

Sobre o desempenho em canal com ruído de um sistema de comunicação baseado em caos

Greta Augat Abib e Marcio Eisenkraft

Resumo— Nas últimas décadas, muitos trabalhos descrevendo sistemas de comunicação baseados em sinais caóticos foram publicados. Porém, o comportamento destes sistemas sob condições não ideais ainda precisa de mais investigação. Neste trabalho é avaliado o desempenho em termos de taxa de erro de bit de um sistema de comunicação binário, baseado no método de sincronização de Wu e Chua, quando adiciona-se ruído branco gaussiano ao sinal transmitido. As simulações foram realizadas utilizando-se diferentes mapas. Mostra-se numericamente que, escolhendo-se de forma adequada a função de codificação, pode-se chegar a taxas de erro de bit próximas das dos sistemas convencionais.

Palavras-Chave— Caos, sincronismo, sistema de comunicação digital, mapas, ruído.

Abstract— In recent decades, many papers describing communication systems based on chaotic signals have been published. However, their performance under nonideal conditions needs further investigation. This work evaluates the performance in terms of Bit Error Rate (BER) of a binary communication system, based on Wu and Chua's synchronization method, when white gaussian noise is added to the transmitted signal. The simulations are performed using different maps. We numerically show that, if the coding function is adequately chosen, it is possible to obtain BER values close to the ones for conventional systems.

Keywords— Chaos, synchronization, digital communication system, maps, noise.

I. INTRODUÇÃO

Um sinal caótico é determinístico, aperiódico, limitado em amplitude e apresenta dependência sensível às condições iniciais [1], [2]. Esta última característica significa que se o sistema que o gerou for iniciado com uma condição ligeiramente diferente, o sinal obtido pode apresentar valores completamente distintos do sinal anterior após um curto tempo [1], [2].

Existe um grande número de áreas desenvolvendo pesquisas envolvendo sinais caóticos, entre elas a Engenharia de Telecomunicações. Com o aparecimento frequente de novos desafios e aplicações nessa área, estudar novas técnicas e ideias que não se enquadram nos sistemas comerciais atuais é relevante como objeto de pesquisa. Como exemplos de aplicações em que recentemente vêm-se estudando o emprego de sinais caóticos podem-se citar: geração de sequências pseudoaleatórias para Acesso Múltiplo por Divisão de Código (CDMA - *Code Division Multiple Access*) [3], comunicações ópticas [4], rede de satélites [5] e modelagem de dispositivos [6], [7], entre muitas outras [8].

G. A. Abib e M. Eisenkraft, Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do ABC - UFABC, Santo André, Brasil, e-mails: greta.abib@ufabc.edu.br, marcioft3@gmail.com.

Por um lado, esses sinais mostram-se adequados para a utilização em aplicações que requerem segurança, devido à sua dificuldade de predição e a serem confundíveis com o ruído no canal [9]. Os sinais caóticos têm sido propostos como transmissores de informação em banda larga com o potencial de proporcionar um elevado nível de robustez e de privacidade na transmissão de dados. Por exemplo, em [4] descreve-se um sistema de comunicação ótica prático de alta velocidade usando a sincronização de sinais caóticos em um canal de fibra ótica comercial.

Por outro lado, os sistemas baseados em caos que dependem do sincronismo caótico apresentam, em geral, fraco desempenho em termos de Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) quando as condições de canal não são ideais [10]. Além disso, é necessário que haja compatibilidade entre os sistemas de comunicação baseados em caos e os convencionais [9]. Assim, parece haver um longo caminho de pesquisas a serem realizadas antes de os sistemas de comunicação baseados em caos tenham reais condições de serem utilizados na prática.

No presente artigo, analisa-se numericamente o sistema de comunicação baseado em caos de Wu e Chua [11], em sua versão para tempo discreto, proposta em [12]. Nesse sistema, a mensagem é misturada a uma variável de estado do sistema transmissor, por meio de uma função de codificação inversível. O resultado dessa mistura é o sinal transmitido, que também é realimentado no transmissor. Considera-se que o canal de comunicação introduz Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) ao sinal transmitido.

