então o ganho de processamento do espalhamento espectral pode ser definido como

$$PG = \frac{T_b}{T_c}. \quad (2.26)$$

Portanto, conclui-se que quanto menor o tempo de *chip*  $T_c$ , melhor é o  $PG$  e, conseqüentemente, maior é a proteção contra interferências em banda estreita. Assim, o  $T_c$  pequeno implica maior número de *chips* por  $T_b$ , situação que faz a potência de  $x(t)$  ser distribuída em um espectro mais largo, além de diminuir a probabilidade de erro do dispositivo de decisão.

A probabilidade de erro para um sistema DS-BPSK coerente é dada por (Haykin-2001)

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{P_j T_c}}\right) \quad (2.27)$$

desde que, por simplicidade, assume-se que a sequência PN é aleatória. A função  $Q(y)$ , é definida como (Lathi-1998)

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-x^2/2} dx. \quad (2.28)$$

A partir destas equações, e de acordo com Equação (2.16), o processo de espalhamento realmente diminui a probabilidade de erro do sistema, pois quanto maior é o  $N$ , menor é o  $T_c$ , e  $Q(y)$  é monotonicamente decrescente.

Outro ponto importante de um sistema DS-BPSK é a relação da potência da interferência com a potência do sinal para a qual a probabilidade de erro é a mesma. Esta relação é chamada de *margem de jamming*, sendo usada para quantificar as potências do sinal e da interferência de forma que a probabilidade de erro permaneça constante (Sklar-2001).

Para o cálculo da margem de *jamming*, considera-se que  $E_b = P_s T_b$ , sendo  $P_s$  a potência do sinal espalhado recebido. Assim,

$$\frac{E_b}{P_j T_c} = \left(\frac{P_s T_b}{P_j T_c}\right). \quad (2.29)$$

A partir da definição de PG mostrada em (2.26), a margem de *jamming* é expressa por

$$\frac{P_j}{P_s} = \frac{PG}{E_b/P_j T_c}. \quad (2.30)$$

O denominador dessa equação define a probabilidade de erro do sistema. Assim, para uma dada probabilidade de erro, pode-se calcular o  $PG$  para uma determinada margem de *jamming*, ou vice-versa. Em um sistema com múltiplos usuários, a potência das interferências aumentam conforme cresce o número de usuários, fazendo com que  $P_s$  seja atenuada conforme a relação

$$\frac{P_s}{P_j} = \frac{1}{N_u - 1} \quad (2.31)$$

em que  $N_u$  é a quantidade de usuários do canal. Vale lembrar que estes resultados são válidos se a sequência usada no espalhamento é aleatória.

A margem de *jamming* é um dos pontos relacionados a um projeto de sistema de comunicação DSSS. No entanto, a escolha de uma sequência PN que produza um sinal em banda larga parecido com ruído é a questão principal do sistema. Para orientar esta escolha, certas propriedades do ambiente devem ser consideradas, tais como as características do canal e a probabilidade de erro de bit.

Esse conjunto de atributos faz com que um sistema DSSS tenha um grande processamento no transmissor, assim como o espalhamento ocupa uma banda maior que a necessária, mas tais custos são justificáveis quando a segurança da informação é o foco principal de um sistema de comunicação (Li e Haykin-1995; Haykin e Veen-2002). No Capítulo 4 são apresentadas simulações de sistemas DSSS, as quais mostram os resultados quantitativos dos conceitos expostos até este ponto.

Além da implementação clássica de DSSS usando sequências PN, outros métodos podem ser usados para criar sequências de espalhamento nesse processo de modulação, como, por exemplo, as sequências ortogonais usadas em conjunto com as sequências PN nos sistemas WCDMA (Lee e Short-2003; Korowajczuk et al-2004; Assaad-2007).

Nas próximas seções é analisada uma outra abordagem para o DSSS, a geração e a aplicação de sequências PN criadas a partir de sinais caóticos.

## Capítulo 3

# Sinais Caóticos de Tempo Discreto

Diversos trabalhos buscam modelar sistemas físicos a partir da caracterização de sinais medidos como caóticos (Strogatz-2001). Por outro lado, sinais caóticos gerados artificialmente podem ser usados em aplicações práticas, veja por exemplo (Heidari e McGillem-1992; Li e Haykin-1995; Rovatti et al-2004; Faleiros et al-2007; Tam et al-2007). Neste trabalho aborda-se a segunda alternativa.

Um sinal caótico é limitado, determinístico, aperiódico e apresenta Dependência Sensível com as Condições Iniciais (DSCI). Esta última propriedade significa que mudanças infinitesimais no estado passado geram estados presentes totalmente diferentes, característica que encontra aplicações em diversos segmentos da Ciência (Alligood et al-1996).

A DSCI implica que dois sistemas caóticos idênticos apresentam estados distintos, no decorrer do tempo, se iniciados com condições ligeiramente diferentes. Depois de iniciados, esses sistemas não convergem para uma oscilação periódica e, por isso, são aperiódicos (Strogatz-2001).

Uma característica interessante dos sinais caóticos é que eles podem ser gerados por sistemas aparentemente simples. Por exemplo, considere o sistema de tempo discreto definido pela equação de diferenças

$$x(n+1) = -2x^2(n) + 1, \quad (3.1)$$

cujos domínio é  $U = (-1, 1)$ . Dada uma condição inicial  $x(0)$ , uma sequência de pontos

$$[x(0), x(1), x(2), \dots, x(n)] \quad (3.2)$$

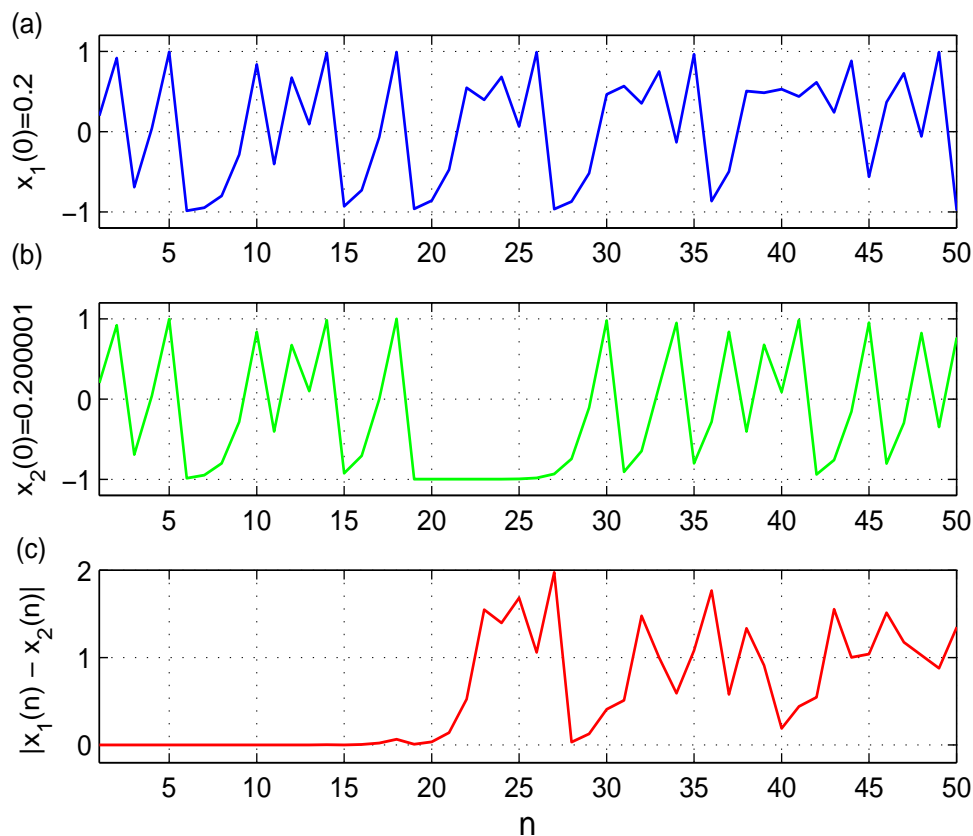


Figura 3.1: Sinais caóticos da Equação (3.1): (a)  $x_1(n)$  com  $x_1(0) = 0.2$ ; (b)  $x_2(n)$  com  $x_2(0) = 0.200001$  e; (c)  $|x_1(n) - x_2(n)|$ .

é obtida após  $n$  iterações. A Figura 3.1 apresenta, como exemplos, os sinais  $x_1(n)$  e  $x_2(n)$  gerados a partir da Equação (3.1), cujas condições iniciais são, respectivamente,  $x_1(0) = 0.2$ ,  $x_2(0) = 0.200001$ . Pelo módulo da diferença entre os dois sinais mostrado na Figura 3.1(c), percebe-se que, após aproximadamente 20 iterações, eles estão completamente separados, caracterizando a DSCI. Somado ao fato de que estes sinais são aperiódicos, conclui-se que estes sinais apresentam evidências numéricas de caos.

As propriedades dos sinais caóticos são interessantes para as Telecomunicações, pois em termos espectrais podem ocupar uma larga faixa de frequências (Lau e Tse-2003). Além disto, apresentam valores baixos para a correlação cruzada, característica importante em sistemas de comunicação que operam em canais com múltiplos usuários (Tam et al-2007). A motivação de se usar sinais caóticos apóia-se na simplicidade para a sua geração, pois podem ser criados por regras simples (Heidari e McGillem-1992; Li e Haykin-1995).

O fato dos sinais caóticos de tempo discreto serem sequências aperiódicas fez com que surgissem vários trabalhos sobre sua aplicação em sistemas DSSS. A idéia básica é substituir as sequências de espalhamento convencionais, como as sequências de Gold, por sequências geradas a partir de sinais caóticos (Heidari e McGillem-1992; Faleiros et al-2007).

Este capítulo aborda definições e propriedades dos sinais caóticos discretos e unidimensionais. Limita-se aos conceitos necessários à avaliação da aplicação destes sinais na geração de sequências pseudoaleatórias. As principais referências usadas neste capítulo são (Alligood et al-1996; Strogatz-2001; Rovatti et al-2004; Monteiro-2006).

Na Seção 3.1 estabelece-se a notação e define-se matematicamente o que é um sinal caótico e as suas propriedades, apresentando-se os mapas utilizados neste trabalho. Na Seção 3.2, discute-se a geração de sequências pseudoaleatórias usando sinais caóticos e faz-se um estudo de suas características em termos espectrais e das funções de autocorrelação e correlação cruzada.

### 3.1 Definições e propriedades

Como afirmado no início deste capítulo, sinais caóticos são determinísticos e, desta forma, correspondem a um conjunto de possíveis estados com uma regra que define o estado atual em função dos estados passados. Essa regra é chamada de *mapa* (Monteiro-2006). Em termos gerais, um mapa unidimensional  $f(\cdot)$  é uma função com domínio e contra-domínio  $U \subset \mathbb{R}$ , que define um sistema dinâmico em tempo discreto pela equação de diferenças

$$x(n+1) = f(x(n)), \quad (3.3)$$

em que  $n \geq 0$  é inteiro.

Dada uma condição inicial  $x(0) \in U$  para um mapa  $f(\cdot)$  qualquer, no decorrer do tempo as iterações desse mapa definem um sinal  $x(n)$ , ou *órbita*, por

$$x(n) = f^n(x(0)) \quad (3.4)$$

em que  $f^n(\cdot)$  corresponde a  $n$ -ésima iteração do mapa e  $f^0(x(0)) = x(0)$ . A *trajetória* dessa órbita  $x(n, x(0))$  do mapa  $f(\cdot)$  é o conjunto  $T_{x(0)} = \{x(n, x(0)), n \in \mathbb{N}\}$ .

A DSCI é uma propriedade importante na caracterização de um sinal como caótico. Uma forma operacional de se verificar a existência da DSCI é por meio do *expoente de Lyapunov*, que mede a taxa de divergência exponencial média entre duas órbitas próximas. O expoente de Lyapunov  $h(x)$  de uma órbita  $x(n, x(0))$  é calculado por (Alligood et al-1996)

$$h(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left( \sum_{n=0}^{N-1} \ln |f'(x(n, x(0)))| \right), \quad (3.5)$$

em que  $f'(s)$  é a derivada de  $f(s)$ . Se o valor do expoente é maior que zero, então esse sinal aperiódico é caótico (Alligood et al-1996).

Assim, considerando todos os conceitos e propriedades expostas até este ponto, pode-se definir um sinal limitado  $x(n, x(0))$  como caótico se:

1. for aperiódico;
2. possuir expoente de Lyapunov positivo.

Um exemplo clássico é o mapa logístico que foi originalmente usado para modelar a evolução de populações (Alligood et al-1996). Ele é definido por

$$x(n+1) = g_a(x(n)) = ax(n)(1-x(n)), \quad (3.6)$$

com  $x(0) \in (0, 1)$ .

Este mapa gera sinais que podem, ou não, apresentar um comportamento periódico de acordo com o parâmetro  $a$ . Na Figura 3.2 encontram-se algumas órbitas para diferentes valores do parâmetro  $a$  com a condição inicial  $x(0) = 0.2$ . Percebe-se pela figura que os sinais  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  e  $x_3(n)$  convergem para uma oscilação de períodos 1, 2 e 4, respectivamente, mas quando  $a = 4$ , as órbitas se tornam aperiódicas.

Conforme o valor de  $a$  cresce, as mudanças dos períodos das órbitas ocorrem a partir de uma estrutura chamada *bifurcação* (Strogatz-2001). A Figura 3.3(a) apresenta o diagrama de bifurcação do mapa logístico para  $1 \leq a \leq 4$ .

Nessa figura foi considerada a mesma condição inicial anterior  $x(0) = 0.2$ . Para cada valor de  $a$  é calculada a órbita pelo mapa logístico definido em (3.6). São calculados 1000 pontos, mas os 200 primeiros são descartados, pois, dessa forma, assegura-se que nesse intervalo de pontos a órbita converge para uma oscilação periódica, quando é o caso.



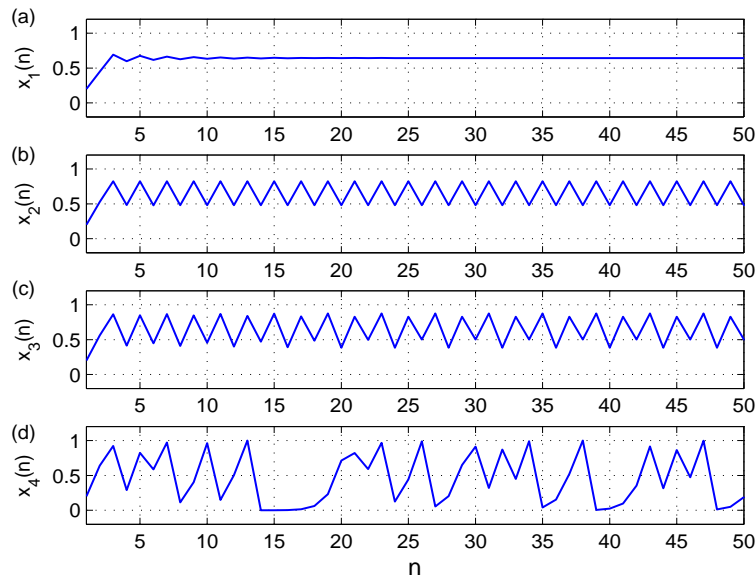


Figura 3.2: Órbitas do mapa logístico para diferentes valores do parâmetro  $a$  e condição inicial em  $x(0) = 0.2$ . (a)  $a = 2.8$ ; (b)  $a = 3.3$ ; (c)  $a = 3.5$  e; (d)  $a = 4$ .

Para  $1 \leq a \leq 3$ , o sistema apresenta convergência a um ponto fixo estável  $\frac{a-1}{a}$ . Quando  $a > 3$ , o ponto perde a estabilidade e surge uma bifurcação e ele passa a apresentar uma órbita de período 2 estável. Para  $a \approx 3.4422$  a órbita de período 2 também perde a estabilidade e surge uma nova órbita estável de período 4. Este processo prossegue surgindo novas bifurcações até que para  $a \approx 3.5699$ , as órbitas resultantes não convergem mais para uma órbita periódica estável, mas espalham-se por um contínuo de pontos prenunciando um comportamento caótico (Alligood et al-1996).

O valor do coeficiente de Lyapunov para o mapa logístico definido em (3.6) é apresentado na Figura 3.3(b). Nessa figura constata-se que os valores de  $a$  onde  $h(x) > 0$  coincidem com o comportamento aperiódico do sistema mostrado na Figura 3.3(a). É justamente nessa região que se encontram os sinais gerados pelo mapa logístico que podem ser usados na geração de sequências PN.

Além deste mapa, outros podem ser usados para esta finalidade. Em (Faleiros et al-2007) discute-se a geração de sequências PN por meio do mapa tenda inclinada definido como (Kolumban et al-1996)

$$x(n+1) = g_t(x(n)) = \begin{cases} m_t x(n) + p, & x(n) < X^t \\ m_t(1 - x(n)), & x(n) \geq X^t \end{cases} \quad (3.7)$$

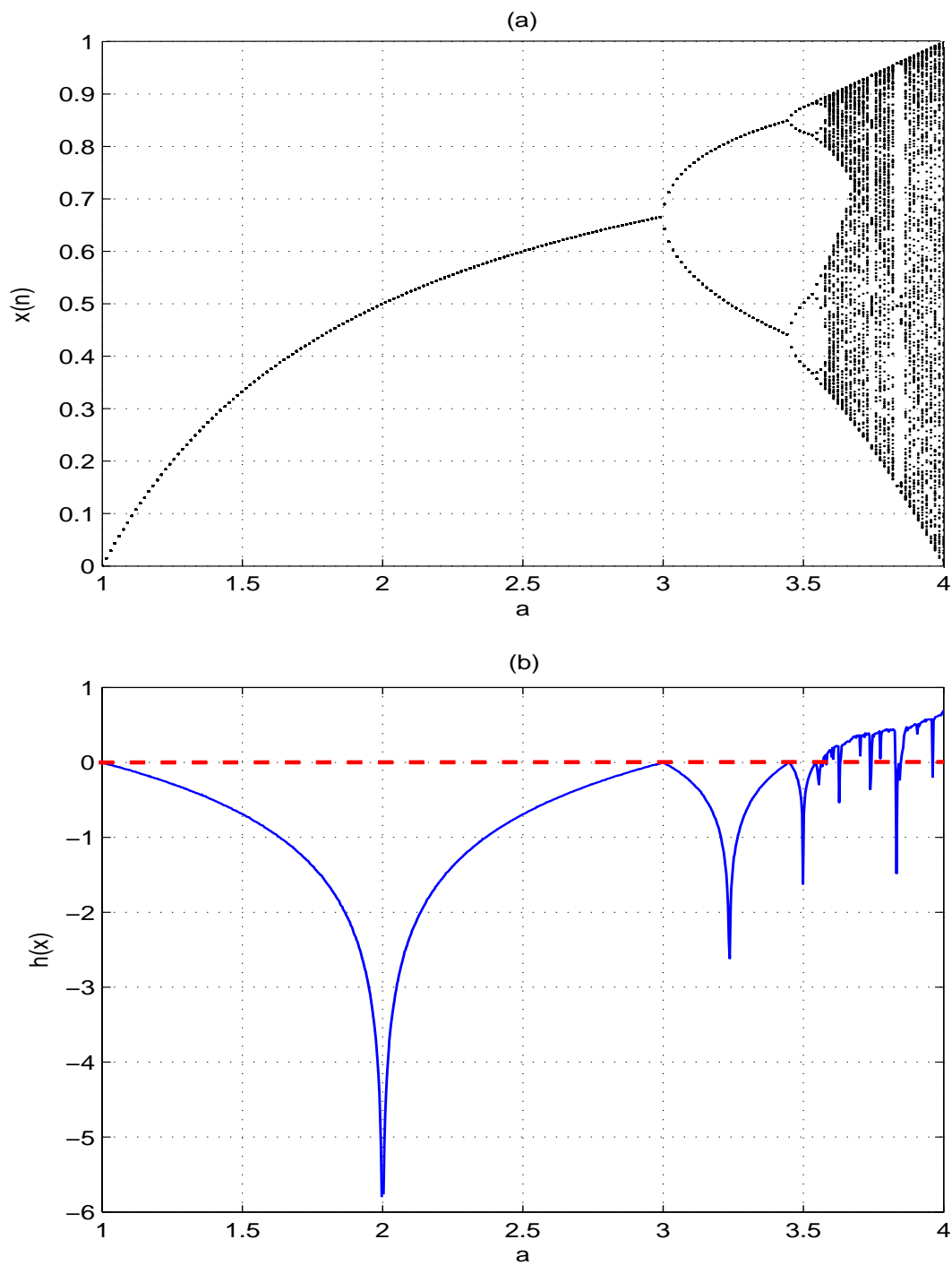


Figura 3.3: (a) Diagrama de bifurcação do mapa logístico; (b) Expoente de Lyapunov do mapa logístico.

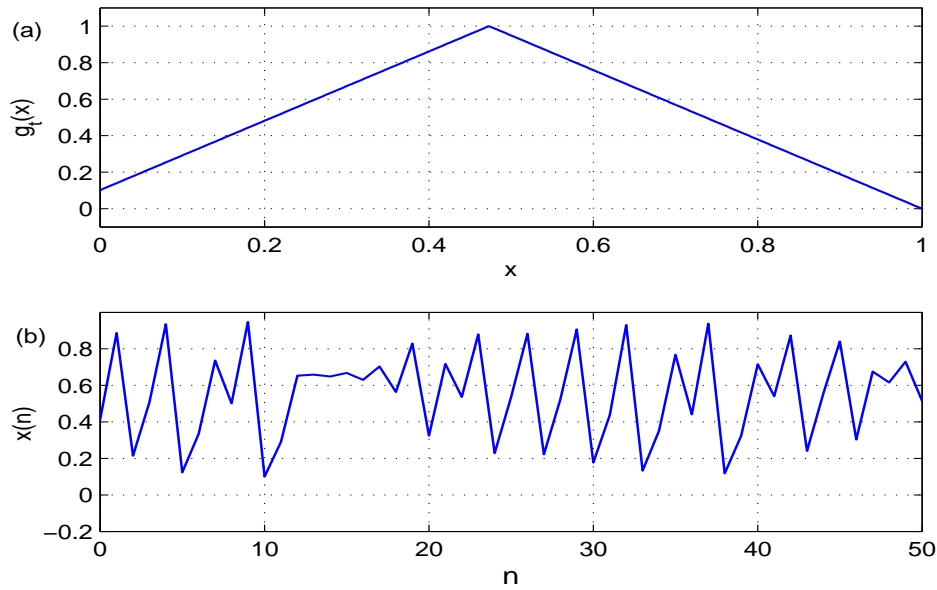


Figura 3.4: (a) Mapa tenda definido em (3.7); (b) Trecho de sinal caótico gerado a partir do mapa tenda  $g_t(x(n))$  com condição inicial  $x(0) = \sqrt{2} - 1$ .

em que  $m_t = 1,9$ ,  $p = 0,1$  e  $X^t = 9/19$  e  $0 \leq x(0) \leq 1$ . Este mapa e um trecho de sinal caótico gerado a partir dele são apresentados na Figura 3.4.

Na próxima seção são apresentados os geradores de sequências PN criadas utilizando-se os mapas da Equação (3.6) e da Equação (3.7).

## 3.2 Sequências pseudoaleatórias usando caos

Como já apresentado na Seção 2.3, no DSSS as sequências pseudoaleatórias são usadas para modular uma informação numa banda maior que a necessária, espalhando a densidade de potência dessa informação no domínio da frequência. Nesta seção são analisadas as sequências pseudoaleatórias criadas a partir de sinais caóticos.

Os sinais caóticos podem ocupar uma larga faixa de frequências, possuir autocorrelação impulsiva e apresentam valores baixos de correlação cruzada entre sinais com diferentes condições iniciais (Stavroulakis-2005). Em virtude destas características, os sinais caóticos são candidatos naturais para o espalhamento de uma informação cuja banda é estreita (Rovatti et al-2004; Lau e Tse-2003).

