

APROXIMAÇÃO GAUSSIANA MELHORADA APLICADA NA ANÁLISE DE UM MÉTODO DE AQUISIÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS PARA SISTEMAS DS/CDMA

IVAN ROBERTO SANTANA CASELLA

casella@cpqd.com.br

PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY

pji@lcs.poli.usp.br

Laboratório de Comunicações e Sinais – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP / USP)
Av. Prof. Luciano Gualberto, travessa 3, nº 158, CEP 05508-900, São Paulo SP - Brasil

Resumo: É apresentado um novo esquema de aquisição para sistemas DS-CDMA, proposto em [2], em que a incerteza da defasagem entre o código recebido e sua réplica local está dentro de uma margem pequena, e conhecida, do intervalo de incerteza total. Sem o uso de uma técnica como aqui descrita a limitação da capacidade de sistemas DS-CDMA é determinada pelo processo de aquisição. Na determinação da probabilidade de sucesso de aquisição será utilizada uma aproximação gaussiana melhorada da MAI apresentada em [6] e aplicada ao método de aquisição proposto em [2], conforme [4].

1. INTRODUÇÃO

Foi mostrado em [1] que a capacidade de sistemas DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access) é limitada pelo processo de aquisição e pode ser aumentada mantendo-se os atrasos relativos entre os vários sinais recebidos (incerteza de ‘Timing’) dentro de um intervalo de tempo pequeno.

Será apresentado neste trabalho uma proposta de esquema de aquisição, desenvolvida em [2], que explora a redução da incerteza de ‘Timing’ para diminuir a complexidade do esquema e o tempo despendido para a aquisição do sincronismo. O esquema proposto é dividido em dois estágios de detecção. O primeiro, composto por um filtro casado programável curto, é responsável pela busca do sincronismo entre o código recebido e o código local. O segundo, composto por um correlator, verifica se a informação fornecida pelo primeiro estágio é verdadeira.

2. MODELAGEM DO SISTEMA

A modelagem a seguir é baseada no modelo padrão apresentado em [3] para um sistema CDMA, com espalhamento espectral de sequência direta e sinalização binária com transmissões assíncronas, porém com as alterações apresentadas em [1] e [2].

O modelo utilizado não levará em consideração, inicialmente, o efeito do ruído térmico, assumindo que a influência da MAI (Multiple Access Interference) é dominante mesmo para valores moderados da SNR

Será considerado ainda que o sistema utiliza um preâmbulo para o processo de aquisição, que consiste na transmissão de um sinal sem modulação de informação para a obtenção do sincronismo. Assim, o sinal desejado recebido é dado por:

$$R_o(t) = \sqrt{2P_o} p_o(t - \tau T_c) \cos(\omega_c t + \phi_o) \quad (1)$$

Onde,

P_o : potência do sinal desejado na entrada do receptor;

$p_o(t)$: sequência de espalhamento do sinal desejado;

τ : atraso de tempo da transmissão desejada;

ϕ_o : fase do sinal desejado na entrada do receptor.

Normalizando P_o como 1 e considerando $p_o(t)$ como:

$$p_o(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m p(t - mT_c) \quad (2)$$

Onde,

$p(t)$: pulso retangular de duração T_c ;

a_m : valor assumido pelo m -ésimo elemento da sequência de espalhamento da transmissão desejada.

Tem-se:

$$R_o(t) = \sqrt{2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m p(t - mT_c - \tau T_c) \cos(\omega_c t + \phi_o) \quad (3)$$

Assumindo que haja J transmissões interferentes simultâneas no sistema, o número total de transmissões será $U = J + 1$. A j -ésima transmissão interferente, onde $1 \leq j \leq J$, é dada por:

$$R_j(t) = \sqrt{2P_j} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n^{(j)} p(t - nT_c - \tau_j T_c) \cos(\omega_c t + \phi_o + \theta_j) \quad (4)$$

Onde,

P_j : potência relativa do j -ésimo usuário;

θ_j : desvio de fase relativo do j -ésimo usuário;

τ_j : atraso relativo do j -ésimo usuário;

$x_n^{(j)}$: sequência resultante da multiplicação da sequência de informação (quando presente) com a sequência de espalhamento do j -ésimo usuário.

As sequências a_m e x_n são modeladas como aleatórias e independentes. Para cada uma destas sequências, os elementos são considerados independentes e identicamente distribuídos, assumindo valores $\in \{1, -1\}$ com igual probabilidade. Devido ao assincronismo do sistema, pode-se assumir τ_j e θ_j como variáveis aleatórias independentes, restritas aos intervalos $0 \leq \tau_j < T_c$ e $0 \leq \theta_j < 2\pi$, respectivamente, e com distribuições uniformes.