Utiliza-se aqui uma função de codificação diferente da utilizada pelos autores em [13]. Essa nova função de codificação permite controlar a mistura entre o sinal caótico e o sinal de informação.

Este artigo está dividido da seguinte forma: na Seção II, o sistema de comunicação digital estudado é sucintamente descrito. Na Seção III, são detalhados os mapas utilizados. A seguir, na Seção IV, são apresentados os resultados de simulação obtidos e finalmente, na Seção V, são traçadas algumas conclusões e propostas de trabalhos futuros.

II. O SISTEMA DE COMUNICAÇÃO EMPREGADO

Nesta seção, descreve-se o sistema de comunicação estudado, que é baseado no método de sincronização mestre-escravo de Wu e Chua [11], adaptado para sistemas de tempo discreto em [12].

Considere-se um sistema *mestre* que possa ser expresso como

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)), \quad (1)$$

e um sistema *escravo*, que é dependente de $\mathbf{x}(n)$, e pode ser escrito como

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\mathbf{x}(n)), \quad (2)$$

em que $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\{\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n)\} \subset \mathbb{R}^K$, $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_k(n)]^T$ e $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_k(n)]^T$. A matriz $\mathbf{A}_{K \times K}$ e o vetor $\mathbf{b}_{K \times 1}$ são constantes. A função $\mathbf{f}(\cdot)$ de $\mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^K$ é não linear em geral.

Os sistemas mestre e escravo *sincronizam-se completamente* quando o erro de sincronismo, $\mathbf{e}(n) \triangleq \mathbf{y}(n) - \mathbf{x}(n)$ tende a zero com a evolução de n , ou seja $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{e}(n) = \mathbf{0}$. Utilizando-se as Eqs. (1) e (2), obtém-se que

$$\mathbf{e}(n+1) = \mathbf{y}(n+1) - \mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}(\mathbf{y}(n) - \mathbf{x}(n)) = \mathbf{A}\mathbf{e}(n). \quad (3)$$

Assim, para que ocorra o sincronismo, basta que os autovalores λ_i de \mathbf{A} satisfaçam [12]

$$|\lambda_i| < 1, \quad 1 \leq i \leq K. \quad (4)$$

Um sistema de comunicação baseado nas Eqs. (1) - (2) foi proposto em [12], considerando-se que $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [f(x_1(n)), 0, \dots, 0]^T$. Nesse sistema, a mensagem a ser transmitida $m(n)$ é codificada pelo sinal $x_1(n)$ por meio de uma função de codificação inversível $c(\cdot, \cdot)$. Assim, o sinal transmitido é $s(n) = c(x_1(n), m(n))$. Esse sinal é realimentado no mestre no lugar de $x_1(n)$.

O sistema de comunicação descrito é representado pelo diagrama de blocos da Figura 1.

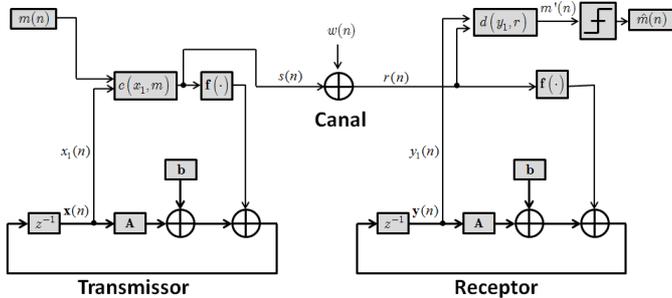


Fig. 1. Sistema de comunicação utilizado: diagrama de blocos

As equações que governam esse sistema como um todo assumem a mesma forma das Eqs. (1) e (2), sendo a única diferença os argumentos de $\mathbf{f}(\cdot)$:

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)), \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{y}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(r(n)), \quad (6)$$

em que $r(n)$ representa o sinal entregue na entrada do receptor, isto é $r(n) = s(n) + w(n)$, sendo que $w(n)$ é o ruído adicionado no canal, modelado como AWGN.