Além disso, tais sinais apresentam outras propriedades interessantes para o DSSS. Essas

propriedades são listadas a seguir (Tam et al-2007):

1. Sinais caóticos em banda larga podem ser criados a partir de circuitos simples.
2. Os valores baixos de correlação cruzada são interessantes para os canais com múltiplos usuários, pois aumenta-se a capacidade de usuários e diminuem-se as interferências entre eles.

O primeiro trabalho que discute o uso de caos em DSSS encontra-se em (Heidari e McGillem-1992), no qual os autores propõem a substituição das sequências pseudoaleatórias convencionais por sequências PN criadas por sinais caóticos. Para permitir esta substituição, os sinais caóticos precisam ser digitalizados e mapeados para os valores de  $\pm 1$ .

Porém, apenas digitalizar um sinal caótico não o torna uma sequência PN aplicável em DSSS, pois este tipo de sequência tem de ser periódica. Deve-se, então, definir um período para as sequências criadas por sinais caóticos, haja vista estes sinais serem aperiódicos.

Um gerador de sequências PN baseado em sinais caóticos pode ser implementado por meio de mapas que produzem órbitas caóticas, bastando-se variar a condição inicial desse mapa para se obter sequências diferentes.

A Figura 3.5 apresenta três sinais caóticos,  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  e  $x_3(n)$ , gerados a partir do mapa logístico definido na Equação (3.6) com  $a = 4$ . Estes sinais são iniciados, respectivamente, com os valores  $x_1(0) = 0.2$ ,  $x_2(0) = 0.200001$  e  $x_3(0) = 0.3$ .

Para criar sequências PN a partir desses sinais, tomam-se  $N$  amostras de  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  e  $x_3(n)$ , que são digitalizadas e mapeadas para os valores de  $\pm 1$ , processo que gera três sequências polares correspondentes,  $x'_1(n)$ ,  $x'_2(n)$  e  $x'_3(n)$ . Tal mapeamento pode ser realizado por

$$x'(n) = \begin{cases} 1, & x(n) > 0.5 \\ -1, & x(n) \leq 0.5 \end{cases} . \quad (3.8)$$

Para facilitar a visualização, as sequências digitalizadas são representadas de forma contínua na Figura 3.5, mas tratam-se de sinais discretos.

Os pontos destas novas sequências correspondem aos *chips* do código de espalhamento, conforme explicado na Seção 2.4. A periodicidade é conseguida repetindo-se esses pontos

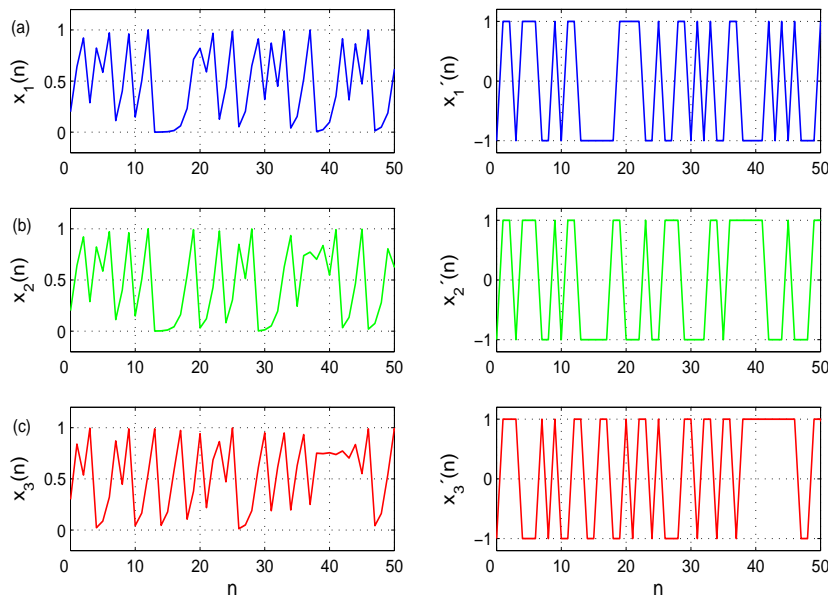


Figura 3.5: Sinais caóticos da Equação (3.1) com  $a = 4$  e  $U = (0, 1)$ : (a)  $x_1(n)$  com  $x_1(0) = 0.2$ ; (b)  $x_2(n)$  com  $x_2(0) = 0.200001$  e; (c)  $x_3(n)$  com  $x_3(0) = 0.3$ .

no decorrer do tempo, tornando as sequências periódicas. Para manter a compatibilidade com o modelo convencional, neste trabalho o período das sequências PN criadas por sinais caóticos também é representado por  $N$ .

Por exemplo, se o período de  $x'_1(n)$  da Figura 3.5(a) é definido como  $N = 10$ , pode-se digitalizar as 10 primeiras órbitas de  $x_1(n)$  da Figura 3.5(a) para formar a sequência  $x'_1(n)$  como

$$-1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, \quad (3.9)$$

que deve ser repetida no decorrer do tempo. Para ajustar este período, basta digitalizar mais ou menos amostras de  $x_1(n)$ .

A Figura 3.6 mostra a autocorrelação circular e uma estimativa da Densidade Espectral de Potência (DEP), obtida pela Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*), da sequência  $x'_1(n)$  com  $N = 500$ .

Para que os sinais caóticos possam ser utilizados em sistemas DSSS práticos, como o CDMA, a escolha de condições iniciais que geram sequências PN com valores baixos de correlação cruzada é um ponto crítico, pois os mapas podem ser iniciados por qualquer

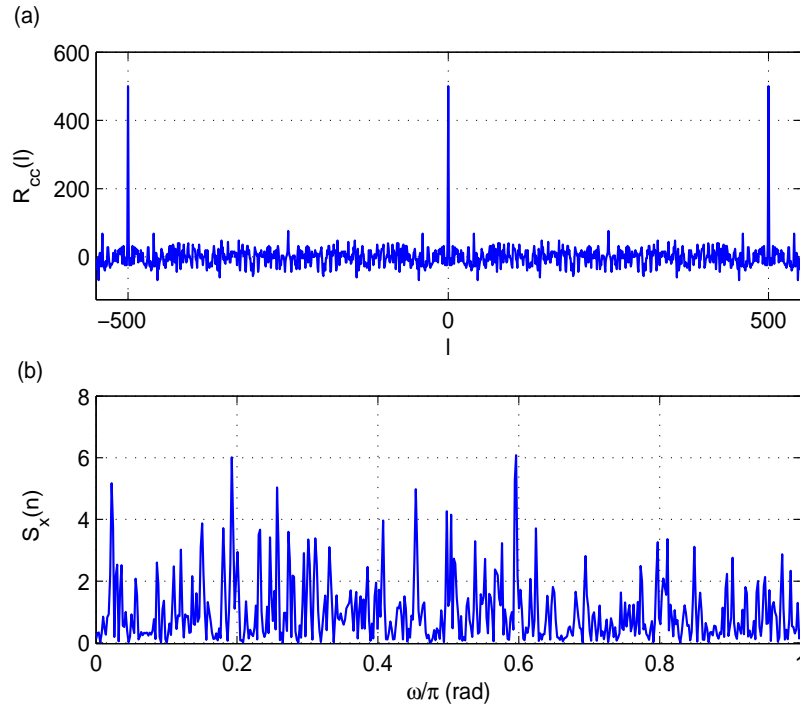


Figura 3.6: Cálculos para a sequência  $x'_1(n)$  com  $N = 500$ : (a) Autocorrelação circular; (b) Estimativa da DEP.

número real, existindo, em princípio, infinitos valores que podem ser usados como condição inicial.

Com o objetivo de se identificar condições iniciais que gerem sequências PN baseadas em caos com tal propriedade, foram feitos cálculos de correlação cruzada máxima entre essas sequências com o período  $N = 31$ , tanto para o mapa logístico da Equação (3.6) quanto para o mapa tenda da Equação (3.7).

São criadas 64 sequências PN diferentes, cujas condições iniciais são distribuídas no intervalo entre 0 e 1 em múltiplos de  $2^{-6}$ . Este critério é adotado porque considera a possibilidade dessas condições iniciais serem usadas em circuitos eletrônicos reais, pois são representações binárias finitas de 6 bits.

Assim, o conjunto de condições iniciais utilizado é

$$\{x_a(0); x_b(0)\} \subset \{0.0156; 0.0312; \dots; 0.9844; 1\}. \quad (3.10)$$

As 64 sequências criadas a partir dessas condições iniciais são colocadas em dois grupos idênticos. Depois, calcula-se a correlação cruzada máxima de todas as sequências do primeiro

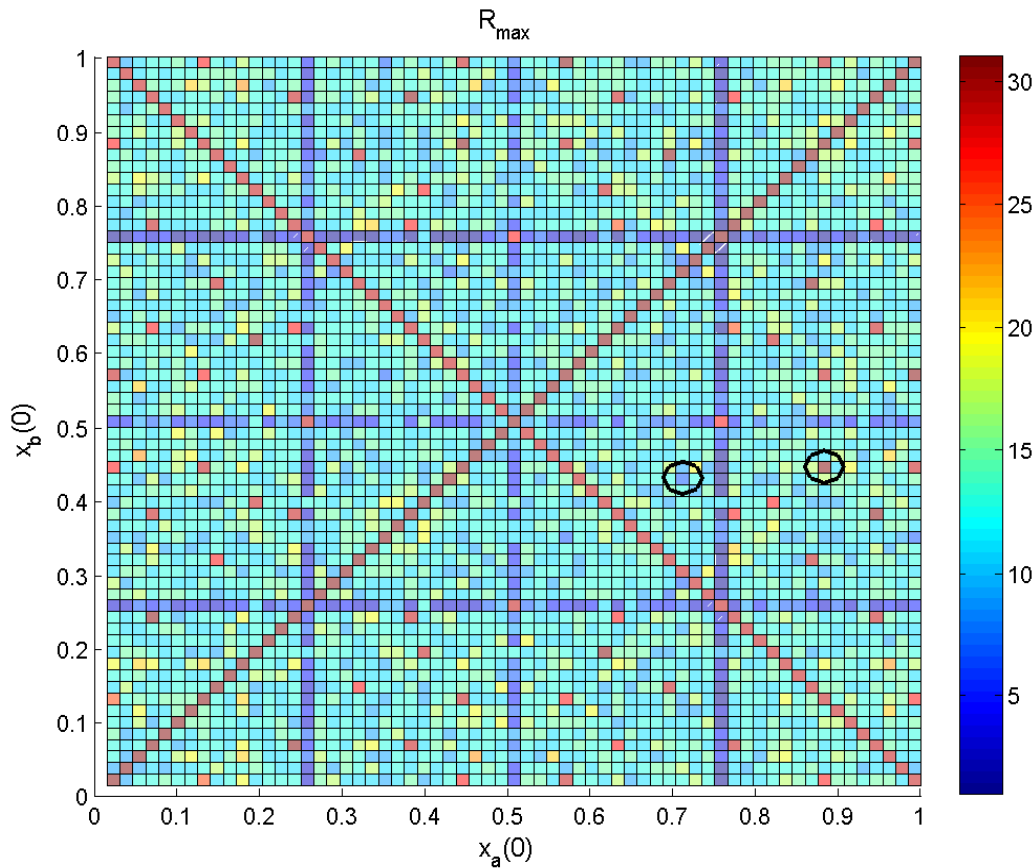


Figura 3.7:  $R_{max}$  entre sequências criadas a partir do mapa logístico, com condições iniciais  $x_a(0)$  e  $x_b(0)$  para  $N = 31$ . Destaque para as correlações cruzadas máximas obtidas a partir das condições iniciais mostradas em (3.11) e em (3.12).

grupo com todas as sequências do segundo grupo, utilizando a Equação (2.5).

As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam as correlações cruzadas máximas obtidas. Pelas figuras percebe-se que, quando as sequências têm a mesma condição inicial, o valor obtido na correlação é  $N$ , formando uma diagonal com esse valor, pois é como se fosse calculada a autocorrelação dessas sequências.

Percebe-se, também, que existem outras combinações que também resultam em  $N$ , mostrando que não são boas escolhas para serem usadas em DSSS. No entanto, existem condições iniciais mais favoráveis, pois apresentam valores baixos de correlação cruzada.

Por exemplo, considerando os cálculos para o mapa logístico da Figura 3.7, as condições iniciais

$$x_a(0) = 0.8750 \quad x_b(0) = 0.4375, \quad (3.11)$$

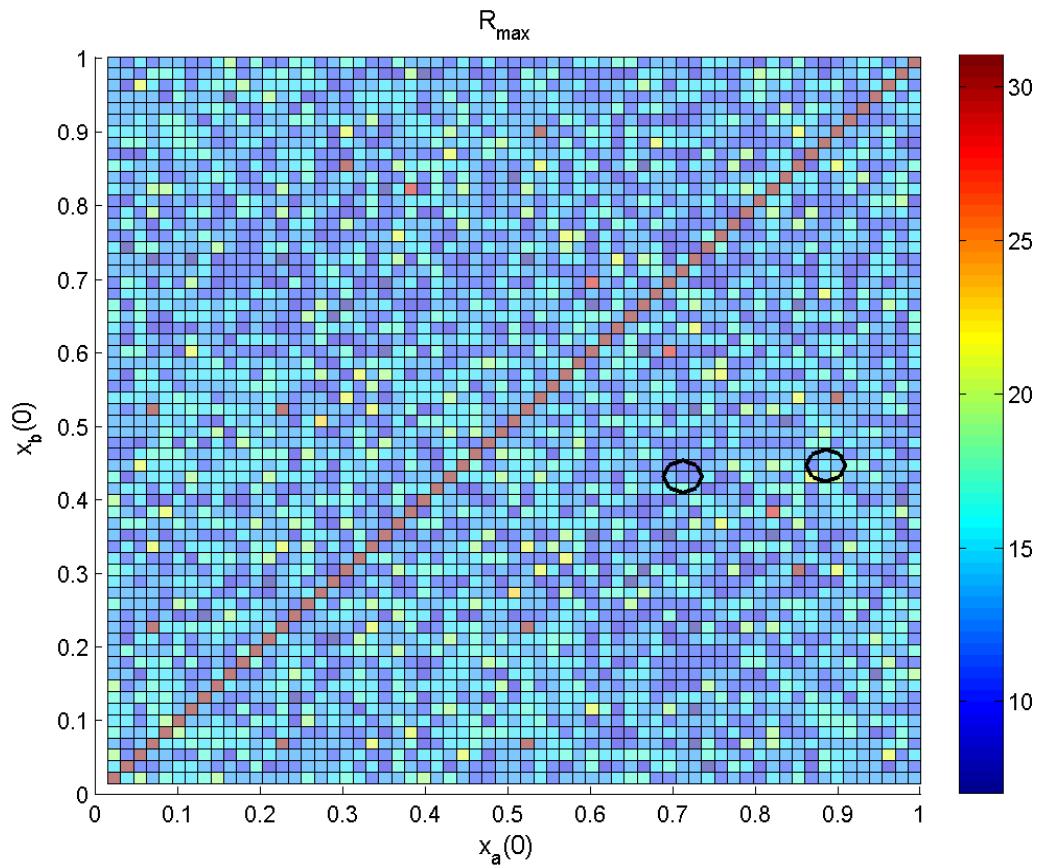


Figura 3.8:  $R_{max}$  entre sequências criadas a partir do mapa tenda inclinada, com condições iniciais  $x_a(0)$  e  $x_b(0)$  para  $N = 31$ . Destaque para as correlações cruzadas máximas obtidas a partir das condições iniciais mostradas em (3.11) e em (3.12).



resultam em correlação cruzada máxima igual a 31, o maior valor possível. Já,

$$x_a(0) = 0.4219 \quad x_b(0) = 0.7031, \quad (3.12)$$

resultam em correlação cruzada máxima igual a 1, o menor valor possível. Os valores das correlações cruzadas das sequências criadas a partir das condições iniciais das Equações (3.11) e (3.12) estão em destaque nas Figuras 3.7 e 3.8.

Estes resultados mostram que não existem infinitas condições iniciais que podem ser usadas para esta finalidade, pois nem todas as digitalizações de sinais caóticos apresentam baixos valores de correlação cruzada.

Mesmo assim, em virtude das demais características apresentadas pelas sequências baseadas em caos, elas podem ser usadas como código de espalhamento em DSSS, pois possuem propriedades compatíveis com os mecanismos convencionais desse tipo de modulação.

Para ratificar tal afirmação, na próxima seção são feitas simulações de sistemas DSSS que utilizam estas sequências e as convencionais, cujo objetivo é avaliar o desempenho desses sistemas em canais AWGN, com múltiplos percursos e com múltiplos usuários.

# Capítulo 4

## Simulações de Sistemas DSSS

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações de sistemas DSSS operando em canais com Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), com múltiplos percursos e com múltiplos usuários. Tais simulações visam comparar o desempenho das sequências PN convencionais e geradas por sinais caóticos, considerando que os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos para ambas. No final do capítulo são calculadas as complexidades computacionais dos geradores de sequências de Gold e das criadas a partir do mapa logístico.

Nas simulações, a mensagem  $b(t)$  é transmitida em cada canal por quatro sistemas diferentes. No primeiro sistema a mensagem é transmitida sem espalhamento. No segundo, aplica-se uma sequência- $m$  com  $m = 5$ , cujo período é  $N = 31$ .

Nos dois sistemas restantes, a mensagem é espalhada por sequências criadas por sinais caóticos com o mesmo período da sequência- $m$ . Estes sinais são gerados pelo mapa logístico da Equação (3.6) e pelo mapa tenda da Equação (3.7). Os parâmetros destes mapas são os mesmos apresentados na Seção 3.1, mudando-se apenas as condições iniciais em cada simulação.

A escolha do  $m = 5$  mantém compatibilidade com as principais referências de DSSS usadas nesta dissertação (Haykin-2001; Proakis e Salehi-1997; Sklar-2001). Além disto, nas simulações não são percebidas diferenças de desempenho para  $5 \leq m \leq 10$ .

A estrutura usada em todas as simulações é a do sistema apresentado na Figura 2.11, porém as interferências representadas por  $i(t)$  variam conforme o canal simulado.

Por meio da curva de BER e do número de usuários, os sistemas DSSS usando caos são comparados com o modelo convencional de DSSS. As curvas de BER são calculadas para 30000 bits em função da Relação Sinal Ruído (SNR - *Signal to Noise Ratio*), definida pela razão entre a energia de cada bit transmitido e a densidade espectral de potência do ruído.

Em cada simulação também é traçada a curva teórica de referência, a qual representa a probabilidade de erro teórica do sistema no canal AWGN, ou seja, é o melhor desempenho que pode ser conseguido em termos de BER. Essa curva é dada por (Lathi-1998)

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right), \quad (4.1)$$

sendo  $Q(y)$  já mostrado na Equação (2.28).

Os valores das curvas são apresentados em potências negativas de base 10. Por exemplo, um sistema que apresenta uma taxa de erro de  $10^{-5}$ , erra um bit a cada 100000 bits estimados. Apesar de parecer uma boa taxa de erro, em sistemas reais, como o padrão 802.11g do IEEE, ela corresponde ao mínimo necessário para uma SNR de 35 dB (Boulmalf et al-2004).

## 4.1 Canal AWGN

A primeira simulação em termos de BER é feita em um canal AWGN, sendo o resultado apresentado na Figura 4.1.

Por meio desses sistemas constata-se que o espalhamento espectral não apresenta ganho em termos de BER. Isto ocorre porque o ruído branco é banda larga e, desta forma, não tem a sua potência distribuída nos sinais  $r(t)$  dos receptores DSSS. Sendo assim, o SS para este cenário tem apenas a função de ocultar os sinais fazendo-os ficar no mesmo nível do ruído.

## 4.2 Canal com múltiplos percursos

O SS expande as suas vantagens quando canais mais críticos são usados na comunicação. Nesta subseção o canal aplicado é com múltiplos percursos, no qual o sinal transmitido sofre reflexões em obstáculos inerentes ao ambiente da comunicação. Estas reflexões fazem com que parcelas atrasadas do sinal  $m(t)$  cheguem ao receptor com potências diferentes, as quais podem amplificar ou atenuar porções do  $m(t)$  dependendo da defasagem de tempo.

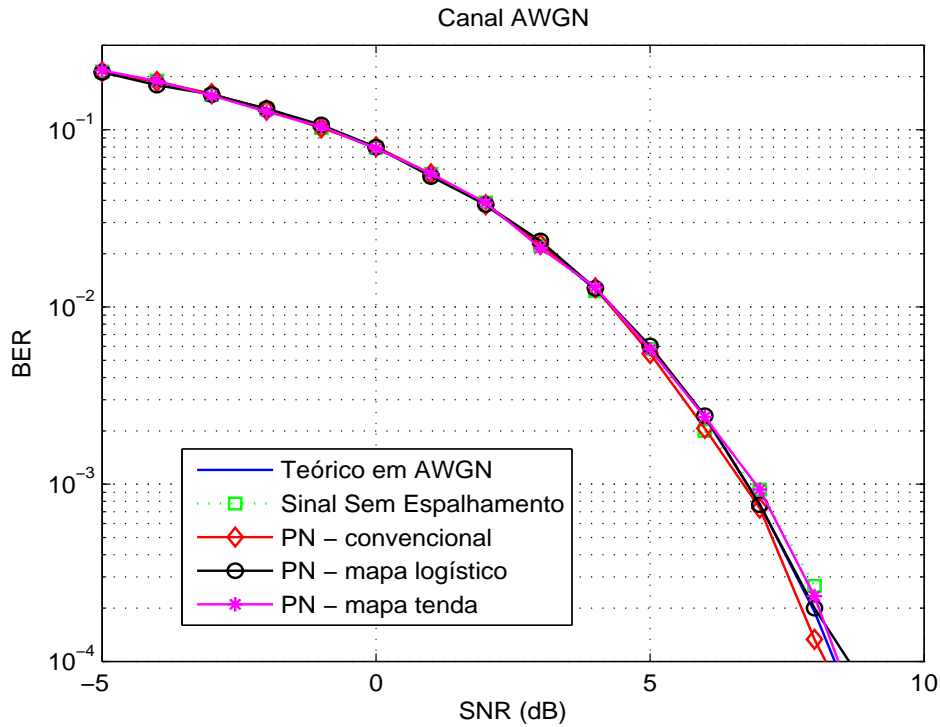


Figura 4.1: BER em função da SNR dos sistemas DSSS em canais AWGN - sinais caóticos iniciados com a condição inicial  $x(0) = 0.2$ .

Para simular o sinal  $r(t)$  neste canal, aplica-se ao sinal transmitido um filtro que adiciona a  $m(t)$  uma parcela atrasada dele mesmo, gerando assim o sinal  $r(t)$  dado por

$$r(t) = m(t) + (qm(t - t_0) + qm(t - 2t_0)), \quad (4.2)$$

em que  $q$  é uma constante;  $m(t - t_0) + m(t - 2t_0) = i(t)$  é a interferência gerada a partir de dois atrasos do sinal original  $m(t)$ , um de  $t_0T_c$  segundos e o outro atraso de  $2t_0T_c$  segundos.

Isto implica que  $r(t)$  é obtido por meio de uma convolução entre  $m(t)$  e a resposta impulsiva desse filtro. O sinal da constante  $q$  define a fase da resposta em frequência do filtro e afeta a posição dos seus mínimos espectrais.

A Figura 4.2 apresenta os resultados das primeiras simulações para este canal. Nessa figura, a curva teórica usada é a mesma da seção anterior, a qual se torna uma referência que permite visualizar o deslocamento da curva BER deste canal em relação a curva BER do canal AWGN, que é o cenário menos crítico. Nesta simulação foram usados os parâmetros  $t_0 = 5$  e  $q = -0.5$ .