A interferência total devido à MAI é dada por:

$$N(t) = \sum_{j=1}^J R_j(t) \quad (5)$$

E o sinal total na entrada do receptor será:

$$R(t) = R_o(t) + N(t) \quad (6)$$

Considerando a defasagem entre o sinal desejado recebido e o sinal local como um múltiplo inteiro τ de T_c , pode-se estabelecer um modelo em tempo-discreto para o processo de aquisição. Para os propósitos deste trabalho, a suposição de uma detecção coerente é suficiente, já que os resultados de desempenho do sistema serão baseados em análises comparativas.

Assim, a saída do correlator é dada por:

$$Z_k = \frac{\sqrt{2}}{T_c} \int_{kT_c}^{(k+1)T_c} R(t) \cos(\omega_c t + \phi_o) dt \quad (7)$$

De acordo com [3], pode-se ignorar as componentes de frequência dupla, obtendo-se assim:

$$Z_k = a_{k-\tau} + N_k \quad (8)$$

Onde,

$$N_k = \sum_{j=1}^J \sqrt{P_j} \cos \theta_j [(1-\tau_j) x_k^{(j)} + \tau_j x_{k-1}^{(j)}] \quad (9)$$

Será considerado que todas as transmissões apresentam a mesma potência normalizada $P_j = 1$ e que τ é um valor inteiro entre $[1, T]$, onde T representa a incerteza de 'Timing' inicial assumindo um valor inteiro pequeno. As saídas Z_k do correlator alimentam um filtro de tempo discreto de comprimento N . Em qualquer dado instante no processo de aquisição, o filtro é casado com a seção $a_{R-N+1}, a_{R-N+2}, \dots, a_R$ da sequência de espalhamento $p_o(t)$, ou seja, os coeficientes do filtro são dados por $h_i = a_{(R-i)}$ para $i = 0, 1, \dots, N-1$.

O inteiro R é chamado de fase desejada e pode ser mudado durante o processo de aquisição reprogramando o filtro casado. A fase corrente no tempo k é definida como sendo $k-\tau$, assim, a saída W_n do filtro casado, monitorada em intervalos unitários, é dada por:

$$W_n = \sum_{i=0}^{N-1} h_i Z_{n-i} \quad (10)$$

A transmissão desejada contribui com um pico de valor N na saída do filtro no tempo $R+\tau$. Desde que $1 \leq \tau \leq T$, é esperado um pico até $R+T$ e pode-se detectá-lo por meio de uma regra de limiar. Especificamente, para $\alpha \in [0, 1]$, um acerto é obtido quando a saída do filtro casado ultrapassar o limiar $\alpha \cdot N$ para algum n no intervalo $R+1 \leq n \leq R+T$. Se não ocorrer nenhum acerto, houve uma falha (perda) de detecção e os coeficientes do filtro são reprogramados. Assim, para $t \neq R+\tau$, um acerto é chamado falso alarme e para $t = R+\tau$, um acerto é chamado acerto correto e a ausência do acerto é chamada perda.

Na ocorrência de um acerto, a monitoração da saída do filtro casado é interrompida e inicia-se o processo de verificação. Este processo consiste na correlação do sinal na entrada do filtro casado com a seção apropriada da sequência desejada num intervalo C , ou seja, a correlação entre Z_k , onde $t+1 \leq k \leq t+C$ e a_{R+1}, \dots, a_{R+C} . Assim, o sinal de verificação é dado por:

$$V = \sum_{i=1}^C a_{R+i} Z_{t+i} \quad (11)$$

Sendo o limiar de decisão $\beta \cdot C$, onde $\beta \in [0, 1]$, considera-se que se $V > \beta \cdot C$, o acerto é autêntico e o processo de aquisição termina. Caso a autenticação for correta, é obtida uma aquisição com sucesso, do contrário é obtido um falso alarme total. Entretanto se $V < \beta \cdot C$, o acerto é rejeitado e reinicia-se o processo através da reprogramação do filtro casado.

2.1 Modelagem por um Processo de Renovação

O método de aquisição proposto (figura 1), pode ser aproximado por um processo de renovação considerando-se que as dependências na saída do filtro casado possam ser ignoradas.