A mensagem recuperada $m'(n)$ é decodificada no escravo por $m'(n) = d(y_1(n), r(n))$, sendo $d(\cdot, \cdot)$ a inversa de $c(\cdot, \cdot)$ com relação à segunda variável.

Para um canal ideal, isto é, sem presença de ruído, $s(n) = r(n)$ e pode-se escrever as Eqs. (5) e (6) como

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)), \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)). \quad (8)$$

A dinâmica do erro é dada novamente pela Eq. (3) e, caso a Condição (4) seja satisfeita, $\mathbf{y}(n) \rightarrow \mathbf{x}(n)$, e, em particular, $y_1(n) \rightarrow x_1(n)$. Assim, tem-se que

$$m'(n) = d(y_1(n), s(n)) \rightarrow d(x_1(n), s(n)) = m(n). \quad (9)$$

Portanto, quando os parâmetros do receptor e do transmissor são iguais e utiliza-se um canal de comunicação ideal, a mensagem $m(n)$ pode ser recuperada perfeitamente no receptor. Porém, quando adicionado ruído ao canal, têm-se $s(n) \neq r(n)$ e a recuperação da mensagem enviada pode apresentar erros.

Considerou-se a função de codificação e decodificação c, d calculada para cada n por

$$\begin{cases} s = c(x_1, m) = (1 - \gamma) \cdot x_1 + \gamma \cdot m \\ m' = d(y_1, r) = (r - (1 - \gamma) \cdot y_1) / \gamma \end{cases}, \quad (10)$$

sendo γ uma constante com $0 \leq \gamma \leq 1$. Quando γ assume valores próximos a 1, menor é a influência da componente caótica no sinal transmitido e esse é mais parecido com a mensagem. Quando γ assume valores próximos a 0, maior é a influência da componente caótica no sinal transmitido e esse não se assemelha mais à mensagem. Essa função é uma versão mais geral da mistura usualmente considerada em trabalhos anteriores em que considera-se γ fixo e pequeno ($\gamma = 0.01$ em [12] e $\gamma = 0.001$ em [13]).

Para facilitar a comparação com sistemas convencionais em termos de BER, tomou-se $m(n) = \pm 1$ para cada n , de modo que essa mensagem representa o equivalente passa-baixas de tempo discreto de um sinal binário polar [14]. Os símbolos foram considerados equiprováveis.

Acrescentou-se um decisor no receptor descrito em [12], como mostrado na Figura 1, para se obter uma estimativa binária $\hat{m}(n)$ da mensagem transmitida. Para cada n , caso $m'(n) > 0$, a decisão é $\hat{m}(n) = +1$ e $m'(n) < 0$, a decisão é $\hat{m}(n) = -1$.

Para efeito de comparação com os sistemas convencionais, é considerado o envio direto do sinal $m(n)$ pelo canal, ou seja $s(n) = m(n)$. Esse caso é chamado aqui de *sem caos*. Definindo-se a Relação Sinal Ruído (SNR, *Signal to Noise Ratio*) como a energia média por bit dividida pela densidade espectral de potência do AWGN, pode-se mostrar que, para esse caso, obtém-se [14]:

$$\text{BER} = Q(\sqrt{\text{SNR}}) \quad (11)$$

sendo [14]:

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^\infty e^{-x^2/2} dx. \quad (12)$$

III. MAPAS UTILIZADOS

Nesta seção apresentam-se os mapas utilizados nas simulações. Escolheram-se mapas clássicos de diferentes dimensões de forma a testar a influência desta escolha no desempenho em termos de BER. Os mapas utilizados devem satisfazer os seguintes pré-requisitos:

- 1) devem gerar sinais caóticos. Os mapas escolhidos satisfazem essa condição [15], [2], [1].