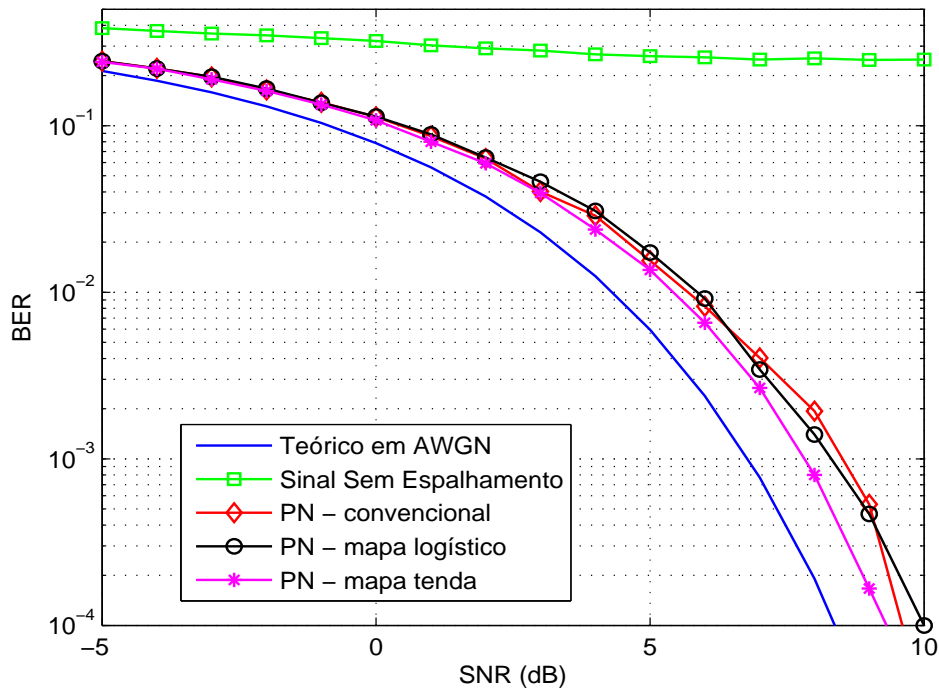


Figura 4.2: BER em função da SNR dos sistemas DSSS em canais com múltiplos percursos - sinais caóticos iniciados com  $x(0) = 0.2$ ; filtro com  $t_0 = 5$  e  $q = -0.5$ .

Como pode ser visto nessa figura, o espalhamento de  $b(t)$  fornece ganho em termos de BER no canal com múltiplos percursos. A razão para esse ganho é que os atrasos gerados pelos múltiplos percursos são vistos no receptor como interferências em banda estreita, tendo então a potência distribuída na banda de  $r(t)$ .

Além disso, a resposta em frequência do canal, dada pela constante “ $q$ ”, também influencia o comportamento do sistema. Para mostrar esta influência, na Figura 4.3 são apresentados os espectros  $M(f)$  e  $R(f)$ , dos respectivos sinais  $m(t)$  e  $r(t)$ , do sistemas sem espalhamento e do espalhado pela sequência- $m$  da Figura 4.2.

Na Figura 4.3(a) percebe-se que os pontos de mínimo espectral da resposta em frequência do canal filtram  $m(t)$ , atenuando a densidade espectral de potência do sinal recebido  $r(t)$ .

Para um sinal  $m(t)$  em SS, que é banda larga, os mínimos espectrais têm um efeito menos nocivo, pois o espectro de  $m(t)$  ocupam uma faixa mais larga de frequências e, conseqüentemente, a atenuação do sinal  $r(t)$  é menor se comparado ao sistema que trabalha sem espalhamento. Os espectros dos sinais  $m(t)$  e  $r(t)$  do sistema com espalhamento podem ser vistos na Figura 4.3(b).

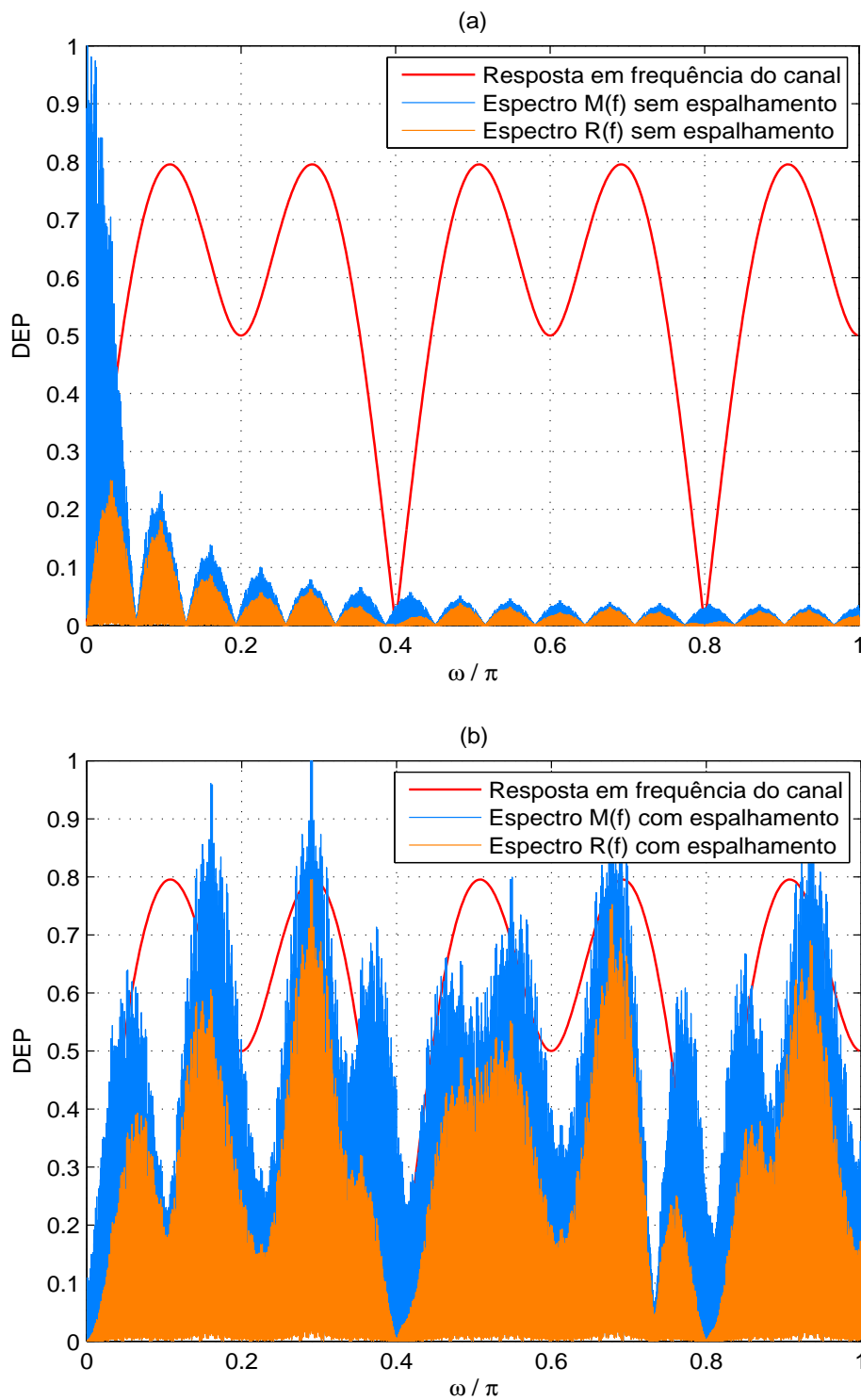


Figura 4.3: Espectros dos sinais transmitido  $M(f)$  e recebido  $R(f)$  com  $t_0 = 5$  e  $q = -0.5$ :  
(a) sem espalhamento; (b) com espalhamento.

A diferença espectral entre os sistemas que trabalham com e sem SS impacta, diretamente, na taxa de erro de bit. Assim, os sinais  $r(t)$  dos sistemas com espalhamento são menos sensíveis às interferências do canal, apresentando curvas de BER com melhores resultados em relação a curva BER do sistema sem SS.

Porém, um canal pode apresentar uma resposta em frequência que favoreça um sistema sem espalhamento. Na Figura 4.4 são mostrados os espectros dos sinais  $m(t)$  e  $r(t)$  sem e com SS, ambos trabalhando em um canal cuja resposta em frequência do filtro, neste caso com  $q = 0.5$ , é mais adequada ao sinal sem espalhamento.

Nesta simulação a curva BER do sinal sem SS apresenta melhores resultados, situação que é decorrente da mudança nos mínimos espectrais e pode ser vista na Figura 4.5.

Entretanto, as simulações apresentadas na Figuras 4.4 e 4.5 utilizam canais com mínimos espectrais fixos, ou seja, consideram um ambiente cujos percursos são fixos. Esta situação é pouco provável em sistemas práticos, mas tem relevância neste trabalho para mostrar que, apesar de pouco provável, é possível existir canais em que o DSSS piora o desempenho da comunicação.

Assim, em termos de BER e da densidade espectral de potência, o uso do espalhamento espectral pode fornecer melhores resultados em canais com múltiplos percursos. Não são percebidas diferenças entre as sequências convencionais e as criadas por sinais caóticos, mostrando que tais sequências podem ser usadas neste ambiente.

### 4.3 Canal com múltiplos usuários

Em sistemas como o CDMA, por exemplo, além do ruído AWGN, mais uma interferência está presente no canal de comunicação, a qual é decorrente do compartilhamento desse canal por diversos usuários. Para um usuário em particular, o sinal de outro usuário é uma interferência, pois cada usuário é visto como um sistema DSSS independente.

Para efeito de simulação deste canal, considera-se que cada sistema DSSS possui dois usuários, sendo o sinal  $r_1(t)$  do primeiro usuário o objeto de análise das curvas BER e o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário representa uma interferência para o primeiro, ambos com a mesma potência. Desta forma, nesta seção o conjunto de interferências  $i(t)$  é o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário.

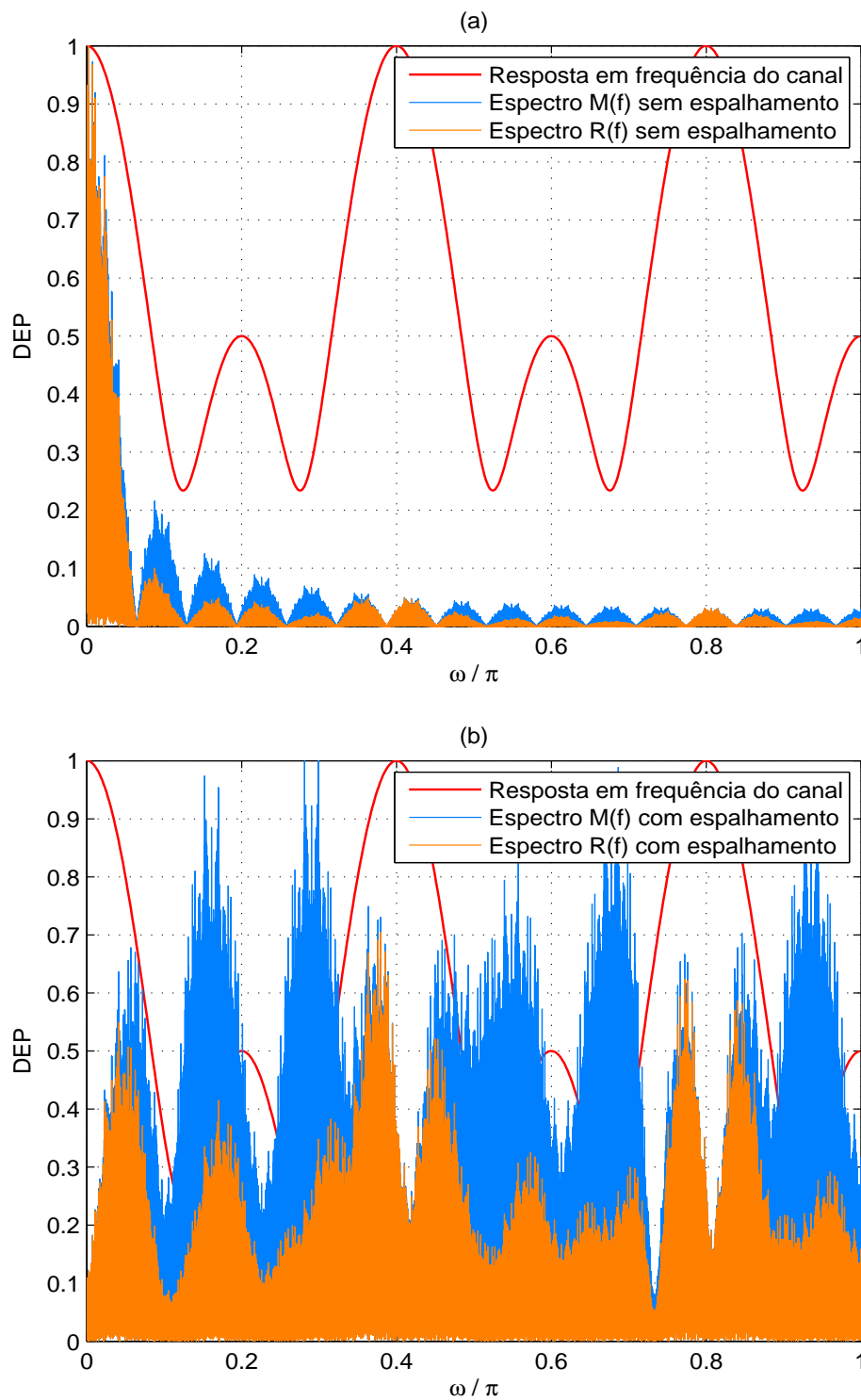


Figura 4.4: Espectros dos sinais transmitido  $M(f)$  e recebido  $R(f)$  com  $t_0 = 5$  e  $q = 0.5$ :  
(a) sem espalhamento; (b) com espalhamento.



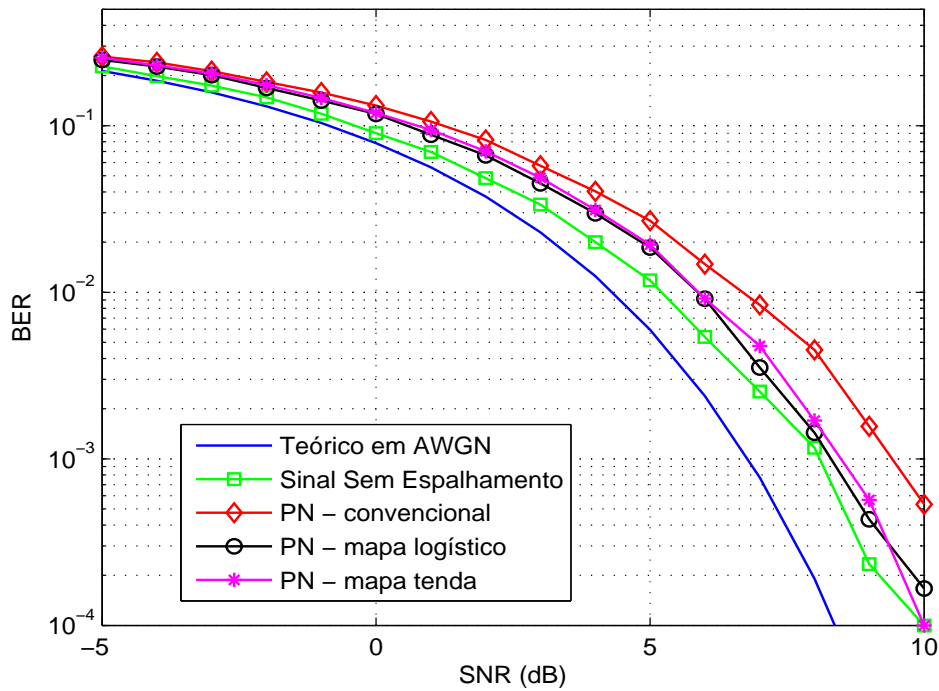


Figura 4.5: BER em função da SNR dos sistemas DSSS em canais com múltiplos percursos - sinais caóticos iniciados com  $x(0) = 0.2$ ; filtro com  $t_0 = 5$  e  $q = 0.5$ .

Para diminuir a interferência entre usuários diferentes, as sequências de espalhamento devem apresentar baixos valores de correlação cruzada, tal como já discutido no Capítulo 2. Assim, nas simulações deste canal as sequências- $m$  são substituídas pelas sequências de Gold. Para as sequências criadas a partir de sinais caóticos, os dois usuários são simulados iniciando-se os mapas logístico e tenda com as duas condições diferentes da Equação (3.12).

Na Figura 4.6 é apresentada a curva BER desta simulação. Por essa figura percebe-se que o espalhamento realizado pela sequência de Gold e pela sequência criada pelo mapa logístico apresentam resultados semelhantes às de de um canal AWGN. Já a sequência do mapa tenda apresenta uma taxa de erro de bit maior, porém ainda melhor se comparada a um sistema sem SS.

Estes resultados estão associados aos valores de correlação cruzada de cada tipo de sequência. Nesta simulação, as correlações cruzadas das sequências de Gold, caótica do mapa logístico e caótica do mapa tenda são, respectivamente, 1, 1 e 10, justificando as diferenças apresentadas pelas curvas.

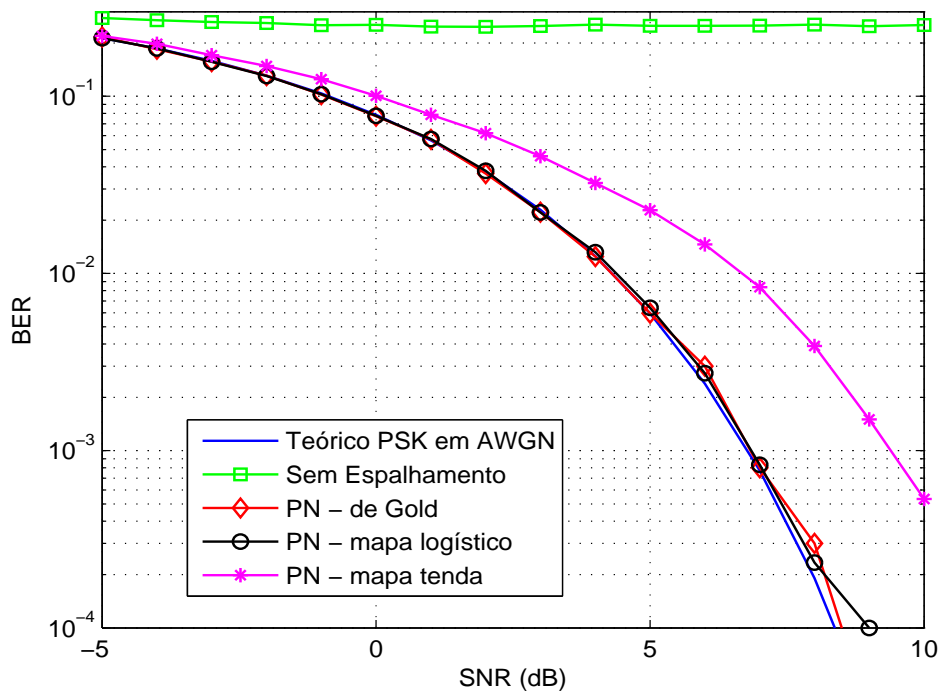


Figura 4.6: BER em função da SNR dos sistemas DSSS em canais com dois usuários:  $N = 31$  e mapas iniciados com valores da Equação (3.12).

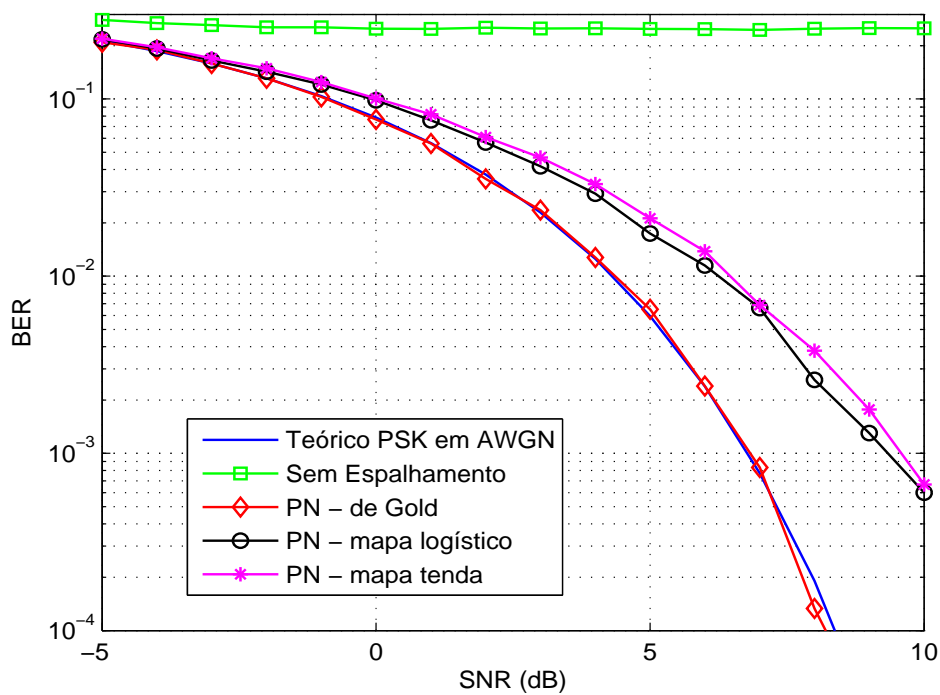


Figura 4.7: BER em função da SNR dos sistemas DSSS em canais com dois usuários:  $N = 31$  e mapas iniciados com valores da Equação (3.11).

Se, por exemplo, os mapas logístico e tenda inclinada são iniciados com as condições da Equação (3.11), as correlações cruzadas obtidas são 9 para o mapa logístico e 10 para o mapa tenda, aproximando as curvas de BER dos sistemas DSSS que usam caos, conforme pode ser visto na Figura 4.7.

No entanto, a correlação cruzada não é o único fator que afeta os resultados das curvas BER deste canal. Outra característica importante é a potência das interferências, as quais aumentam conforme cresce o número de usuários.

Na Figura 4.8 está o gráfico da relação apresentada na Equação 2.31 para sistemas DS-BPSK, considerando que o sinal  $m(t)$  foi espalhado por uma sequência de Gold com  $m = 5$ . Nesta figura, diferentemente das simulações anteriores deste canal, a interferência não é o sinal  $r_2(t)$ , mas sim valores atribuídos a  $P_j$  para  $N_u = 1, 5, 10, 50$  e  $100$ .

Nesta nova simulação, define-se o valor inicial de  $P_s/P_j = 10$ , o qual vai sendo decrementado conforme o  $N_u$  cresce. Percebe-se que o crescimento de usuários, simulado pelo  $N_u$ , afeta de forma significativa o sinal  $r(t)$ , levando o sistema a apresentar uma alta taxa de erro.

Na Figura 4.9 é simulado o mesmo sistema da Figura 4.8, mas a sequência de Gold é substituída por uma sequência gerada a partir do mapa logístico, com a condição inicial  $x(0) = 0.2$ . Pela figura percebe-se que o sistema trabalhando com a sequência criada a partir do sinal caótico apresenta resultados semelhantes ao modelo convencional.

A partir dos resultados apresentados até este ponto, conclui-se que as sequências pseudoaleatórias convencionais e as sequências baseadas em caos apresentam comportamentos semelhantes nos sistemas DSSS simulados.

Além disto, constata-se que o mapa e a sua condição inicial interferem no desempenho de um sistema DSSS que trabalha no canal com múltiplos usuários. Esta afirmação está baseada nos resultados numéricos obtidos nesta seção e não foram encontrados na bibliografia usada para a elaboração deste trabalho.