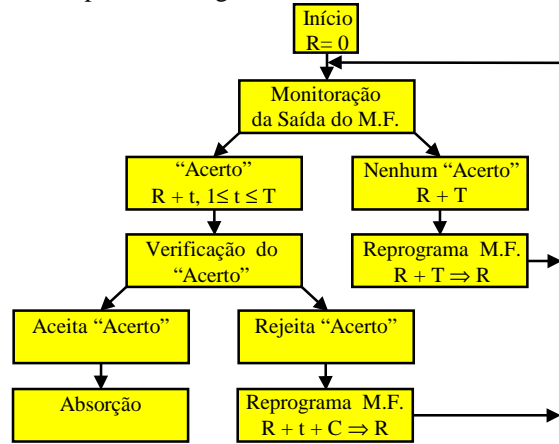


Fig. 1 - Diagrama de Blocos - Esquema em Dois Estágios

O modelo desenvolvido (figura 2) considera convenientemente que $\tau = T$. Deste modo, os estados i correspondem às fases $R+i+T$, onde i é tal que $1 \leq i \leq T$; os estados VER_c e VER_f correspondem aos estados intermediários de verificação devido à ocorrência de um acerto e de um falso alarme, respectivamente e os estados ACQ e FA representam absorção com sucesso de aquisição e absorção com falso alarme total, respectivamente.

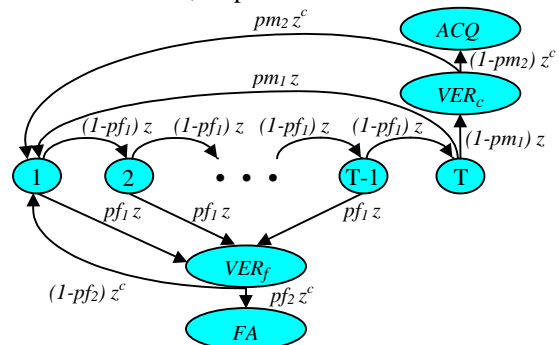


Fig. 2 - Representação Gráfica de Fluxo de Sinal

O tempo despendido por qualquer transição saindo do estado i é normalizado como sendo uma unidade de tempo (z), enquanto que o tempo despendido por qualquer transição saindo dos estados intermediários VER_c e VER_f é de c unidades de tempo (z^c).

2.2 Determinação das Probabilidades de Transição

De acordo com [2], pode-se substituir a probabilidade condicional de falso alarme no estado i pela probabilidade incondicional de falso alarme. Aproximações similares serão aplicadas às demais probabilidades de transição.

Considerando a interferência total na saída do filtro Y_n e a saída genérica do filtro casado após cada renovação W_n , tem-se que $W_n = Y_n$ para $n \neq R+\tau$ e $W_{R+\tau} = Y_{R+\tau} + N$ para $n = R+\tau$.

Para a saída V do correlator, pode-se fazer uma análise análoga. Assim, quando um acerto correto for

verificado, a saída do correlator será $V = C + U_c$ e quando for verificado um falso alarme, a saída será $V = U_f$, onde U_c e U_f são as contribuições da interferência total na saída do correlator para um acerto correto e para um falso alarme, respectivamente.

Analisando o modelo desenvolvido (figura 2), pode-se definir as seguintes probabilidades de transição:

- Probabilidade de Falso Alarme no estado $i \neq \tau$

Probabilidade de transição para o estado VER_f causado por um falso alarme no estado $i \neq \tau$, dada por:

$$pf_1 = P[Y_1 > \alpha N] = P[Y_i > \alpha N], \quad 1 \leq i \leq T-1 \quad (12)$$

- Probabilidade de Perda no estado $i \rightarrow \tau = T$

Probabilidade de transição para o estado 1 através da reprogramação do filtro casado, devido a um perda no estado $i \rightarrow \tau = T$, dada por:

$$pm_1 = P[N + Y_i \leq \alpha N] = P[Y_i \leq -(1-\alpha)N] \quad (13)$$

- Probabilidade de Autenticação do Falso Alarme

Probabilidade de transição para o estado FA causado pela autenticação de um falso alarme, dada por:

$$pf_2 = P[U_f > \beta C] \quad (14)$$

- Probabilidade de Rejeição de um Acerto Correto

Probabilidade de transição para o estado 1 através da reprogramação do filtro casado, devido a uma rejeição no estado VER_c , dada por:

$$pm_2 = P[C + U_c \leq \beta C] = P[U_c \leq -(1-\beta)C] \quad (15)$$

3. APROXIMAÇÃO GAUSSIANA PADRÃO PARA AS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO

As probabilidades de transição apresentadas em 2.2 podem ser obtidas através da ‘Aproximação Gaussiana Padrão’ [2]. Assim, tem-se que:

- Probabilidade de Perda no Filtro Casado

$$pm_1 \approx Q[(1-\alpha)\sqrt{3N/J}] \quad (16)$$

- Probabilidade de Falso Alarme no Filtro Casado

$$pf_1 \approx Q[\alpha\sqrt{3N/(J+3)}] \quad (17)$$

- Probabilidade de Perda na Verificação

$$pm_2 \approx Q[(1-\beta)\sqrt{3C/J}] \quad (18)$$

- Probabilidade de Falso Alarme na Verificação

$$pf_2 \approx Q[\beta\sqrt{3C/(J+3)}] \quad (19)$$

Onde,

$$Q[x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2/2} du \quad (20)$$

Considerando o efeito do ruído térmico, pode-se obter um conjunto de novas expressões, simplesmente adicionando a variância do ruído caracterizado como AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) à variância do ruído MAI [4], obtendo-se:

$$pm_1 = Q[(1-\alpha)(J/3N + No/2Eb)^{-0.5}] \quad (21)$$

$$pf_1 = Q[\alpha((J+3)/3N + No/2Eb)^{-0.5}] \quad (22)$$

$$pm_2 = Q[(1-\beta)(J/3C + No/2Eb)^{-0.5}] \quad (23)$$

$$pf_2 = Q[\beta((J+3)/3C + No/2Eb)^{-0.5}] \quad (24)$$

Correspondentes às equações (16) à (19).

4. APROXIMAÇÃO GAUSSIANA MELHORADA PARA AS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO

Foi desenvolvido em [5], um método numérico para calcular a probabilidade de erro de bit em sistemas DS-CDMA que apresenta resultados mais precisos do que aqueles obtidos pela aproximação gaussiana padrão. O método desenvolvido, designado ‘Aproximação Gaussiana Melhorada’, é baseado na determinação da função densidade de probabilidade da variância da MAI e leva em consideração o efeito das dependências na saída do demodulador de instante a instante.

Considerando-se a variância da MAI como uma variável aleatória Ψ , condicionada às condições de operação, a probabilidade de erro de bit é dada por:

$$P_{bit} = E[p(\Psi)] = \int_0^\infty p(\Psi) f_\Psi(\Psi) d\Psi \quad (25)$$

Onde, $p(\Psi) = Q(N/\sqrt{\Psi})$ e $f_\Psi(\Psi)$ é a função densidade de probabilidade de Ψ .

Foi apresentado em [6], um aproximação bastante simples para o cálculo da probabilidade de erro de bit que não necessita diretamente da determinação da função densidade de probabilidade de Ψ . Considerando a expansão em série de Taylor, pode-se obter o valor médio de $p(\Psi)$ através da seguinte aproximação:

$$E[p(\Psi)] = p(\mu_\Psi) + \frac{\sigma_\Psi^2}{2!} p''(\mu_\Psi) \quad (26)$$

Onde, μ_Ψ é o valor médio de Ψ , σ_Ψ^2 é a variância de Ψ e $p''(\mu_\Psi)$ é a derivada segunda de $p(\Psi)$ calculada para $\Psi = \mu_\Psi$. De acordo com [6], os cálculos podem ser simplificados substituindo a expansão em série de Taylor pela a expansão em série de Stirling. Assim, a derivada segunda de $p(\Psi)$ pode ser expressa por:

$$p''(\Psi) = \frac{p(\Psi+h) - 2p(\Psi) + p(\Psi-h)}{h^2} \quad (27)$$

Onde h , o tamanho do passo, é dado por $h = \sigma_\Psi \sqrt{3}$, como explicado em [4]. Desta forma pode-se representar a expressão (26) por:

$$E[p(\Psi)] \approx \frac{2}{3} p(\mu_\Psi) + \frac{1}{6} p(\mu_\Psi + \sigma_\Psi \sqrt{3}) + \frac{1}{6} p(\mu_\Psi - \sigma_\Psi \sqrt{3}) \quad (28)$$

4.1 Aplicação da Aproximação Gaussiana Melhorada ao Modelo Desenvolvido

Para o cálculo da probabilidade de perda no filtro casado (pm_1), considera-se que a fase corrente de busca é a fase desejada, de modo que somente a MAI é responsável pela interferência total na entrada do filtro casado. Desta forma, de acordo com [4], o valor médio de Ψ é:

$$\mu_\Psi = \frac{JN}{3}; \text{ a variância média de } \Psi \text{ é:}$$

$$\sigma_\Psi^2 = J \left[\frac{23}{360} N^2 + \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20} \right) N - \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20} \right) \right].$$

E a probabilidade de perda é obtida por:

$$pm_1 \approx \frac{2}{3}Q\left((1-\alpha)\sqrt{\frac{3N}{J}}\right) + \frac{1}{6}Q\left((1-\alpha)\sqrt{\frac{3N^2}{JN+3\bar{\sigma}_\Psi\sqrt{3}}}\right) + \frac{1}{6}Q\left((1-\alpha)\sqrt{\frac{3N^2}{JN-3\bar{\sigma}_\Psi\sqrt{3}}}\right) \quad (29)$$