- 2) deve ser possível reescrevê-los na forma da Eq. (1).
- 3) devem levar ao sincronismo mestre-escravo das Eqs (1) e (2). Para isso, os autovalores da matriz \mathbf{A} associada devem satisfazer a Desigualdade (4).

A. Mapa Quadrático

O mapa quadrático unidimensional, uma modificação do mapa logístico [1], é dado por

$$x_1(n+1) = -2x_1^2(n) + 1, \quad (13)$$

com $x_1(0) \in [-1, 1]$. Esse mapa pode ser escrito na forma da Eq. (1) com $K = 1$, $\mathbf{A} = 0$, $\mathbf{b} = 1$ e $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [-2x_1^2(n)]$. Assim, para este sistema, o autovalor da matriz \mathbf{A} é $\lambda_1 = 0$ e ele satisfaz a condição da Desigualdade (4). Portanto, um sistema mestre-escravo formado usando esse mapa, atinge o sincronismo.

B. Mapa Tenda Inclinada

O mapa tenda inclinada é composto por dois trechos lineares, com inclinações de sinais diferentes [16], [17]. Eles se encontram em um ponto que determina o pico da tenda. A abscissa α desse ponto é o parâmetro que define um mapa na família. Assim, os mapas da família tenda inclinada são definidos por:

$$x_1(n+1) = f_I(x_1(n)) = \begin{cases} \frac{2}{\alpha+1}x_1(n) + \frac{1-\alpha}{\alpha+1}, & -1 < x < \alpha, \\ \frac{2}{\alpha-1}x_1(n) - \frac{\alpha+1}{\alpha-1}, & \alpha \leq x < 1 \end{cases} \quad (14)$$

com $\{\alpha, x(0)\} \subset U = (-1, 1)$, podendo ser escritos na forma da Eq. (1) com $K = 1$, $\mathbf{A} = 0$, $\mathbf{b} = 0$ e $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [f_I(x_1(n))]$. Assim, novamente $\lambda_1 = 0$ e a condição da Desigualdade (4) é satisfeita. Portanto, um sistema mestre-escravo formado usando este mapa atinge o sincronismo. Para as simulações foi considerado o valor $\alpha = 0.1$.

Cabe observar que, de fato, qualquer mapa unidimensional na forma $x_1(n+1) = f(x_1(n))$, pode ser utilizado no esquema proposto com $K = 1$, $\mathbf{A} = 0$ e $\lambda_1 = 0$. Para esses mapas, o sincronismo é trivial já que a única variável de estado é transmitida e, portanto, diretamente recuperada no escravo.

C. Mapa de Hénon Bidimensional

O mapa de Hénon bidimensional (Hénon 2D) é dado por [18]

$$\mathbf{x}(n+1) = \begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \alpha x_1^2(n) + x_2(n) \\ \beta x_1(n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

e pode ser escrito na forma da Eq. (1) com $K = 2$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = [1, 0]^T$, e $\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [-\alpha x_1^2(n), 0]^T$. Para as simulações, foram utilizados os valores $\alpha = 1.4$ e $\beta = 0.3$, usuais na literatura [1], [2].

Para calcular os autovalores de \mathbf{A} , deve-se resolver

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \det \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ \beta & \lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (16)$$

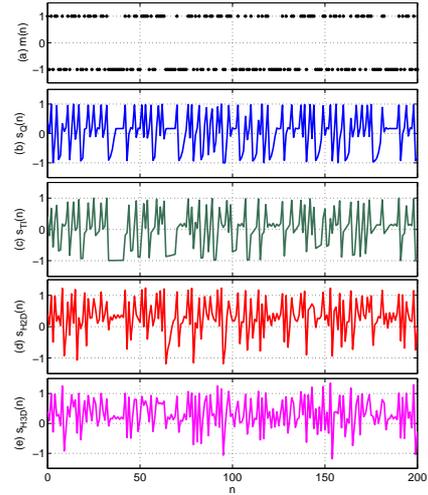


Fig. 2. Sinais no transmissor do sistema da Figura 1 utilizando-se a função de codificação da Eq. (10) com $\gamma = 0.4$. Em todos os casos, considerou-se condições iniciais $\mathbf{x}(0)$ nulas: (a) mensagem $m(n)$ e sinais $s(n)$ transmitidos usando (b) mapa quadrático, (c) mapa tenda inclinada, (d) mapa Hénon 2D e (e) mapa Hénon 3D.