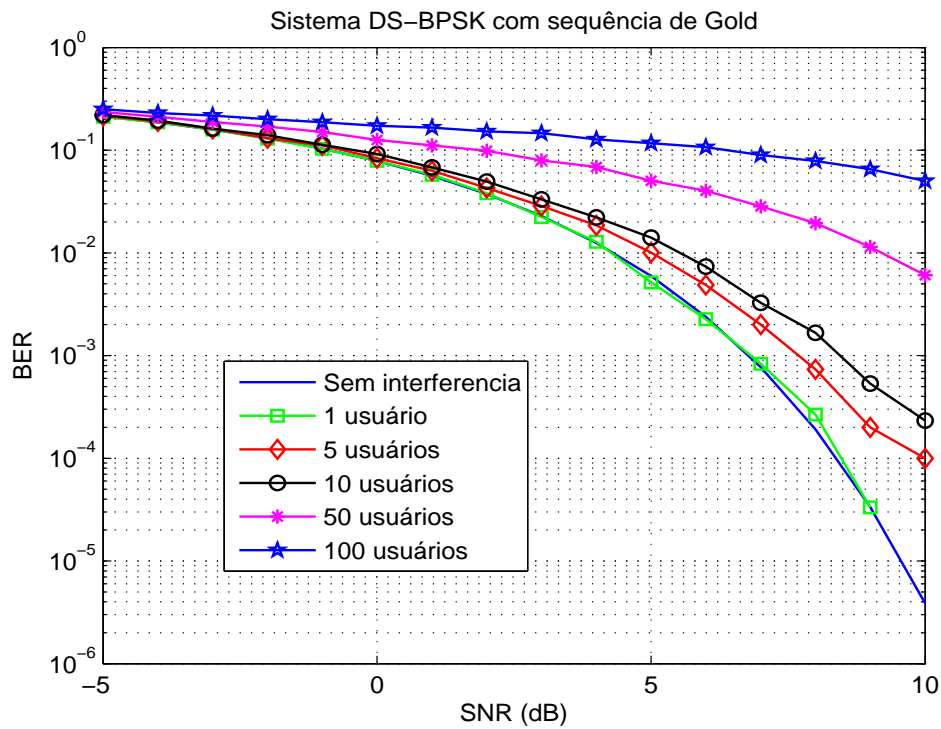


Figura 4.8: BER em função da SNR do sistema DS-BPSK trabalhando com sequência de Gold no canal com 1, 5, 10, 50 e 100 usuários.

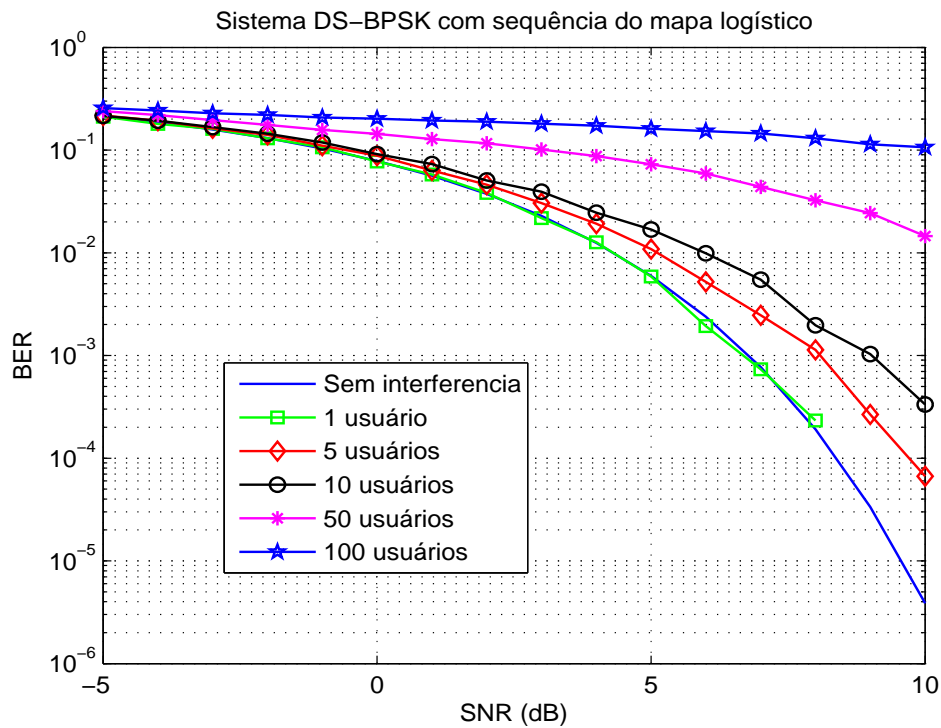


Figura 4.9: BER em função da SNR do sistema DS-BPSK trabalhando com sequência gerada pelo mapa logístico no canal com 1, 5, 10, 50 e 100 usuários.

## 4.4 Complexidade computacional dos geradores de sequências PN

Alguns trabalhos citam que um gerador de sequências PN criadas por sinais caóticos tem um custo computacional menor se comparado ao gerador convencional dessas sequências (Li e Haykin-1995; Rovatti et al-2004; Faleiros et al-2007). Nesta seção procura-se validar numericamente tal afirmação.

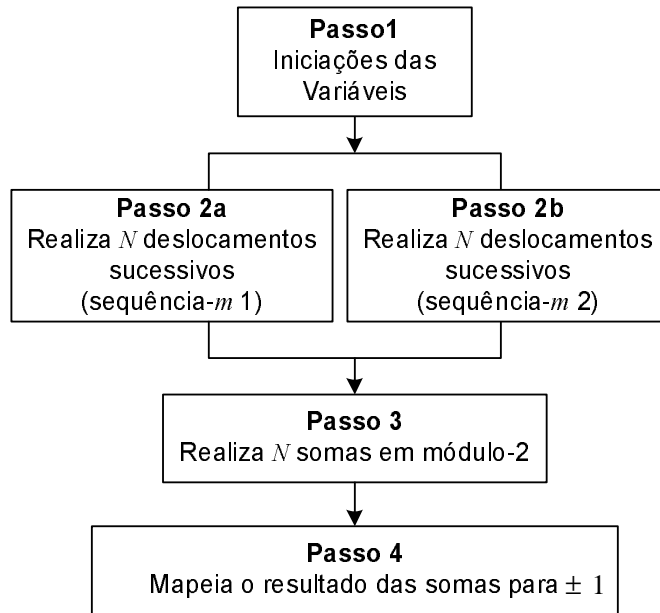
O tempo necessário para a geração das sequências está diretamente ligado aos ambientes da máquina e dos programas nos quais o gerador é implementado. Em virtude dessa dependência, neste trabalho a eficiência na produção de sequências é analisada em termos da *complexidade computacional* dos algoritmos geradores. Esta ferramenta fornece uma metodologia para a análise dos algoritmos que é independente do ambiente (Goodrich e Tamassia-2004).

A complexidade computacional mede o número de passos necessários para a resolução de um problema computacional, tornando possível a comparação dos desempenhos de algoritmos diferentes usados para solucionar um mesmo problema.

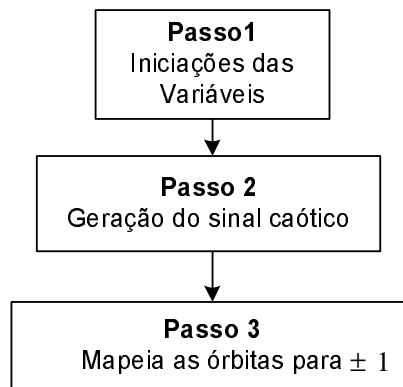
Nesta técnica, o tempo de execução do algoritmo é dado por uma função de complexidade  $c.f(e)$ , onde “ $e$ ” representa o tamanho dos dados de entrada do algoritmo, ou seja, corresponde ao volume de informações que o algoritmo tem de processar para resolver o problema. A constante “ $c$ ” depende do ambiente onde o algoritmo é executado e está associada, por exemplo, ao poder de processamento e a capacidade de memória de uma determinada máquina (Cormen et al-2002).

O método para a análise da complexidade usado neste trabalho é o *Modelo de Knuth*, que não contabiliza todos os passos do algoritmo. Ele apenas considera os mais significativos em termos de tempo de processamento, como laços de repetição e instruções condicionais, desprezando operações básicas, como cálculos aritméticos e operações de atribuição (Brookshear-2001).

A partir destes conceitos, para permitir o cálculo da complexidade são montados pseudocódigos que correspondem aos algoritmos dos geradores de sequências. Por simplicidade, nesta dissertação os pseudocódigos são representados por fluxogramas, os quais são mostra-



(a)



(b)

Figura 4.10: Fluxogramas dos geradores de sequências PN: (a) gerador de sequências de Gold; (b) gerador de sequências a partir do mapa logístico.

dos na Figura 4.10.

O algoritmo gerador de sequências de Gold apresentado na Figura 4.10(a) é iniciado por uma variável  $m$ , que representa o número de *flip-flops* de uma sequência- $m$ . A partir dessa variável, calcula-se o período utilizando a Equação (2.1) e, após esse ponto, criam-se duas sequências- $m$ ,  $m_1$  e  $m_2$ , que são somadas em módulo-2. O resultado dessa soma é mapeado para

$$\begin{cases} 1, & m_1 \oplus m_2 = 1 \\ -1, & m_1 \oplus m_2 = 0 \end{cases}, \quad (4.3)$$

obtendo-se, assim, uma sequência de Gold após  $N$  somas.

Como a complexidade é uma função das entradas, e neste trabalho as operações básicas são desconsideradas, a complexidade computacional do algoritmo gerador de sequências de Gold é

$$f(m)_{Gold} = 2^m - 1, \quad (4.4)$$

pois as operações são executadas  $2^m - 1$  vezes.

Na Figura 4.10(b) encontra-se o fluxograma que representa o algoritmo gerador de sequências criadas pelo mapa logístico. Neste algoritmo, as órbitas do sinal caótico são calculadas pela Equação (3.6) e digitalizadas obedecendo o mapeamento definido em (3.8).

Assim, a complexidade do gerador de sequências PN criadas a partir desse mapa é

$$f(m)_{Caos} = 2^m - 1, \quad (4.5)$$

pois os cálculos das órbitas são executados  $2^m - 1$  vezes.

O período dessa sequência é  $N$ , calculado pela Equação (2.1) a partir de uma entrada  $m$  qualquer. Apesar desta entrada  $m$  não ter relação com a variável  $m$  do gerador de sequências de Gold, ambas são usadas para a definição do período das sequências e o controle da execução dos algoritmos, permitindo que seja adotado um padrão para esta comparação.

Como pode ser visto nas Equações (4.4) e (4.5), a complexidade dos dois geradores são da mesma ordem, pois ambas são definidas a partir do tamanho de  $m$ .

A Figura 4.11 apresenta a comparação entre a complexidade teórica das Equações (4.4) e (4.5) e a simulação numa máquina real, considerando  $1 \leq m \leq 12$ . Com este intervalo de  $m$ , é possível avaliar a complexidade de sequências PN com períodos de até  $N = 4096$ .

A máquina usada na simulação possui um processador de núcleo duplo que trabalha em 2.8 GHz com memória física volátil de 1GB. O sistema operacional é o Windows Vista de 32 bits e o programa utilizado para simular os geradores é o Matlab2007®. Por meio da Figura 4.11, constata-se que as complexidades calculadas são compatíveis com as simulações.

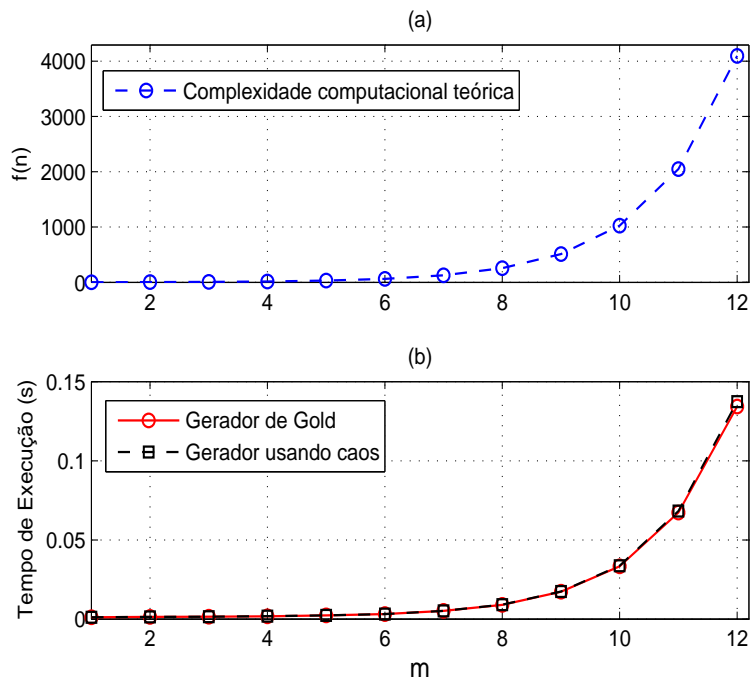


Figura 4.11: (a) Complexidade computacional teórica apresentada nas Equações (4.4) e (4.5); (b) Tempos de execução dos algoritmos geradores de seqüências, considerando a média de 10 amostras para cada valor de  $m$ .

A partir dos resultados obtidos nesta subseção, não foi possível validar a afirmação de que a complexidade do algoritmo gerador de seqüências criadas a partir de sinais caóticos é menor que a complexidade dos geradores de seqüências convencionais (Li e Haykin-1995; Rovatti et al-2004).

No entanto, as complexidades analisadas neste trabalho estão limitadas aos geradores aqui apresentados. Fica pendente a complexidade de outros algoritmos que podem gerar sinais caóticos. Da mesma forma, também devem ser analisadas as outras formas convencionais de geração de seqüências usadas em DSSS, tal qual a seqüência Ortogonal com Fator de Espalhamento Variável (OVSF - *Orthogonal Variable Spreading Factor*) usada nos sistemas WCDMA.



# Capítulo 5

## Conclusões

Como mencionado na Introdução, o objetivo deste trabalho é fazer uma análise comparativa entre as sequências pseudoaleatórias convencionais e as sequências obtidas por sinais caóticos, ambas aplicadas em DSSS.

Esta pesquisa foi motivada pelos trabalhos que citam a simplicidade da geração de sequências PN a partir de sinais caóticos. Esses trabalhos citam, também, que tais sequências apresentam vantagens sobre a forma convencional de geração, como, por exemplo, um número maior de sequências diferentes e a dificuldade de interceptação do sinal por elas espalhado.

A partir deste contexto, no Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre sistemas de espalhamento espectral, onde são mostradas algumas das técnicas convencionais de geração de sequências pseudoaleatórias, concluindo-se que as sequências de Gold possuem valores menores de correlação cruzada e maior número de sequências diferentes. Por estes motivos são mais indicadas para canais com múltiplos usuários.

Ainda no Capítulo 2, verifica-se que o espalhamento ocupa uma banda maior que a necessária, mas esta característica é justificada pelos requisitos de segurança e de baixas taxas de erro inerentes ao sistema DSSS em certas condições.

No Capítulo 3 definem-se os conceitos de dinâmica não-linear e caos, com os quais é possível analisar a geração de sequências PN criadas por sinais caóticos. Estas sequências podem apresentar propriedades interessantes para o DSSS, tais como a possibilidade de ocupar uma larga faixa de frequências, possuir autocorrelação impulsiva e valor baixo para correlação cruzada. Esta última característica, por exemplo, permite que mais usuários

---

possam usar o mesmo canal, diminuindo a interferência entre eles.

Seguindo no Capítulo 3, percebe-se que uma diferença significativa entre as sequências convencionais e baseadas em caos é a forma como se aumentam os seus períodos, pois para o modelo convencional é necessário o acréscimo de *flip-flops*, enquanto que para uma sequência criada por sinais caóticos basta a digitalização de mais amostras.

Além disso, como os mapas podem ser iniciados por qualquer número real, gerar sequências PN diferentes a partir de sinais caóticos é simples, bastando-se variar a condição inicial para se obter sequências distintas. No entanto, não se pode considerar que exista um número infinito de sequências deste tipo, pois a escolha do mapa e das condições iniciais é um ponto crítico do uso de caos na geração de sequências PN. Como visto no Capítulo 4, estas escolhas interferem no desempenho de um sistema DSSS.

As simulações feitas no Capítulo 4 mostram que o espalhamento espectral não agrega vantagens quando o canal de comunicação é apenas AWGN. Porém, quando os canais têm múltiplos percursos e múltiplos usuários, o uso do espalhamento espectral diminui a taxa de erro do bit. Nessas simulações, as sequências convencionais e baseadas em sinais caóticos apresentaram comportamentos equivalentes, mostrando que sequências usando caos podem ser empregadas neste sistema de comunicação.

Também no Capítulo 4, é apresentado o cálculo da complexidade computacional dos geradores de sequências de Gold e daquelas criadas pelo mapa logístico. Não foi possível validar as afirmações de que a complexidade computacional dos geradores de sequências usando caos é menor se comparada a geração das sequências convencionais. Porém, existem outras formas de geração de ambas as sequências que devem ser analisadas.

A partir dos estudos realizados, as contribuições desta dissertação são:

- Os resultados mostrando que o desempenho de sistemas DSSS que usam sequências criadas por sinais caóticos está associado a escolha dos mapas e das suas condições iniciais;
- Os esclarecimento de que não existem infinitas condições iniciais que podem ser usadas para criar sequências PN, pois existem condições que geram sequências com altos valores de correlação cruzada e, além disto, em máquinas reais tais condições só podem ser representadas por números finitos;

- Os cálculos da complexidade computacional dos geradores de sequências, apresentando resultados numéricos não encontrados na bibliografia pesquisada;
- A constatação de que as sequências PN baseadas em caos precisam apresentar muitas vantagens para serem viabilizadas em sistemas reais, pois o modelo convencional é amplamente difundido e suas características são bem dominadas.

Os primeiros resultados dos estudos desta dissertação mostraram que as sequências criadas por sinais caóticos têm semelhanças com as sequências convencionais em termos espectrais e de autocorrelação. Estes resultados renderam a publicação de um artigo na *The 10th Experimental Chaos Conference (ECC10)*, realizada na cidade de Catania, na Italia, sendo apresentado pelo autor em forma de pôster.

Em seguida, foi possível simular sistemas DSSS usando as sequências de Gold e as baseadas em caos, constatando-se que estas sequências apresentam desempenho compatível com o modelo convencional. Estes estudos foram registrados em um artigo publicado na *8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications (DINCON'09)*, realizada na cidade de Bauru, que também foi apresentado pelo autor na forma de pôster.

Os resultados finais desta dissertação, que associam o desempenho de sistemas DSSS com a escolha do mapa e das suas condições iniciais, assim como os cálculos das complexidades computacionais dos geradores de sequências, estão em um artigo que foi submetido ao Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'09). A confirmação do aceite só ocorrerá após a entrega desta dissertação.

A partir destas conclusões, propõe-se como trabalhos futuros:

1. A análise e as simulações que identifiquem mapas e condições iniciais que gerem um grande número de sequências PN com baixos valores de correlação cruzada;
2. O estudo do sincronismo entre transmissor e receptor do sistema DSSS que trabalha com sequências PN criadas por sinais caóticos;
3. A avaliação da afirmação feita pelos autores (Heidari e McGillem-1992) de que o espalhamento realizado por sequências baseadas em caos proporciona maior segurança;
4. O estudo da dinâmica simbólica (Alligood et al-1996) das sequências geradas por sinais caóticos;

5. A verificação da possibilidade de se usar mapas n-dimensionais na geração de sequências PN baseadas em caos;
6. A comparação das sequências PN criadas por sinais caóticos com as sequências ortogonais convencionais;
7. O cálculo da complexidade computacional dos demais geradores de sequências;
8. A justificativa analítica dos resultados obtidos nos cálculos de máxima correlação cruzada das sequências PN baseadas em caos.

Por fim, se em complemento aos estudos desta dissertação for possível chegar-se a conclusão de que sequências PN baseadas em caos são viáveis para os sistemas de espalhamento espectral, fica em aberto, também, o desenvolvimento de um modelo caótico físico para um sistema DSSS de comunicação.

# Referências Bibliográficas

- [Alligood et al-1996] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. *Chaos - an introduction to dynamical systems*. Springer, 1996.
- [Assaad-2007] Assaad, M.; Zeghlache, D. *TCP Performance over UMTS-HSDPA Systems*. 1st Edition. Boca Raton: Taylor and Francis, 2007.
- [Boulmalf et al-2004] Boulmalf, M.; Sobh, A.; Akhtar, S. *Physical Layer Performance of 802.11g WLAN*. Applied Telecommunications Symposium, p. 175-179. 2004.
- [Brookshear-2001] Brookshear, J. G. *Ciência da Computação: Uma Visão Abrangente*. Bookman, 2001.
- [Chien-2001] Chien, C. *Digital Radio Systems on a Chip: A Systems Approach*. 1st Edition. New York: Springer, 2001.
- [Cong e Shaoqian-2000] Cong, L.; Shaoqian, L. *Chaotic Spreading Sequences with Multiple Access Performance Better Than Random Sequences*. IEEE Transactions On Circuits And Systems—I: Fundamental Theory And Applications, v. 47, n. 3, p. 394-397. 2000.
- [Cormen et al-2002] Cormen, T. H.; Leiserson, C. E.; Rivest, R. L; Stein, C. *Algoritmos, Teoria e Prática..* Campus, 2002.
- [Faleiros et al-2007] Faleiros, A.C.; et al. *Chaotic Signal Generation and Transmission*, in Chaos Applications in Telecommunications. First Edition. Nova Iorque: Taylor and Francis, p. 11-59. 2007
- [Fazel e Kaiser-2003] Fazel, L.; Kaiser, S. *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2003.

- [Gold-1967] Gold, R. *Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing*. IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-13, no. 4, pp. 619-621, 1967. 1967.
- [Goodrich e Tamassia-2004] Goodrich, M. T.; Tamassia, R. *Projeto de Algoritmos. Fundamentos, Análises e Exemplos*. Bookman, 2004.
- [Haykin-2001] Haykin, S. *Communication Systems*. 4th Edition. New York : John Wiley and Sons, 2001.
- [Haykin e Veen-2002] Haykin, S.; Veen, B.V. *Signals and Systems*. Second Edition. Wiley, 2002.
- [Heidari e McGillem-1992] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *Chaotic Sequences for Spread-Spectrum: An Alternative to PN-Sequences*. IEEE International Conference on Selected Topics in Wireless Communications 25-26, p. 437-440. 1992.
- [IEEE-2007] IEEE Computer Society *IEEE Standard for Information technology — Telecommunications and information exchange between systems — Local and metropolitan area networks — Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2007.
- [Ipatov - 2005] Ipatov, V. P. *Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2005.
- [Kolumban et al-1996] Kolumban, G.; Vizvari, B.; Mogel, A.; Schwartz, W. *Chaotic Systems: a Challenge for Measurement and Analysis*. IEEE Instrumentation and Measurement. Technology Conference, v. 2, p. 1396-1401. 1996.
- [Korowajczuk et al-2004] Korowajczuk, L.; Xavier, B. S. A.; Filho, A. M. F. *Designing Cdma2000 Systems*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2004.
- [Lathi-1998] Lathi, B. P. *Modern Digital and Analog Communications Systems*. 3rd Edition. New York: Oxford University Press, 1998.
- [Lau e Tse-2003] Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Chaos-Based Digital Communication System*. Springer, 2003.

- [Lee e Short-2003] Lee, S.; Short, S. L. *Spread spectrum CDMA: IS-95 and IS-2000 for RF communications*. 1st Edition. United States: McGraw-Hill, 2003.
- [Li e Haykin-1995] Li, B. X.; Haykin, S. *A new Pseudo-Noise Generator for Spread Spectrum Communications*. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 5, n. 9-12, p. 3603-3606. 1995.
- [Mock-2005] Mock, D. *The Qualcomm Equation: How a Fledgling Telecom Company Forged a New Path to Big Profits and Market Dominance*. 1st Edition. San Diego: AMACOM Div American Mgmt Assn, 2005.
- [Monteiro-2006] Monteiro, L. H. A. *Sistemas Dinâmicos*. Segunda Edição. São Paulo : Editora Livraria da Física, 2006.
- [Muller-2002] Muller, N. J. *Desktop Encyclopedia of Telecommunications*. 3th Edition. New York: McGraw-Hill Professional, 2002.
- [Proakis e Salehi-1997] Proakis, J.G.; Salehi, M. *Contemporary Communication System Using Matlab*. First Edition. Boston: PWS Publishing Company, 2002.
- [Proakis-2000] Proakis, J. G. *Digital Communications*. 4th Edition. United States: McGraw-Hill, 2000.
- [Rovatti et al-2004] Rovatti, R.; Mazzini, G.; Setti, G. *On the Ultimate Limits of Chaos-Based Asynchronous DS-CDMA—I: Basic Definitions and Results*. IEEE Transactions On Circuits And Systems—I: Regular Papers, v. 51, n. 7, p. 1336-1347. 2004.
- [Richardson-2005] Richardson, A. *WCDMA design handbook*. Cambridge University Press, 2005.
- [Simon et al-2002] Simon, M. K.; Omura, J. K.; Scholtz, R. A. Levitt, B. K. *Spread Spectrum Communication Handbook*. Eletronic Edition. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [Sklar-2001] Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.