Considera-se para o cálculo da probabilidade de falso alarme no filtro casado (pf_1), que a interferência total na entrada do filtro é dada pela soma das transmissões interferentes e da transmissão desejada fora da fase correta. Assim, de acordo com [4], o valor médio de Ψ é: $\mu_\Psi = \frac{JN}{3} + N$; a variância média de Ψ

$$\text{é: } \bar{\sigma}_\Psi^2 = J\left[\frac{23}{360}N^2 + \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20}\right)N - \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20}\right)\right].$$

E a probabilidade de falso alarme é dada por:

$$pf_1 \approx \frac{2}{3}Q\left(\frac{\alpha N}{\sqrt{JN/3+N}}\right) + \frac{1}{6}Q\left(\frac{\alpha N}{\sqrt{JN/3+N+\bar{\sigma}_\Psi\sqrt{3}}}\right) + \frac{1}{6}Q\left(\frac{\alpha N}{\sqrt{JN/3+N-\bar{\sigma}_\Psi\sqrt{3}}}\right) \quad (30)$$

Usando considerações análogas, é possível obter as expressões para o segundo estágio do esquema proposto. Assim, para a situação de perda, tem-se:

$$pm_2 \approx \frac{2}{3}Q\left((1-\beta)\sqrt{\frac{3C}{J}}\right) + \frac{1}{6}Q\left((1-\beta)\sqrt{\frac{3C^2}{JC+3\bar{\sigma}_{\Psi_c}\sqrt{3}}}\right) + \frac{1}{6}Q\left((1-\beta)\sqrt{\frac{3C^2}{JC-3\bar{\sigma}_{\Psi_c}\sqrt{3}}}\right) \quad (31)$$

E para a situação de falso alarme, tem-se:

$$pf_2 \approx \frac{2}{3}Q\left(\frac{\beta C}{\sqrt{JC/3+C}}\right) + \frac{1}{6}Q\left(\frac{\beta C}{\sqrt{JC/3+C+\bar{\sigma}_{\Psi_c}\sqrt{3}}}\right) + \frac{1}{6}Q\left(\frac{\beta C}{\sqrt{JC/3+C-\bar{\sigma}_{\Psi_c}\sqrt{3}}}\right) \quad (32)$$

Onde, agora:

$$\mu_{\Psi_c} = \frac{JC}{3};$$

$$\bar{\sigma}_{\Psi_c}^2 = J\left[\frac{23}{360}C^2 + \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20}\right)C - \left(\frac{J-1}{36} + \frac{1}{20}\right)\right].$$

Considerando o efeito do ruído térmico, pode-se obter novas expressões para as probabilidades de transição utilizando procedimentos análogos aos apresentados na obtenção das expressões (21) à (24).

5. AVALIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE SUCESSO DE AQUISIÇÃO

Considerando a probabilidade de sucesso de aquisição num intervalo de tempo x como $P_{ACQ}(x)$, pode-se estabelecer um critério de desempenho baseado no tempo máximo permitido para obter a aquisição de sincronismo, dado por:

$$Psa = P_{ACQ}(T_{\max}) \quad (33)$$

Onde, T_{\max} é o tempo máximo para a aquisição.

De acordo com [2], considerando as seguintes probabilidades de renovação, obtidas da análise da Representação Gráfica de Fluxo de Sinal (figura 2):

- Probabilidade de renovação após um tempo ($i+C$), causada por um falso alarme no estado i que é rejeitado posteriormente no estágio de verificação:

$$qf(i) = (1-pf_1)^{i-1} \cdot pf_1 \cdot (1-pf_2), \quad 1 \leq i \leq T-1 \quad (34)$$

- Probabilidade de renovação após um tempo ($T+C$), causada pela rejeição no estágio de verificação de um acerto correto no estado T :

$$qm_2 = (1-pf_1)^{T-1} \cdot (1-pm_1) \cdot pm_2 \quad (35)$$

- Probabilidade de renovação após um tempo (T), causada por nenhum acerto em nenhum dos estados entre 1 e T :

$$qnh = (1-pf_1)^{T-1} \cdot pm_1 \quad (36)$$

- Probabilidade de ocorrência de sucesso de aquisição sem nenhuma renovação, após um tempo ($T+C$):

$$qs = (1-pf_1)^{T-1} \cdot (1-pm_1) \cdot (1-pm_2) \quad (37)$$

Pode-se obter a seguinte fórmula recursiva da probabilidade de sucesso de aquisição:

$$P_{ACQ}(x+N) = qs + qnhP_{ACQ}(x-T) + \sum_{i=1}^{T-1} qf(i)P_{ACQ}(x-i-C) + qm_2P_{ACQ}(x-T-C) \quad \text{para } x \geq T+C \quad (38)$$