em λ , sendo \mathbf{I} a matriz identidade de dimensão adequada. Assim, esses autovalores são $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\beta}$ e, para $\beta = 0.3$, a Desigualdade (4) é satisfeita.

D. Mapa de Hénon Tridimensional

O mapa de Hénon tridimensional (Hénon 3D) foi utilizado no estudo de sincronismo baseado em mapas acoplados em rede [19]. Ele é dado por:

$$\mathbf{x}(n+1) = \begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \\ x_3(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha x_1^2(n) + x_3(n) + 1 \\ -\beta x_1(n) \\ \beta x_1(n) + x_2(n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

e pode ser escrito na forma da Eq.(1) com $K =$

$$3, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\beta & 0 & 0 \\ \beta & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = [1, 0, 0]^T \quad \text{e}$$

$\mathbf{f}(\mathbf{x}(n)) = [-\alpha x_1^2(n), 0, 0]^T$. Para as simulações foram utilizados os valores $\alpha = 1.07$ e $\beta = 0.3$ [19], [12].

Para calcular os autovalores de \mathbf{A} , deve-se resolver

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \det \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ -\beta & \lambda & 0 \\ \beta & 1 & \lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (18)$$

em λ . Assim, para $\beta = 0.3$, os autovalores são $\lambda_1 = 0.4084 + 0.4477j$, $\lambda_2 = 0.4084 - 0.4477j$ e $\lambda_3 = -0.8169$. Como $|\lambda_i| < 1, i = 1, 2, 3$, a Desigualdade (4) é satisfeita.

Na Figura 2, são mostrados exemplos de trechos de sinais transmitidos $s(n)$ para os mapas testados. Em cada caso, a mensagem $m(n)$ é a mesma sequência aleatória com $m(n) \in \{-1, 1\}$.

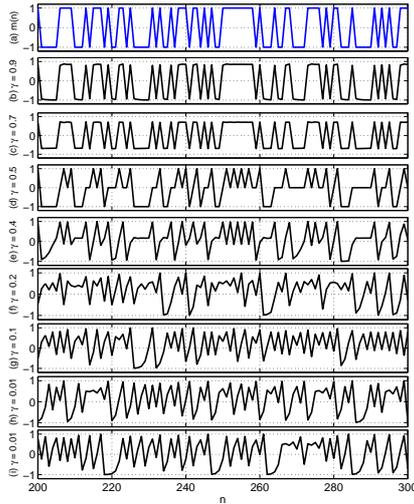


Fig. 3. Sinais $s(n)$ gerados a partir de uma mensagem $m(n)$ utilizando-se o mapa quadrático e função de codificação c com diversos valores de γ : (a) mensagem $m(n)$ (as amostras foram ligadas por segmentos de reta para facilitar a visualização); sinais $s(n)$ com (b) $\gamma = 0.9$, (c) $\gamma = 0.7$, (d) $\gamma = 0.5$, (e) $\gamma = 0.4$, (f) $\gamma = 0.2$, (g) $\gamma = 0.1$, (h) $\gamma = 0.01$ e (i) $\gamma = 0.001$.

IV. SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Utilizando-se o sistema de comunicação com os mapas e a função de codificação e decodificação descritos nas seções anteriores, foram realizadas as simulações apresentadas nessa seção.

Para exemplificar, na Figura 3, uma mesma mensagem foi codificada utilizando o mapa quadrático, a função de codificação e decodificação da Eq. (10) e as mesmas condições iniciais, porém variou-se o valor da constante γ . É possível notar que para os valores de γ mais próximos de 1 o sinal codificado é similar à mensagem enviada e para os valores de γ mais próximos de 0 existe uma influência maior do caos e o sinal codificado distancia-se da mensagem.