- [Stavroulakis-2005] P. Stavroulakis, *Chaos applications in telecommunications*. CRC Press, 2005.
- [Strogatz-2001] Strogatz, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Westview Press, 2001.
- [Tam et al-2007] Tam, W. M.; Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Digital Communication with Chaos*. Elsevier, 2007.
- [Tocci et al-2003] Tocci, R. J.; Widmer, N. S.; Pertence, A. J. *Sistemas digitais: princípios e aplicações*. Prentice Hall, 2003.
- [Torrieri-2005] Torrieri, D. *Principles of Spread Spectrum Communications Systems*. 1st Edition. Boston: Springer Science, 2005.
- [Walters-2006] Walters, B. *Spread Spectrum: Hedy Lamarr and the Mobile Phone*. 1st Edition. Charleston - South Carolina: BookSurge Publishing, 2006.
- [Ziemer-2007] Ziemer, R. E. *Fundamentals of Spread Spectrum Modulation*. 1st Edition. United States: Morgan and Claypool, 2007.



# Apêndice A - Artigo publicado na ECC10

Artigo publicado nos anais da conferência *The 10th Experimental Chaos Conference 2008* (ECC10), a qual ocorreu na cidade de Catania, na Itália, em junho de 2008. O autor esteve presente no evento e apresentou o trabalho na forma de pôster.

# Spread Spectrum Digital Communication System Using Chaotic Pattern Generator

BY FABIO SIQUEIRA NETTO<sup>1</sup> AND MARCIO EISENCRAFT<sup>2</sup>

*Universidade Presbiteriana Mackenzie<sup>1,2</sup>, Universidade São Caetano do Sul<sup>1</sup>*

Chaotic signals and pseudo-noise sequences can have similar spectral and correlation properties, although chaos can be generate using simple difference equations. This feature can be employed in wireless digital communications based on spread spectrum, where information can be spread by chaotic signals. This paper compares conventional spread spectrum techniques and spread spectrum using chaotic signals in terms of power spectral density, autocorrelation sequence and bit error rate.

**Keywords:** digital communication, spread spectrum, pseudo-noise, chaos

## 1. Introduction

Reliability and availability of real time communication are imperative in the context of wireless communication services. A popular technique used in this scenario is Spread Spectrum (SS). In SS, the spreading process is accomplished using an *spreading code*. Conventionally, it is used a Pseudo-Noise (PN) sequence. These sequences are periodic with a long period and they have properties similar to noise. These properties are interesting when the safety of communications is a requirement of the system [Lathi-1998, Proakis-2000, Haykin-2001].

Besides the conventional method of PN periodic sequences generation, others methods can be used in SS systems. A promising one is the use of chaotic sequences as spreading codes [Li-1995, Mandal-2003, Wang-2005, Cong-2000].

A chaotic signal is deterministic, aperiodic and presents sensitive dependence on initial condition and these properties have increased the interest in using chaos in many fields of Science and Telecommunications [Kolumban-1996, Strogatz-2001, Alligood-1996, Halle-1993, Kurian-2006]. One of the reasons for using chaotic sequence is based on simplicity of its generation, because it can be created by simple rules [Li-1995, Heidari-1994, Heidari-1992]. Applications in SS are discussed, e.g. in [Rovatti-2004, Luca-2005, Volkovskii-2005].

This paper analyzes and compares the performances of the conventional method with a second approach - chaotic sequences as spreading codes. Autocorrelation, Power Spectral Density (PSD) and Bit Error Rate (BER) are considered in this comparison.

This paper is organized as follows: in Section 2 we describe the Direct-Sequence SS (DSSS) communication system. In Section 3 we address the use of PN and chaotic sequences. In Section 4 the application of chaotic sequence in SS is analyzed by computational simulations. Finally, Section 5 summarize results of this paper.

## 2. Direct-Sequence Spread Spectrum

A conventional SS communication system is show in Figure 1 [Proakis-1997].

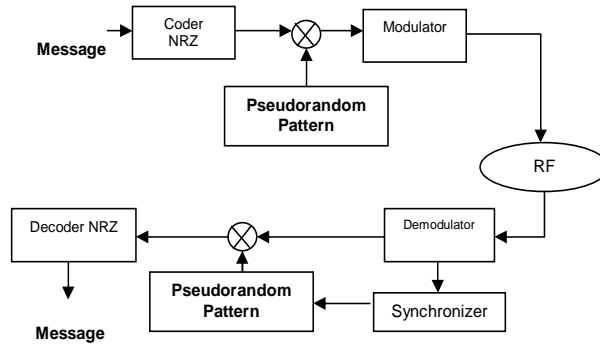
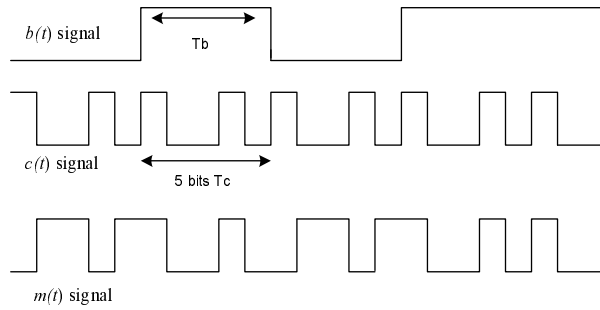


Figure 1. Spread Spectrum Communication System

Figure 2. Examples of signals involved in DSSS for  $N = 5$ 

In this system the SS process is accomplished using a periodic PN sequence before transmission. This sequence is independent of the message. The receiver works synchronized by the transmitter and uses the same PN sequence to recover the original message [Proakis-2000].

As a consequence of spreading, the transmitted signal occupies more bandwidth than the minimum required to transmit the original message. This is because the message bit duration  $T_b$  is greater than the PN sequence bit duration  $T_c$ . This process leads to redundancy in each message bit transmitted, because for every bit  $T_b$  there are  $N$  bound bits  $T_c$ , expanding the bandwidth needed in  $N$  times. Figure 2 shows examples of original message  $b(t)$  and PN sequence  $c(t)$ . The resulting transmitted signal  $m(t)$  is [Haykin-2001]

$$m(t) = b(t)c(t). \quad (2.1)$$

Spreading the message increases the security of transmitted information making it difficult to demodulate the signal for unwanted receivers that do not know the spreading code. In addition, SS provides immunity to narrowband interference, or *jamming*. This immunity is obtained at the receiver, because when the *jamming* is added in the channel the receiver decodes it as a SS signal [Sklar-2001].

Implementation of SS communication system requires high processing capability at the transmitter and occupies more bandwidth than the necessary, however such costs are justified when the security of information is the main focus of a communication system [Li-1995, Haykin-2002].

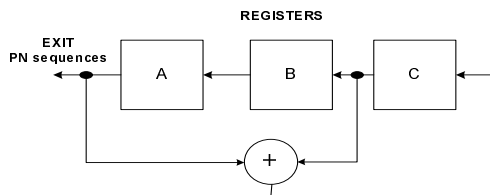


Figure 3. Circuit assembled by  $m = 3$  registers.

### 3. Pseudo-random and Chaotic Sequences

The PN sequences can be created by shift-registers synchronized and connected to each other, with the output of one register as the input of the next one. Thus, these sequences are defined by the number of registers, the circuit initial condition and the logic of the interconnection of these registers [Haykin-2001]. These sequences are called Maximal-length sequences, or just *maxlength* [Proakis-1997]. Figure 3 shows an example of Maximal-length sequence generator.

If the initial condition in the circuit showed in Figure 3 is: 0 in register A, 0 in register B and 1 in register C, after 7 shifts the output will be 0011101.

Being  $m$  the number of registers, the output will be repeated after the period  $L$  defined by:

$$L = 2^m - 1. \quad (3.1)$$

In DSSS applications, the binary sequence with elements  $\{0, 1\}$  is mapped into a corresponding binary sequence with elements  $\{-1, 1\}$ . We shall call the equivalent sequence  $\{c_n\}$  a *bipolar sequence*.

This way, *maxlength* sequences are deterministic and periodic. However, the name PN is applied due to their noise-like statical properties [Sklar-2001]:

1. In each period of a *maxlength* sequence the number of 1s is always one more than the number of 0s. This is called the *balance property*.
2. The autocorrelation function of a bipolar *maxlength* sequence with period  $L$  defined as

$$R_C(m) = \sum_{n=1}^L c_n c_{n+m} \quad (3.2)$$

is periodic with period  $L$  and given by [Proakis-2000]

$$R_C(m) = \begin{cases} L, & m = 0 \\ -1, & 1 \leq m \leq L - 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

The chaotic sequences generation is simpler than PN sequences generation, because chaotic signals are accomplished by simples rules (difference equations) while maxlength PN sequences need a large number of registers to obtain such properties [Faleiros-2007, Li-1995, Heidari-1994].

Figure 4 shows examples of PN and chaotic sequences spectrums. The signal in Figure 4(a) was coded by a PN maxlength sequence with  $m = 12$  and period  $L = 4095$ . In Figure 4(b), it was used a chaotic signal generated by the logistic map:

$$g_a(x) = ax(1 - x) \quad (3.4)$$

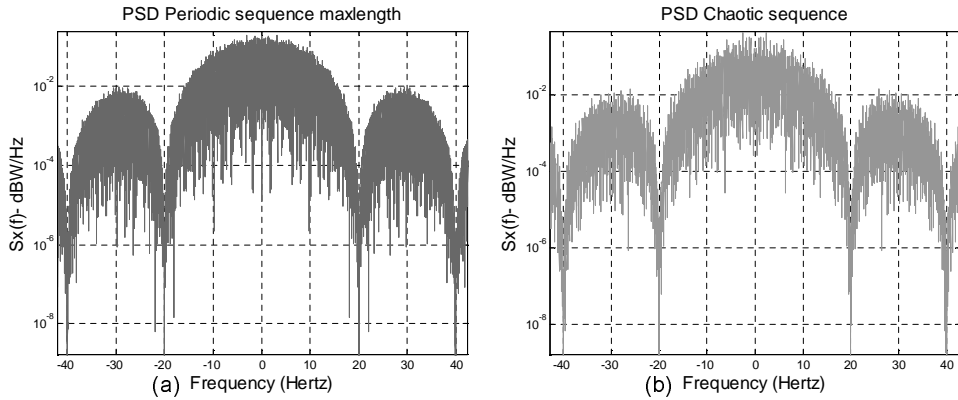


Figure 4. Spectrum of signals coded by (a) PN with  $m = 12$  and (b) chaotic sequences

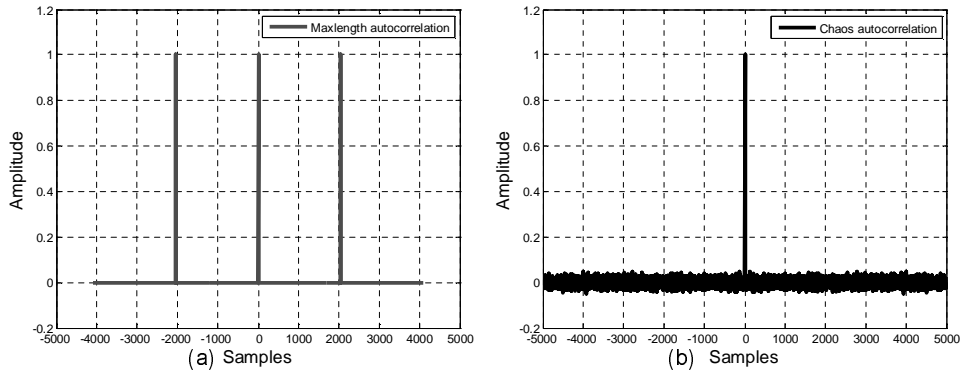


Figure 5. Autocorrelation of (a) maxlength and (b) chaotic sequences.

with initial condition 0.2,  $a = 4$  and 1000 points. To use a chaotic signal as spreading code the points created by logistic map should be quantized to take  $\pm 1$  values.

Figure 5 shows the respective normalized autocorrelation sequences. For PN sequences, autocorrelation assumes lower values but periodicity make periodic pulses to appear. This situation does not occur with the chaotic sequence.

#### 4. Chaotic Sequence in Spread Spectrum

In this section we compare the use of PN sequences and chaotic sequences when it comes to Bit Error Rate (BER) in an Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel.

Three SS systems were simulated varying the generation of spreading sequences: the first uses maxlength sequence with  $m = 16$ ; the second uses chaotic sequence generated by the logistic map defined by Eq. (3.4) and the third one uses a computer generated random sequence. The same conditions were established at the transmitter and receiver. The signals were quantized and normalized to take  $\pm 1$  values.

Figure 6 shows our results in addition to the theoretically expected curve [Lathi-1998]. No significant differences between the analyzed sequences were found in BER curves,

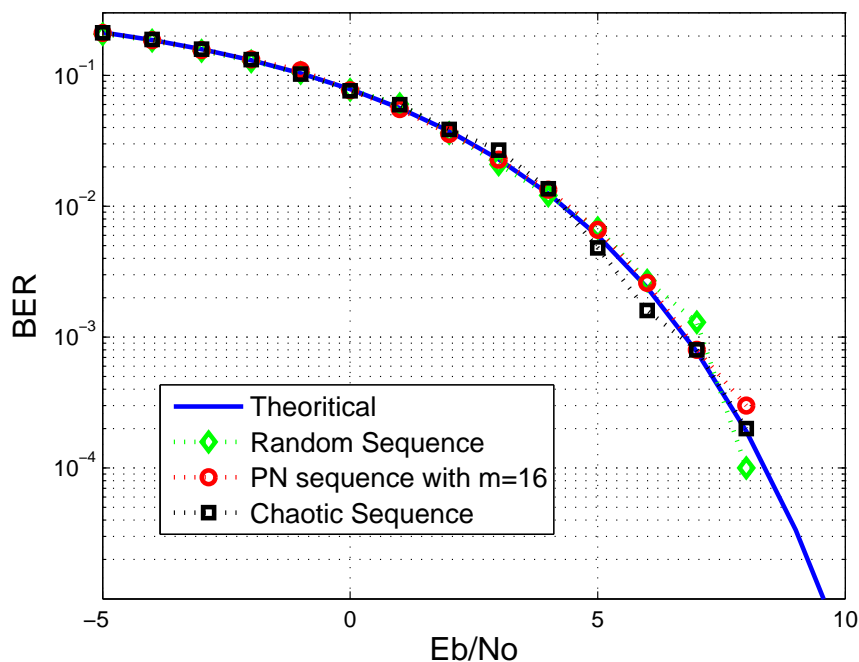


Figure 6. BER in AWGN channel for PN, chaotic and random DSSS systems

as shown in Figure 6. This happens because the channel is only AWGN and the addition of white noise equally affects the transmitted signals.

These results show that chaotic sequences can be applied as spreading code, but another channels with different interferences must be simulated. Chaotic spreading code system must to be analyze face interference from multi-user and multi-path.

## 5. Conclusion

Chaotic sequences present broadband and noise-like properties. This features show that chaotic sequences can be applied in Telecommunication systems where PN sequences are used as spreading code.

The presented results were obtained on AWGN channel. In this scenario chaos and PN sequence perform identically in terms of BER. However, the generation of chaotic sequences is simpler than maxlength sequences, because chaotic sequences is not limited by the number of registers.

In continuity with this work we are studying the behavior of SS by chaotic spreading code in multi-user and multi-path channel [Sklar-2001, Li-1995]. The goal is to compare the performance of sequences analyzed in these environments.

## 6. Acknowledgement

Fabio S. Netto would like to thank Mackpesquisa and CAPES for founding.

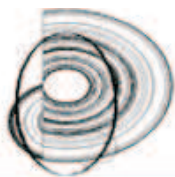
## References

- [Lathi-1998] Lathi, B.P. *Modern Digital and Analog Communications Systems*. 3rd Edition. New York: Oxford University Press.
- [Haykin-2001] Haykin, S. *Communication Systems*. 4th Edition. New York: John Wiley and Sons.
- [Proakis-2000] Proakis, J.G. *Digital Communications*. 4th Edition. United States: McGraw-Hill.
- [Li-1995] Li, B. X.; Haykin, S. *A new Pseudo-Noise Generator for Spread Spectrum Communications*. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 5, n. 9-12, p. 3603-3606.
- [Mandal-2003] Mandal, S.; Banerjee, S. *A Chaos-based Spread Spectrum Communication System*. National Conference On Nonlinear Systems and Dynamics.
- [Wang-2005] Wang, X.; Zhana, M.; Gong, X.; Lai, C. H.; Lai, Y. *Spread-spectrum communication using binary spatiotemporal chaotic codes*. Physics Letters A v. 334, p. 3036.
- [Cong-2000] Cong, L.; Shaoqian, L. *Chaotic Spreading Sequences with Multiple Access Performance Better Than Random Sequences*. IEEE Transactions On Circuits And SystemsI: Fundamental Theory And Applications, v. 47, n. 3, p. 394-397.
- [Kolumban-1996] Kolumban, G.; Vizvari, B.; Mogel, A.; Schwartz, W. *Chaotic Systems: a Challenge for Measurement and Analysis*. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, v. 2, p. 1396-1401.
- [Strogatz-2001] Strogatz, S. H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Westview Press.
- [Alligood-1996] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. *Chaos - an introduction to dynamical systems*. Springer.
- [Halle-1993] Halle, K. S.; Wu, C. W.; Itoh, M.; Chua, L. O. *Spread Specrum Communication through modulation of Chaos*. International Journal of Bifurcation and Chaos, v. 3, n. 2, p. 469-477.
- [Kurian-2006] Kurian, A. P.; Puthusserypady, S. *Secure Digital Communication using Chaotic Symbolic Dynamics*. Turk J Elec Engin, v. 14, n. 1, p. 195-207.
- [Heidari-1994] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *A Chaotic Direct-Sequence Spread-Spectrum Communication System*. IEEE Transactions on Communications, v. 42, n. 2-42, p. 1524-1527.
- [Heidari-1992] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *Chaotic Sequences for Spread-Spectrum: An Alternative to PN-Sequences*. IEEE International Conference on Selected Topics in Wireless Communications 25-26, p. 437-440.
- [Rovatti-2004] Rovatti, R.; Mazzini, G.; Setti, G. *On the Ultimate Limits of Chaos-Based Asynchronous DS-CDMAI: Basic Definitions and Results*. IEEE Transactions On Circuits And SystemsI: Regular Papers, v. 51, n. 7, p. 1336-1347.
- [Luca-2005] Luca, M. B.; Azou, S.; Burel, G. *A Complete Receiver Solution for a Chaotic Direct Sequence Spread Spectrum Communication System*. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, v. 4, n. 23-26, p. 3813 - 3816.
- [Volkovskii-2005] Volkovskii, A. R.; Tsimring, L. Sh.; Rulkov, N. F.; Langmore, I. *Spread spectrum communication system with chaotic frequency modulation*. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, v. 15, n. 3, p. 033101.
- [Proakis-1997] Proakis, J.G.; Salehi, M. *Contemporary Communication System Using Matlab*. First Edition. Boston: PWS Publishing Company.
- [Sklar-2001] Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall.
- [Haykin-2002] Haykin, S.; Veen, B.V. *Signals and Systems*. Second Edition. Wiley.
- [Faleiros-2007] Faleiros, A.C.; et al. *Chaotic Signal Generation and Transmission*, in Chaos Applications in Telecommunications. First Edition. Nova Iorque: Taylor and Francis, p. 11-59.

# Apêndice B - Artigo publicado na DINCON '09

Artigo publicado nos anais da conferência *8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications* (DINCON'09), a qual ocorreu na cidade de Bauru, no mês de maio de 2009. O autor esteve presente no evento e apresentou o trabalho na forma de pôster.





## SEQUÊNCIAS PSEUDOALEATÓRIAS USANDO CAOS PARA SISTEMAS DE ESPALHAMENTO ESPECTRAL

Fábio Siqueira Netto<sup>1</sup> e Marcio Eisencraft<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil

<sup>1</sup>Universidade de São Caetano do Sul, São Caetano do Sul, Brasil, fabio.siqueira@uscs.edu.br

<sup>2</sup>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

<sup>2</sup>Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil, marcioft@mackenzie.br

**Resumo:** O espalhamento espectral é uma técnica de modulação que emprega uma sequência pseudoaleatória para aumentar o intervalo de frequências ocupado pela informação transmitida. Convencionalmente, utilizam-se registradores de deslocamento para a geração dessas sequências, mas nos últimos anos tem-se estudado a possibilidade de geração por meio de sinais caóticos. Neste trabalho comparam-se essas alternativas utilizando-se funções de correlação e taxas de erro de bit.

**Palavras-chave:** espalhamento espectral, sequência pseudoaleatória, sinais caóticos.

**Abstract:** Spread spectrum is a modulation technique that uses a pseudo-random sequence to increase the frequency band occupied by the transmitted information. Conventionally, shift registers are employed to generate these sequences, but the generation using chaotic signals has been studied in recent years. This paper compares these alternatives using correlation functions and bit error rate.

**Keywords:** spread spectrum, pseudo-random sequence, chaotic signal.

### 1. INTRODUÇÃO

O Espalhamento Espectral (SS) é uma técnica de modulação que espalha um sinal a ser transmitido numa faixa de frequências mais larga em relação à que seria necessária, usando, para isso, uma sequência binária com características especiais, conhecida como *código de espalhamento* [1–6].

Atualmente, as diversas variedades de SS são usadas em uma série de aplicações comerciais, destacando-se o Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*) e as redes locais sem fio do padrão 802.11 do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) [7–12].

Este trabalho concentra-se no SS por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence SS*). Neste modo de SS, a mensagem binária é multiplicada pelo código de espalhamento antes da transmissão, modificando-a no domínio da frequên-

cia [13].

Os objetivos do espalhamento são prover resistência a interferências de banda estreita e ocultar o sinal transmitido fazendo-o parecer um ruído [14]. Para isso, a sequência binária usada como código de espalhamento apresenta propriedades estatísticas semelhantes às de um sinal aleatório e, por esse motivo, essa sequência é conhecida como sequência *pseudoaleatória* [5].

Convencionalmente, essa sequência é obtida por registradores de deslocamento que produzem sequências de *comprimento máximo*, ou *sequências-m* e por geradores de *sequências de Gold* [1–6, 13].

No entanto, uma alternativa que vem sendo estudada nos últimos anos é o uso de sequências geradas a partir de sinais caóticos [2, 15–17]. Esses sinais caracterizam-se por serem determinísticos e aperiódicos, propriedades interessantes para a geração de sequências pseudoaleatórias. Além disso, sequências caóticas podem ser criadas por regras simples [18–21].

O objetivo deste trabalho é rever a geração das sequências pseudoaleatórias convencionais e caóticas, comparando o desempenho dessas alternativas em sistemas DSSS. Esta comparação é feita por meio das curvas da Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) em canais com ruído aditivo branco gaussiano (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), com múltiplos percursos e com múltiplos usuários. Neste último caso, obtém-se o desempenho a partir dos valores de correlação cruzada das sequências convencionais e caóticas, pois essa análise pode orientar a escolha por uma das alternativas nesse canal de comunicação.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 são descritos os princípios básicos do DSSS e as propriedades das sequências pseudoaleatórias convencionais. Na Seção 3 são mostradas as formas de geração de sequências caóticas e as suas propriedades. Na Seção 4 são simulados sistemas DSSS usando sequências convencionais e caóticas, analisando-se os resultados em termos das curvas de BER. Por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

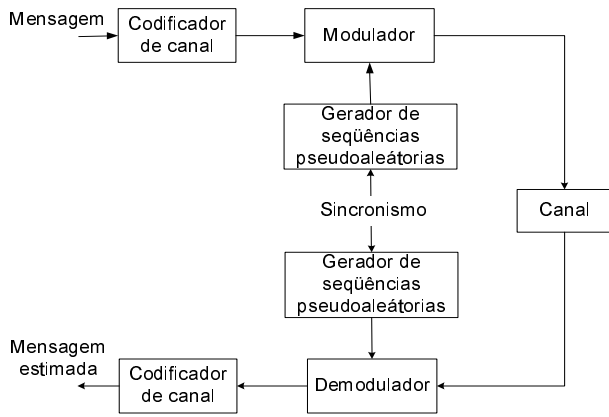


Figura 1 – Diagrama em blocos do sistema de comunicação por Espalhamento Espectral.