Com condição inicial

$$P_{ACQ}(x+N) = 0 \quad \text{para } x < T+C \quad (39)$$

Com o intuito de simplificar os cálculos computacionais, é desenvolvida uma fórmula aproximada da probabilidade de sucesso de aquisição, considerando que todas as renovações devidas aos acertos rejeitados correspondam a um tempo de duração $a+C$. Desta forma, a probabilidade de sucesso de aquisição estimada pode ser expressa por:

$$\tilde{P}(a) = qs \sum_{(i,j) \in A} C(i+j, j) qh^i qnh^j \quad (40)$$

Onde,

A : conjunto de elementos i e j que satisfazem:

$$A = \{(i, j) | i(a+C) + jT + (T+C) \leq T_{\max} - N\};$$

$C(n, m)$: combinação de n elementos m a m ;

qh : probabilidade de renovação através de um acerto rejeitado, dada por:

$$qh = qm_2 + \sum_{i=1}^{T-1} qf(i) \quad (41)$$

Definindo o valor médio do tempo despendido para uma renovação devido a um acerto rejeitado como:

$$\bar{a} = [Tqm_2 + \sum_{i=1}^{T-1} iqf(i)] / qh \quad (42)$$

Pode-se obter uma expressão aproximada para a probabilidade de sucesso de aquisição, dada por:

$$\tilde{Psa} = \tilde{P}(\bar{a}) \quad (43)$$

6. APLICAÇÃO NUMÉRICA

Os parâmetros do esquema de aquisição serão otimizados para se obter uma probabilidade de sucesso

de aquisição (P_{sa}) igual a 0.99. Serão analisados 2 casos; o primeiro (Caso 1) com 9 usuários interferentes (J) e incerteza de 'Timing' (T) igual a 10 chips e o segundo (Caso 2) com 30 usuários interferentes (J) e incerteza de 'Timing' (T) igual a 50 chips. Estes valores são os básicos adotados em [2] e serão usados para efeito de comparação. Será adotado ainda que o filtro casado empregado no primeiro estágio é o mesmo empregado no processo de demodulação. De acordo com [2], os valores típicos são: $N = 30$, para o caso 1 e $N = 100$, para o caso 2.

Como pode-se verificar, pelas expressões dadas nos itens 3 e 4, o esquema em 2 estágios apresenta 4 parâmetros a serem determinados além do número de estágios N do filtro casado, são eles: o limiar de decisão α , o limiar de decisão β , o período de verificação C e o tempo máximo T_{max} permitido para a aquisição. Os cálculos elaborados são baseados na aproximação não-recursiva da probabilidade de sucesso de aquisição dada em (43). Com o intuito de minimizar a probabilidade de falso alarme, α é ajustado para ser igual a 1 [4].

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 1.

	Aproximação Gaussiana	PARÂMETROS OTIMIZADOS			
		C	β	T_{max}	\tilde{P}_{sa}
Caso 1	Padrão [2]	27	0.48	184	0.98985
	Padrão [4]	26	0.47	184	0.99008
	Melhorada [4]	31	0.48	190	0.99005
Caso 2	Padrão [2]	112	0.56	858	0.99005
	Padrão [4]	112	0.56	858	0.99005
	Melhorada [4]	122	0.56	886	0.99004

Tabela 1- Resultados Numéricos - Esquema em Dois Estágios.

As curvas apresentadas a seguir foram obtidas utilizando os parâmetros determinados por [2], com o intuito de obter uniformidade de resultados e uma referência de comparação. As figuras 3 e 5 representam as probabilidades de sucesso de aquisição desprezando o efeito do ruído do canal e as figuras 4 e 6 descrevem a probabilidade de erro de aquisição para algumas situações onde o efeito do ruído do canal é significativo.

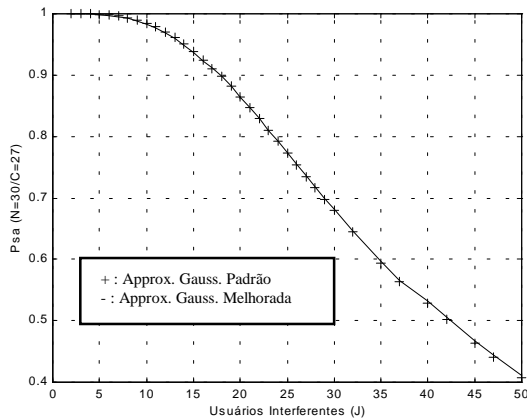


fig. 3 – Caso 1: Comparação entre as probabilidades de sucesso de aquisição usando as aproximações gaussianas padrão e melhorada.