Na Figura 4 são mostradas as curvas de BER em função da SNR no canal quando se utiliza diversos valores de γ e o mapa quadrático. Para cada valor de SNR simulou-se a transmissão de 10^7 bits. Para eliminar o efeito de transitório, os primeiros 200 bits foram descartados.

Analisando-se essa figura, é possível notar que os valores de γ influenciam nos resultados em termos de BER. Quando γ assume valores próximos de 0, os valores de BER só atingem valores razoáveis em canais praticamente ideais. Em contrapartida, para valores de γ próximos de 1, obtêm-se melhores resultados em termos de BER, próximos do caso ótimo sem caos.

Assim, das Figuras 3 e 4, observa-se que, o valor de γ representa um compromisso entre o quão escondida está a mensagem e a BER. O valor ideal de γ é o mais próximo da unidade possível, mas de forma que a mensagem não fique aparente em $s(n)$.

Como forma inicial de mensurar o quão aparente está a mensagem $m(n)$ em $s(n)$, utilizou-se como parâmetro a BER que é obtida aplicando-se um limiar de decisão *diretamente sobre* $r(n)$, no caso sem ruído, ou seja, $r(n) = s(n)$.

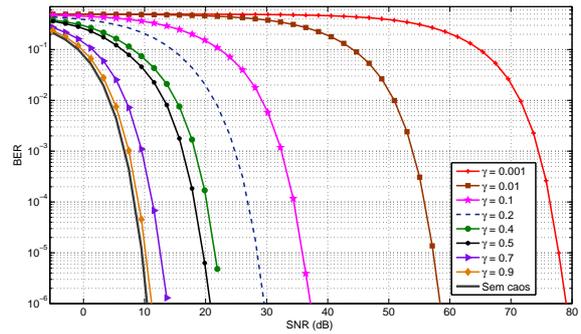


Fig. 4. BER em função da SNR para o sistema de comunicação estudado utilizando-se o mapa quadrático da Eq. (13) e diversos valores de γ .

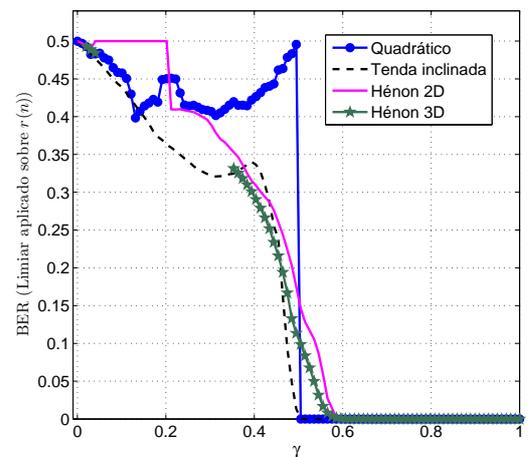


Fig. 5. BER obtida com limiar aplicado diretamente a $r(n)$ em função de γ , no caso sem ruído. Os sinais gerados pelo mapa Hénon 3D divergem para alguns valores de γ . Nesses pontos a curva não é mostrada.

Na Figura 5 mostram-se os valores de BER obtidos dessa forma, em função de γ , para os diversos mapas testados aqui. Claramente, se $s(n) \approx m(n)$, como nos primeiros gráficos da Figura 3, espera-se uma BER próxima de 0. Porém, se $m(n)$ não é aparente em $s(n)$, como nos últimos gráficos da Figura 3, espera-se uma BER próxima de 0.5. Para a realização dessa simulação foram utilizados 10^6 bits e 100 valores de γ no intervalo de 0 a 1, desprezou-se um transitório de 200 amostras e foram utilizadas condições iniciais aleatórias.