## 2. ESPALHAMENTO ESPECTRAL

As tecnologias de comunicação digital procuram usar eficientemente a largura de banda do canal e a energia necessária para a transmissão de sinais. Nos sistemas SS essa eficiência é relegada a segundo plano para favorecer a segurança e a confiabilidade da comunicação. Um sistema é considerado SS se possuir três características [5]:

1. A transmissão de uma mensagem numa modulação SS ocupa uma banda maior que a necessária para transmitir os dados em sua forma original.
2. O espalhamento é realizado antes da transmissão por um código que é independente da mensagem.
3. Na recepção a mensagem é recuperada por meio do mesmo código usado no momento da transmissão.

O diagrama em blocos de um sistema SS básico é mostrado na Figura 1 [3]. Nessa estrutura os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos de um sistema de comunicação digital convencional. A diferença de uma arquitetura SS está na adição dos geradores de seqüências pseudoaleatórias [5].

O espalhamento da mensagem aumenta a segurança da informação transmitida, dificultando a demodulação desse sinal por receptores que não conhecem a seqüência de espalhamento utilizada [13].

### 2.1. Espalhamento Espectral por Seqüências Direta

Considerando que  $b_n$  seja a mensagem binária a ser transmitida e  $c_n$  o código de espalhamento, um sistema DSSS executa o espalhamento utilizando-se das respectivas representações polares Sem Retorno ao Zero (NRZ - *Non Return to Zero*) de  $b_n$  e  $c_n$ , obtendo-se os sinais equivalentes  $b(t)$  e  $c(t)$  com valores de  $\pm 1$ . O sinal espalhado transmitido  $m(t)$  é gerado a partir do produto

$$m(t) = b(t)c(t). \quad (1)$$

No domínio do tempo, a duração  $T_b$  de um bit da mensagem  $b(t)$  deve ser múltiplo da duração  $T_c$  de um bit do

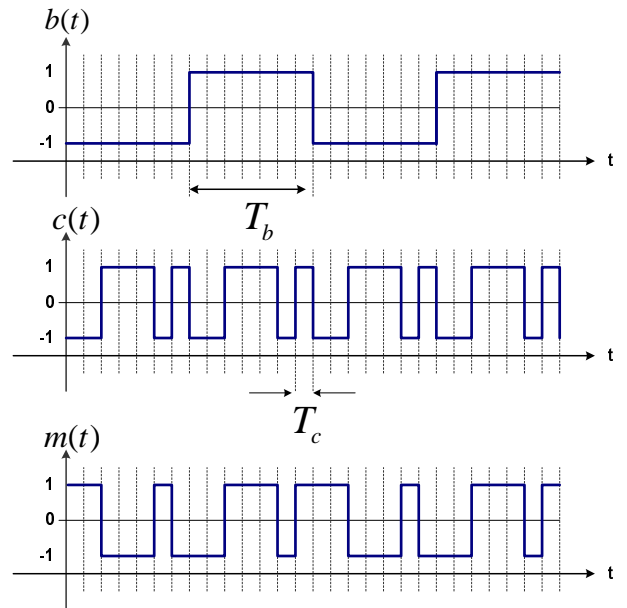


Figura 2 – Exemplo de sinal modulado por DSSS para  $N = 7$ .

código de espalhamento  $c(t)$ , ou seja  $T_b = NT_c$ . Assim, cada bit da mensagem é “fatiado”  $N$  vezes, sendo cada fatia chamada de *chip*. Este é o processo responsável pela expansão da banda no momento da transmissão. A Figura 2 apresenta um exemplo do sinal SS  $m(t)$  obtido a partir da Eq. (1) para  $N = 7$ .

Após modular e transmitir  $m(t)$  através do canal de comunicação, o sinal chega ao receptor do sistema DSSS acrescido de diferentes tipos de interferências. Sendo  $i(t)$  o conjunto de interferências em banda estreita desse canal, o sinal recebido  $r(t)$  é dado por

$$r(t) = m(t) + i(t). \quad (2)$$

Para recuperar a mensagem original  $b(t)$  a partir de  $r(t)$ , é usado no receptor um multiplicador para reverter o espalhamento, enquanto os demais componentes são responsáveis por estimar os bits provenientes da multiplicação. A Figura 3 mostra o diagrama em blocos de um receptor SS.

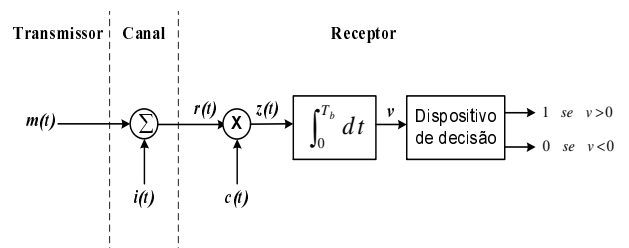
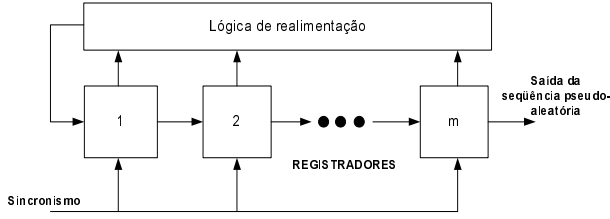


Figura 3 – Recepção do sinal  $r(t)$ .

No receptor o multiplicador utiliza a mesma seqüência PN  $c(t)$  da transmissão. Sua saída  $z(t)$  é

$$z(t) = r(t)c(t). \quad (3)$$

Usando as Eqs. (1) e (2),



**Figura 4 – Registrador de deslocamento linear realimentado com  $m$  flip-flops.**

$$z(t) = (b(t)c(t) + i(t))c(t) = c^2(t)b(t) + c(t)i(t), \quad (4)$$

em que  $c^2(t) = 1$  para qualquer  $t$ , assim

$$z(t) = b(t) + c(t)i(t). \quad (5)$$

Devido ao produto  $c(t)i(t)$ , as interferências em banda estreita  $i(t)$  ficam espalhadas em frequência em  $z(t)$ , enquanto que  $b(t)$  mantém a sua composição original. É desta forma que o DSSS proporciona a proteção contra interferências, sendo uma questão de projeto o quanto desta proteção o sistema DSSS pode fornecer.

Essa e outras questões estão diretamente relacionada com a escolha da sequência PN, pois quanto maior o período e a semelhança com uma sequência aleatória, mais espalha-se  $i(t)$  em  $z(t)$ . Assim, para orientar tal escolha, certas características do ambiente devem ser consideradas, tais como as particularidades do canal e a probabilidade de erro de bit.

Devido a sua importância, as propriedades e as formas de geração das sequências pseudoaleatórias são tratadas a seguir.

## 2.2. Sequências Pseudoaleatórias

As sequências pseudoaleatórias são séries temporais binárias com propriedades estatísticas semelhantes às de uma sequência binária aleatória. Numa estrutura clássica de SS, essas sequências são criadas por um registrador linear de deslocamento, constituído por flip-flops. Dentro desse arranjo as saídas de alguns flip-flops são somadas em módulo-2 e realimentam a entrada do circuito [13].

Dessa forma, as sequências geradas pelos registradores são binárias e definidas pelo número de flip-flops, pela condição inicial do circuito e pela lógica utilizada na realimentação. Sendo  $m$  a quantidade de flip-flops usados, o período máximo da sequência gerada é  $2^m$ , que representa todos os estados possíveis do arranjo de flip-flops. A estrutura genérica desse registrador é mostrada na Figura 4.

No entanto, em virtude da soma em módulo-2, não se pode considerar a combinação em que todos os flip-flops apresentam o valor “0” em suas saídas, pois, independentemente da lógica de interconexão, esta situação leva o circuito a uma sequência permanente de zeros.

Assim, o período máximo de uma sequência gerada por um registrador com  $m$  flip-flops é

$$N = 2^m - 1. \quad (6)$$

Quando o período da sequência criada é exatamente igual a  $N$ , ela recebe o nome de sequência pseudoaleatória de comprimento máximo, ou apenas sequência- $m$  [3]. Para permitir o processo de SS, os estados  $\{0, 1\}$  da saída do circuito são mapeados, respectivamente, para os valores  $\{-1, 1\}$ , criando uma nova sequência polar equivalente.

As sequências- $m$  são determinísticas e periódicas, mas o termo pseudoaleatório é usado devido as suas propriedades estatísticas semelhantes as de um ruído, sendo por isso também chamadas de *Pseudoruído* (PN - *Pseudo-noise*).

As principais propriedades das sequências- $m$  são listadas a seguir. A demonstração pode ser encontrada, por exemplo, em [22].

1. *Propriedade do equilíbrio*: para cada período da sequência de comprimento máximo o número de “1s” é sempre um a mais que o número de “0s”.
2. *Propriedade das séries*: entre as séries de “1s” e “0s” em cada sequência de comprimento máximo, metade das séries de cada tipo tem tamanho um, um quarto tem tamanho dois, um oitavo tem tamanho três e assim por diante. Em uma sequência de comprimento  $N$ , o total de séries é

$$\frac{N + 1}{2}. \quad (7)$$

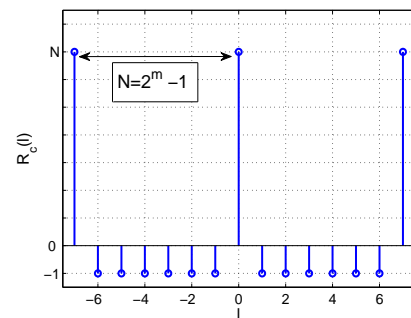
3. *Função de autocorrelação*: a autocorrelação de uma sequência de período  $N$  é definida como

$$R_c(\ell) = \sum_{n=1}^N c_n c_{n+\ell}. \quad (8)$$

Para uma sequência- $m$ ,  $R_c(\ell)$  é dada por [14]

$$R_c(\ell) = \begin{cases} N, & \ell = 0 \\ -1, & 1 \leq \ell \leq N - 1 \end{cases}, \quad (9)$$

cujo gráfico é mostrado na Figura 5, para o caso  $N = 7$ .



**Figura 5 – Gráfico da função de autocorrelação de uma sequência- $m$  com  $N = 7$ .**

Adotando como exemplo o registrador de tamanho  $m = 5$  da Figura 6 [13], obtém-se sequências- $m$  de período  $N = 31$ . No registrador da figura a soma em módulo-2 é realizada por uma função “ou exclusivo” a partir das saídas do segundo e do quinto flip-flops.

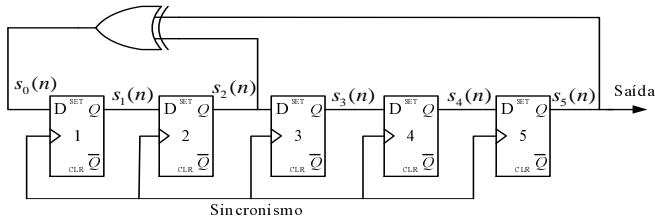


Figura 6 – Registrador com  $m = 5$  flip-flops. [13]

Nesse exemplo, se os estados iniciais são  $s_1 = 1; s_2 = 1; s_3 = 0; s_4 = 1; s_5 = 0$ , um período da sequência criada por este circuito é

$$0101110110001111100110100100001. \quad (10)$$

Considerando que existe um deslocamento circular que depende dos estados iniciais, a sequência gerada por esse circuito será sempre a mesma, a qual atende as propriedades de equilíbrio, das séries e da função de autocorrelação. Porém, são poucos os registradores de deslocamento que apresentam esquemas de realimentação que conseguem gerar sequências- $m$  [13, 14]. Essas sequências apresentam mais uma limitação: valores altos de correlação cruzada entre sequências diferentes [3].

Estes problemas fazem com que as sequências- $m$  não sejam adequadas em certas aplicações, como, por exemplo, o CDMA. Nessa tecnologia cada usuário possui uma sequência pseudoaleatória única para modular o seu sinal em SS, permitindo que o canal seja compartilhado por vários usuários.

Assim, como o número de sequências- $m$  diferentes é baixo, menos usuários podem compartilhar o canal de comunicação. Além disso, valores altos de correlação cruzada fazem com que o sinal SS de um usuário interfira no sinal SS de outro usuário.

Desta forma, outros tipos de sequências pseudoaleatórias devem ser usadas no canal com múltiplos usuários. A alternativa convencional para esse ambiente é o uso das sequências de Gold, as quais usam um par de sequências- $m$  ditas preferenciais para gerar novas sequências pseudoaleatórias com valores baixos de correlação cruzada [13]. No entanto, outras alternativas têm sido estudadas nos últimos anos, sendo uma delas apresentada a seguir.

### 3. SEQUÊNCIAS PSEUDOALEATÓRIAS USANDO CAOS

Um sinal caótico é limitado, determinístico, aperiódico e apresenta Dependência Sensível com as Condições Iniciais (DSCI) [23]. Estas propriedades são interessantes para as Telecomunicações, pois em termos espectrais podem ocupar uma larga faixa de frequências e, devido a aperiodicidade, apresentam valores baixos para a correlação cruzada [18, 21].

A motivação de se usar sinais caóticos apóia-se na simplicidade para a sua geração, pois podem ser criados por regras simples [2, 16, 17]. Isso fez com que surgissem vários trabalhos sobre a sua aplicação em sistemas de espalhamento espectral, cuja idéia básica é a substituição das sequências PN convencionais por sequências caóticas geradas por ma-

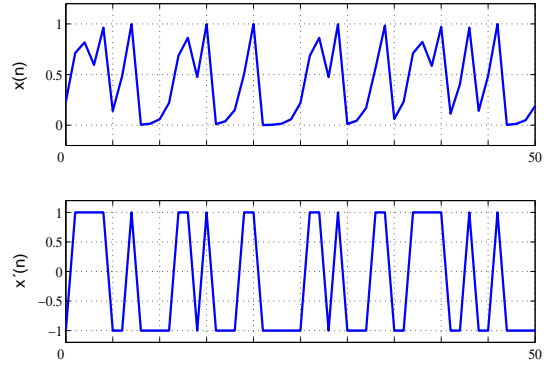


Figura 7 – Sinal caótico: (a)  $x(n)$  com condição inicial  $x(0) = 0.2323$ ; (b) representação digitalizada  $x'(n)$ .

pas não-lineares [2, 15–21, 24].

O primeiro trabalho que discute o uso de caos como sequência PN em DSSS encontra-se em [17]. Nesse trabalho o autor descreve que, para manter a compatibilidade com o DSSS, os sinais caóticos precisam ser digitalizados e mapeados para os valores de  $\pm 1$ .

A partir desse requisito, um gerador de sequências caóticas pode ser implementado usando mapas que produzem órbitas caóticas, bastando-se variar a condição inicial desse mapa para se obter sequências diferentes. Para exemplificar, a Figura 7(a) apresenta uma sequência caótica,  $x(n)$ , gerada a partir do mapa logístico [23]

$$x(n+1) = g_a(x(n)) = ax(n)(1-x(n)) \quad (11)$$

com  $a = 4$ .

Na Figura 7(b) é mostrada a sequência  $x'(n)$ , criada pela digitalização das órbitas de  $x(n)$ . Essa nova sequência obedece o mapeamento

$$x'(n) = \begin{cases} 1, & 0.5 \leq x(n) \leq 1 \\ -1, & 0 \leq x(n) < 0.5 \end{cases} \quad (12)$$

Desta forma,  $x'(n)$  pode ser usada como código de espalhamento. Os pontos dessa nova sequência correspondem aos chips da sequência PN convencional, conforme explicado na Seção 2.1.

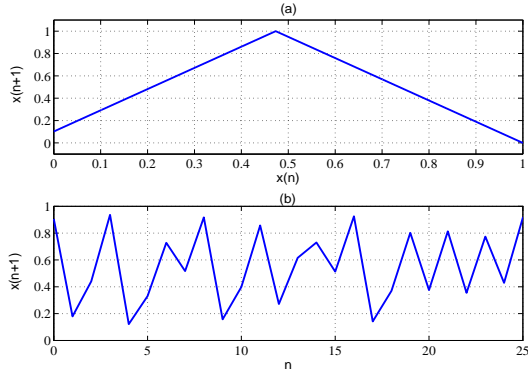
Outro mapa que apresenta comportamento caótico e pode ser usado no DSSS é o mapa tenda inclinada, apresentado na Figura 8 e definido em [25] como

$$x(n+1) = g_t(x(n)) = \begin{cases} m_t x(n) + p, & x(n) < X^t \\ m_t(1-x(n)), & x(n) \geq X^t \end{cases} \quad (13)$$

com  $m_t = 1,9$ ,  $p = 0,1$ ,  $X^t = 9/19$  e  $0 \leq x(0) \leq 1$ .

Para os sinais caóticos serem utilizados em sistemas práticos, independentemente do mapa, deve-se escolher para cada usuário uma condição inicial que apresente valor baixo de correlação cruzada em relação aos demais usuários.

Com objetivo de se identificar boas condições iniciais para este fim, são feitos cálculos de correlação cruzada en-



**Figura 8 – (a) Mapa tenda definido em (13); (b) Trecho de sinal caótico gerado a partir do mapa tenda  $g_t(x(n))$  com condição inicial  $x(0) = \sqrt{2} - 1$ .**

tre duas seqüências caóticas diferentes, iniciadas no intervalo entre 0 e 1 para  $N = 31$ .

Nestes cálculos, a escolha das condições iniciais considera a possibilidade de serem usadas em circuitos eletrônicos reais, ou seja, são  $N$  números entre 0 e 1 que podem ser obtidos por representações binárias. O conjunto utilizado de 31 condições iniciais é

$$x_1(0) = x_2(0) = \{0.0312; 0.0625; \dots; 0.9688; 1\}. \quad (14)$$

A partir dessas condições iniciais, são criados dois grupos com 31 seqüências caóticas diferentes em cada grupo. Depois disso, calcula-se a correlação cruzada de todas as seqüências do primeiro grupo com todas as seqüências do segundo grupo. Sendo  $x_1(n)$  as seqüências caóticas do primeiro agrupamento e  $x_2(n)$  as seqüências do segundo, a função de correlação cruzada utilizada é

$$R_{cz}(\ell) = \sum_{n=1}^N x_1(n)x_2(n + \ell). \quad (15)$$

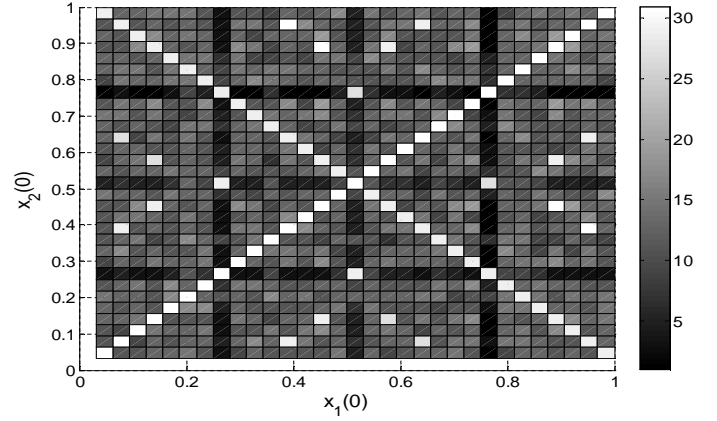
A Figura 9 apresenta os resultados desses cálculos para as seqüências criadas a partir do mapa logístico com o parâmetro  $a = 4$ . Por essa figura percebe-se que, quando as seqüências têm a mesma condição inicial, o valor obtido na correlação é  $N$ , formando uma diagonal com esse valor. Isso acontece porque, neste caso, é como se calculasse a autocorrelação de uma seqüência.

Percebe-se, também, que existem outras combinações que também resultam em  $N$ , mostrando que não são boas escolhas para esta finalidade. No entanto, existem condições iniciais mais favoráveis, pois apresentam valores baixos de correlação cruzada. Por exemplo, as condições iniciais

$$x_1(0) = 0.875 \quad x_2(0) = 0.4375, \quad (16)$$

resultam em correlação cruzada máxima igual a 31, o maior valor possível. Já,

$$x_1(0) = 0.750 \quad x_2(0) = 0.3125, \quad (17)$$



**Figura 9 – Correlação cruzada entre duas seqüências caóticas diferentes,  $x_1(0)$  e  $x_2(0)$  para  $N = 31$ .**

resultam em correlação cruzada máxima igual a 1, o menor valor possível.

Em continuidade a este trabalho, a Figura 9 e os seus resultados deverão ser explorados mais profundamente.

Pelas características das seqüências caóticas apresentadas até este ponto, elas podem ser usadas como código de espalhamento em DSSS, pois possuem propriedades compatíveis com os mecanismos convencionais desse tipo de modulação.

#### 4. ESPALHAMENTO ESPECTRAL USANDO CAOS: SIMULAÇÕES

Nesta seção são apresentados sistemas DSSS operando com seqüências caóticas. São simulados canais com ruído branco AWGN, com múltiplos percursos e com múltiplos usuários, considerando que os mecanismos de codificação e modulação são os mesmos para o DSSS caótico e convencional. A estrutura usada em todas as simulações é a do sistema apresentado na Figura 3.

Para cada canal simulado a mensagem  $b(t)$  é transmitida por quatro sistemas diferentes. No primeiro a mensagem é transmitida sem espalhamento. No segundo, aplica-se uma seqüência- $m$  com  $m = 5$ , cujo período é  $N = 31$ .

Nos dois sistemas restantes, a mensagem é espalhada por sinais caóticos com o mesmo período da seqüência- $m$ . Estes sinais são gerados pelo mapa logístico da Eq. (11) e pelo mapa tenda da Eq. (13). Os parâmetros destes mapas são os mesmos apresentados na Seção 3, mudando-se apenas as condições iniciais em cada simulação.

Por meio da curva de BER e do número de usuários, os sistemas DSSS caóticos são comparados com o modelo convencional de DSSS. Como cada canal possui ruídos e interferências específicas, as curvas de BER são calculadas com base na Relação Sinal Ruído (SNR - *Signal Noise Rate*), definida pela razão entre a energia de cada bit transmitido e a densidade espectral de potência do ruído.

Em cada simulação também é traçada a curva teórica de referência, a qual representa a probabilidade de erro teórica do sistema no canal AWGN, ou seja, é o melhor desempenho que pode ser conseguido em termos de BER. Essa curva é dada por [1]

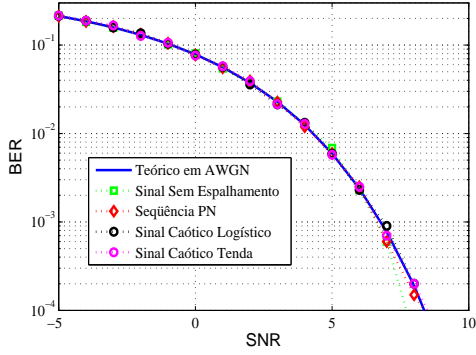


Figura 10 – Sistemas DSSS em canais AWGN.

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right), \quad (18)$$

sendo  $Q(y)$  [1]

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^\infty e^{-x^2/2} dx. \quad (19)$$

Os valores das curvas são apresentados em potências negativas de base 10. Por exemplo, um sistema que apresenta uma taxa de erro de  $10^{-5}$ , erra um bit a cada 100000 bits estimados. Apesar de parecer uma taxa de erro muito boa, em sistemas reais, como o padrão 802.11g do IEEE, ela corresponde ao mínimo necessário [9].

#### 4.1. Canal AWGN

A primeira simulação em termos de BER é feita em um canal AWGN, sendo o resultado apresentado na Figura 10.

Nesses sistemas constata-se que o espalhamento espectral não apresenta ganho em termos de BER. Isso ocorre porque o ruído branco é banda larga e, dessa forma, não tem a sua potência distribuída nos sinais  $r(t)$  dos receptores DSSS. Sendo assim, o SS para este cenário têm apenas a função de ocultar os sinais fazendo-os parecer com ruído.