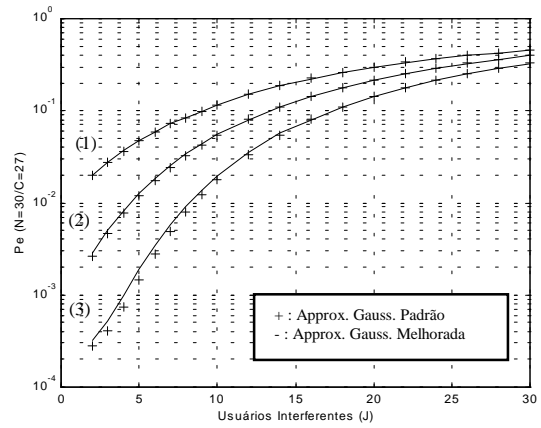


fig. 4 – Caso 1: Comparação entre as probabilidades de erro de aquisição usando as aproximações gaussianas padrão e melhorada, considerando o ruído do canal AWGN ($E_b/N_0=5$ (1), $E_b/N_0=10$ (2) e $E_b/N_0=100$ (3)) para o esquema de aquisição em 2 estágios.

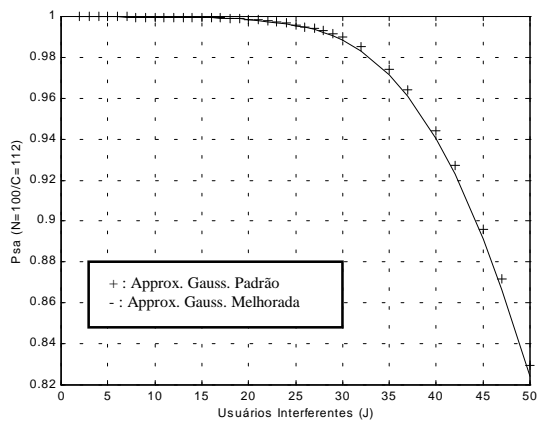


fig. 5 – Caso 2: Comparação entre as probabilidades de sucesso de aquisição usando as aproximações gaussianas padrão e melhorada.

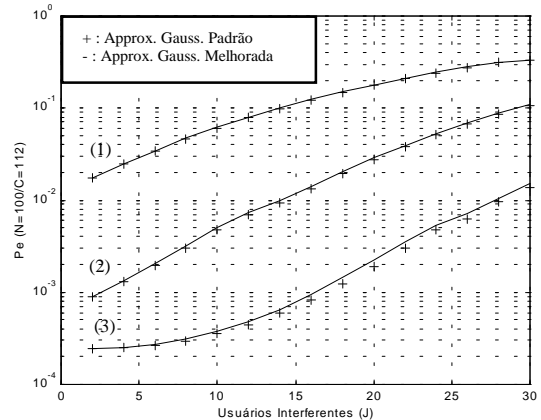


fig. 6 – Caso 2: Comparação entre as probabilidades de erro de aquisição usando as aproximações gaussianas padrão e melhorada, considerando o ruído do canal AWGN ($E_b/N_0=5$ (1), $E_b/N_0=10$ (2) e $E_b/N_0=100$ (3)) para o esquema de aquisição em 2 estágios.

7. ANÁLISE DE SIMULAÇÃO DO ESQUEMA DE AQUISIÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS

Com o intuito de verificar a validade das expressões obtidas para o esquema de aquisição em 2 estágios, foram desenvolvidos 2 modelos de simulação [4] para os casos indicados no item anterior.

- Modelo 1 – A MAI é aproximada como um processo AWGN e a transmissão desejada é modelada como uma sequência aleatória.
- Modelo 2 – A MAI e a transmissão desejada são modeladas como um conjunto de sequências aleatórias.

Na obtenção da probabilidade de sucesso de aquisição foi considerado suficiente, para esta análise, uma precisão de 0.001, para o caso 1 e de 0.01 para o caso 2 (dentro de uma região de confiança de 95%). As curvas obtidas são apresentadas nas figuras 7 e 8.

• Modelo 1

O modelo 1, utiliza a hipótese apresentada no item 3, onde a MAI é aproximada por um processo AWGN. O período da sequência desejada é considerada igual ao número de estágios do filtro casado ($N = 30$ para o caso 1 e $N = 100$ para o caso 2). Para o caso 1, a comparação entre os resultados analíticos usando a aproximação gaussiana padrão e os de simulação apresentou um desvio máximo igual a 3.7%. Já para a comparação usando a aproximação gaussiana melhorada, o desvio máximo foi 3.6%. Para o caso 2, a comparação entre os resultados analíticos usando a aproximação gaussiana padrão e os resultados de simulação, apresentou um desvio máximo igual a 3.9%. Já para a aproximação gaussiana melhorada, o desvio máximo foi 3.5%.