Da Figura 5, $\gamma \approx 0.4$, é um valor interessante a ser considerado já que a BER obtida apenas com um limiar sobre o sinal transmitido é superior a 30% para todos os mapas utilizados. Assim, tem-se $m(n)$ suficientemente “escondida” e ainda assim, desempenho em canal AWGN razoáveis, como mostrado na Figura 4.

Ainda analisando a Figura 5, nota-se que para o mapa Hénon 3D, para $0 < \gamma \leq 0.01$ e $0.05 < \gamma < 0.35$, os sinais gerados divergem, o que inviabiliza a escolha desses intervalos de γ para esse mapa em particular.

Na Figura 6 são mostradas as curvas de BER para os diferentes mapas apresentado nesse artigo para $\gamma = 0.4$. Para a realização dessa simulação foram utilizados 10^6 bits, desprezou-se um transitório de 200 amostras e foram utilizadas

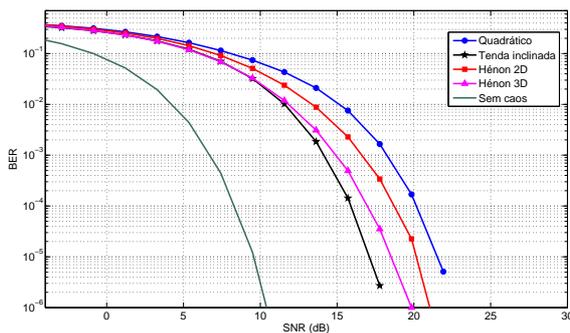


Fig. 6. BER em função da SNR para o sistema de comunicação estudado utilizando-se os mapas apresentados para $\gamma = 0.4$.

condições iniciais aleatórias.

Por essa figura, nota-se que, para $\gamma = 0.4$, o mapa tenda inclinada apresenta valores de BER inferior aos dos demais mapas para valores de SNR mais elevados. Usando a função de codificação com um valor adequado de γ , as curvas ficam bem mais próximas do resultado ótimo *sem caos* do que os descritos anteriormente na literatura, que usam valores de γ mais baixos e.g. [13], [12].

V. CONCLUSÕES

No presente trabalho, analisa-se o desempenho em termos de BER de um sistema de comunicação digital baseado em caos em canal AWGN.

Foram testados quatro mapas diferentes e uma função de codificação-decodificação diferente da proposta em trabalhos anteriores. A função proposta, apresenta um parâmetro que permite controlar o compromisso entre o quão aparente é a mensagem no sinal transmitido e a BER. Verificou-se numericamente que é possível escolher um parâmetro da função de codificação de forma que a mensagem não seja aparente e o valor de BER em canal AWGN seja adequado.

A partir das simulações realizadas, nota-se que utilizando o fator $\gamma = 0.4$, obtêm-se valores de BER muito próximos do resultado ótimo *sem caos*, especialmente no caso do mapa tenda inclinada.

Os resultados apresentados nesse trabalho ainda estão aquém dos sistemas convencionais, pelo menos em termos de BER em canal AWGN. Como alternativas para melhorar esse desempenho e como sugestão de trabalhos futuros pode-se explorar os conceitos de algoritmos bio-inspirados [20], *reservoir dynamics* [21] e redes de mapas [19] como forma de melhorar a robustez ao ruído da sincronização caótica.

Outro tema relevante como trabalho futuro é comparar os ganhos em termos de segurança de se utilizar uma técnica baseada em caos com as técnicas convencionais de criptografia e segurança na camada física.