#### 4.2. Canal com Múltiplos Percursos

O SS expande as suas vantagens quando canais mais críticos são usados na comunicação. Nesta subseção o canal aplicado é com múltiplos percursos, no qual o sinal transmitido sofre reflexões em obstáculos inerentes ao ambiente da comunicação.

Essas reflexões fazem com que parcelas atrasadas do sinal  $m(t)$  cheguem ao receptor com potências diferentes, as quais podem amplificar ou atenuar porções do  $m(t)$  dependendo da defasagem de tempo.

Para simular o sinal  $r(t)$  neste canal, aplica-se ao sinal transmitido  $m(t)$  um filtro que adiciona a  $m(t)$  uma parcela atrasada dele mesmo, gerando assim o sinal  $r(t)$

$$r(t) = m(t) + sm(t - t_0), \quad (20)$$

em que  $s$  é uma constante;  $m(t - t_0) = i(t)$  é o sinal atrasado de  $t_0$  em relação ao sinal original  $m(t)$ . Isso implica que  $r(t)$

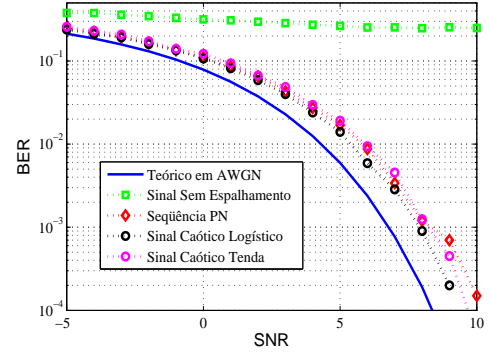


Figura 11 – Sistemas DSSS em canais com múltiplos percursos.

é obtido por meio de uma convolução entre  $m(t)$  e a resposta impulsiva desse filtro. O sinal da constante  $s$  define a fase da resposta em frequência do filtro.

A Figura 11 apresenta os resultados das simulações para este canal. Nesta simulação foram usados os parâmetros  $t_0 = 5$  e  $s = -0.5$ .

Como pode ser visto na figura, o espalhamento de  $b(t)$  fornece ganho em termos de BER no canal com múltiplos percursos. A razão para esse ganho é que os atrasos gerados pelos múltiplos percursos são vistos no receptor como interferências em banda estreita, tendo então a potência distribuída na banda de  $r(t)$ .

No entanto, não são percebidas diferenças entre as seqüências caóticas e convencionais, mostrando que seqüências caóticas podem ser usadas neste ambiente.

#### 4.3. Canal com Múltiplos Usuários

Em sistemas como o CDMA, por exemplo, além do ruído AWGN mais uma interferência está presente no canal de comunicação, a qual é decorrente do compartilhamento desse canal por diversos usuários. Para um usuário em particular, o sinal de outro usuário é uma interferência, pois cada usuário é visto como um sistema DSSS independente.

Para a simulação deste canal, considera-se que cada sistema DSSS possui dois usuários, sendo o sinal  $r_1(t)$  do primeiro usuário o objeto de análise das curvas BER e o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário representa uma interferência para o primeiro. Desta forma, nesta seção o conjunto de interferências  $i(t)$  é o sinal  $r_2(t)$  do segundo usuário.

Para diminuir a interferência entre usuários diferentes, as seqüências de espalhamento devem apresentar baixos valores de correlação cruzada, tal como já discutido anteriormente.

Assim, nas simulações deste canal as seqüências- $m$  são substituídas pelas seqüências de Gold. Para as seqüências caóticas, os dois usuários são simulados iniciando-se os mapas caóticos com duas condições diferentes da Equação (17).

Na Figura 12 é apresentada a curva BER dessa simulação. Por essa figura percebe-se que o espalhamento realizado pela seqüência de Gold e pela seqüência caótica do mapa logístico apresentam resultados semelhantes de um canal AWGN puro. Já o mapa tenda apresenta uma taxa de erro de bit maior, porém ainda melhor se comparada a um sistema sem SS.

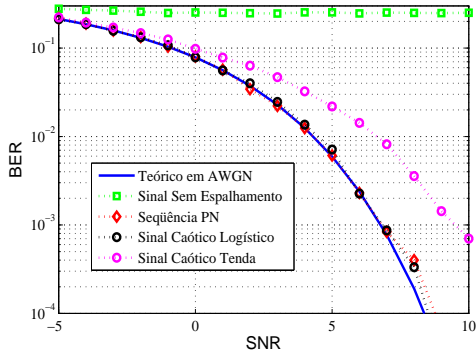


Figura 12 – Curvas BER dos sistemas DSSS em canais com múltiplos usuários.

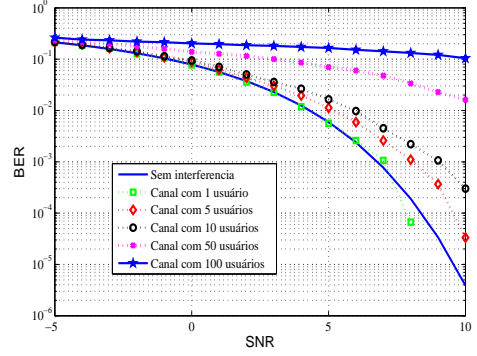


Figura 14 – Curvas BER do sistema DSSS trabalhando com sequência caótica gerada pelo mapa logístico - canal com múltiplos usuários.

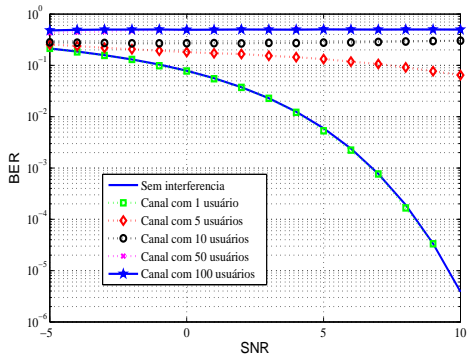


Figura 13 – Curvas BER do sistema DSSS trabalhando com sequência- $m$  - canal com múltiplos usuários.

Os resultados mostrados na Figura 12 estão associados aos valores de correlação cruzada de cada tipo de sequência, mas a correlação cruzada não é o único fator que afeta os resultados das curvas BER deste canal.

Outra característica importante é a potência das interferências, as quais aumentam conforme cresce o número de usuários, fazendo com que a relação sinal-ruído seja atenuada conforme a relação [13]

$$\frac{P_s}{P_i} = \frac{1}{N_u - 1} \quad (21)$$

em que  $P_s$  é a potência do sinal,  $P_i$  é a potência das interferências e  $N_u$  é a quantidade de usuários do canal.

A Figura 13 mostra uma simulação diferente das anteriores, pois nela a curva de BER é obtida variando-se  $P_i$  para  $N_u \in \{1, 5, 10, 50, 100\}$ . Nesta simulação o sinal  $m(t)$  foi espalhado por uma sequência- $m$  com  $m = 5$ .

Percebe-se que o crescimento de usuários, simulado pelo  $N_u$ , afeta de forma significativa o sinal  $r(t)$ , levando o sistema a apresentar uma alta taxa de erro.

Na Figura 14 é simulado o mesmo sistema da Figura 13, mas a sequência- $m$  é substituída por uma sequência caótica gerada a partir do mapa logístico, com as condições iniciais da Equação (17).

Pela figura percebe-se que o sistema trabalhando com a sequência caótica apresenta melhores resultados em termos

de BER. Porém, mais simulações são necessárias antes de se afirmar que as sequências caóticas são melhores neste canal.

A partir dos resultados obtidos até este ponto, conclui-se que as sequências pseudoaleatórias convencionais e as sequências caóticas apresentam comportamentos semelhantes nos sistemas DSSS simulados.

Entretanto, algumas análises permanecem pendentes, tal como identificar a causa da diferença entre os mapas logístico e tenda no canal com múltiplos usuários. Outro ponto para análise é a associação da correlação cruzada com o desempenho de cada tipo de sequência neste mesmo canal de comunicação.

## 5. CONCLUSÕES

A partir da revisão dos conceitos de espalhamento espectral e da geração de sequências pseudoaleatórias convencionais e caóticas, são realizadas simulações mostrando que o espalhamento espectral não agrega vantagens quando o canal de comunicação é AWGN. Entretanto, quando os canais têm múltiplos percursos e múltiplos usuários, o uso do espalhamento espectral diminui a taxa de erro do bit.

Nas simulações feitas neste artigo as sequências caóticas apresentaram desempenho superior no canal com múltiplos usuários. Nos demais canais não são percebidas diferenças entre os dois tipos de sequências analisadas.

Em continuidade a este trabalho, pretende-se expandir os resultados obtidos no canal com múltiplos usuários e identificar um conjunto de condições iniciais que produzam sinais caóticos com baixos valores de correlação cruzada. Além disso, espera-se comparar o custo computacional gasto na geração das sequências convencionais e caóticas.

Se após o término dos estudos for possível chegar-se a conclusão de que uma sequência caótica possui propriedades semelhantes as propriedades das sequências PN convencionais, mas podendo ser geradas de forma mais simples, então será factível propor um modelo caótico para um sistema DSSS de comunicação.

## AGRADECIMENTOS

Fábio Siqueira Netto agradece o apoio financeiro recebido do Mackpesquisa e da CAPES.

## Referências

- [1] Lathi, B. P. *Modern Digital and Analog Communications Systems*. 3rd Edition. New York: Oxford University Press, 1998.
- [2] Li, B. X.; Haykin, S. *A new Pseudo-Noise Generator for Spread Spectrum Communications*. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 5, n. 9-12, p. 3603-3606.
- [3] Proakis, J.G.; Salehi, M. *Contemporary Communication System Using Matlab*. First Edition. Boston: PWS Publishing Company, 2002.
- [4] Simon, M. K.; Omura, J. K.; Scholtz, R. A. Levitt, B. K. *Spread Spectrum Communication Handbook*. Eletronic Edition. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [5] Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.
- [6] Ziemer, R. E. *Fundamentals of Spread Spectrum Modulation*. 1st Edition. United States: Morgan and Claypool, 2007.
- [7] Chien, C. *Digital Radio Systems on a Chip: A Systems Approach*. 1st Edition. New York: Springer, 2001.
- [8] Fazel, L.; Kaiser, S. *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2003.
- [9] IEEE Computer Society *IEEE Standard for Information technology  $\hat{U}$  Telecommunications and information exchange between systems  $\hat{U}$  Local and metropolitan area networks  $\hat{U}$  Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [10] Ipatov, V. P. *Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2005.
- [11] Mock, D. *The Qualcomm Equation: How a Fledgling Telecom Company Forged a New Path to Big Profits and Market Dominance*. 1st Edition. San Diego: AMACOM Div American Mgmt Assn, 2005.
- [12] Muller, N. J. *Desktop Encyclopedia of Telecommunications*. 3th Edition. New York: McGraw-Hill Professional, 2002.
- [13] Haykin, S. *Communication Systems*. 4th Edition. New York : John Wiley and Sons, 2001.
- [14] Proakis, J. G. *Digital Communications*. 4th Edition. United States: McGraw-Hill, 2000.
- [15] Cong, L.; Shaoqian, L. *Chaotic Spreading Sequences with Multiple Access Performance Better Than Random Sequences*. IEEE Transactions On Circuits And Systems: Fundamental Theory And Applications, v. 47, n. 3, p. 394-397.
- [16] Faleiros, A.C.; et al. *Chaotic Signal Generation and Transmission*, in Chaos Applications in Telecommunications. First Edition. Nova York: Taylor and Francis, p. 11-59.
- [17] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *Chaotic Sequences for Spread-Spectrum: An Alternative to PN-Sequences*. IEEE International Conference on Selected Topics in Wireless Communications 25-26, p. 437-440.
- [18] Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Chaos-Based Digital Communication System*. Springer, 2003.
- [19] Mandal, S.; Banerjee, S. *A Chaos-based Spread Spectrum Communication System*. National Conference On Nonlinear Systems and Dynamics.
- [20] Rovatti, R.; Mazzini, G.; Setti, G. *On the Ultimate Limits of Chaos-Based Asynchronous DS-CDMA-I: Basic Definitions and Results*. IEEE Transactions On Circuits And Systems-I: Regular Papers, v. 51, n. 7, p. 1336-1347.
- [21] Tam, W. M.; Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Digital Communication with Chaos*. Elsevier, 2007.
- [22] Torrieri, D. *Principles of Spread Spedtrum Communications Systems*. 1st Edition. Boston: Springer Science, 2005.
- [23] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. *Chaos - an introduction to dynamical systems*. Springer, 1996.
- [24] Heidari-Bateni, G.; McGillem, C. D. *A Chaotic Direct-Sequence Spread-Spectrum Communication System*. IEEE Transactions on Communications, v. 42, n. 2-42, p. 1524-1527.
- [25] Kolumban, G.; Vizvari, B.; Mogel, A.; Schwartz, W. *Chaotic Systems: a Challenge for Measurement and Analysis*. IEEE Instrumentation and Measurement. Technology Conference, v. 2, p. 1396-1401.



# **Apêndice C - Artigo submetido ao SBrT '09**

Artigo submetido ao Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT'09).

# Sequências Pseudoaleatórias Caóticas para Sistemas de Espalhamento Espectral

Fabio Siqueira Netto e Marcio Eisencraft

**Resumo**—O espalhamento espectral é uma técnica de modulação que emprega sequências pseudoaleatórias para aumentar o intervalo de frequências ocupado pelo sinal transmitido. Convencionalmente, utilizam-se registradores de deslocamento para a geração dessas sequências, mas nos últimos anos tem-se estudado a possibilidade delas serem geradas por meio de sinais caóticos. Neste trabalho comparam-se essas alternativas utilizando-se funções de correlação e taxas de erro de bit. Estuda-se, também, a complexidade computacional de ambos os geradores de sequências.

**Palavras-Chave**—espalhamento espectral, sequência pseudoaleatória, sinais caóticos.

**Abstract**—Spread spectrum is a modulation technique that uses pseudo-random sequences to increase the frequency band occupied by the transmitted signal. Conventionally, shift registers are employed to generate these sequences, but their generation using chaotic signals has been studied in recent years. This paper compares these alternatives using correlation functions and bit error rate. The computational complexity of both sequence generators is also addressed.

**Keywords**—spread spectrum, pseudo-random sequence, chaotic signal.

## I. INTRODUÇÃO

O Espalhamento Espectral (SS - *Spread Spectrum*) é uma técnica de modulação que espalha um sinal a ser transmitido numa faixa de frequências mais larga em relação à que seria necessária, usando, para isso, uma sequência binária com características especiais, conhecida como *código de espalhamento* [1], [2], [3].

Atualmente, as diversas variedades de SS são usadas em uma série de aplicações comerciais, como o Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*) e as redes locais sem fio do padrão 802.11 do Instituto dos Engenheiros Elétricos e Eletrônicos (IEEE - *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) [4], [5], [6], [7].

Além dessas aplicações consagradas, o SS pode ser utilizado em novas tecnologias, como sistemas de Banda Ultra Larga (UWB - *Ultra Wide Band*) e o CDMA Banda Larga (WCDMA - *Wideband Code Division Multiple Access*), este último empregado nas redes de terceira geração da telefonia móvel celular [8].

Este trabalho concentra-se no SS por Sequência Direta (DSSS - *Direct Sequence SS*). Neste modo de SS, a mensagem

binária é multiplicada pelo código de espalhamento antes da transmissão, modificando-a no domínio da frequência [1].

Para atingir os objetivos do SS, a sequência binária usada como código de espalhamento apresenta propriedades estatísticas semelhantes às de um sinal aleatório e, por este motivo, essa sequência é conhecida como sequência *pseudoaleatória* (PN- *Pseudo-Noise*) [2].

Convencionalmente, essa sequência é obtida por registradores de deslocamento [2], mas uma alternativa que vem sendo estudada nos últimos anos é o uso de sequências geradas a partir de sinais caóticos [9], [10], [11].

Esses sinais caracterizam-se por serem determinísticos e aperiódicos, propriedades interessantes para a geração de sequências PN. Além disso, sequências caóticas podem ser criadas por regras simples [12], [13], [14], [15], [16].

Neste trabalho, por meio das curvas da Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*), compara-se o desempenho do DSSS baseado em sequências PN convencionais e criadas a partir de sinais caóticos. No entanto, além desta forma tradicional de comparação, também são abordadas outras propriedades dos geradores de sequências pseudoaleatórias.

Uma dessas propriedades é a influência da correlação cruzada no sistema DSSS com múltiplos usuários. Para o modelo convencional esta propriedade é bem dominada, e.g. [1], [2], [17], mas aqui a correlação cruzada é usada para analisar a ortogonalidade das sequências criadas por sinais caóticos, mostrando que o desempenho de um sistema DSSS trabalhando com caos depende da escolha do mapa e das suas condições iniciais.

Além disso, calculam-se as complexidades computacionais desses geradores de sequências PN, procurando-se validar as afirmações encontradas na literatura de que a geração de sequências baseadas em caos tem um custo computacional menor que a geração de sequências convencionais [9], [14].

Desta forma, o objetivo deste trabalho é apresentar a geração de sequências PN criadas a partir de sinais caóticos, assim como comparar o desempenho dos sistemas DSSS a partir das curvas de BER, da correlação cruzada e das complexidades computacionais dos geradores.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: na Seção II são revistas as propriedades básicas das sequências PN convencionais. Na Seção III são descritas as formas de geração de sequências baseadas em caos e as suas propriedades. Na Seção IV são analisadas as complexidades computacionais das gerações dos dois tipos de sequências. Na Seção V são simulados sistemas DSSS usando ambos os tipos de sequências em canais com múltiplos usuários. Por fim, na Seção VI são apresentadas as conclusões deste trabalho.

Fabio Siqueira Netto, Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie e Universidade de São Caetano do Sul, São Paulo, Brasil. E-mail: fabio.siqueira@uscs.edu.br.

Marcio Eisencraft, Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie e Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: marcioft@mackenzie.br.

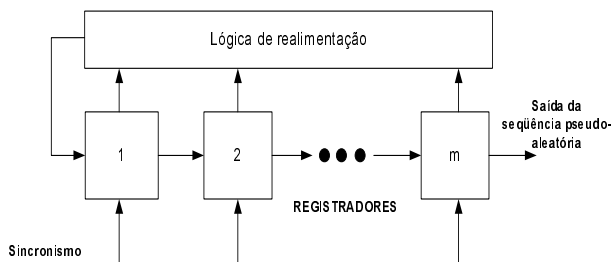


Fig. 1. Registrador de deslocamento linear realimentado constituído por  $m$  flip-flops.

## II. SEQUÊNCIAS PN CONVENCIONAIS

As sequências PN são séries temporais binárias com propriedades estatísticas semelhantes às de uma sequência binária aleatória. Numa estrutura clássica de SS, essas sequências são criadas por um registrador linear de deslocamento, constituído por *flip-flops* [1], [2], [17]. Dentro desse arranjo as saídas de alguns *flip-flops* são somadas em módulo-2 e realimentam a entrada do circuito, conforme pode ser visto na Figura 1.

Sendo  $m$  a quantidade de *flip-flops* usados, o período máximo da sequência gerada é  $2^m$ , que representa todos os estados possíveis do arranjo de *flip-flops*. No entanto, em virtude da soma em módulo-2 da realimentação, não se pode considerar a combinação em que todos os *flip-flops* apresentam o valor “0” em suas saídas, pois, independentemente da lógica de realimentação, esta situação leva o circuito a uma sequência permanente de zeros.

Assim, o período máximo de uma sequência gerada por um registrador com  $m$  *flip-flops* é

$$N = 2^m - 1. \quad (1)$$

Quando o período da sequência criada é exatamente igual a  $N$ , ela recebe o nome de sequência PN de *comprimento máximo*, ou apenas *sequência- $m$*  [17]. As principais propriedades das sequências- $m$  podem ser encontrada em [1], [18].

Essas sequências apresentam limitações: não são todas as lógicas de realimentação que geram sequências com as propriedades de uma sequência- $m$  e, para algumas aplicações, elas apresentam valores altos de correlação cruzada entre sequências diferentes [1], [17].

Estes problemas fazem com que as sequências- $m$  não sejam adequadas em certos canais com múltiplos usuários. Por não haver muitas sequências- $m$  diferentes, menos usuários podem compartilhar o canal de comunicação. Além disto, valores altos de correlação cruzada podem fazer com que o sinal SS de um usuário interfira no sinal SS de outro usuário.

Desta forma, outros tipos de sequências PN devem ser usadas no canal com múltiplos usuários. Dois exemplos de alternativas convencionais para esses cenários são as sequências *de Gold* e as sequências OVSF (*Orthogonal Variable Spreading Factor*), as quais apresentam baixos valores de correlação cruzada [1], [8]. No entanto, outras alternativas têm sido estudadas nos últimos anos, sendo uma delas apresentada a seguir.

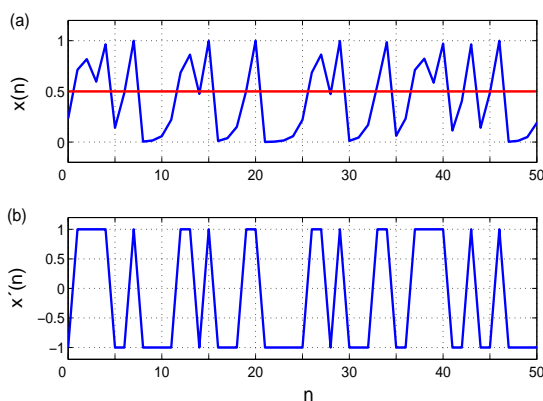


Fig. 2. Sinal caótico: (a)  $x(n)$  com condição inicial  $x(0) = 0.2323$ ; (b) representação digitalizada  $x'(n)$ .

## III. SEQUÊNCIAS PN USANDO CAOS

Um sinal caótico é limitado, determinístico, aperiódico e apresenta Dependência Sensível com as Condições Iniciais (DSCI) [12]. Estas propriedades são interessantes para as Telecomunicações, pois em termos espectrais podem ocupar uma larga faixa de frequências e apresentam valores baixos para a correlação cruzada [13], [15].

A motivação de se usar sinais caóticos apóia-se na simplicidade para a sua geração, pois podem ser criados por regras simples [9], [10], [11]. Essa propriedade fez com que fossem publicados vários trabalhos sobre a sua aplicação em sistemas de espalhamento espectral, cuja idéia básica é a substituição das sequências PN convencionais por sequências geradas a partir de mapas não-lineares [9], [10], [11], [13], [14], [16].

O primeiro trabalho que discute o uso de caos em sequências PN para DSSS foi escrito por Heidari e McGillem [11]. Os autores descrevem que, para manter a compatibilidade com o DSSS, os sinais caóticos precisam ser digitalizados.

A partir desse requisito, um gerador de sinais caóticos digitais pode ser implementado por mapas que produzem órbitas caóticas, bastando-se variar a condição inicial desse mapa para se obter sequências diferentes. Para exemplificar, a Figura 2(a) apresenta uma sequência baseada em caos,  $x(n)$ , gerada a partir do mapa logístico [12]

$$x(n+1) = g_a(x(n)) = ax(n)(1-x(n)) \quad (2)$$

com  $a = 4$ . Note que, para facilitar a visualização, o sinal  $x(n)$  é representado de forma contínua, mas trata-se de um sinal discreto.

A Figura 2(b) mostra a sequência  $x'(n)$ , criada pela digitalização de  $x(n)$ . Essa nova sequência obedece ao mapeamento

$$x'(n) = \begin{cases} 1, & 0.5 \leq x(n) \leq 1 \\ -1, & 0 \leq x(n) < 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

Porém, apenas digitalizar um sinal caótico não o torna uma sequência PN aplicável em DSSS, pois esse tipo de sequência tem de ser periódica. Deve-se, então, definir um período para estas sequências, haja vista que os sinais caóticos são aperiódicos.