• Modelo 2

No modelo 2, o período da sequência desejada é considerada igual ao número de estágios do filtro casado do primeiro estágio e o período das sequências interferentes é considerado infinito, visto que as sequências interferentes são obtidas pela combinação de sequências de espalhamento e de sinal de informação (aleatório). Para o caso 1, a comparação entre os resultados analíticos usando a aproximação gaussiana padrão e os de simulação apresentou um desvio máximo igual a 6.0%. Já para a aproximação gaussiana melhorada, o desvio máximo foi 5.9%. Para o caso 2, a comparação entre os resultados analíticos usando a aproximação gaussiana padrão e os resultados de simulação apresentou um desvio máximo igual a 6.9%. Já para a aproximação gaussiana melhorada, o desvio máximo foi 6.3%.

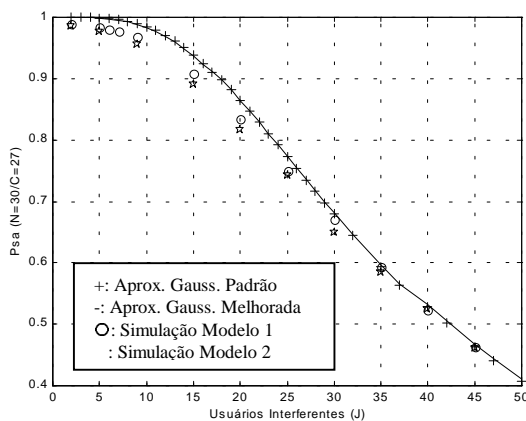


fig. 7 – Caso 1: Comparação entre as probabilidades de sucesso de aquisição usando as aproximações gaussiana padrão e melhorada com os resultados de simulação usando os modelos 1 e 2.

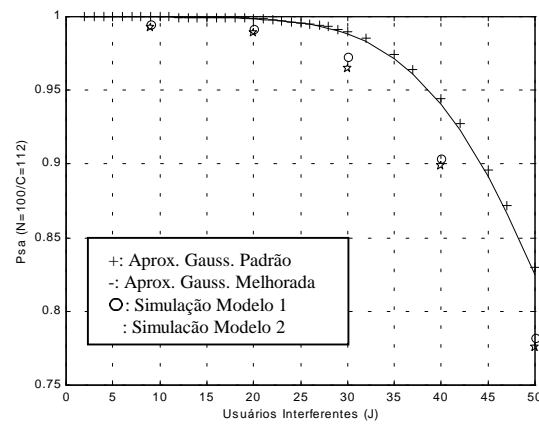


fig. 8 – Caso 2: Comparação entre as probabilidades de sucesso de aquisição usando as aproximações gaussiana padrão e melhorada com os resultados de simulação usando os modelos 1 e 2.

8. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os resultados de simulação confirmam a validade dos cálculos de [2], dentro da precisão que se pode esperar para um modelamento típico de pior caso, como o ali desenvolvido e conforme já observado em [5], por exemplo, que os cálculos pelo método da aproximação Gaussiana melhorada estão mais próximos da realidade, principalmente com um número menor de usuários.

A modelagem dos sinais interferentes por um ruído tipo AWGN, em confronto com a por sequências aleatórias, mostra que esta última é mais precisa (ao comparar-se com os resultados obtidos por simulação). Os dois métodos no entanto coincidem à medida que se aumenta o número de usuários. Essa constatação permite utilizar a primeira modelagem nessas situações, devido à menor complexidade computacional.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] U. Madhow, M. B. Pursley, "Acquisition in Direct Sequence Spread Spectrum Communication Networks: An Asymptotic Analysis", *IEEE Trans. on Inform. Theory*, pp. 903-912, May 1993.
- [2] U. Madhow, M. B. Pursley, "Mathematical Modeling and Performance Analysis for a Two Stage Acquisition Scheme for Direct Sequence Spread Spectrum CDMA", *IEEE Trans. Commun.*, pp. 2511-2520, September 1995.
- [3] M. B. Pursley, "Performance Evaluation for Phase-Coded Spread Spectrum Multiple Access Communication – Part I: System Analysis", *IEEE Trans. Commun.*, pp. 795-799, August 1977.
- [4] I. R. S. Casella, "Análise de um Método de Aquisição em Dois Estágios para um Sistema DS-CDMA", Dissertação de Mestrado apresentada à EPUSP, Sistemas Eletrônicos, Julho 1998, 304 p.
- [5] R. K. Morrow, J. S. Lehnert, "Bit-to-Bit Error Dependence in Slotted DS/SSMA Packet Systems with Random Signature Sequences", *IEEE Trans. Commun.*, pp. 1052-1061, October 1989.
- [6] J. M. Holtzman, "A Simple, Accurate Method to Calculate Spread-Spectrum Multiple-Access Error Probabilities", *IEEE Trans. Commun.*, pp. 461-464, March 1992.