AGRADECIMENTOS

M.E. agradece ao CNPq (Processo 303926/2010-4) e à FAPESP pelo financiamento parcial desse trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] K. T. Alligood, T. D. Sauer, and J. A. Yorke, *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. Textbooks In Mathematical Sciences, New York: Springer-Verlag, 1997.
- [2] L. H. A. Monteiro, *Sistemas Dinâmicos*. São Paulo: Editora Livraria Da Física, 2a. ed., 2006.
- [3] R. Rovatti, G. Mazzini, and G. Setti, "On the ultimate limits of chaos-based asynchronous DS-CDMA-I: basic definitions and results," *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 7, pp. 1336 – 1347, 2004.
- [4] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. Garcia-Ojalvo, C. Mirasso, L. Pesquera, and K. Shore, "Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links," *Nature*, vol. 438, no. 7066, pp. 343–346, 2005.
- [5] J. M. V. Grzybowski, M. Rafikov, and E. E. N. Macau, "Chaotic communication on a satellite formation flying—the synchronization issue in a scenario with transmission delays," *Acta Astronautica*, vol. 66, no. 7-8, pp. 1160 – 1168, 2010.
- [6] R. Attux and J. M. T. Romano, "Um estudo sobre dinâmica caótica em equalizadores autodidatas," in *Anais do XVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, (Gramado, Brasil), 2000. (in Portuguese).
- [7] L. Monteiro, A. Lisboa, and M. Eisencraft, "Route to chaos in a third-order phase-locked loop network," *Signal Processing*, vol. 89, no. 8, pp. 1678 – 1682, 2009.
- [8] J. Grzybowski, M. Eisencraft, and E. Macau, "Chaos-based communication systems: Current trends and challenges," in *Applications of Chaos and Nonlinear Dynamics in Engineering - Vol. 1* (S. Banerjee, M. Mitra, and L. Rondoni, eds.), vol. 71 of *Understanding Complex Systems*, pp. 203–230, Springer Berlin / Heidelberg, 2011.
- [9] F. C. M. Lau and C. K. Tse, *Chaos-based digital communication systems*. Berlin: Springer, 2003.
- [10] C. Williams, "Chaotic communications over radio channels," *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, vol. 48, pp. 1394 – 1404, dec. 2001.
- [11] C. W. Wu and L. O. Chua, "A simple way to synchronize chaotic systems with applications to secure communication systems," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, no. 6, pp. 1619–1627, 1993.
- [12] M. Eisencraft, R. Fanganiello, and L. Baccala, "Synchronization of discrete-time chaotic systems in bandlimited channels," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2009, 2009.
- [13] G. A. Abib and M. Eisencraft, "Comportamento de sistemas de comunicação digital usando sinais caóticos em canal com ruído," *Revista de Tecnologia da Informação e Comunicação*, vol. 1, pp. 27–32, 2012.
- [14] B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communication Systems*. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 4.ed ed., 2009.
- [15] G. A. Abib, "Sobre o desempenho em canal com ruído de um sistema de comunicação baseado em caos," dissertação de mestrado, Universidade Federal do ABC, Santo André, 2013.
- [16] M. Eisencraft, D. Kato, and L. Monteiro, "Spectral properties of chaotic signals generated by the skew tent map," *Signal Processing*, vol. 90, no. 1, pp. 385 – 390, 2010.
- [17] D. M. Kato and M. Eisencraft, "Caracterização espectral de sinais caóticos," in *Anais do XXV Simpósio brasileiro de Telecomunicações*, (Recife, Brasil), pp. 1–5, 2007.
- [18] M. Hénon, "A two-dimensional mapping with a strange attractor," *Comm. Math. Phys.*, vol. 50, no. 1, pp. 69–77, 1976.
- [19] M. Eisencraft and A. Batista, "Discrete-time chaotic systems synchronization performance under additive noise," *Signal Processing*, vol. 91, no. 8, pp. 2127 – 2131, 2011.
- [20] D. C. Soriano, G. A. Abib, M. Eisencraft, R. Attux, and R. Suyama, "Using an evolutionary denoising approach to improve the robustness of chaotic synchronization," *Analysis and Control of Chaotic Systems*, vol. 3, pp. 35–39, 2012.
- [21] B. Schrauwen, D. Verstraeten, and J. M. V. Campenhout, "An overview of reservoir computing: theory, applications and implementations," in *The European Symposium on Artificial Neural Networks*, pp. 471–482, 2007.