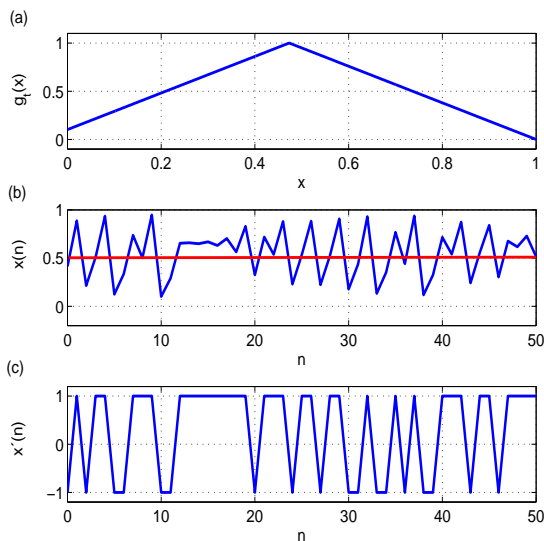


Fig. 3. (a) Mapa tenda inclinada definido em (5); (b) Sinal caótico  $x(n)$  gerado a partir do mapa tenda inclinada  $g_t(x)$  com condição inicial  $x(0) = \sqrt{2} - 1$ ; (c) representação digitalizada  $x'(n)$ , com o mesmo mapeamento definido em (3).

Aqui, tal periodicidade é conseguida a partir da digitalização de amostras do sinal caótico original, criando-se uma sequência finita que é repetida no decorrer do tempo para torná-la periódica. Para manter a compatibilidade com o modelo convencional, neste trabalho o período das sequências baseadas em caos também é expresso por  $N$ .

Por exemplo, se o período de  $x'(n)$  da Figura 2(b) é definido como  $N = 10$ , pode-se digitalizar as 10 primeiras órbitas de  $x(n)$  da Figura 2(a) para formar a sequência

$$-1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, \quad (4)$$

que deve ser repetida no decorrer do tempo. Para ajustar esse período, basta digitalizar mais ou menos amostras de  $x(n)$ . Neste trabalho, para diferenciar esta sequência da gerada pela forma convencional, utiliza-se o termo *sequência caótica*.

Outro mapa que pode apresentar comportamento caótico e ser usado no DSSS é o mapa tenda inclinada, mostrado na Figura 3(a) e definido em [19] como

$$x(n+1) = g_t(x(n)) = \begin{cases} m_t x(n) + p, & x(n) < X^t \\ m_t(1 - x(n)), & x(n) \geq X^t \end{cases} \quad (5)$$

com  $m_t = 1.9$ ,  $p = 0.1$ ,  $X^t = 9/19$  e  $0 \leq x(0) \leq 1$ .

Assim como a Figura 2 do mapa logístico, nas Figuras 3(b) e 3(c) estão, respectivamente, o sinal caótico  $x(n)$  gerado por este mapa tenda e sua representação digitalizada  $x'(n)$ .

Independentemente do mapa, para que os sinais caóticos possam ser utilizados em sistemas DSSS práticos, como o CDMA, deve-se escolher condições iniciais que gerem sequências caóticas que apresentam valores baixos de correlação cruzada entre elas.

Porém, neste ponto surge um problema: os mapas podem ser iniciados por qualquer número real, existindo, assim, infinitos valores que podem ser usados como condição inicial.

Com o objetivo de identificar condições iniciais que possam gerar sequências caóticas ortogonais, são feitos cálculos de correlação cruzada máxima entre essas sequências com o período  $N = 31$ , tanto para o mapa logístico da Eq. (2) quanto para o mapa tenda da Eq. (5).

São criadas 64 sequências diferentes, cujas condições iniciais são distribuídas no intervalo entre 0 e 1 em múltiplos de  $2^{-6}$ . Este critério é adotado porque considera a possibilidade dessas condições iniciais serem usadas em circuitos eletrônicos reais, pois são representações binárias finitas de 6 bits. Assim, o conjunto de condições iniciais utilizado é

$$\{x_1(0); x_2(0)\} \subset \{0.0156; 0.0312; \dots; 0.9844; 1\}. \quad (6)$$

As 64 sequências criadas a partir dessas condições iniciais são colocadas em dois grupos idênticos. Depois, calcula-se a correlação cruzada máxima de todas as sequências do primeiro grupo com todas as sequências do segundo grupo.

Sendo  $x_1(n)$  as sequências do primeiro agrupamento e  $x_2(n)$  as sequências do segundo, a função de correlação cruzada utilizada é [1]

$$R_{x_1 x_2}(\ell) = \sum_{n=1}^N x_1(n) x_2(n + \ell). \quad (7)$$

A Figura 4 apresenta as correlações cruzadas máximas obtidas. Pela figura percebe-se que, quando as sequências têm a mesma condição inicial, o valor obtido na correlação é  $N$ , formando uma diagonal com esse valor, pois é como se calculasse a autocorrelação de uma sequência.

Percebe-se, também, que existem outras combinações que também resultam em  $N$ , mostrando que não são boas escolhas para serem usadas em DSSS. No entanto, existem condições iniciais mais favoráveis, pois criam sequências que apresentam valores baixos de correlação cruzada.

Por exemplo, considerando os cálculos para o mapa logístico da Figura 4, as condições iniciais

$$x_1(0) = 0.4375 \quad x_2(0) = 0.8750, \quad (8)$$

resultam em correlação cruzada máxima igual a 31, o maior valor possível. Já,

$$x_1(0) = 0.3125 \quad x_2(0) = 0.7500, \quad (9)$$

resultam em correlação cruzada máxima igual a 1, o menor valor possível. Os valores das correlações cruzadas das sequências criadas a partir das condições iniciais das Eqs. (8) e (9) estão em destaque nas Figura 4.

Assim, pelas características das sequências baseadas em caos apresentadas até este ponto, elas podem ser usadas como código de espalhamento em DSSS, pois possuem propriedades compatíveis com os modelos convencionais deste tipo de modulação.

#### IV. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL: GERAÇÃO DAS SEQUÊNCIAS

Alguns trabalhos citam que um gerador de sequências PN criadas por sinais caóticos tem um custo computacional menor

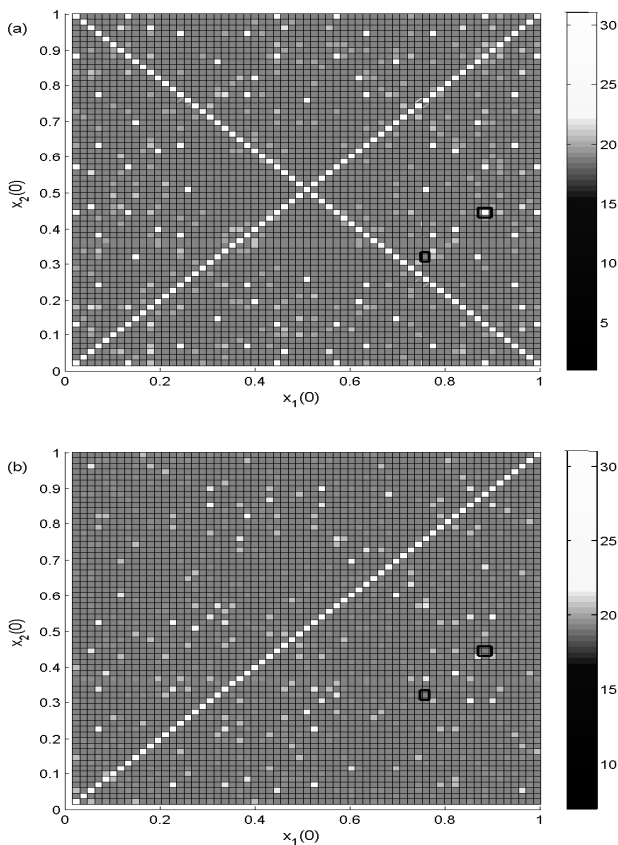


Fig. 4. Correlação cruzada máxima entre seqüências criadas a partir do mapa logístico (a) e tenda (b). Condições iniciais  $x_1(0)$  e  $x_2(0)$  para  $N = 31$ . Destaques para as correlações cruzadas máximas obtidas a partir das condições iniciais mostradas em (8) e (9).

se comparado ao gerador convencional dessas seqüências [9], [14], [10]. Nesta seção procura-se validar numericamente tal afirmação.

O tempo necessário para a geração das seqüências está diretamente ligado aos ambientes da máquina e dos programas nos quais o gerador é implementado. Em virtude dessa dependência, neste trabalho a eficiência na produção de seqüências é analisada em termos da *complexidade computacional* dos algoritmos geradores. Esta ferramenta fornece uma metodologia para a análise dos algoritmos que é independente do ambiente [20].

A complexidade computacional mede o número de passos necessários para a resolução de um problema computacional, tornando possível a comparação dos desempenhos de algoritmos diferentes usados para solucionar um mesmo problema.

Nesta técnica, o tempo de execução do algoritmo é dado por uma função de complexidade  $c.f(e)$ , onde “e” representa o tamanho dos dados de entrada do algoritmo, ou seja, corresponde ao volume de informações que o algoritmo tem de processar para resolver o problema. A constante “c” depende do ambiente onde o algoritmo é executado e está associada, por exemplo, ao poder de processamento e a capacidade de memória de uma determinada máquina [21].

O método para a análise da complexidade usado neste trabalho é o *Modelo de Knuth*, que não contabiliza todos

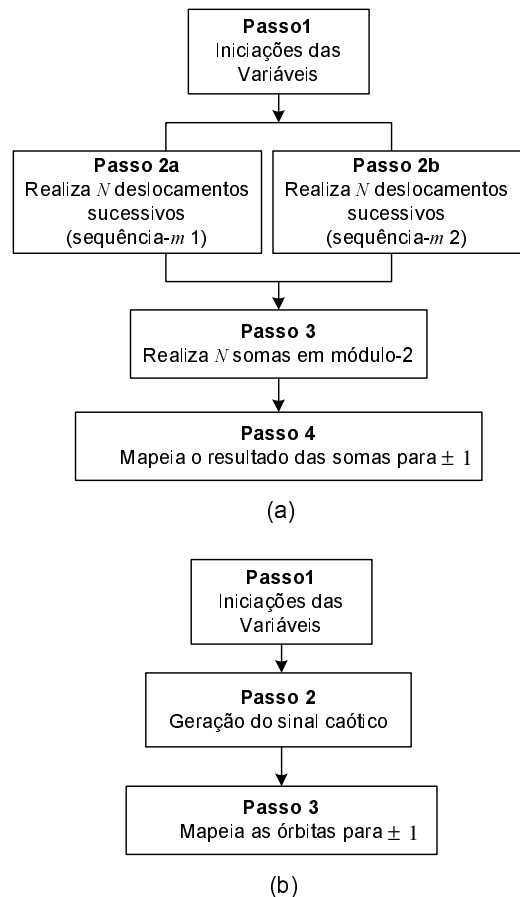


Fig. 5. Fluxogramas das gerações de seqüências PN: (a) gerador de seqüências de Gold; (b) gerador de seqüências caóticas do mapa logístico.

os passos do algoritmo. Ele apenas considera os mais significativos em termos de tempo de processamento, como laços de repetição e instruções condicionais, desprezando operações básicas, como cálculos aritméticos e operações de atribuição [22].

A partir destes conceitos, para permitir o cálculo da complexidade são montados pseudocódigos que correspondem aos algoritmos dos geradores de seqüências. Por simplicidade, neste trabalho os pseudocódigos são representados por fluxogramas, os quais são mostrados na Figura 5.

O algoritmo gerador de seqüências de Gold apresentado na Figura 5(a) é iniciado por uma variável  $m$ , que representa o número de *flip-flops* de uma seqüência- $m$ . A partir dessa variável, calcula-se o período utilizando a Eq. (1) e, após esse ponto, criam-se duas seqüências- $m$ ,  $m_1$  e  $m_2$ , que são somadas em módulo-2. O resultado dessa soma é mapeado para

$$\begin{cases} 1, & m_1 \oplus m_2 = 1 \\ -1, & m_1 \oplus m_2 = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

obtendo-se, assim, uma seqüência de Gold após  $N$  somas.

Como a complexidade é uma função das entradas, e neste trabalho as operações básicas são desconsideradas, a complexidade computacional do algoritmo gerador de seqüências de Gold é

$$f(m)_{Gold} = 2^m - 1, \quad (11)$$

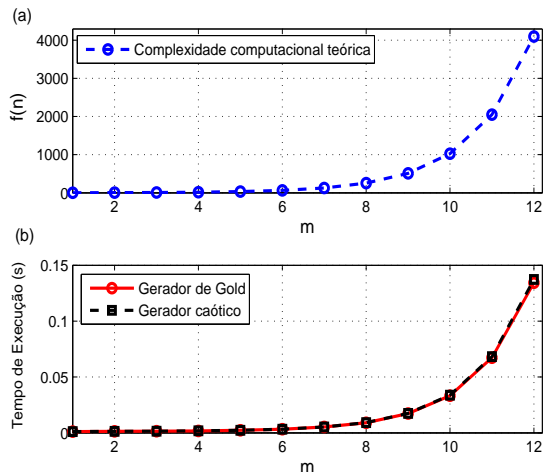


Fig. 6. (a) Complexidade computacional teórica apresentada nas Eqs. (11) e (12); (b) Tempos de execução dos algoritmos geradores de seqüências, considerando a média de 10 amostras para cada valor de  $m$ .

pois as operações são executadas  $2^m - 1$  vezes.

Na Figura 5(b) encontra-se o fluxograma que representa o algoritmo gerador de seqüências criadas pelo mapa logístico. Neste algoritmo, as órbitas do sinal caótico são calculadas pela Equação (2) e digitalizadas obedecendo o mapeamento definido em (3).

Assim, a complexidade do gerador de seqüências PN criadas a partir desse mapa é

$$f(m)_{Caos} = 2^m - 1, \quad (12)$$

pois os cálculos das órbitas são executados  $2^m - 1$  vezes.

O período dessa seqüência é  $N$ , calculado pela Equação (1) a partir de uma entrada  $m$  qualquer. Apesar desta entrada  $m$  não ter relação com a variável  $m$  do gerador de seqüências de Gold, ambas são usadas para a definição do período das seqüências e o controle da execução dos algoritmos, permitindo que seja adotado um padrão para esta comparação.

Como pode ser visto nas Equações (11) e (12), a complexidade dos dois geradores são da mesma ordem, pois ambas são definidas a partir do tamanho de  $m$ .

A Figura 6 apresenta a comparação entre a complexidade teórica das Equações (11) e (12) e a simulação numa máquina real, considerando  $1 \leq m \leq 12$ . Com este intervalo de  $m$ , é possível avaliar a complexidade de seqüências PN com períodos de até  $N = 4096$ .

A máquina usada na simulação possui um processador de núcleo duplo que trabalha em 2.8 GHz com memória física volátil de 1GB. O sistema operacional é o Windows Vista de 32 bits e o programa utilizado para simular os geradores é o Matlab2007. Por meio da Figura 6, constata-se que as complexidades calculadas são compatíveis com as simulações.

A partir dos resultados obtidos nesta seção, não foi possível validar a afirmação de que a complexidade do algoritmo gerador de seqüências caóticas é menor que a complexidade dos geradores de seqüências convencionais [9], [14].

No entanto, as complexidades analisadas neste trabalho estão limitadas aos geradores aqui apresentados. Fica pendente

a complexidade de outros algoritmos que podem gerar sinais caóticos. Da mesma forma, também devem ser analisadas as outras formas convencionais de geração de seqüências usadas em DSSS, tal qual a seqüência Ortogonal com Fator de Espalhamento Variável (OVSF - *Orthogonal Variable Spreading Factor*) usada nos sistemas WCDMA.

## V. ESPALHAMENTO ESPECTRAL USANDO CAOS: SIMULAÇÕES

Nesta seção são feitas simulações com seqüências de Gold e caóticas com períodos  $N = 31$ . O canal simulado é com múltiplos usuários e os resultados são apresentados por meio das curvas de BER. As seqüências baseadas em caos são geradas pelo mapa logístico da Eq. (2) e pelo mapa tenda da Eq. (5), permanecendo os mesmos parâmetros já apresentados na Seção III.

Nas simulações é traçada a curva teórica de referência de um sistema PSK em canal AWGN dada por [1]

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right), \quad (13)$$

sendo  $Q(y)$  [1]

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^\infty e^{-x^2/2} dx. \quad (14)$$

Em um canal deste tipo o sinal de um usuário é percebido como uma interferência no receptor de outro usuário. Assim, nestas simulações considera-se que cada sistema DSSS possui dois usuários, sendo o sinal do primeiro o objeto de análise das curvas de BER e o sinal do segundo usuário é uma interferência para o primeiro. A Figura 7 apresenta a curva de BER dessa simulação.

Nessa figura, os sinais caóticos são criados com as duas condições da Eq. (9). Por meio das curvas constata-se que o espalhamento realizado pela seqüência de Gold e pela seqüência caótica do mapa logístico apresentam resultados semelhantes ao canal AWGN, pois estão juntos a curva teórica. Já a seqüência criada a partir do mapa tenda apresenta uma taxa de erro de bit maior, porém ainda melhor se comparada a um sistema sem SS.

Estes resultados estão associados aos valores de correlação cruzada de cada tipo de seqüência. Nesta simulação,  $R_{x_1x_2}$  das seqüências de Gold, caótica do mapa logístico e caótica do mapa tenda são, respectivamente, 1, 1 e 10, justificando as diferenças apresentadas pelas curvas.

Se, por exemplo, os mapas logístico e tenda inclinada são iniciados com as condições da Eq. (8), as correlações cruzadas obtidas são 9 para o mapa logístico e 10 para o mapa tenda, aproximando as curvas de BER dos sistemas DSSS caóticos, conforme pode ser visto na Figura 8.

A partir dos resultados obtidos até este ponto, conclui-se que as seqüências PN convencionais e as seqüências caóticas apresentam comportamentos semelhantes nos sistemas DSSS simulados. Nesta seção, constata-se que o mapa e a sua condição inicial realmente determinam o desempenho de um sistema DSSS que trabalha com seqüências de espalhamento baseadas em caos.

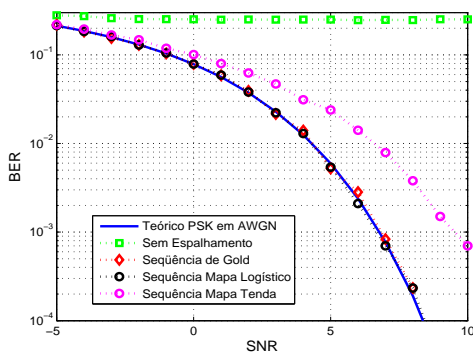


Fig. 7. Canal com múltiplos usuários:  $N = 31$  e mapas iniciados com valores da Eq. (9).

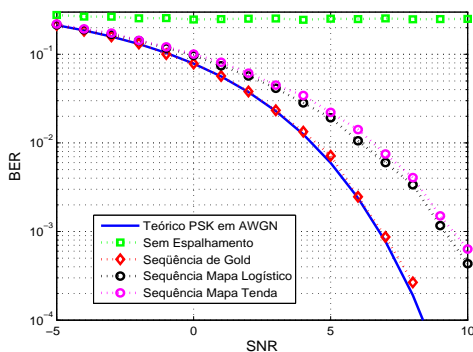


Fig. 8. Canal com múltiplos usuários:  $N = 31$  e mapas iniciados com valores da Eq. (8).

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho são feitas comparações entre as sequências PN convencionais e caóticas por meio das curvas de BER, da correlação cruzada e da complexidade computacional dos respectivos geradores de sequências. Também é apresentada a geração de sequências criadas a partir de sinais caóticos e as suas propriedades.

Nessas comparações, percebe-se que uma diferença significativa entre as duas alternativas é a forma como se aumenta o período de uma sequência PN, pois para o modelo convencional é necessário o acréscimo de *flip-flops*, enquanto que para uma sequência caótica basta a digitalização de mais amostras.

Além disto, como os mapas podem ser iniciados por qualquer número real, gerar sequências PN diferentes é mais simples, bastando-se variar a condição inicial para se obter sequências distintas. No entanto, não se pode considerar que exista um número infinito de sequências caóticas, pois se mostrou que a escolha do mapa e das condições iniciais interferem no desempenho de um sistema DSSS.

Não foi possível validar as afirmações de que a complexidade computacional dos geradores de sequências caóticas é menor se comparada a geração das sequências convencionais. Porém, existem outras formas de geração de ambas as sequências, cujos cálculos de complexidade ficam pendentes para trabalhos futuros.

Nas simulações de sistemas DSSS, as sequências conven-

cionais e baseadas em caos apresentaram comportamentos equivalentes, mostrando que sequências criadas por sinais caóticos podem ser empregadas neste sistema de comunicação.

## AGRADECIMENTOS

Fábio Siqueira Netto agradece o apoio financeiro recebido do Mackpesquisa, da CAPES e da USCS.

## REFERÊNCIAS

- [1] Haykin, S. *Communication Systems*. 4th Edition. New York : John Wiley and Sons, 2001.
- [2] Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.
- [3] Simon, M. K.; Omura, J. K.; Scholtz, R. A. Levitt, B. K. *Spread Spectrum Communication Handbook*. Eletronic Edition. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [4] Chien, C. *Digital Radio Systems on a Chip: A Systems Approach*. 1st Edition. New York: Springer, 2001.
- [5] Fazel, L.; Kaiser, S. *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2003.
- [6] IEEE Computer Society *IEEE Standard for Information technology. Telecommunications and information exchange between systems. Local and metropolitan area networks. Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2007.
- [7] Ipatov, V. P. *Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications*. 1st Edition. England: John Wiley and Sons, 2005.
- [8] Assaad, M.; Zeghlache, D. *TCP Performance over UMTS-HSDPA Systems*. 1st Edition. Boca Raton: Taylor and Francis, 2007.
- [9] Li, B. X.; Haykin, S. A *new Pseudo-Noise Generator for Spread Spectrum Communications*. IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing, v. 5, n. 9-12, p. 3603-3606. 1995.
- [10] Faleiros, A.C.; et al. *Chaotic Signal Generation and Transmission*, in Chaos Applications in Telecommunications. First Edition. Nova York: Taylor and Francis, p. 11-59. 2007.
- [11] Heidari-Batani, G.; McGillem, C. D. *Chaotic Sequences for Spread-Spectrum: An Alternative to PN-Sequences*. IEEE International Conference on Selected Topics in Wireless Communications 25-26, p. 437-440. 1992.
- [12] Alligood, K. T.; Sauer, T. D.; Yorke, J. A. *Chaos - an introduction to dynamical systems*. Springer, 1996.
- [13] Lau, F. C. M.; Tse, C. K. *Chaos-Based Digital Communication System*. Springer, 2003.
- [14] Rovatti, R.; Mazzini, G.; Setti, G. *On the Ultimate Limits of Chaos-Based Asynchronous DS-CDMA-I: Basic Definitions and Results*. IEEE Transactions On Circuits And Systems-I: Regular Papers, v. 51, n. 7, p. 1336-1347. 2004.
- [15] Kato, D. M.; Eisenkraft, M. *Caracterização Espectral de Sinais Caóticos: Resultados Analíticos*. SBrt - XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações. Rio de Janeiro, 2008.
- [16] Netto, F. S.; Eisenkraft, M. *Sequências Pseudoaleatórias Usando Caos para Sistemas de Espalhamento Espectral*. DINCON'09 - 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications. Bauru, 2009.
- [17] Proakis, J.G.; Salehi, M. *Contemporary Communication System Using Matlab*. First Edition. Boston: PWS Publishing Company, 2002.
- [18] Torrieri, D. *Principles of Spread Spedtrum Communications Systems*. 1st Edition. Boston: Springer Science, 2005.
- [19] Kolumban, G.; Vizvari, B.; Mogel, A.; Schwartz, W. *Chaotic Systems: a Challenge for Measurement and Analysis*. IEEE Instrumentation and Measurement. Technology Conference, v. 2, p. 1396-1401. 1996.
- [20] Goodrich, M. T.; Tamassia, R. *Projeto de Algoritmos. Fundamentos, Análises e Exemplos*. Bookman, 2004.
- [21] Cormen, T. H.; Leiserson, C. E.; Rivest, R. L.; Stein, C. *Algoritmos, Teoria e Prática*. Campus, 2002.
- [22] Brookshear, J. G. *Ciência da Computação: Uma Visão Abrangente*. Bookman, 2001.